

# Cálculo de parámetros ponderados en familias de productos

Juan C. Cesoni<sup>1</sup>, Leandro R. Rodríguez<sup>1</sup>, Nélide B. Camussi<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Ingeniería Industrial, Facultad de Ingeniería Química,  
Universidad Nacional del Litoral

Santa Fe, Argentina

<sup>2</sup> [ncamussi@intec.unl.edu.ar](mailto:ncamussi@intec.unl.edu.ar)

**Abstract.** En una empresa de manufactura que fabrica múltiples productos en una cantidad de varias decenas, resulta sumamente práctico para el estudio de los procesos agrupar a los mismos en familias que poseen cada una de ellas características comunes. Sin embargo esta práctica simplificatoria introduce el desafío de cómo obtener el tiempo representativo del proceso de fabricación de la familia conformada, dado que a nivel empresarial siempre preocupa a los administradores tratar de lograr la mejor estimación de recursos a emplear en función de los pedidos (que en general son combinaciones de muchos tipos de artículos) que le son requeridos a los efectos de lograr una buena planificación de la producción. También es de interés el costo promedio de producción, lo cual redundaría en una presupuestación más precisa con impacto adicional positivo en los beneficios obtenidos por la empresa, sobre todo si para cada operación en cada equipo se tienen en cuenta los costos de materia prima, operativos, de traslado, etc. Se presenta una metodología sistemática para responder con fundamento al desafío planteado.

**Keywords:** Procesos de manufactura; Cadenas de Markov

## 1 Introducción

Se ha escogido como objeto de estudio para este trabajo una PYME familiar del sector metalmecánico santafesino dedicada a la fabricación y comercialización de cojinetes de fricción de bronce. La misma cuenta con más de cincuenta años de trayectoria en el rubro, dedicándose pura y exclusivamente al denominado “*aftermarket*” o mercado de reposición, empleando para la manufactura de sus productos un conjunto de tecnologías en fundición y mecanizado que la configuran como un proceso productivo con empleo intensivo de mano de obra.

El motivo por el cual se ha elegido esta empresa es que se trata de un proceso productivo que conjuga tecnologías de manufactura de características muy disímiles como es por un lado la fundición, normalmente relacionada con el sector de la metalurgia y más cercana a lo que puede ser considerado un proceso “*batch*” relacionado con la química de los metales, y por otro el mecanizado, generalmente asociado a la mecánica y con características de producción masiva, en línea y también

por lotes. Resultando de vital importancia que este estudio sea capaz de realizar una adecuada programación de la producción para un conjunto de familias de productos teniendo en cuenta restricciones de cargas de máquina, capacidades de máquina, análisis de tiempos, métodos y fundamentalmente costos de manufactura.

El estudio que se presenta pretende cuantificar para el universo de los productos fabricados por la empresa metalmecánica, teniendo en cuenta todas y cada una de las labores de manufactura y sus correspondientes tareas de apoyo, los tiempos que deberán imputarse a cualquier ítem que transite por algunas de las operaciones consideradas en los dos grandes sectores de producción: Fundición y Mecanizado. En tal sentido, resulta importante reconocer que la complejidad y cantidad de las labores asociadas al muestreo directo, cálculo y estimación de los valores buscados significan un elevado costo económico para el empresario, lo que lo predispone a satisfacer algunos de los requerimientos estadísticos del estudio como así también a suministrar el tiempo que implican la medición, cálculo y valoración de la información necesaria para arribar a buen puerto. Primeramente se debe disponer de la información relevante como días laborales y feriados en un año, cantidad de coladas por día, kilos de materia prima procesada por día, kilos de bronce obtenidos por día, kilos de materia prima procesadas por colada, pesos constituyentes de los distintos brutos, cantidad de brutos por colada, etc. Estos datos sirven para determinar los tiempos para todas las tareas y operaciones del sector, tiempos que deberán ser considerados a posteriori en función de los productos que se deseen fabricar. Estos valores son determinísticos cuando se produce un único producto, pero no es así cuando se trabaja con una familia de productos, donde la determinación del tiempo representativo (en cierto sentido “aproximado”) asociado a una familia se transforma en un problema mucho más complejo. Esto es debido a que no existe una única ruta de manufactura asociada al ítem “aproximado” que conforma una determinada familia, por lo que será necesario tener en cuenta los posibles caminos que sigan los ítems en términos de porcentajes de transición. Para lograrlo, luego de algunas consideraciones, se echará mano a los conocimientos de procesos markovianos [1].

