

CAPÍTULO 3

Triángulos de velocidades

Arturo Rivetti, Mauricio Angulo y Cecilia Lucino

Definiciones

Para el estudio del escurrimiento dentro del rotor de una bomba consideraremos una turbomáquina del tipo radial como la que se observa en la Fig. 3.1. Las componentes de velocidad y trayectorias del escurrimiento se analizan sobre superficies que cortan al rotor en dirección axial ($z = cte$), meridiana ($\theta = cte$) y tangencial ($r = cte$).

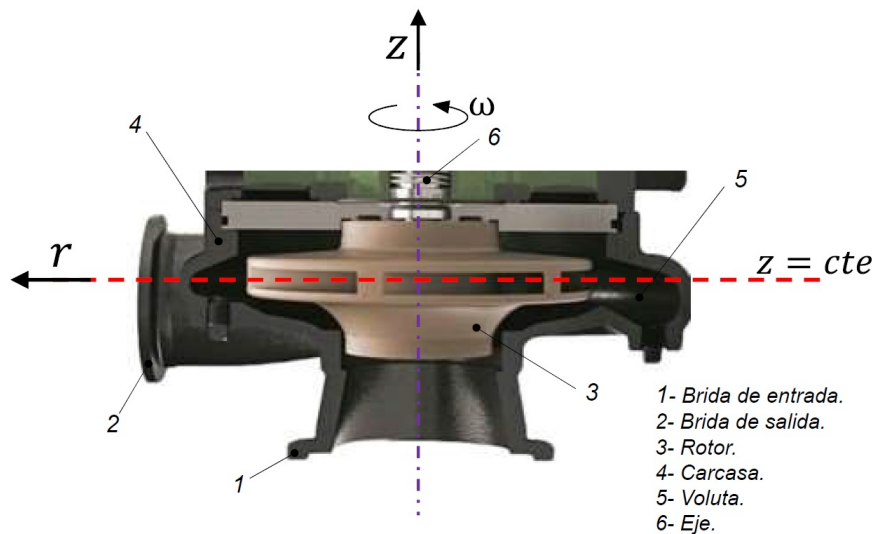


Figura 3.1: Rodete de una bomba radial dentro de la carcasa donde se indican las direcciones axial (z) y radial (r). El eje de giro de la bomba está indicado con una línea punteada magenta y la velocidad de rotación, con el símbolo ω . El plano de corte axial ($z = cte$), que utilizaremos para analizar el flujo dentro de la bomba, está indicado con una línea punteada roja. Los componentes de la bomba están numerados e indicados en la parte inferior derecha

Si el rotor de la bomba gira a una velocidad angular ω , la velocidad tangencial del rotor, que llamaremos \vec{U} , se puede expresar en función del radio a partir de la Ec. 3.1.

$$\vec{U} = \omega \vec{r} = \frac{\pi n}{30} \vec{r} \quad (3.1)$$

Donde ω y n representan la velocidad de rotación, sea expresada en Hz o rpm, respectivamente, y r , el radio.

Para el estudio del escurrimiento del fluido dentro del rotor de la bomba radial, se utiliza el plano normal al eje de rotación que corta al rotor ($z = cte$) y, en menor medida, el plano meridiano ($\varphi = cte$). Ambos cortes se esquematizan en la Fig. 3.2.

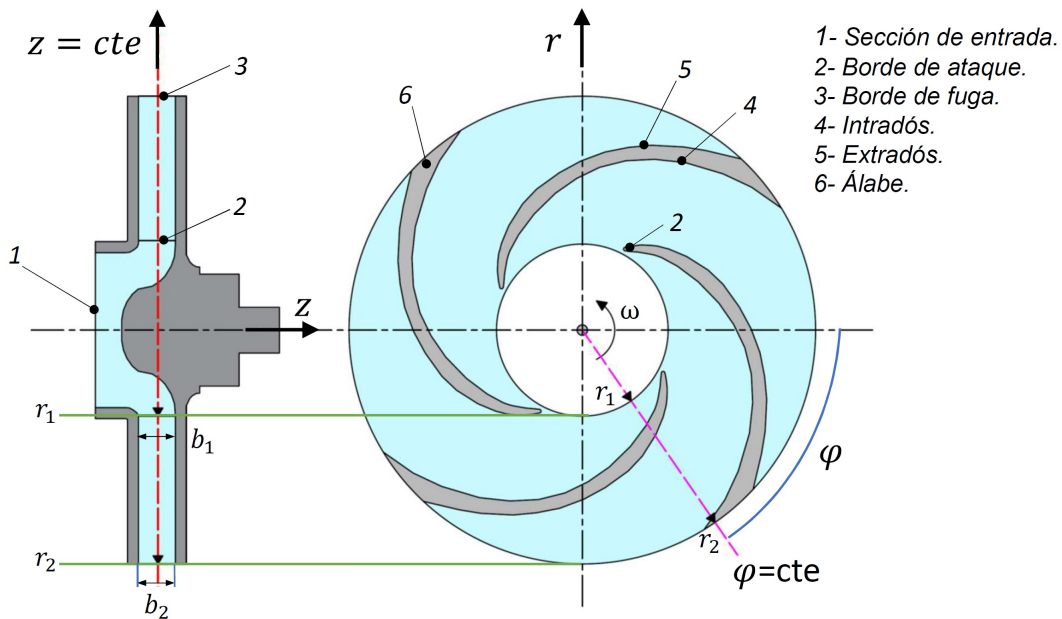


Figura 3.2: Corte meridiano ($\varphi = cte$) (izq.); Corte axial ($z = cte$) (der.). r_1 y r_2 son los radios correspondientes a las secciones de entrada y de salida. Los cortes correspondientes a los planos axial y meridiano se indican con una línea punteada roja y magenta, respectivamente

Para una determinada velocidad angular, la velocidad \vec{U} del rotor varía linealmente con el radio, como todo cuerpo sólido en rotación. La representación de las velocidades, tanto del rotor como del escurrimiento que lo atraviesa, se representa en el plano axial (Fig. 3.3).

Si el rotor gira en sentido antihorario, siendo r_1 y r_2 los radios de entrada y salida, se puede ver que \vec{U}_1 corresponde al radio r_1 y \vec{U}_2 al radio r_2 y se representan perpendiculares al radio.

