



Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas.
Universidad Nacional de La Plata.

Tesis para obtener el grado académico de
Licenciado en Astronomía

**Estabilidad de estrellas híbridas: longitud de
ramas extendidas y observaciones astronómicas**

Leandro Ariel Divano

Director: Dr. Mauro Mariani
Co-Directora: Dra. Milva G. Orsaria

La Plata, Argentina
Junio, 2023

Resumen

La composición interna de las estrellas de neutrones, uno de los objetos astronómicos más densos del universo, es aún una incógnita. Esto se debe al desconocimiento de la ecuación de estado para la materia a densidades que son imposibles de reproducir en laboratorios terrestres y que están presentes en estos objetos compactos. Un modelo candidato en la búsqueda de esta descripción son las llamadas estrellas híbridas, compuestas por un núcleo interno de materia de quarks y un manto de materia de hadrones. Sin embargo, no solo no es claro si podría ocurrir una transición de fase hadrón-quark en el interior de estos objetos compactos, sino que también se desconoce cómo es esta transición. En particular, en el régimen de baja temperatura y alta densidad del diagrama de fases de la cromodinámica cuántica, uno de los escenarios favorecidos es una transición de fase de hadrones a un estado superconductor de color, llamado CFL. En esta Tesis de Licenciatura, estudiamos estrellas híbridas cuya parte hadrónica está modelada mediante un ajuste politrópico por partes y cuyo núcleo interno está formado por una fase CFL con correcciones debidas a la constante de acoplamiento fuerte, α , en el marco del modelo de bolsa del MIT. Nos centramos en transiciones de fase hadrón-quark de primer orden, abruptas y lentas. En este escenario, es posible obtener ramas extendidas de configuraciones estelares estables que permiten resolver la tensión existente entre las actuales observaciones astrofísicas de estrellas de neutrones. Nuestros resultados muestran que las estrellas híbridas con ecuaciones de estado hadrónicas *Soft* pueden cumplir con todas las restricciones observacionales, independientemente de la existencia de una rama de estabilidad extendida. Sin embargo, para la ecuación de estado hadrónica *Stiff* es necesario que existan ramas de estabilidad extendida para satisfacer todas las restricciones observacionales actuales, en particular la que corresponde al evento de ondas gravitacionales GW170817. En este contexto, analizamos el comportamiento de estas ramas extendidas de estabilidad cuantificando, por primera vez, su longitud y vinculando esta cantidad con propiedades de la ecuación de estado híbrida. El estudio pormenorizado de dicha longitud permite profundizar la comprensión del escenario de estabilidad extendida con conversiones lentas y podría contribuir a revelar la incógnita acerca de la composición de las estrellas de neutrones, y en consecuencia esclarecer el misterio de la ecuación de estado de la materia densa en la naturaleza.

Abstract

The internal composition of neutron stars, one of the densest astronomic objects in the universe, is still unknown. This is due to the lack of understanding of the equation of state for matter at densities that are impossible to reproduce in terrestrial laboratories and that are present in these compact objects. A candidate model in the search for this description is the so-called hybrid star model, composed of an inner core of quark matter and a mantle of hadronic matter. However, not only it is not clear whether a hadron-quark phase transition could occur in the interior of these compact objects, but the nature of this transition is also unknown. In particular, in the low-temperature and high-density regime of the quantum chromodynamics phase diagram, one of the favored scenarios is a hadron-to-color superconductor phase transition, called CFL. In this Thesis, we study hybrid stars whose hadronic part is modeled by a piecewise polytropic fitting, and whose inner core is formed by a CFL phase with corrections due to the strong coupling constant, α , in the framework of the MIT bag model. We focus on first-order, abrupt and slow hadron-quark phase transitions. In this scenario, it is possible to obtain extended branches of stable stellar configurations that allow for resolving the tension between current astrophysical observations of neutron stars. Our results show that hybrid stars with *Soft* hadronic equations of state can satisfy all observational constraints, regardless of the existence of an extended stability branch. However, for the *Stiff* hadronic equation of state, extended stability branches are required to satisfy all current observational constraints, particularly that of the gravitational wave event GW170817. In this context, we analyze the behavior of these extended stability branches by quantifying, for the first time, their length and linking this quantity to properties of the hybrid equation of state. A detailed study of this length allows a deeper understanding of the extended stability scenario with slow conversions and could contribute to reveal the mystery of the composition of neutron stars, and consequently, clarify the mystery of the equation of state of dense matter in nature.