Concretamente lo que se propuso es un proceso gradual y minucioso de incremento del conocimiento del proceso productivo, empezando por una evaluación de las características organizacionales de la empresa y del entorno competitivo que afronta, seguido de un análisis de la configuración del espacio en el cual se desarrollan las actividades productivas, brindando una clara idea de cuáles son las características de los flujos de procesamiento, para luego sí pasar, en lo que a lo tecnológico y metodológico respecta, a un estudio en grado de detalle de los equipos, herramientas, secuencias de procesamiento, métodos y procedimientos productivos, todo lo cual sienta las bases para poder avanzar comprensivamente sobre las características de demanda de los distintos productos que se fabrican, las similitudes y diferencias físicas y tecnológicas de los productos de interés, los requerimientos de materiales para la obtención del producto terminado discriminando por tipo y por etapa de procesamiento, y los tiempos de manufactura requeridos en cada una de las operaciones elementales de las distintas secuencias de procesamiento para cada uno de los tipos de productos que se haya determinado resultan de interés. Finalmente, y por reconocer que una vez superadas las consideraciones tecnológicas y físicas que restringen la frontera de posibilidades de desarrollo de las alternativas de mejora que puedan surgir de un proceso de evaluación de posibles líneas de trabajo, en el marco

de cualquier proyecto de optimización, reingeniería, cambio de paradigma o simple perfeccionamiento de un proceso de negocios, el factor determinante a la hora de elegir una opción que se considerará la más viable en el terreno de lo factible será el costo que dicha decisión importe y los beneficios económicos que traerá aparejada su ejecución; se concluye este proceso de construcción de un caso de estudio o puesta en conocimiento de un proceso productivo en particular, develando mediante el aprehado de una gran cantidad de elementos que se consideran los de mayor impacto y trascendencia, cuál es la estructura de costos de la empresa, cuáles son los costos que inciden en mayor y menor medida en el costo final de cualquier producto que pueda demandársele a la misma, y cómo opera en término de costos y beneficios la empresa evaluada como un todo productivo.

## 2 Desarrollo de la propuesta

Como ya se mencionó, la empresa cuenta con dos sectores principales: *Fundición* y *Mecanizado*. Vale aclarar que el número de productos fabricados es de 43 y se los clasificó en 7 familias. Por razones de extensión de este trabajo, se considerará solamente el último sector y dentro de él, a una de las familias de productos. Una cuestión que debe remarcarse antes de comenzar es que en este último sector no existe la misma ruta de manufactura para todos los ítems que componen una determinada familia, por lo que será necesario detallar los posibles caminos que sigan los ítems “aprehados” en términos probabilísticos.

En la Tabla 1, se muestra una matriz donde han sido representadas las distintas rutas de manufactura, siempre dentro del sector *Mecanizado*, para todos los ítems que han sido considerados de interés para el presente trabajo. La familia denominada MS está compuesta por siete artículos cuyos números de código son 708, 716, 805, 818, 887, 900 y 901. En ella pueden verse la secuencia de las operaciones para un determinado artículo, junto con el porcentaje de “scrap” o descarte de cada operación. Además se listan algunas de las características físicas de los ítems considerados, las cuales son de gran utilidad para comprender por qué un determinado ítem sigue una ruta y no otra, esto en virtud de que para un determinado valor de una propiedad, pueden activar una o varias restricciones que pesan sobre los equipos y, en consecuencia, ser necesario modificar una ruta de manufactura. Las máquinas en el sector de Mecanizado 1, 2, 3, 4, 6, 9, 10, 11, 12, 13 y 14 son básicamente tornos paralelos y automáticos, perforadoras de columna, rectificadoras sin centro y timbradoras. Las operaciones son las siguientes:

- 1A = cilindrado exterior
- 2C = cilindrado interior
- 3A = ranurado interior ciego
- 4A = corte individual y chaflanes
- 6A = cilindrado exterior
- 9A = cilindrado interior
- 9B = ranurado interior pasante
- 10A = rectificado exterior
- 11A = agujereado, chaflanes externo y cortes
- 12A = chaflanado interior

- 12B = perforado lateral
- 13A = avellanado de perforación lateral
- 14A = timbrado

Estas operaciones se realizan sobre materias primas distintas. Concretamente, 1A, 6A y 10A se hacen sobre barrotos (de cada uno de los cuales se extraen una cierta cantidad de piezas) mientras que el resto de las operaciones se realizan sobre piezas de materia prima individuales. También se presentan en la Tabla 1 las demandas de artículos de la familia MS estimada por el método Delphi, el cual resulta de muchísima utilidad cuando no se dispone de información histórica confiable y constituye una herramienta idónea que reúne las características buscadas de subjetividad y la posibilidad de validación de datos. Es una técnica de pronóstico cualitativa donde la opinión de los expertos se combina en una serie de iteraciones. Los resultados de las cuales se usan para desarrollar la próxima, hasta que las opiniones de los expertos convergen [2].

Una vez obtenida la convergencia se tienen valores pronosticados de las demandas. Se denota con  $Db_i$  a la demanda de barrotos necesarias para producir el artículo  $i$  y con  $D_i$  a la demanda de piezas en bruto individuales para producir el artículo  $i$ .