La trayectoria del flujo que atraviesa el rotor en una turbomáquina hidráulica puede describirse en forma absoluta, es decir: desde una posición de referencia fija externa al rotor; o en forma relativa, desde un sistema de referencia que gira a la misma velocidad que el rotor. Las trayectorias absolutas y relativas están descritas por vectores que indican la velocidad en magnitud, dirección y sentido. Se utilizará para la velocidad absoluta el símbolo \vec{C} y, para la relativa, \vec{W} ; son tales que:

$$\vec{W} = \vec{C} - \vec{U} \quad (3.2)$$

\vec{W} representa cómo se vería la evolución de la trayectoria del flujo desde un punto de observación que gira con la velocidad del rotor. Por lo tanto, solo hay velocidades relativas una vez que el flujo ingresa al rotor y no egrese de este. \vec{C} y \vec{W} tienen su representación en la entrada y salida del rotor, con los subíndices 1 y 2, respectivamente (Fig. 3.3). A la composición vectorial de la Ec. 3.2 se la llama 'triángulo de velocidades', como se representa en la Fig. 3.3. En cada tipo de bomba, según cómo sea su diseño (radial, mixta, diagonal o axial) habrá que identificar la dirección y magnitud que tienen estas velocidades, expresadas a través de sus componentes tangenciales, axiales y radiales. Este triángulo se representa en la entrada del rotor y en la salida.

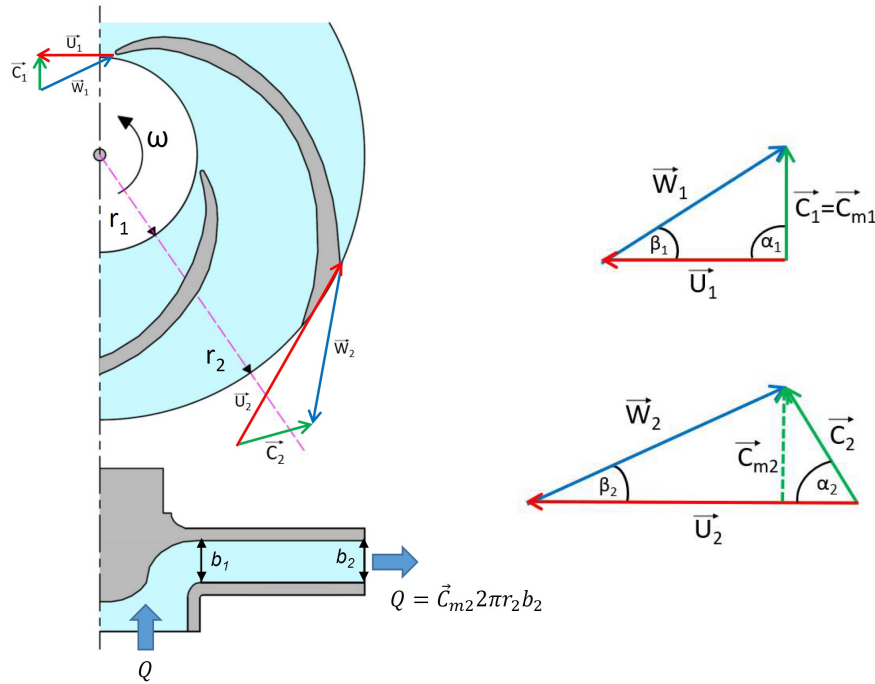


Figura 3.3: Representación de los triángulos de velocidades en una bomba radial: Arriba, izq.: Corte axial del rotor, donde se ubican los triángulos de velocidades a la entrada ($r = r_1$) y a la salida ($r = r_2$); Abajo, izq.: Corte meridiano, donde se indica el sentido del escurrimiento; Der.: Detalle de los triángulos de velocidades en el que se indican los ángulos β y α

Las hipótesis que plantearemos respecto al flujo permiten hacer una representación simplificada de las trayectorias, que se aproxima al comportamiento real de las bombas radiales. Se estipulan las siguientes consideraciones

1. La bomba está funcionando en las condiciones de salto y caudal de diseño; es decir: la condición óptima de guiado del flujo por los álabes, que en la curva $H - Q$ de la bomba es el punto de mayor rendimiento hidráulico;
2. El fluido es ideal: sin viscosidad e incompresible;
3. El escurrimiento es unidimensional; es decir que se corresponde con la situación hipotética de que haya infinitos álabes, de manera que ninguna trayectoria puede ser distinta a las demás.

Bajo tales circunstancias, una trayectoria particular se entiende que es representativa de todas las demás. Para construir el triángulo de velocidades, se necesita conocer sus componentes. Las componentes de la velocidad absoluta \vec{C} son:

\vec{C}_m : Componente meridiana de \vec{C} : es perpendicular a la sección de escurrimiento e indica con qué velocidad se transporta la masa de agua. Su módulo equivale a $|\vec{C}_m| = Q/\Omega$, donde el área Ω es, para el borde de entrada, $\Omega_1 = 2\pi r_1 b_1$ y, para el borde de salida, $\Omega_2 = 2\pi r_2 b_2$, donde b_1 y b_2 son las alturas del borde de entrada y salida, respectivamente.

\vec{C}_u : Componente tangencial de \vec{C} : es perpendicular al radio e indica la presencia de cantidad de movimiento angular. Cuando esta componente es nula, significa que solo hay transporte de masa a velocidad \vec{C}_m .

$\vec{C}_{u1} = \vec{C}_1 \cos \alpha_1$, donde α_1 es el ángulo entre \vec{C}_1 y \vec{U}_1 ; y $\vec{C}_{u2} = \vec{C}_2 \cos \alpha_2$, donde α_2 es el ángulo entre \vec{C}_2 y \vec{U}_2 .

Al representar el triángulo de velocidades en la entrada o salida del rotor, se debe tener en cuenta qué significa cada componente. Para el punto de diseño, la velocidad relativa, \vec{W} , debe ser tangente al álabe en toda su trayectoria, ya que se asume que el perfil del álabe guía al flujo. El ángulo que forma \vec{W} con \vec{U} , β , un ángulo 'físico' o de diseño, que refleja la curvatura del álabe.