Índice general

1. Introducción	1
2. Marco teórico	8
2.1. Ecuación de Estado híbrida	8
2.1.1. Modelo hadrónico	9
2.1.2. Modelo de quarks	10
2.2. Estructura y Estabilidad estelar	14
2.2.1. Ecuaciones TOV	14
2.2.2. Estabilidad extendida	15
3. Resultados	18
3.1. Construcción de la Ede	18
3.2. Solución de las ecuaciones TOV	21
4. Conclusiones	29
Bibliografía	33

Índice de figuras

1.1. Diagrama de fases de la QCD	3
1.2. Esquema comparativo entre EQ, EN y EH.	5
2.1. Representación esquemática de la estabilidad de EH	17
3.1. Ventana de estabilidad de la materia de quarks para $\alpha = 0.0, 0.1$ y 0.35	19
3.2. Ede híbridas	22
3.3. Gráfico $M(R)$ para las Ede híbridas	24
3.4. Longitud de la REE en función de B_{ag} y Δ	26
3.5. Longitud de la REE en función de $\Delta\varepsilon$ y P_t	27

Índice de cuadros

3.1. Parámetros de las Ede seleccionadas	21
--	----

Capítulo 1

Introducción

Las estrellas de neutrones (EN) son un tipo de remanente estelar resultante del colapso gravitacional de una estrella supergigante masiva después de agotar el combustible en su núcleo y explotar como una supernova tipo II (Baade and Zwicky, 1934), o en el caso de tratarse de un sistema binario una supernova tipo I también podría ser la antesala de una EN (Heger and Woosley, 2010). Estos objetos abarcan radios del orden de los 12km y una masa del orden de $1.4M_{\odot}$, dando lugar a los objetos compactos con mayor densidad existentes. Como consecuencia de estas densidades extremas, la materia en su interior se encuentra en un estado aún desconocido, por lo tanto, tampoco es conocida la Ecuación de estado (Ede) de la materia, que cuantifica dicho estado.

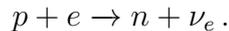
La propuesta de estos objetos, conocidos como EN, fue realizada por primera vez en 1932 por Landau (Ter Haar, 2013), quien proponía que las EN podrían ser objetos que mantienen el equilibrio por la presión que realizan los neutrones degenerados. Continuando con las investigaciones, en el año 1934, Baade y Zwicky (Baade and Zwicky, 1934) propusieron que las EN eran remanentes de supernovas tipo II. En 1939, Tolman (Tolman, 1939), Oppenheimer y Volkoff (Oppenheimer and Volkoff, 1939) desarrollaron la teoría de las ecuaciones que describen la estructura de este tipo de objetos (conocidas como ecuaciones TOV), para lo cual fué necesaria la utilización de las ecuaciones de la teoría de la relatividad general de Einstein para espacio-tiempos estacionarios y esféricamente simétricos. Pero, la confirmación de la existencia de las EN ocurrió años mas tarde, en 1967, cuando los científicos Bell y Hewish descubrieron un radio-pulsar (Hewish et al., 2013).

Hoy en día, los modelos teóricos enuncian que la evolución de una estrella aislada depende principalmente de su masa inicial. Aquellas que comiencen con una masa en la Secuencia Principal $M < 10M_{\odot}$, dependiendo de su metalicidad inicial, terminarán sus vidas como enanas blancas (Córscico et al., 2019), mientras que las EN son producto del colapso gravitacional de estrellas con masas entre $10M_{\odot}$ y $12M_{\odot}$. Para estrellas cuyas masas se encuentran por encima de este

valor y hasta $M \sim 25M_{\odot}$, el remanente compacto será una EN o un agujero negro, dependiendo de la metalicidad y velocidad de rotación del objeto inicial (Rodríguez, 2020).

Aquellas estrellas que comiencen sus vidas con la masa suficiente como para terminar en EN poseen temperaturas internas mayores que $10^8 K$. Dichas temperaturas le permitirán quemar los elementos del proceso triple- α y de esta manera transformar núcleos de Helio en un núcleo de Carbono. A medida que suceden nuevas reacciones nucleares, se compondrán elementos más pesados, hasta llegar al Hierro. De esta manera, la estrella queda constituida por capas de Hidrógeno, Helio, Carbono, Oxígeno y Silicio, con un núcleo de Hierro. Si bien el ^{62}Ni es el más estable de todos los elementos, en este momento dejará de producirse fusión nuclear que genere elementos más pesados, dado que el isótopo de Hierro ^{56}Fe es el elemento más estable de todos los núcleos ordinarios que puede producirse en sistemas astrofísicos, mientras que en las capas externas los elementos más livianos se fusionan provocando que la masa del núcleo aumente hasta el punto en el que la fuerza de la gravedad lo comprima y desencadene una Supernova tipo II, dando lugar a una proto-estrella de neutrones (PEN).