Siguiendo esta línea de razonamiento es posible construir para cada familia de ítems una matriz de ruteo como la que se muestra en la Tabla 2, donde el método de cálculo de cada elemento de la matriz es el siguiente:

$$M_{jk}^f = \sum_{i=1}^n \frac{Db_i}{Db_f} \times (1 - s_{ij}), \quad \forall k \notin \{S, I\}, \forall j \in \{1A, 6A, 10A\} \wedge s_{ij} > 0 \quad (1)$$

$$M_{jk}^f = \sum_{i=1}^n \frac{D_i}{D_f} \times (1 - s_{ij}), \quad \forall k \notin \{S, I\}, \forall j \notin \{1A, 6A, 10A\} \wedge s_{ij} > 0 \quad (2)$$

$M_{jk}^f = 0$ , en cualquier otro caso

$$M_{jl}^f = \sum_{i=1}^n \frac{Db_i}{Db_f} \times (1 - s_{ij}), \quad \text{si } j = \text{última operación sobre el ítem} \wedge s_{ij} > 0 \quad (3)$$

$M_{jl}^f = 0$ , en cualquier otro caso

$$M_{js}^f = \sum_{i=1}^n \frac{Db_i}{Db_f} \times s_{ij}, \quad \text{si } j \in \{1A, 6A, 10A\} \wedge s_{ij} > 0 \quad (4)$$

$$M_{js}^f = \sum_{i=1}^n \frac{D_i}{D_f} \times s_{ij}, \quad \text{si } j \notin \{1A, 6A, 10A\} \wedge s_{ij} > 0 \quad (5)$$

$M_{js}^f = 0$ , en cualquier otro caso

donde

$f$ : Familia de ítems

$i$ : Conjunto de ítems de cada familia

$j, k$ : Conjunto de operaciones. Incluye a I y a S que son Inventario y “Scrap”, respectivamente

$s_{ij}$ : Fracción de “scrap” o defectuosos de la operación de producción de  $i$  en la operación  $j$

$Db_i / Db_f$ : Proporción de la demanda de barros para el ítem  $i$  respecto de la demanda total de barros para la familia  $f$

$D_i / D_f$ : Proporción de la demanda del ítem  $i$  respecto de la demanda total de la familia  $f$

$M_{jk}^f$ : Elementos de la matriz de transición entre operaciones correspondiente a los productos de la familia  $f$

En tanto la columna “Norma” resulta de:

$$Norma_j^f = \sum_{k=1}^m M_{jk}^f$$

Para entender mejor el armado de la matriz  $M_{jk}^f$  se ejemplifica a continuación para cuatro filas de la matriz correspondiente a la familia  $f=MS$ , la Fila 6A, 1A, 4A y la 10A.

Los ítems de MS pueden iniciar el proceso por la operación 6A o por la operación 1A.

a) Fila 6A: Notar que los ítems de la familia MS que habiendo ingresado al proceso por la operación 6A se trasladan hasta la operación 4A son el N° 805 y el N° 818 (Ver Tabla 1).

Con la fórmula (1) y los datos de Tabla 1:

$$M_{6A,4A}^{MS} = 0,046 \times (1 - 0,002) + 0,13 \times (1 - 0,002) = 0,1759$$

El elemento siguiente es el  $M_{6A,10A}^{MS}$ , corresponde al ítem N° 708:

$$M_{6A,10A}^{MS} = 0,371 \times (1-0,002) = 0,3705$$

Dado que ningún ítem pasa directamente de la operación 6A al inventario (I), sólo resta calcular el componente de defectuosos de la operación con la fórmula (4):

$$M_{6A,S}^{MS} = (0,371 + 0,046 + 0,13) \times 0,002 = 0,0011$$

b) Fila 1A: El proceso es igual al anterior y es la otra entrada al proceso, en donde los ítems que habiendo ingresado por la operación 1A se trasladan hacia la operación 4A son el N° 716, N° 887, N° 900 y N° 901.

Con la fórmula (1) y los datos de Tabla 1

$$M_{1A,4A}^{MS} = 0,192 \times (1-0,002) + 0,087 \times (1-0,002) + 0,116 \times (1-0,002) + 0,058 \times (1-0,002) = 0,4516$$

En tanto que ningún ítem pasa directamente de la operación 1A al inventario (I), sólo resta calcular el componente de defectuosos de la operación con la fórmula (4):

$$M_{1A,S}^{MS} = (0,192 + 0,087 + 0,116 + 0,058) \times 0,002 = 0,0009$$

c) Fila 4A: El proceso es igual al anterior. Primero se corrobora que exista adyacencia entre las operaciones, luego se elige la fórmula a emplear y finalmente se reemplaza an los valores de las variables por los datos de la Tabla 1.

En este caso debe emplearse la fórmula (2) puesto que la operación 4A se realiza sobre una pieza cortada individualmente, no sobre un barrote como ocurrió con la operación 6A ó 1A.

$$M_{4A,2C}^{MS} = (0,213 + 0,064 + 0,064 + 0,043) \times (1 - 0,008) = 0,3799$$

$$M_{4A,9A}^{MS} = (0,043 + 0,096) \times (1 - 0,008) = 0,1372$$

En este caso no habrá ningún ítem que pase directamente de la operación 4A al inventario. En consecuencia sólo resta calcular la componente de “scrap”. Para ello debe emplearse en este caso la fórmula (5).

$$M_{4A,S}^{MS} = (0,213 + 0,064 + 0,064 + 0,043 + 0,043 + 0,096) \times 0,008 = 0,0042$$

d) Fila 10A: El proceso es igual al anterior. Primero se corrobora que exista adyacencia entre las operaciones, luego se elige la fórmula a emplear y finalmente se reemplaza an los valores de las variables por los datos de la Tabla 1.