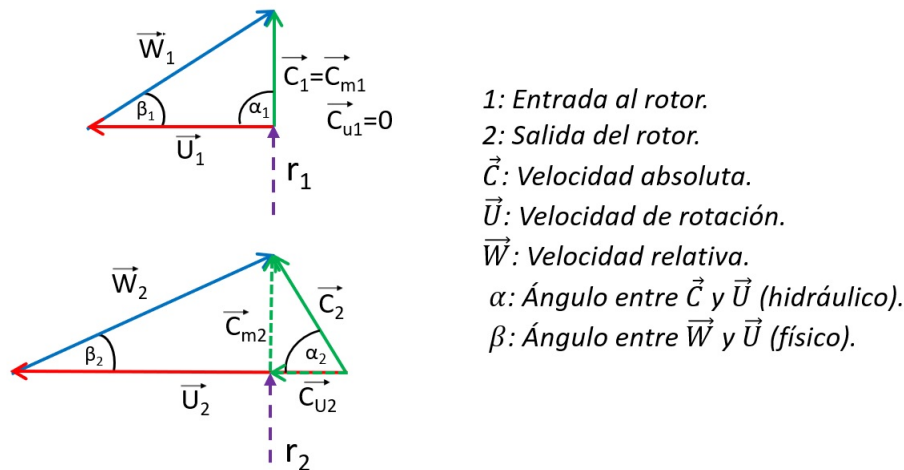


Figura 3.4: Componentes de los triángulos de velocidades a la entrada (1) y salida (2) del rotor de una bomba radial. La componente \vec{C}_{u1} a la entrada del rotor es nula, ya que se asume la hipótesis de que el flujo al ingreso de la bomba está libre de rotación (tubería de succión ideal, libre de perturbaciones)

La componente tangencial \vec{C}_u juega un papel importante en la transformación de energía mecánica en hidráulica (esto se verá más adelante en la ecuación de Euler o ecuación fundamental de las turbomáquinas hidráulicas). En las bombas, se asume la hipótesis de que el flujo ingresa al rodete está libre de componente de rotación ($\vec{C}_{u1} = 0$); es decir que el tramo de tubería de succión es ideal, quedando un triángulo como el que se representa en la Fig. 3.4, en el cual $\alpha_1 = 90^\circ$. La trayectoria absoluta es la sucesión de puntos que vería un observador fijo, externo al rotor, siendo la velocidad absoluta \vec{C} tangente a en cada punto de esta (en verde en la Fig. 3.5). Esta trayectoria es indicativa del cambio de dirección que experimenta la masa de fluido a medida que pasa entre dos álabes del rotor, lo cual se debe a que el rotor le confiere momento angular. Del mismo modo, respecto a un sistema de coordenadas relativo que gira con la velocidad del rodete, la velocidad relativa \vec{W} es tangente en cada punto a la trayectoria relativa (indicada en azul en la Fig. 3.5). En las condiciones óptimas de guiado del escurrimiento, esta trayectoria relativa coincide con la forma del álabe. Más adelante se describirá cómo se desarrolla esta trayectoria punto a punto. El rotor gira en el sentido opuesto al desarrollo de los álabes: obsérvese, en la Fig. 3.5, que el rotor gira en sentido antihorario y que la curvatura de los álabes se desarrolla en sentido horario.

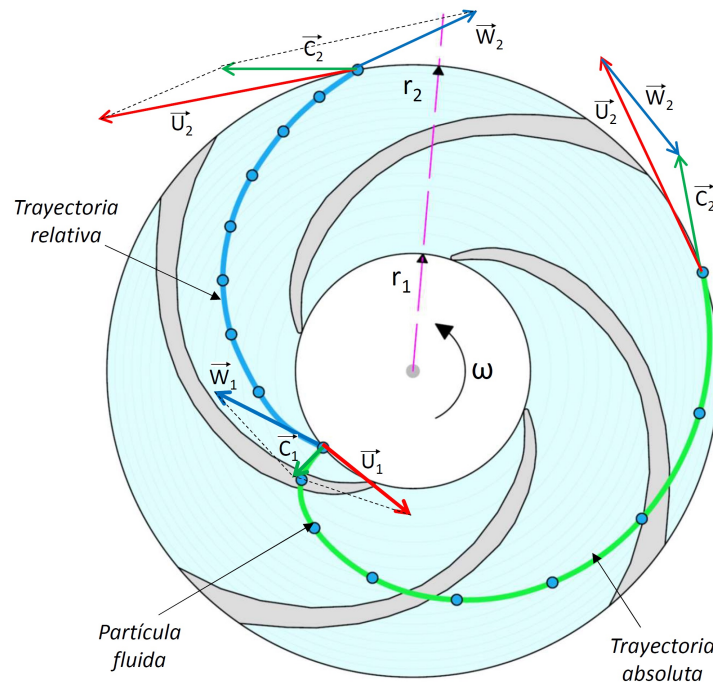


Figura 3.5: Trayectoria absoluta (verde) y relativa (azul) del flujo en el rotor de una bomba radial. En la entrada ($r = r_1$) y la salida ($r = r_2$) se esquematizan los triángulos de velocidades. La velocidad \vec{C} es tangente a la trayectoria absoluta en todo el recorrido, desde 1 a 2. De la misma manera, la velocidad \vec{W} lo es a la trayectoria relativa

Evolución de escurrimiento dentro del rotor

En la secuencia de imágenes que se presentan a continuación (Figs. 3.6, 3.7 y 3.8), en círculos azules se representa la evolución de una partícula fluida desde la entrada (1) hasta la salida (2). La trayectoria absoluta de esta partícula se representa en color verde, vista desde una posición fija exterior, desde que ingresa al rotor hasta que sale de él, a medida que la misma gira con velocidad angular ω constante. La trayectoria relativa de esta partícula se representa en color azul, vista desde una posición que gira con la velocidad del rotor a la velocidad ω .

El desplazamiento angular del rodete para cada paso de tiempo Δt representado es del orden de 17° para este ejemplo. En la Fig. 3.6 se observa la evolución de la partícula fluida desde la posición 1 hasta la posición $(1 + \Delta t)^{r,a}$, donde los superíndices r y a corresponden a la trayectoria relativa y absoluta respectivamente. Por el giro del rodete, en el sistema absoluto, se aprecia un desplazamiento angular del rotor igual a $\Delta\theta = \omega\Delta t$. Para obtener la posición de la partícula luego de que transcurre el tiempo Δt se procede de la siguiente manera: en el sistema relativo (Fig. 3.6, izq.) se traza una curva de trayectoria relativa tangente a los álabes del rotor. La partícula fluida se moverá sobre esta curva desde la entrada (1) hasta la salida del rotor (2). La posición radial, transcurrido el tiempo Δt , se obtiene utilizando la velocidad absoluta meridiana del fluido \vec{C}_m . El desplazamiento radial se obtiene con la fórmula $\Delta r = \Delta t C_{m1}$. De esta manera se obtiene la posición de la partícula $(1 + \Delta t)^r$ en el sistema relativo. En el sistema absoluto (Fig. 3.6, der.) el rotor tiene un desplazamiento angular $\Delta\theta$. La línea de trayectoria y la partícula en $(1 + \Delta t)^r$ no giran. Para obtener la posición de la partícula $(1 + \Delta t)^a$, se procede a rotar la partícula $(1 + \Delta t)^r$

desde el eje de giro en sentido antihorario un ángulo $\Delta\theta$. En la Fig. 3.7, se muestra el mismo procedimiento para dos pasos de tiempo Δt , y en la Fig 3.8, la resolución completa, obteniendo todo el recorrido del fluido, desde la entrada (1) hasta la salida (2). Puede apreciarse que el rodete le proporciona cantidad de movimiento angular ($C_u r$) al flujo en la dirección de giro.