En un comienzo, el núcleo de la PEN es extremadamente denso, rodeado de una envoltura poco densa que acreta materia del colapso. Además, los electrones y protones de los núcleos atómicos se combinan para formar neutrones emitiendo neutrinos (Prakash et al., 2001),



En esta etapa, los neutrinos se encontrarán atrapados en el interior de la PEN debido a que su camino libre medio es mucho menor que el radio de esta, por lo cual es opaca a ellos. En los alrededores se emitirán neutrinos, por lo que se generará una disminución en la presión y una posterior contracción de la PEN. Casi inmediatamente, la estrella se vuelve transparente a los neutrinos debido a la emisión de estas partículas enfriando su interior. Dicho proceso ocurre hasta que la estrella se enfría y logra las condiciones de equilibrio hidrostático, luego de unos 50 segundos de formada la PEN, con una temperatura del orden de $T \sim 6 \times 10^5 K \ll T_f$, siendo T_f la temperatura de Fermi. Por tal motivo, podremos considerar la aproximación $T = 0$ para describir el comportamiento de la materia dentro de una EN.

Como resultado del proceso anteriormente descrito, obtendremos una EN estable, con una masa que ronda las $1,5-2M_{\odot}$ y un radio de 10km. Esto hace que estos objetos sean extremadamente densos, con valores de densidades que son en promedio de $\rho \sim 4 \times 10^{17} \text{kg/m}^3$, siendo del orden de la densidad de satura-

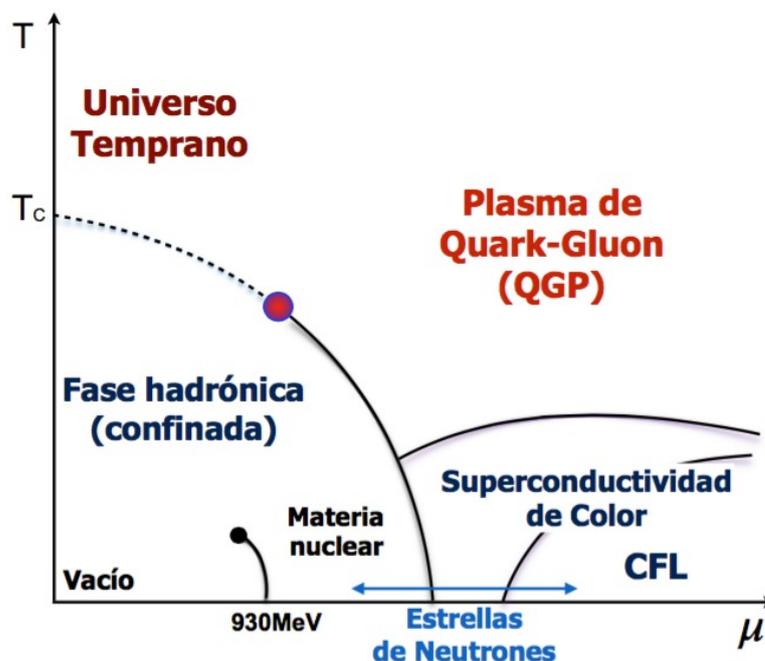


Figura 1.1: Diagrama de fases esquemático de la QCD. Gráfico del potencial químico, μ , en el eje horizontal y la temperatura, T , en el eje vertical. La temperatura en el interior de una EN es lo suficientemente baja para considerar la aproximación $T=0$, por lo que podemos ubicar a la materia que la forma sobre el eje del potencial químico. La materia podría tener una o más transiciones de fase a medida que aumenta la densidad.

ción nuclear, $\rho_N = 2.3 \times 10^{17} \text{ kg/m}^3$. En virtud de las condiciones extremas en el interior de estos objetos, es que desconocemos con precisión la naturaleza, propiedades y características de la materia que los componen. Con el fin de intentar lograrlo, comentaremos brevemente algunos aspectos relevantes de la teoría de las interacciones fuertes, la Cromodinámica Cuántica (QCD). Estas interacciones son las responsables de mantener unidos a los nucleones (protones y neutrones) en el núcleo atómico; a su vez, los nucleones están formados por quarks.