En este caso debe emplearse la fórmula (1) puesto que la operación 10A se realiza sobre un barrote y no sobre un ítem como ocurrió con la operación 4A.

$$M_{10A,11A}^{MS} = (0,371) \times (1 - 0,0001) = 0,3712$$

En este caso no habrá un ítem que pase directamente de la operación 10A al inventario. En consecuencia sólo resta calcular la componente de “scrap”. Para ello debe emplearse en este caso la fórmula (4).

$$M_{10A,S}^{MS} = 0,371 \times 0,0001 = 0,000037$$

El procedimiento se realiza de manera análoga para todas las filas restantes.

Lo que se ha logrado hasta aquí es una matriz cuadrada, la Tabla 2, cuyos elementos dan una idea de la frecuencia porcentual con que un ítem “apreñado” de una familia determinada, transita por el conjunto de las operaciones posibles para esa familia. Sin embargo no es posible sostener aún que lo que se tenga en mano sean probabilidades de paso de un estado a otro (donde cada operación es un estado posible que afecte al ítem “apreñado”).

Esta última columna en la Tabla 2, la columna “Norma”, que no es más que el valor de la suma de los elementos de una misma fila, permite normalizar los valores de la matriz para transformarlos, en probabilidades de pasaje de un estado a otro del proceso. Para ello se dividen todos los valores de cada fila por el valor “Norma” correspondiente a la misma, y el resultado de este procedimiento será que la suma por fila de los valores obtenidos se hace igual a la unidad.

La Tabla 3 muestra el resultado del cálculo de normalización para la familia MS de productos, o matriz  $P_{jk}^f$  de Markov. Vale aclarar en este punto que el conjunto de estados está formado por S, I, 2A, 2B, 4A, 6A, 9A, 9B, 10A, 11A, 12A, 14A. Los dos primeros son absorbentes (recurrentes irreducibles de un solo elemento) y el resto son estados transientes.

Puede apreciarse como la columna que representa la suma de los valores de una fila, columna “Suma”, posee valor uno para todos los casos.

En consecuencia, se ha hallado lo que se pretendía, la matriz de probabilidades de cambio de estado para esta familia de productos, donde cada estado representa alguna de las operaciones involucradas en la producción de los ítems pertenecientes a la familia MS ó su descarte ó su disposición en inventario. Un supuesto importante, sin demostración, es la ausencia de memoria del proceso, lo cual no representa una restricción fuerte, si se tiene en cuenta que cada etapa posterior no está influenciada por las operaciones previas aplicadas sobre los ítems en proceso, excepto por la actualmente en consideración.

La Tabla 4 presenta una matriz donde se han resumido, para las operaciones involucradas en la familia de productos MS, los tiempos de traslado entre las operaciones que están presentes en la ruta de manufactura de la familia. Ella muestra sólo aquellos tiempos que serán relevantes para el cálculo del tiempo total de procesamiento de un ítem de la familia

Se calcula a continuación la matriz  $R_{jk}$  que representa el “número promedio de visitas al estado  $k$  partiendo inicialmente del estado  $j$ ” cuyos valores se observan en la Tabla 5 correspondientes a la cadena de Markov asociada a la familia MS a través de la matriz de Markov que modela el proceso de manufactura de la misma, y que fuera expuesta en la Tabla 3.

$$TM^f = \underbrace{\sum_{v \in m^f} \left[ \sum_{j \in n^f} [\mu_v^f \times R_{vj}^f \times Top_j^f] \right]}_{\text{Término de tiempos de procesamiento}} + \underbrace{\frac{\sum_{j \in n^f} \sum_{i \in s(j)} [N_i^f \times P_{ji}^f \times Tr_{ji}^f] + \sum_{v \in m^f} [N_B^f \times \mu_v^f \times Tr_{Bv}^f]}{L^f}}_{\text{Término de tiempos de traslado}} \quad (6)$$

donde:

$m^f$ : Conjunto de posibles primeras operaciones o estados iniciales para la familia  $f$ .

$v$ : Elemento del conjunto  $m^f$ .

$n^f$ : Conjunto de las operaciones que se realizan en la familia  $f$ . El conjunto  $n^f$  sólo contiene a aquellos estados que son transientes dentro del conjunto de estados posibles para cada familia. Es decir, los estados S e I quedan excluidos del conjunto  $n^f$  en todos los casos.

$j$ : Elemento del conjunto  $n^f$ .

$i$ : Conjunto de estados posibles en el sector mecanizado para la familia  $f$  exceptuando el estado S o “scrap”. Es decir, es el conjunto  $n^f$  más los estados I (inventario) y B (depósito de barrotes).