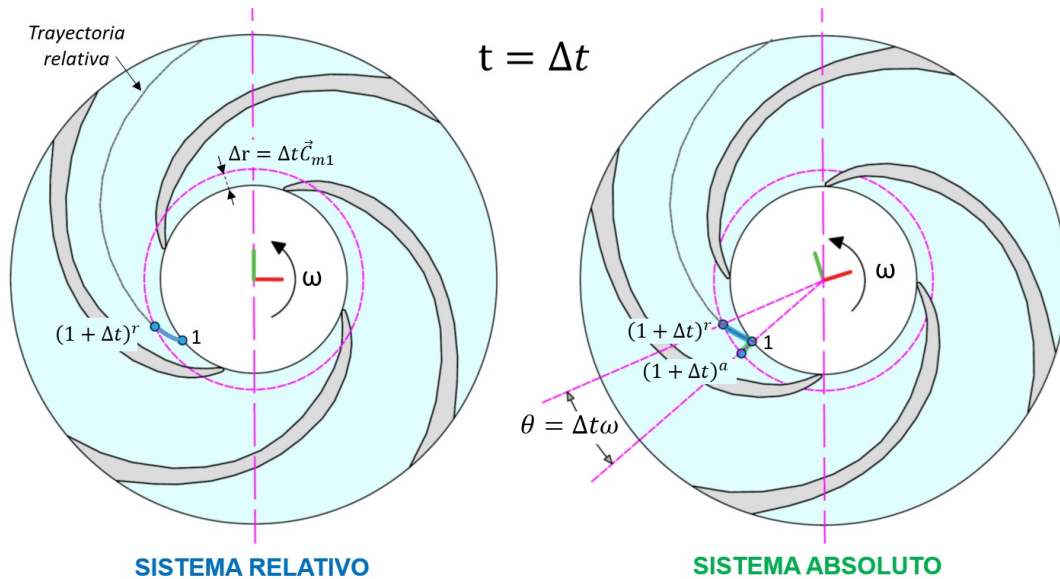


Figura 3.6: Trayectoria de una partícula fluida desde la entrada del rotor hasta una posición correspondiente a un intervalo de tiempo Δt . En el sistema relativo (izq.) la partícula se traslada desde 1 hasta la posición $(1 + \Delta t)^r$. En el sistema absoluto (der.), la partícula se traslada desde 1 hasta la posición $(1 + \Delta t)^a$.

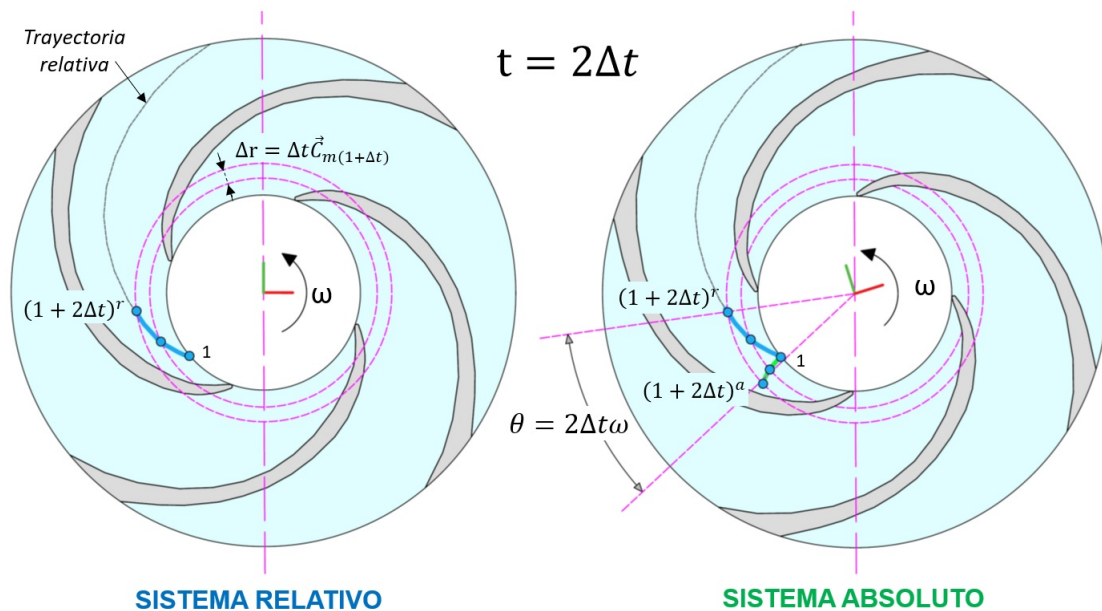


Figura 3.7: Trayectoria de una partícula fluida desde la entrada del rotor hasta una posición correspondiente a un intervalo de tiempo $2\Delta t$. En el sistema relativo (izq.) la partícula se traslada desde 1 hasta la posición $(1 + 2\Delta t)^r$. En el sistema absoluto (der.), la partícula se traslada desde 1 hasta la posición $(1 + 2\Delta t)^a$.