Según la QCD, los quarks tendrán asignada una clase de carga, llamada carga de color, la cual puede tomar tres valores, rojo, verde y azul. En particular el estudio del diagrama de fases de la QCD (el cual describe las posibles fases de la materia densa en el plano temperatura-densidad, ver figura 1.1) en el sector de bajas temperaturas y altas densidades es de suma importancia para el estudio del interior de las EN. Uno de los escenarios favorecidos en el régimen de baja temperatura y alta densidad antes mencionado es una transición de fase de hadrones a un estado superconductor de color. En esta fase, conocida como Color Flavor Locked (CFL), los quarks u , d y s forman pares, análogos a los pares de Cooper (pareja de electrones que se hallan ligados debido a que en el estado superconductor ambas partículas se comportan como si se atrajeran, pese a tener ambas

cargas de igual signo, debido a que interactúan a través de la red cristalina formada por los iones positivos del metal). De tal manera, si existiera materia de quarks en el interior de las EN, podría estar en una fase CFL. Para estos regímenes, la constante de acoplamiento de la interacción fuerte aumenta y la teoría se vuelve altamente no perturbativa (Orsaria et al., 2019) por lo que tendremos que recurrir a modelos efectivos para la descripción de la materia. En este trabajo, para la descripción microscópica de la materia de quarks, utilizaremos el modelo efectivo de bolsa de MIT, propuesto originalmente por (Chodos et al., 1974), con modificaciones debidas a la inclusión de la superconductividad de color y a la interacción entre los quarks por la constante de acoplamiento fuerte. En este modelo las partículas estarán confinadas a una región finita del espacio, llamada bolsa.

Por otro lado, aunque las dificultades observacionales para establecer restricciones a la Ede de las EN continúan, en los últimos años se lograron grandes resultados que nos permiten avanzar en la investigación de estos objetos. Una restricción para la Ede proviene de las masas observadas de los pulsares PSR J1614-2230 (Demorest et al., 2010), PSR J0348+0432 (Antoniadis and et al., 2013) y PSR J0740+6620 (Cromartie and t al., 2019), los cuales requieren que una Ede pueda soportar masas de al menos $\sim 2 M_{\odot}$. Recientemente nuevos límites se plantearon por las detecciones realizadas con LIGO/Virgo de ondas gravitacionales (OG), procedentes del evento GW170817 de fusión de EN (Abbott et al., 2017; Annala et al., 2018; Most et al., 2018; Raithel et al., 2018; Capano et al., 2020), a partir de los cuales se logró restringir la masa máxima de una EN no rotante a $2.17^{+0.17}_{-0.15} M_{\odot}$ (Rezzolla et al., 2018). Además, el explorador NICER, el cual observa en rayos X, ha medido la masa y el radio de los púlsares PSR J0030+0451 (Riley and et al., 2019; Miller and et al., 2019) y PSR J0740+6620 (Riley et al., 2021; Miller et al., 2021). Asimismo, la última observación conjunta de NICER y XMM-Newton mostró que el radio de PSR J0740+6620 ($M \sim 2M_{\odot}$) es muy similar al de PSR J0030+0451 ($M \sim 1.4M_{\odot}$), aunque tenga valores de masa diferentes (Riley et al., 2021; Miller et al., 2021). Por lo tanto, todas estas observaciones permitieron establecer cotas mas precisas para las masas y los radios de las EN, lo cual es de vital importancia para la obtención de una Ede que describa el comportamiento de la materia en las extremas condiciones en las que se encuentra el interior de estos objetos compactos.

De acuerdo a las restricciones observacionales de EN y a las posibles transiciones de fase que muestra el diagrama de fases de la QCD, estos objetos compactos pueden ser modelados como estrellas híbridas (EH), compuestas por un núcleo externo de materia hadrónica y un núcleo interno de materia de quarks, o bien pueden estar compuestos en su totalidad de quarks conformando lo que conoce-



Figura 1.2: Esquema comparativo entre EQ, EN y EH. La EH corresponde al caso en el cual la EN contiene quarks desconfiados y/o partículas exóticas en su interior. En esta Tesis nos enfocaremos en EH, considerando la presencia de materia de quarks en una fase superconductora de color en el núcleo interior.

mos como estrella de quarks (EQ) (ver figura 1.2).

Estos objetos serán estudiados partiendo de la construcción de la Ede, la cual brindará información del comportamiento de la materia en un régimen de densidades muy altas y temperaturas bajas. Mediante la Ede obtendremos relaciones entre las distintas variables termodinámicas características de la materia, tales como la presión (P), la densidad de número de partículas (ρ), la densidad de energía (ε), el potencial químico (μ) y el volumen (V), gracias a los cuales podremos reconstruir el estado termodinámico del sistema considerado.