$\mu_v^f$ : Vector de probabilidad de estado inicial para la familia  $f$ . Cuando existen múltiples estados iniciales  $v$  éste vector da la probabilidad de que ocurra uno u otro.

$Top_j^f$ : Tiempo total de procesamiento por unidad para cada operación  $j$  de la familia  $f$ , medido en segundos por unidad (incluye tiempo de “setup”, tecnológico y de “changeover”)

$s_j$ : Conjunto de operaciones o estados que son potencialmente sucesoras de la operación  $j$ . Se hace la diferenciación entre estados y operaciones puesto que la permanencia en inventario no es una operación sino más bien un estado.

$P_{jk}^f$ : Probabilidad de pasaje desde la operación  $j$  hacia la operación o estado adyacente  $k$  para la familia  $f$ . Es un elemento de la matriz de Markov asociada a la familia  $f$  para los elementos correspondientes a la intersección de los conjuntos  $j$  y  $k$ , y un valor nulo en todo otro caso.

$Ttr_{jk}^f$ : Tiempo de traslado desde la operación  $j$  hasta la operación o estado  $k$  para la familia  $f$ , medido en segundos por viaje.

$Ttr_{Bv}^f$ : Es el tiempo de traslado de los barrotos desde su depósito en *Fundición* hasta las potenciales primeras operaciones de la familia  $f$ , medido en segundos por viaje. Los mismos resultan ajenos a la matriz  $Ttr_{jk}^f$  puesto que el estado B no está contenido en el conjunto  $j$ .

$L^f$ : Tamaño apreñado de lote de la familia  $f$ , definido por la expresión dada en (6)

$$L^f = \sum_{i=1}^{n^f} l_i^f \times Demanda\ anual_i / \sum_{i=1}^{n^f} Demanda\ anual_i \quad (6)$$

siendo  $l_i^f$  el tamaño del lote a ser transportado para la familia  $f$  en el momento en que se encuentra en el estado  $i$ .

$N_i^f$ : Número de viajes que deberán realizarse hasta el estado  $i$  para lograr mover todo el material representativo de un lote de la familia  $f$ . Puesto que el material es trasladado manualmente en recipientes, pero sin asistencia mecánica, se asume que la carga máxima que deberá transportar el operador es de 20 kg. En consecuencia  $N_i^f$  puede calcularse a través de la expresión dada por la fórmula (7):

$$N_i^f \left[ \frac{viajes}{lote} \right] = \left[ l_i^f \left[ \frac{unid}{lote} \right] \times W_i^f \left[ \frac{kg}{unid} \right] / 20 \left[ \frac{kg}{viajes} \right] \right] \quad (7)$$

siendo  $W^f$  el peso de la unidad transportada.

Para simplificar el cálculo del número de viajes se considerará, para todas las familias  $f$ , que sólo en las operaciones 1A, 6A y 10A se transportan los barrotos correspondientes a la familia  $f$ , mientras que en todas las demás se transportarán piezas cuyo peso corresponde al peso de la unidad de la familia en cuestión, salvo en aquellas operaciones que se ejecutan sobre dos piezas en simultáneo donde el peso considerado corresponderá a dos unidades.

Ejemplo de cálculo para la familia MS:

**i) Datos**

$m^{MS}$ : [6A, 1A] (Ver Tabla 1)

$n^f$ : [1A, 2C, 3A, 4A, 6A, 9A, 9B, 10A, 11A, 12A, 12B, 13A, 14A]

(Ver Tabla 1)

$$\mu_v^{MS} : [\mu_{6A}^{MS}, \mu_{1A}^{MS}] = [0,383 ; 0,617]$$



$$Top_j^{MS} = [40,8 ; 55,4 ; 28,0 ; 22,4 ; 44,2 ; 64,4 ; 18,2 ; 14,5 ; 12,6 ; 5,7 ; 11,5 ; 4,8 ; 4,9] \text{ [sep/unidad]}$$

$$s_j: \quad s_{1A} = \{4A\} ; s_{2C} = \{3A, 9B\} ; s_{3A} = \{12A\} ;$$

$$s_{4A} = \{2C, 9A\} ; s_{6A} = \{4A, 10A\} ; s_{9A} = \{3A\} ; s_{9B} = \{12A, 12B\} ;$$

$$s_{10A} = \{11A\} ; s_{11A} = \{2C\} ; s_{12A} = \{14A\} ; s_{12B} = \{13A\} ; s_{13A} = \{12A\}$$

$$s_{14A} = \{I\}$$

$$P_{jk}^{MS} : \text{Ver Tabla 3}$$

$$Ttr_{jk}^{MS} : \text{Ver Tabla 6}$$

$$Ttr_{Bv}^{MS} : Ttr_{B,1A}^{MS} = 40,2 \text{ [sep/viaje]}$$

$$Ttr_{B,6A}^{MS} = 24,0 \text{ [sep/viaje]}$$

$$L^{MS} = 1036 \text{ [unid/lote]}$$

## ii) Cálculos

### 1. Cálculo del término de tiempos de procesamiento.

$$\text{Tiempo de procesamiento}^{MS} = \sum_{v \in n^{MS}} \left[ \sum_{j \in n^{MS}} \left[ \mu_v^{MS} \times R_{vj}^{MS} \times Top_j^{MS} \right] \right]$$