La comparación entre los triángulos de velocidades en las secciones de ingreso y salida del rotor explica los cambios en la dirección y magnitud de las velocidades al atravesarlo. Aquí se está representando el punto de operación 'de diseño', es decir, aquel para el cual se dan

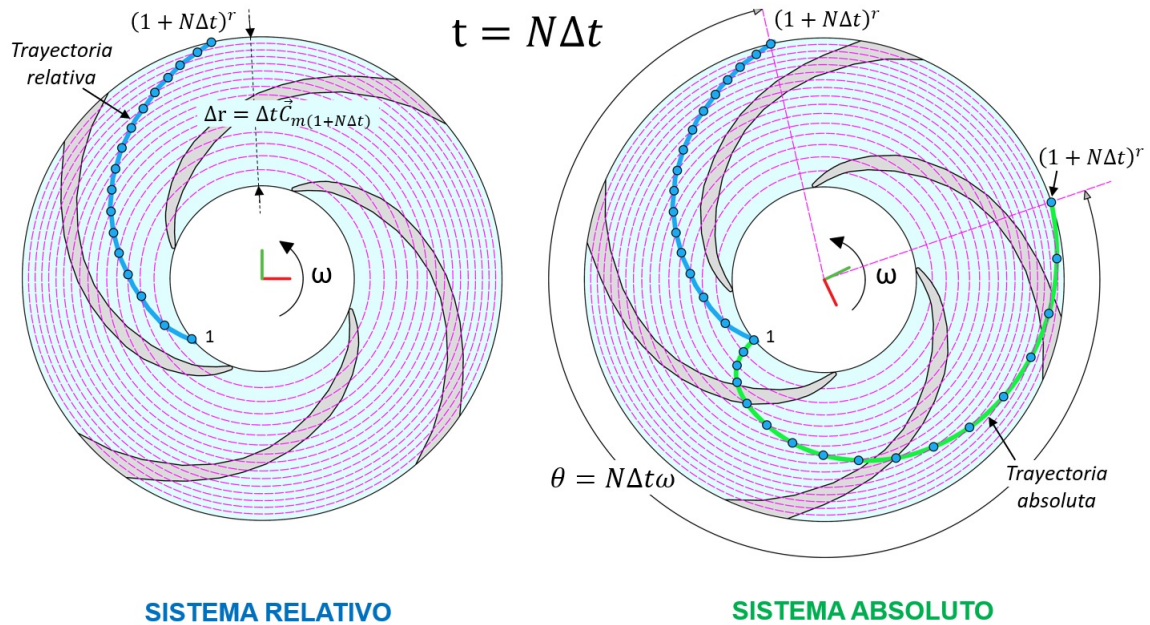


Figura 3.8: Trayectoria de una partícula fluida desde la entrada del rotor hasta la salida, correspondiente a un intervalo de tiempo $N\Delta t$. En el sistema relativo (izq.), la partícula se traslada desde 1 hasta la posición $(1 + N\Delta t)^r$. En el sistema absoluto (der.), la partícula se traslada desde 1 hasta la posición $(1 + N\Delta t)^a$. Para este ejemplo analizado $N = 16$

las condiciones de escurrimiento óptimas, de manera que las descripciones de los triángulos de velocidades realizadas son válidas para esta condición de operación únicamente. Al ser el diámetro de salida mayor que el de entrada, la velocidad tangencial \vec{U} es mayor en la salida que en el ingreso, ya que aumenta linealmente con el radio. Por otra parte, en el ingreso, \vec{C}_1 tiene dirección radial, y es coincidente en dirección y magnitud con \vec{C}_{m1} , la componente meridiana en el ingreso, ya que, en condiciones ideales, se asume que el flujo no tiene componente tangencial. Por último, la dirección de \vec{W} es tangente a la trayectoria relativa en cada punto (trazo azul de la Fig. 3.8) y, por lo tanto, también es tangente al álabe en cada punto, asumiendo la hipótesis de escurrimiento unidimensional.

Escurrimiento ideal y real

Como se ha dicho, las descripciones que se han presentado responden a la hipótesis de fluido ideal y escurrimiento unidimensional, ya que resultan prácticas para caracterizar con sencillez y con suficiente aproximación la mayoría de los aspectos que se necesita conocer para poder manejar adecuadamente la información sobre las bombas, tanto en el tema de selección como de proyecto de instalaciones y diagnóstico general.

Las características del escurrimiento real dan cuenta de la presencia de los efectos friccionales y de las consecuencias del espaciado entre un álabe y otro; téngase en cuenta que la teoría unidimensional implica considerar que hay infinitos álaves por lo cual el guiado es idéntico para cada trayectoria. Esto se ve reflejado en un patrón de trayectorias relativas que no siguen exactamente la geometría de los álaves, como puede verse al comparar las Fig. 3.9a (fluido

real) con la Fig. 3.9b (fluido ideal). Asimismo, en la Fig. 3.9c, se puede ver la distribución de la presión dentro del rodete en general y en el ingreso a un álabe en particular cuando se simula numéricamente para fluido real.

Para describir la afectación de las trayectorias cuando la bomba opera con caudales mayores o menores al de diseño de forma precisa, se debe considerar fluido real. En la Fig. 3.10, se puede apreciar claramente cómo se modifican los campos de presiones y de trayectorias, dando fenómenos locales de desprendimiento (áreas azules en el borde de entrada detalle en las figuras inferiores) en la cara cóncava (intradós) de los álaves para caudales menores al nominal y en la cara convexa (extradós) para caudales mayores al nominal. Estos fenómenos locales, además de introducir pérdidas de carga, inducen la presencia de cavitación cuando las presiones son menores a la presión de vapor.

Si bien es necesario simular el escurrimiento real para obtener las líneas de trayectoria fuera del punto óptimo, en la Fig. 3.11 se observa como el análisis teórico del triángulo de velocidades a la entrada de una bomba radial es de utilidad para explicar la aparición de zonas de desprendimiento y caída local de presión para caudales mayores y menores al óptimo.

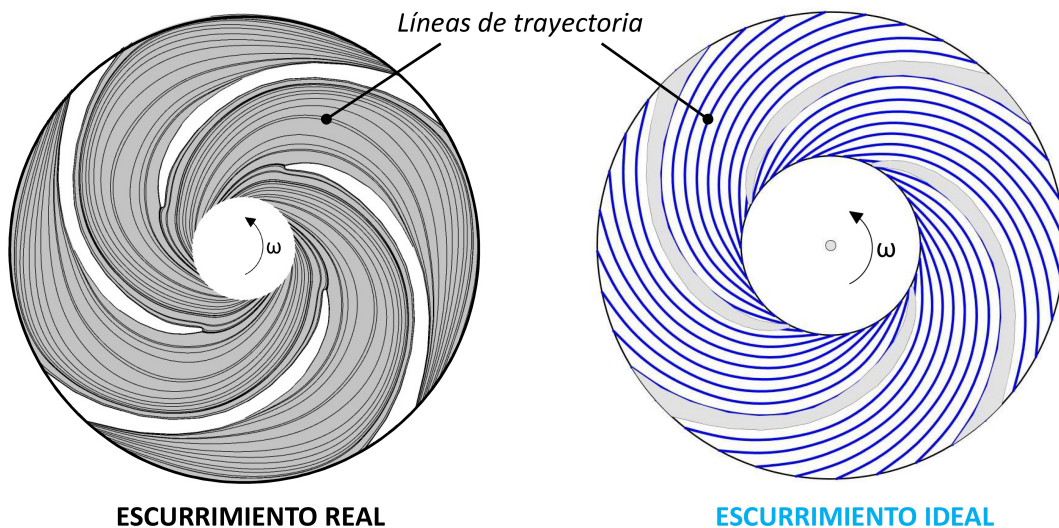


Figura 3.9: Diferencias entre las trayectorias para fluido ideal (izq.) y real (der.)