En otro orden de ideas, al estar trabajando con objetos compactos nos vemos obligados a centrarnos en el campo de la relatividad general. Partiendo de las Ede mencionadas, podremos continuar a la resolución de las ecuaciones TOV considerando lo que ocurre con la transición de fase hadrón-quark. Para realizarlo, se pueden tomar en cuenta dos contextos diferentes, uno en el cual se trabaja por encima de cierto valor crítico de la tensión superficial en la interfaz que separa los hadrones de los quarks, en el cual la construcción de Maxwell es favorecida para el tratamiento de la transición de fase, y otro tomando valores menores de dicho valor crítico, en el que se recurre a la construcción de Gibbs. En la construcción de Maxwell, cuando la transición de fase es abrupta, el criterio de estabilidad dinámica para las EH depende de si dicha transición de fase es rápida, o lenta. Cuando nos referimos a transiciones rápidas consideramos que el tiempo de nucleación es mucho menor que el de la oscilación del fluido en la interfaz hadrón-quark (Haensel et al., 1989), mientras que para las transiciones lentas

consideramos el caso opuesto. Cuando estamos en el caso de transiciones lentas, es posible generar ramas extendidas de configuraciones estelares estables. Estas ramas extendidas, a diferencia de las ramas de estabilidad tradicionales, se pueden prolongar más allá de la configuración de masa máxima y pueden dar lugar a EH con núcleos de quarks muy extensos y densidades centrales particularmente altas (Pereira et al., 2018). Finalmente resueltas las ecuaciones TOV, tomando en cuenta las consideraciones mencionadas, podremos calcular cantidades físicas relevantes de estos objetos tales como la masa, y el radio, las cuales nos permitirán obtener la rama de estabilidad extendida (REE) para diferentes familias de EH.

Actualmente, existe la posibilidad de que la aparición de REE permita resolver la tensión existente entre las observaciones astrofísicas actuales. En este sentido, la existencia de estas ramas suficientemente extensas evitaría descartar las Ede hadrónicas demasiado rígidas y podría habilitar la coexistencia de una gran proporción de estrellas hadrónicas e híbridas. Por lo tanto, el estudio de REE para EH es una alternativa en la búsqueda de satisfacer las restricciones astrofísicas actuales y en el intento de resolver la tensión entre las flamantes observaciones.

Por todo lo expuesto, en este trabajo planteamos como objetivos:

- Se construirá la Ede de la materia de quarks en una fase superconductora de color CFL. En este escenario, se estudiará la estabilidad absoluta de la materia extraña de quarks, que contribuirá a una mejor comprensión y caracterización del modelo estudiado. Con esta Ede de quarks, y utilizando un modelo paramétrico para la Ede hadrónica, se calculará la Ede híbrida bajo la construcción de Maxwell.
- Una vez obtenida la Ede híbrida, se construirán familias de EH mediante la integración de las ecuaciones de equilibrio hidrostático relativista TOV, considerando una transición de fase abrupta y lenta, y se calculará la REE para diferentes familias de EH cuantificando su longitud.
- Se calcularán propiedades generales de las Ede híbridas obtenidas, como la presión de transición hadrón-quark o el salto discontinuo de energía entre ambas fases, y se analizarán estos resultados en conjunto con los resultados para la estabilidad y propiedades de las configuraciones estelares obtenidas.
- Los resultados obtenidos serán comparados de acuerdo a las cotas y restricciones actuales, provenientes de la medición de masas, radios y otras magnitudes astrofísicas de relevancia, teniendo en cuenta los resultados presentados para EH con REE en (Lugones et al., 2023)

Este trabajo de tesis se organiza en cuatro capítulos. Además de este capítulo introductorio, tendremos:

-
- **Capítulo 2** En esta sección describiremos parte por parte las componentes del modelo utilizado para la construcción de la Ede, plantearemos las ecuaciones que necesitaremos para describir la materia de quarks en una fase superconductora de color CFL y estudiaremos la REE en las EH.
 - **Capítulo 3:** En este capítulo presentaremos los resultados microfísicos y astrofísicos de nuestro trabajo.
 - **Capítulo 4:** En el último capítulo se hará un resumen del trabajo realizado y se presentarán las conclusiones del mismo.

Capítulo 2

Marco teórico

Tomando en consideración el objeto de estudio y los objetivos fijados para este trabajo, realizaremos un análisis que será llevado adelante a través de dos visiones distintas, mediante las cuales trabajaremos en simultáneo. Un enfoque es el relacionado con la microfísica, el cual se encarga de estudiar la materia que compone a los objetos considerando las partículas involucradas y sus interacciones, mientras que la otra perspectiva estará relacionada con los fenómenos macrofísicos, considerando la estructura y estabilidad del objeto en cuestión.