$$\begin{aligned} \text{Tiempo de procesamiento}^{MS} &= \\ &= \mu^{MS(1A)} \\ &= \{0,383 \times \\ &\quad \times [1 ; 0,7274 ; 0,4059 ; 0,9980 ; 0 ; 0,2627 ; 0,5831 ; 0 ; 0 ; 0,9880 ; 0,1794 ; \\ &\quad 0,1785 ; 0,9879] \cdot \\ &\quad \cdot [40,8 ; 55,4 ; 28,0 ; 22,4 ; 44,2 ; 64,4 ; 18,2 ; 14,5 ; 12,6 ; 5,7 ; 11,5 ; 4,8 ; 4,9] \\ &\quad \text{[sep/unid]} \} + \\ &+ \mu^{MS(6A)} \\ &+ \{0,617 \times \\ &\quad \times [0 ; 0,9054 ; 0,2631 ; 0,3212 ; 1 ; 0,0845 ; 0,7258 ; 0,6768 ; 0,6767 ; 0,9877 ; \\ &\quad 0,2233 ; 0,2222 ; 0,9876] \cdot \\ &\quad \cdot [40,8 ; 55,4 ; 28,0 ; 22,4 ; 44,2 ; 64,4 ; 18,2 ; 14,5 ; 12,6 ; 5,7 ; 11,5 ; 4,8 ; 4,9] \\ &\quad \text{[sep/unid]} \} = \\ &= 158,4 \text{ [sep/unid]} \end{aligned}$$

Notar que el producto entre  $R_{v_j}^{MS}$  y  $Top_j^{MS}$  ha sido resuelto como un producto escalar entre dos vectores. Es decir, se multiplica miembro a miembro y se suman los valores resultantes.

## 2. Cálculo del término de tiempos de traslado.

$$\text{Tiempo de traslado}^{MS} = \frac{\sum_{j \in n^{MS}} \sum_{i \in s(j)} [N_i^{MS} \times P_{ji}^{MS} \times Tr_{ji}^{MS}] + \sum_{v \in m^{MS}} [N_B^{MS} \times \mu_v^{MS} \times Tr_{Bv}^{MS}]}{L^{MS}}$$

En este caso también es posible operar como si se estuviese trabajando con vectores, pero se debe tener mucho cuidado. Por ejemplo, el primer término del cociente mostrado en la fórmula puede ser resuelto, para cada valor de  $j \in n^{MS}$ , haciendo primero el producto vectorial entre  $P_{ji}^{MS}$  y  $Tr_{ji}^{MS}$  y luego multiplicando escalarmente por el vector  $N_i^{MS}$ . En tanto que el segundo término del cociente se resuelve, para cada  $v \in m^{MS}$ , calculando primero el producto entre  $\mu_v^{MS}$  y  $Tr_{Bv}^{MS}$  y luego multiplicando el resultado por  $N_B^{MS}$ .