Relación entre el diseño y las trayectorias del flujo

Recordando que la potencia hidráulica es $P_h = \gamma Q H_u$, se puede observar que, a partir de disponer de una potencia mecánica determinada en el eje, se puede obtener potencia hidráulica con un valor alto del salto —o energía por unidad de peso— y con un caudal reducido (relación H/Q alta), o al revés: se podría impulsar un gran caudal a poco salto (relación H/Q baja). En ambos casos, la potencia sería similar, pero el diseño de las bombas, diferente. En las instalaciones hidráulicas, el primer caso se da cuando hay que sortear grandes desniveles o grandes distancias (de manera que se necesita disipar mucha energía en pérdidas de carga) o ambas a la vez. El segundo, cuando se necesita trasvasar grandes volúmenes de agua en cortas distancias; es el

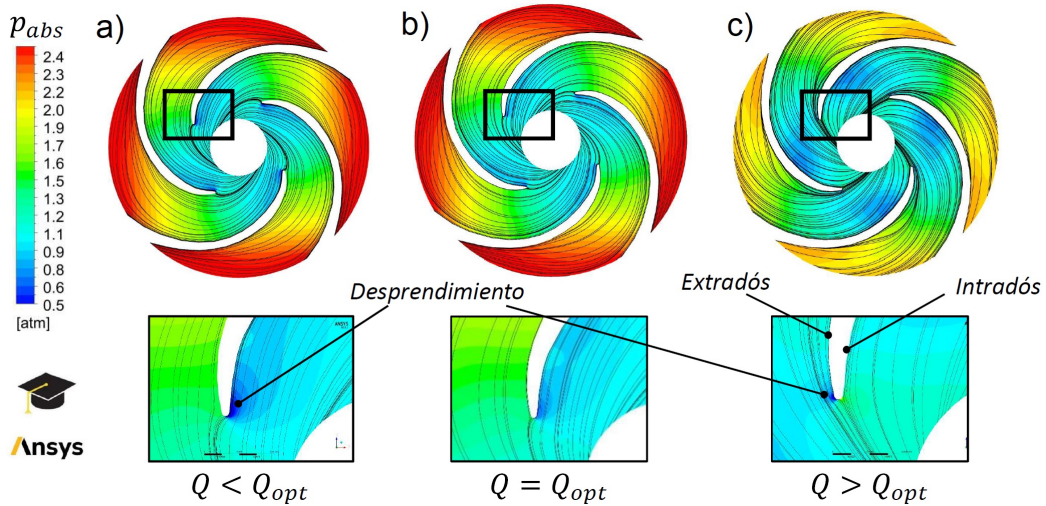


Figura 3.10: Trayectorias relativas y presiones para tres caudales de operación modelados con fluido real (arriba); Detalle del flujo en el borde de ataque de los álabes (abajo). Para caudales menores al óptimo, se observan desprendimientos en la cara da baja presión (intradós) y, para caudales mayores al óptimo, desprendimientos en la zona de baja presión (extradós)

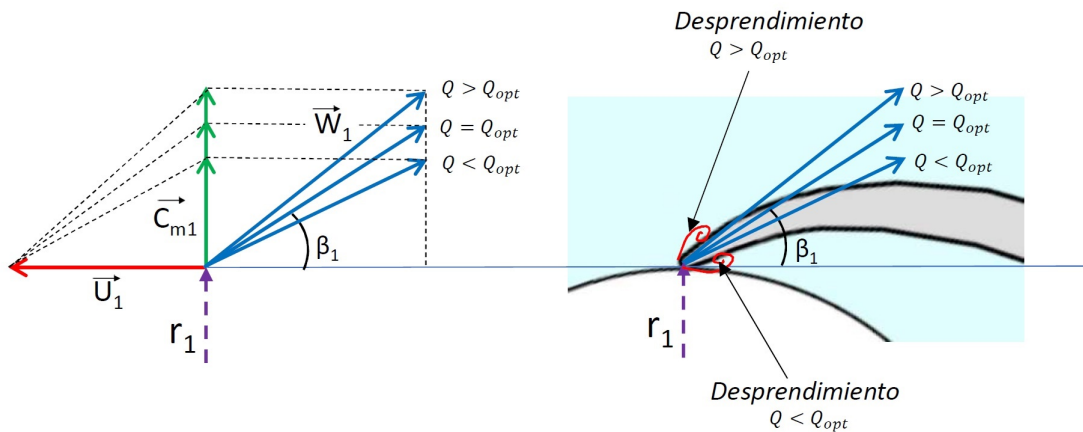


Figura 3.11: Análisis teórico de los triángulos de velocidades en la entrada de un rotor radial para caudales mayores y menores al óptimo. Como $C_{m1} = Q/\Omega = cte$ y $U_1 = \omega r_1 = cte$, \vec{W} deja de ser tangente al borde de ataque para caudales distintos al óptimo y aparecen zonas de desprendimiento

caso de las obras de control de inundaciones. De manera que la magnitud de la potencia no es el indicador adecuado para asociarlo con un diseño (geometría) o un tipo de bomba, sino la relación H/Q para la cual fue desarrollada esa geometría.

En las bombas radiales o centrífugas, aptas para saltos altos en relación al caudal, el rotor tiene un diámetro de salida mayor que el de ingreso. Las secciones de pasaje del flujo son estrechas y evolucionan como conductos divergentes con un desarrollo extendido. Desde el punto de vista de la trayectoria del flujo, si se describe el escurrimiento, en forma simplificada, como unidimensional, esta se desarrolla en superficies que tienen distinta forma y orientación según el diseño. Para un rotor totalmente radial la trayectoria de una línea de corriente se inscribe en un plano radial, perpendicular al eje de rotación (Fig. 3.12a). En la representación de los triángulos de velocidades se tendrá que considerar que la velocidad meridiana es función del área (de ingreso o salida, ya que son diferentes) y que la velocidad tangencial del rotor es función del

radio (de ingreso o salida).