En las siguientes secciones se presentan en detalle el marco teórico, los modelos y las expresiones matemáticas que utilizamos para abordar el estudio propuesto. Antes de ello, es importante aclarar que a lo largo de esta tesis utilizamos el sistema de unidades naturales, donde $\hbar = c = G = 1$.

2.1. Ecuación de Estado híbrida

Debido a la complejidad del escenario en el cual se nos presentan las EN, estas se encuentran sometidas a restricciones observacionales y a las posibles transiciones de fase que muestra el diagrama de fases de la QCD. Tal es así que estos objetos compactos pueden ser modelados como EH, compuestas por un núcleo externo de materia hadrónica y un núcleo interno de materia de quarks. Esto nos lleva a la construcción de Ede híbridas, partiendo de un modelo hadrónico y un modelo de quarks para la descripción de la materia en sus núcleos.

El entendimiento de la Ede de los objetos compactos nos es indispensable para poder estudiarlos desde una mirada microfísica. Tal información nos ayudará a abordar un análisis minucioso sobre la estructura y composición de dichos objetos, estableciendo relación entre cantidades termodinámicas tales como la densidad de energía y la presión, asociadas a la materia que los compone. Para la construcción de la Ede es necesario tomar modelos de partículas del sistema en estudio y herramientas de mecánica estadística.

2.1.1. Modelo hadrónico

Es sabido que las Ede hadrónicas realistas se construyen a partir de microfísica no trivial, y las observaciones pueden restringir algunos parámetros macroscópicos asociados con la microfísica subyacente.

Es importante mencionar que antes de la medición por parte de NICER y XMM-Newton del radio del pulsar J0740+6620, las comparaciones de gran variedad de Ede con las observaciones sugerían que las Ede extremadamente blandas o rígidas (*soft* y *stiff*, en inglés, respectivamente) deberían descartarse (Capano et al., 2020; Abbott et al., 2018). Sin embargo, la última observación conjunta de NICER y XMM-Newton mostró que el radio de J0740+6620, de $\sim 2M_{\odot}$, es muy similar al del pulsar J0030+0451 ($M \sim 1.4M_{\odot}$), aunque sus masas son muy diferentes. Estos resultados favorecen las Ede rígidas y crean cierta tensión con las masas y los radios inferidos para los objetos en el evento de ondas gravitacionales GW170817 (Lugones et al., 2023).

La rigidez de la Ede se puede entender comparando las curvas de dos Ede diferentes en un plano de presión en función de la densidad de energía del sistema. Una Ede es más rígida que otra si, para una dada densidad de energía, posee un valor mayor para la presión. En este caso, si una Ede es más *stiff*, la materia resulta menos compresible y por lo tanto, contrarresta mejor la fuerza que la gravedad ejerce en la estrella. En cambio, cuando la presión es menor para una dada densidad de energía, se dice que la Ede es más blanda o *soft* y la materia resulta más compresible. En un diagrama masa-radio, como veremos mas adelante, esto se traduce en una familia de estrellas cuya curva alcanza una masa máxima menor que en el caso de la Ede *stiff*.

En esta tesis, para la descripción de la materia hadrónica usamos el ajuste politrópico generalizado por partes de Lugones et al. (2023), con Ede previamente tabuladas. En dicho trabajo, las Ede denominadas *soft* y *stiff* se ajustan de tal forma que reproducen de manera razonablemente precisa ciertos observables integrales (masa, radio y momento de inercia) que se obtendrían con Ede hadrónicas realistas. Para la parte, de las cortezas externa e interna de la estrella el ajuste usa un modelo llamado SLy(4), basado en campos llamados skyrmions que describen con buena precisión propiedades de los nucleones (neutrones y protones) a bajas densidades. Para la parte hadrónica del núcleo con densidades mayores que $0.3 n_0$, se sigue el formalismo utilizado en el trabajo de O’Boyle et al. (2020), que tiene en cuenta la continuidad de la presión, densidad de energía y la velocidad del sonido, $c_s = \sqrt{(\partial P / \partial \varepsilon)}$. Esta última regula la rigidez de la Ede de la materia hadrónica.

De aquí en adelante, la referencia a Ede *soft* o *stiff*, significa que estamos men-

cionando estos términos solo como etiquetas para referirnos a la fase hadrónica utilizada, y no a las propiedades de una Ede híbrida particular, que puede ser blanda más allá de la dureza de la Ede de la fase hadrónica.