$$\begin{aligned} \text{Tiempo de traslado}^{MS} = & \\ & N^{MS(1A)} \\ & = \{ 12 [\text{viaje/lote}] \times & P^{MS(1A,i)} \\ & \times [0; 0; 0; 0; 0; 0,9980; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0] \cdot & Tr^{MS(1A,i)} \\ & \cdot [0; 0; 0; 0; 0; 16,3; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0] [\text{seg/viaje}] \} + \\ & N^{MS(2C)} \\ & + \{ 4 [\text{viaje/lote}] \times & P^{MS(2C,i)} \\ & \times [0; 0; 0; 0; 0,1973; 0; 0; 0; 0,8017; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0] \cdot & Tr^{MS(2C,i)} \\ & \cdot [0; 0; 0; 0; 0; 6,3; 0; 0; 0; 14,3; 0; 0; 0; 0; 0; 0] [\text{seg/viaje}] \} + \\ & N^{MS(3A)} \\ & + \{ 4 [\text{viaje/lote}] \times & P^{MS(3A,i)} \\ & \times [0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0,9998; 0; 0; 0; 0; 0] \cdot & Tr^{MS(3A,i)} \\ & \cdot [0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 14,8; 0; 0; 0; 0] [\text{seg/viaje}] \} + \\ & N^{MS(4A)} \\ & + \{ 4 [\text{viaje/lote}] \times & P^{MS(4A,i)} \\ & \times [0; 0; 0; 0,7288; 0; 0; 0; 0,2632; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0] \cdot & Tr^{MS(4A,i)} \\ & \cdot [0; 0; 0; 9,5; 0; 0; 0; 11,3; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0] [\text{seg/viaje}] \} + \\ & N^{MS(6A)} \\ & + \{ 12 [\text{viaje/lote}] \times & P^{MS(6A,i)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times [0; 0; 0; 0; 0; 0,3212; 0; 0; 0; 0,6768; 0; 0; 0; 0; 0] \cdot \\
& \cdot [0; 0; 0; 0; 0; 7,9; 0; 0; 0; 14,9; 0; 0; 0; 0; 0] \text{ [se\$/viaje]} + \\
& + \{4 \text{ [viaje/lote]} \times \\
& \times [0; 0; 0; 0; 0,9990; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0] \cdot \\
& \cdot [0; 0; 0; 0; 12,2; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0] \text{ [se\$/viaje]} + \\
& + \{4 \text{ [viaje/lote]} \times \\
& \times [0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0,6922; 0,3077; 0; 0] \cdot \\
& \cdot [0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 15,7; 15,7; 0; 0] \text{ [se\$/viaje]} + \\
& + \{12 \text{ [viaje/lote]} \times \\
& \times [0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0,9999; 0; 0; 0; 0] \cdot \\
& \cdot [0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 3,0; 0; 0; 0] \text{ [se\$/viaje]} + \\
& + \{4 \text{ [viaje/lote]} \times \\
& \times [0; 0; 0; 0,9920; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0] \cdot \\
& \cdot [0; 0; 0; 9,8; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0] \text{ [se\$/viaje]} + \\
& + \{4 \text{ [viaje/lote]} \times \\
& \times [0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0,9999] \cdot \\
& \cdot [0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 29,9] \text{ [se\$/viaje]} + \\
& + \{4 \text{ [viaje/lote]} \times \\
& \times [0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0,9950; 0] \cdot \\
& \cdot [0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 4,3; 0] \text{ [se\$/viaje]} + \\
& + \{4 \text{ [viaje/lote]} \times \\
& \times [0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0,9999; 0; 0; 0] \cdot \\
& \cdot [0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 4,3; 0; 0] \text{ [se\$/viaje]} + \\
& + \{4 \text{ [viaje/lote]} \times \\
& \times [0,9950; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0] \cdot \\
& \cdot [0; 7,5; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0] \text{ [se\$/viaje]} + \\
& + \{ (12 \text{ [viaje/lote]} \times 0,3830 \times 40,2 \text{ [se\$/viaje]}) \\
& + (12 \text{ [viaje/lote]} \times 0,6170 \times 24,0 \text{ [se\$/viaje]}) \} / 1036 \text{ [unid/lote]} =
\end{aligned}$$

= 1.2 [seg/unid]

3. Cálculo del tiempo de mecanizado por unidad del ítem “aparejado” representante de la familia MS.

$$TM^{MS} = \text{Tiempo de procesamiento}^{MS} + \text{Tiempo de traslado}^{MS} = \\ = 158,4 \text{ [seg/unid]} + 1,2 \text{ [seg/unid]} = 159,6 \text{ [seg/unid]}$$

Este procedimiento se podría repetir para cada una de las siete familias que se conformaron en el caso de estudio y que por razones de síntesis solo fue desarrollado para la familia MS. Una metodología análoga, con leves modificaciones se aplicaría, si, en lugar de el tiempo ponderado para un ítem “aparejado”, se quisiese calcular su costo ponderado de producción, el consumo promedio de servicios (electricidad, combustible, etc) y/o mano de obra.

### 3 Conclusiones

Se ha desarrollado un procedimiento sistemático, computacionalmente implementable, para el cálculo de parámetros ponderados tecnológicos y/o económicos en una empresa metalmecánica a los efectos de ser utilizados tanto en la planificación de la producción, en la predicción de requerimientos de insumos, mano de obra, materias primas, servicios, equipos como en un costeo más acorde en términos del circuito complejo que siguen los múltiples artículos manufacturados demandados en los diferentes pedidos recibidos. Por otra parte, el método propuesto permite fácilmente la inclusión en este estudio de nuevos artículos y/o la exclusión de aquellos que quedan fuera de mercado en el tiempo.

### References

1. Feldman, R.M., Valdez-Flores, C. : Applied Probability & Stochastic Processes. Springer (2009)
2. Supply Chain Management Review, Vitasek, K., <http://www.scmr.com> (2005)

**Table 1. Matriz que detalla los datos operativos de la familia MS en el sector de Mecanizado**

Item		Características del producto				Datos de demanda				Máquinas																					
		Nº	Ø exterior [mm]	Largo base [mm]	NºB [unidad/mm]	D <sub>1</sub> [mm]	D <sub>hi</sub> [mm]	D <sub>hi</sub> D <sub>af</sub>	D <sub>hi</sub> D <sub>af</sub>	1	2	3	4	6	9	10	11	12	13	14											
MS	708	25,4	38	7	18250	2608	0,371	0,479	S	2C	S	3A	S	4A	S	6A	S	9A	S	9B	S	10A	S	11A	S	12A	S	13A	S	14A	S
MS	716	32	46	6	8111	1352	0,192	0,213	S	1A	S	2C	S	3A	S	4A	S	6A	S	9A	S	9B	S	10A	S	11A	S	12A	S	13A	S
MS	805	25,4	50,8	5	1622	325	0,046	0,043	S	1A	S	2C	S	3A	S	4A	S	6A	S	9A	S	9B	S	10A	S	11A	S	12A	S	13A	S
MS	818	25,4	63,5	4	3650	913	0,130	0,096	S	1A	S	2C	S	3A	S	4A	S	6A	S	9A	S	9B	S	10A	S	11A	S	12A	S	13A	S
MS	887	30	70	4	2433	609	0,087	0,064	S	1A	S	2C	S	3A	S	4A	S	6A	S	9A	S	9B	S	10A	S	11A	S	12A	S	13A	S
MS	906	30	80	3	2433	812	0,116	0,064	S	1A	S	2C	S	3A	S	4A	S	6A	S	9A	S	9B	S	10A	S	11A	S	12A	S	13A	S
MS	901	30	70	4	1622	406	0,058	0,043	S	1A	S	2C	S	3A	S	4A	S	6A	S	9A	S	9B	S	10A	S	11A	S	12A	S	13A	S
Total					38921	7025																									