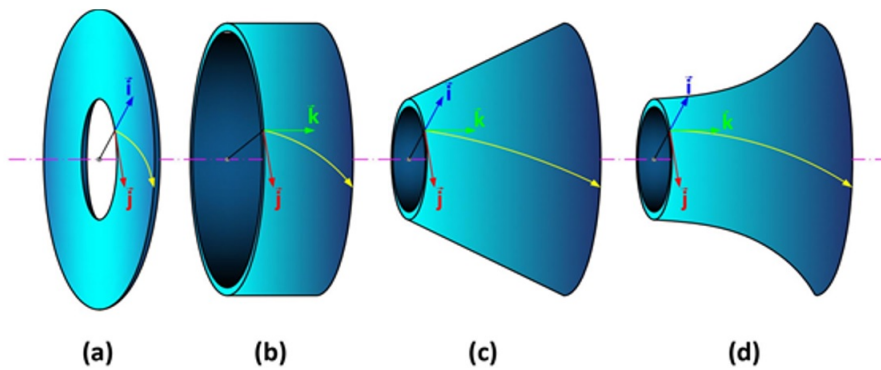


Figura 3.12: Superficie de escurrimiento en bombas a) radiales b) axiales c) diagonales y d) de flujo mixto.

El rotor de una bomba axial, en cambio, está compuesto por una cascada de álabes cortos, de poca curvatura, unidos al cubo central y se monta dentro de una tubería de sección constante por la cual recibirá el caudal en forma de flujo axial (Fig. 3.12b). Aquí el flujo que atraviesa el rotor recibe un empuje por parte del álabe, de la misma manera que lo hace un ala de avión para sustentare en el aire. Del lado cóncavo la presión es mayor que del lado convexo del álabe, y la diferencia de presión entre ambas caras da lugar al empuje.

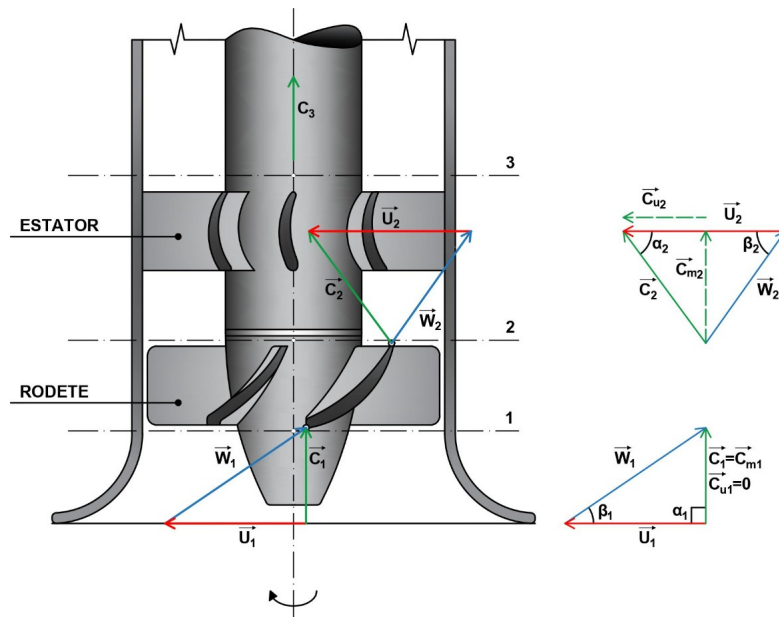


Figura 3.13: Representación simplificada del rotor y difusor de una bomba axial. A la derecha se esquematizan los triángulos de velocidades a la entrada y salida del rotor. U_1 y U_2 tienen la misma magnitud en la entrada (1) y salida (2) del rotor para un mismo radio r .

En el caso de un rotor axial, la trayectoria de una línea de corriente como la indicada en la Fig. 3.12b y la Fig. 3.13 evoluciona en una superficie cilíndrica coaxial con el eje de rotación. Tomando como referencia tres trayectorias: al radio exterior, al radio medio y al radio interior, estas se inscriben en tres cilindros correspondientes a dichos radios. Una manera usual de representar las trayectorias del flujo en los rotores axiales es desplegar estas superficies cilíndricas, ya que son desarrollables, incluyendo en ellas los cortes de los álabes que atraviesan (Fig. 3.14). Se

representa en esta figura la 'cascada de álabes', correspondiente al desarrollo de una sección cilíndrica de un rodete axial, en el que se vuelcan también los triángulos de velocidades de entrada y salida, así como las trayectorias absoluta y relativa del flujo.

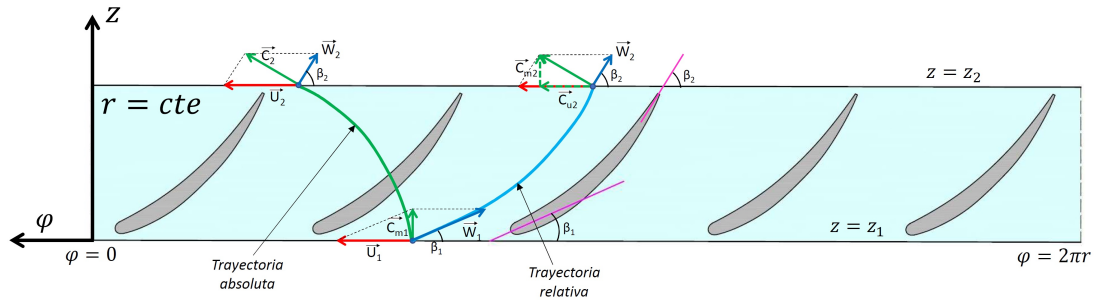


Figura 3.14: Trayectorias relativa y absoluta en una bomba axial para una superficie $r = cte$. Las componentes \vec{C}_{m1} y \vec{C}_{m2} son de la misma magnitud, ya que el caudal Q y las áreas de entrada y salida son iguales. La componente $\vec{C}_{u1} = \vec{0}$, ya que se considera flujo ideal en la succión de la bomba. La componente \vec{C}_{u2} otorga momento cinético en la sección de salida

Esta representación permite apreciar la diferencia en la inclinación de los perfiles a distintos radios. Esta diferencia explica la denominación de 'álabes' en lugar de 'palas' o 'paletas' (si fueran paletas, tendrían todos los perfiles la misma inclinación y geometría). Esta representación es conveniente para distinguir entre las trayectorias relativas y las absolutas.