2.1.2. Modelo de quarks

Con el objetivo de obtener una descripción macroscópica a partir de la descripción microscópica es preciso posicionarnos en el campo de la Mecánica Estadística. Debido a que no tenemos cantidades fijas de partículas ni energías determinadas, necesitamos utilizar el ensamble gran canónico, a partir del cual obtendremos la función de partición del sistema dada por

$$Z(V, \beta, \mu) = \sum_{N=0}^{\infty} \sum_{[n_i]} \prod_i e^{-\beta n_i (\epsilon_i - \mu)} \quad (2.1)$$

donde V es el volumen del sistema, N es el número total de partículas del gas, la productoria se extiende sobre cada microestado i para una partícula, n_i es el número de partículas en el microestado i y ϵ_i es la energía de una partícula en dicho microestado. $[n_i]$ es el conjunto de todos los posibles números de ocupación para cada uno de los microestados y β es la inversa de la constante de Boltzmann multiplicada por la temperatura. Para un gas de Fermi, debido al principio de exclusión de Pauli, el número de ocupación de partículas n_i para cada estado i está limitado a 0 o 1. Sabiendo que el estado i de una sola partícula para un gas ideal puede tomarse como un estado de onda plana de cantidad de movimiento \vec{k} , podemos reemplazar la suma de los estados i por una integral en k de la siguiente forma (Kodama, 2002)

$$\sum_i \rightarrow \frac{gV}{2\pi\hbar} \int d^3k, \quad (2.2)$$

donde g es el factor de degeneración que será 2 en el caso de leptones (fermiones sin carga de color), y 6 en el caso de los quarks. Luego, podemos escribir

$$\ln Z(V, \beta, \mu) = \sum_i \frac{g_i V}{2\pi\hbar} \int d^3k (\ln f_i^+ + \ln f_i^-), \quad (2.3)$$

donde $f_i^+ = 1 + e^{-\beta(\epsilon_i - \mu)}$, $f_i^- = 1 + e^{-\beta(\epsilon_i + \mu)}$, $\epsilon_i = \sqrt{k^2 + m_i^2}$ es la energía del estado con momento \vec{k} y m_i es la masa de la partícula i . En el ensamble gran canónico podemos calcular todas las cantidades termodinámicas derivadas del gran potencial. El gran potencial tiene la forma:

$$\Omega = -PV = -\beta \ln Z(V, \beta, \mu), \quad (2.4)$$

donde P es la presión del sistema. Usando la relación de Euler, podemos escribir

$$\Omega(V, \beta, \mu) = U - TS - \mu N, \quad (2.5)$$

donde U representa la energía total del sistema y N el número total de partículas del sistema. Luego, para construir la Ede de la materia de quarks nos basaremos en las Ecuaciones (2.4) y (2.5), y dado que la temperatura típica de una estrella compacta se encuentra en el rango de KeV, siendo mucho menor que los rangos de los potenciales químicos y las masas de las partículas involucradas podemos tomar como buena aproximación $T = 0$.

Como mencionamos en el capítulo 1, en el régimen que se encuentra la materia en el interior de las EN (baja temperatura y alta densidad), podría ocurrir una transición de fase de hadrones a un estado superconductor de color llamado CFL, donde los quarks u , d y s formen pares (di-quarks) para minimizar la energía del sistema. Los di-quarks son similares a los condensados de electrones en la superconductividad ordinaria. Sin embargo, su tratamiento es más complejo, ya que en la formación de los di-quarks están involucrados tres sabores y tres colores diferentes. Los di-quarks o condensados de quarks se presentan en diversas variedades, cada una de las cuales es una fase separada de la materia.

En esta tesis, usaremos un modelo de bolsa de MIT modificado para describir la materia en el núcleo interno de la EH, que tenga en cuenta no solo di-quarks, sino también una corrección debido a la constante de acoplamiento fuerte de la QCD. El modelo de bolsa del MIT busca representar el confinamiento de los quarks a través de la contribución a la densidad de energía y presión de un parámetro libre llamado Bag (Chodos et al., 1974a,b). Dicha constante de bolsa se interpreta como una contribución positiva a la densidad de energía ε y una contribución negativa a la presión P dentro de la bolsa, como veremos más adelante. Para deducir cómo modificaremos el modelo de bolsa del MIT, necesitamos como primer paso escribir la ecuación 2.4 de manera adecuada.