**Table 2. Matriz  $M_{jk}^f$  resumida de operaciones para la familia MS.**

	S	I	1A	2C	3A	4A	6A	9A	9B	10A	11A	12A	13A	14A	Norma
S	1.0000														1.000
I		1.0000													1.000
1A						0.4516									0.453
2C					0.1700				0.6908						0.862
3A												0.3084			0.308
4A								0.1372							0.321
6A										0.3705					0.547
9A					0.1382										0.138
9B												0.4787	0.2127		0.692
10A											0.3712				0.371
11A							0.4749								0.479
12A															1.000
12B													0.2117		0.213
13A												0.2127			0.213
14A		0.9950													1.000

**Table 3.** Matriz  $P'_k$  resumida de Markov para la familia MS.

	S	I	1A	2C	3A	4A	6A	9A	9B	10A	11A	12A	12B	13A	14A	Suma
S	1.0000															1.000
I		1.0000														1.000
1A	0.0020				0.9980											1.000
2C	0.0010			0.1973				0.8017								1.000
3A	0.0002											0.9998				1.000
4A	0.0080			0.7288			0.2632									1.000
6A	0.0020				0.3212				0.6768							1.000
9A	0.0010				0.9990											1.000
9B	0.0001										0.6922	0.3077				1.000
10A	0.0001									0.9999						1.000
11A	0.0080			0.9920												1.000
12A	0.0001														0.9999	1.000
12B	0.0050													0.9950		1.000
13A	0.0001											0.9999				1.000
14A	0.0050	0.9950														1.000

**Table 4.** Valores posibles de tiempo de traslado en la familia MS sep/viaje.

	B	I	1A	2C	3A	4A	6A	9A	9B	10A	11A	12A	12B	13A	14A
B			40.2				24.0								
I															
1A						16.3									
2C					6.3				14.3						
3A												14.8			
4A				9.5				11.3							
6A						7.9				14.9					
9A					12.2										
9B												15.7	15.7		
10A											3.0				
11A				9.8											29.9
12A														4.3	
12B												4.3			
13A															
14A		7.5													

**Table 5.** Número esperado de visitas a un determinado estado  $R_{jk}^{vis}$ .

S	I	1A	2C	3A	4A	6A	9A	9B	10A	11A	12A	12B	13A	14A
$\infty$														
I	$\infty$													
1A	$\infty$	1.0000	0.7274	0.4059	0.9980		0.2627	0.5831			0.9880	0.1794	0.1785	0.9879
2C	$\infty$		1.0000	0.1973				0.8017			0.9976	0.2466	0.2454	0.9975
3A	$\infty$			1.0000							0.9998	0.0000	0.0000	0.9997
4A	$\infty$		0.7288	0.4067	1.0000		0.2632	0.5843			0.9900	0.1798	0.1789	0.9899
6A	$\infty$		0.9054	0.2631	0.3212	1.0000	0.0845	0.7258	0.6768	0.6767	0.9877	0.2233	0.2222	0.9876
9A	$\infty$			0.9990			1.0000				0.9988			0.9987
9B	$\infty$							1.0000			0.9983	0.3077	0.3061	0.9982
10A	$\infty$		0.9919	0.1957				0.7952	1.0000	0.9999	0.9895	0.2446	0.2434	0.9894
11A	$\infty$		0.9920	0.1957				0.7953		1.0000	0.9896	0.2447	0.2434	0.9895
12A	$\infty$										1.0000			0.9999
12B	$\infty$										0.9949	1.0000	0.9950	0.9948
13A	$\infty$										0.9999		1.0000	0.9998
14A	$\infty$													1.0000

**Table 6.** Tiempos de traslado  $Ttr_{jk}^{vis}$  entre operaciones [sep/viaje]

I	1A	2C	3A	4A	6A	9A	9B	10A	11A	12A	12B	13A	14A
1A				16.3									
2C			6.3				14.3						
3A										14.8			
4A		9.5				11.3							
6A				7.9				14.9					
9A			12.2										
9B										15.7	15.7		
10A									3.0				
11A		9.8											
12A													29.9
12B												4.3	
13A										4.3			
14A	7.5												