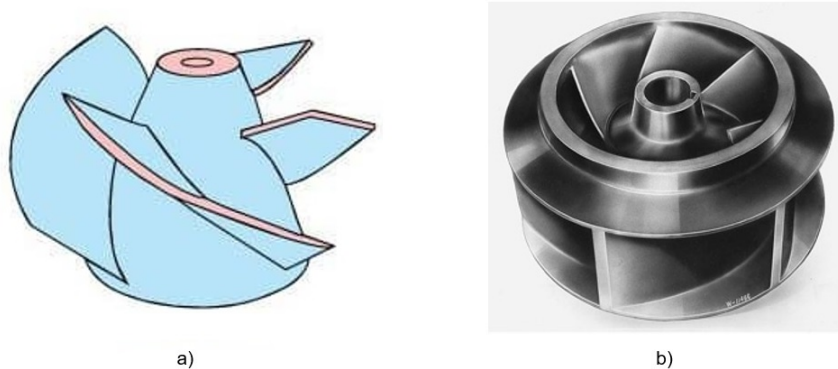


Figura 3.15: Rotor de bomba de flujo mixto: (a) del tipo abierto; (b) del tipo cerrado

En comparación con lo visto para bombas centrífugas, se pueden hacer las siguientes observaciones: en primer lugar, no aparecen fuerzas centrífugas debido al aumento de la velocidad tangencial del rodete, ya que al ser iguales los diámetros de entrada y salida, también lo son las velocidades tangenciales del rodete ($\vec{U}_2 = \vec{U}_1$) para cada línea de corriente, de manera que este efecto no contribuye al salto útil. Por otro lado, no se da el efecto de 'canal divergente' entre un álabe y su consecutivo, que se da en las bombas radiales, por lo cual no hay una ganancia de presión a expensas de una desaceleración del flujo. Por último, la curvatura de los álabes es reducida, por lo que no se da un cambio importante de dirección al flujo. Estos tres factores explican el poco aumento de la presión desarrollado en el rotor y consecuentemente, el bajo salto. A su vez, los canales de escurrimiento amplios, entre un álabe y su consecutivo, explican que son apropiadas para grandes caudales. El distanciamiento entre un álabe y otro favorece el comportamiento del álabe como un 'cuerpo sumergido en una corriente', similar al de los aeroperfiles,

razón por la cual los álabes de este tipo de bombas responden a lo que predice la teoría de la sustentación, que plantea el fenómeno de circulación alrededor del perfil y la aparición de una 'fuerza de sustentación' resultante de la diferencia de presión entre ambas caras, que es la que realiza trabajo con el giro del rodete. En la Fig. 3.13 se puede ver la forma del difusor o estator, ubicado a la salida del rodete, encargado de redireccionar el flujo para que tenga dirección axial.

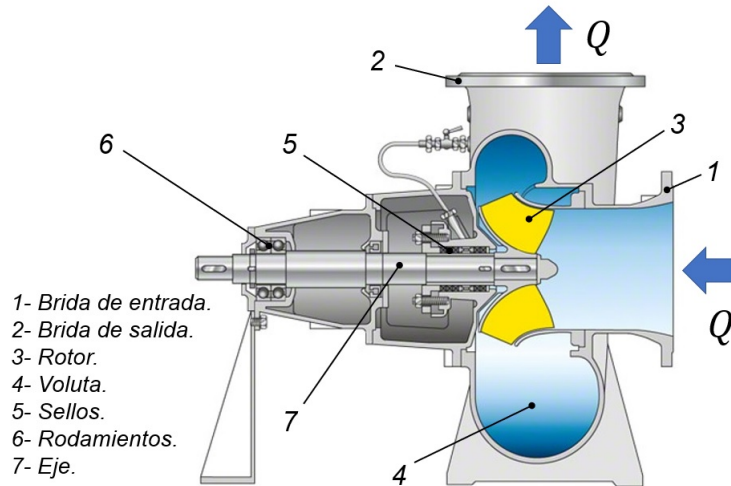


Figura 3.16: Bomba de de flujo mixto en corte. En amarillo se indica el rotor (fuente <https://bit.ly/2QH2VIG>)

Como se mencionó en el Capítulo 1, entre los extremos de los diseños radiales y los axiales se desarrolla toda una gama de diseños llamados 'diagonales y mixtos', que comprenden a todas las formas geométricas para las cuales las trayectorias se inscriben en superficies tridimensionales más complejas. En los casos de flujo mixto la trayectoria pasa de ser preponderantemente axial en el ingreso al rotor a preponderantemente radial en la salida. Es decir, siempre va de un radio menor a un radio mayor, pero adquiriendo componente radial a medida que el flujo atraviesa el rotor.

Tomando como 'curva de revolución' la trayectoria de una línea de corriente, su giro alrededor del eje describe una superficie de revolución como la indicada en la Fig. 3.12c para los diseños diagonales y una como la mostrada en la Fig. 3.12d para los diseños de flujo mixto (también llamados 'tipo Francis'). En este último caso la superficie de escurrimiento de cada trayectoria es un hiperboloide de revolución. Para los rotores de flujo mixto, a medida que son menos axiales y más radiales, con mayor cantidad de álabes, se dan cada vez más las condiciones propuestas por la teoría de diseño de bombas centrífugas (escurrimiento unidimensional, transferencia de momento cinético, etc.) y menos las correspondientes a la teoría de sustentación de los perfiles sumergidos en una corriente (aeroperfiles).

La representación de las trayectorias de las bombas de flujo mixto (Fig. 3.15 y Fig. 3.16) usualmente se realiza en vistas en planta, y resultan similares a las descritas para los rotores radiales (Fig. 3.5). Dado que en este caso los vectores velocidad tienen componentes axiales y radiales, además de tangenciales, los triángulos de velocidades normalmente se representan abatidos sobre el plano radial (plano del dibujo) para conservar las magnitudes reales de los vectores \vec{C} y \vec{W} , que de otra manera se verían proyectadas. En esta vista, los álabes están representados por la proyección de la trayectoria de una línea de corriente.

Bibliografía recomendada

Karassik, I.J., Messina, J.P., Cooper, P., Heald, C.C. (2001). *Pump Handbook, 3rd ed.*. New York: McGraw-Hill.

Mataix, C. (1982). *Turbomáquinas hidráulicas*. Madrid: Harla.

Stepanoff, A.J. (1957). *Centrifugal and axial flow pumps: theory, design and application*. New York: John Wiley and Sons.