Partiendo de la ecuación 2.3, y tomando el límite $T \rightarrow 0$, se obtiene el gran potencial de las partículas sin contemplar interacciones, el cual denotaremos como

$$\Omega_{libre} = \frac{6}{\pi^2} \int_0^{p_F} [k - \mu] k^2 dk + \frac{3}{\pi^2} \int_0^{p_F} [(k^2 + m_s^2)^{1/2} - \mu] k^2 dk, \quad (2.6)$$

donde p_F es el momento de Fermi, y hemos considerado las masas de los quarks u y d , como $m_u = m_d = 0$ y $m_s = 96$ MeV.

El estado de la materia en la fase CFL, es un estado particularmente simétrico de condensados de quarks. Dado que cada uno de los quarks livianos u , d y s pueden describirse según los colores rojo, verde y azul y que todos los quarks en la fase CFL se encuentran formando di-quarks, se reduce la energía del sistema para los

apareamientos de color predominantes (ud , us , ds), en una cantidad denominada brecha de superconductividad, que denotaremos con la letra Δ . Esta cantidad es una función del potencial químico, pero puede tratarse como un parámetro libre del modelo. De esta manera, el gran potencial, Ω_{CFL} será calculado tomando Δ a ordenes de Δ^2 partiendo de la ecuación 2.6 correspondiente a un estado de la materia de quarks libres en el que todos los quarks que están por formar pares tienen un momento de Fermi común ν , el cual es elegido para minimizar Ω_{CFL} que, entonces, puede escribirse como (Lugones and Horvath, 2002)

$$\Omega_{CFL} = \frac{6}{\pi^2} \int_0^\nu [k - \mu] k^2 dk + \frac{3}{\pi^2} \int_0^\nu [(k^2 + m_s^2)^{1/2} - \mu] k^2 dk - \Omega_\Delta, \quad (2.7)$$

donde el primer término viene de la ecuación 2.6 y el segundo término corresponde al término de condensación dado por (Alford and Rajagopal, 2002),

$$\Omega_\Delta = \frac{3}{\pi^2} \Delta^2 \mu^2, \quad (2.8)$$

que es la energía de enlace del condensado de di-quark. Este enfoque fenomenológico es útil y una buena aproximación en el contexto físico de las EH (Noronha and Shovkovy, 2007). El momento común de Fermi puede ser fácilmente calculado, minimizando la ecuación 2.7 respecto de ν , de lo que resulta

$$\nu = 2\mu - \left(\mu^2 + \frac{m_s^2}{3}\right)^{1/2}, \quad (2.9)$$

donde $3\mu = \mu_u + \mu_d + \mu_s$.

En el contexto de alta densidad y baja temperatura, podemos considerar que $\mu \gg m_s$ y hacer una expansión en serie de la ecuación 2.7. Si nos quedamos a segundo orden en m_s , obtenemos

$$\Omega_{CFL} = \frac{-3\mu^4}{4\pi^2} + \frac{3m_s^2\mu^2}{4\pi^2} - \frac{1 - 12\log(m_s/2\mu)}{32\pi^2} m_s - \frac{3}{\pi^2} \Delta^2 \mu^2 + Bag, \quad (2.10)$$

donde hemos introducido el efecto de bolsa, Bag , en el sistema. La principal ventaja de una aproximación a bajo orden es mantener la Ede lo mas simple posible (pero útil para la mayoría de los cálculos) y visualizar el efecto de los parámetros del modelo. A éste orden tenemos

$$P = \frac{3\mu^4}{4\pi^2} - \frac{3m_s^2\mu^2}{4\pi^2} + \frac{3}{\pi^2} \Delta^2 \mu^2 - Bag. \quad (2.11)$$

En la ecuación 2.11, aún falta la corrección debida a la constante de acoplamiento fuerte, α que surge a partir del trabajo de Farhi and Jaffe (1984). Esta

corrección de orden principal, se incluye en el término μ^4 en la presión. Haciendo un poco de álgebra, se obtiene (Smith et al., 2009)

$$P_{CFL} = \frac{3\mu^4}{4\pi^2}(1 - c) - \frac{3\mu^2}{4\pi^2}(m_s^2 - 4\Delta^2) - Bag \quad (2.12)$$

donde $c = 2\alpha/\pi$, que es equivalente a la ecuación (2.4) (con la inclusión de la constante de bolsa) para el tratamiento de nuestro sistema de quarks. La ecuación (2.5), se obtiene haciendo

$$\varepsilon_{CFL} = -P_{CFL} + \sum_{i=u,d,s} \mu_i n_i, \quad (2.13)$$

donde $n_i = \partial P_{CFL}/\partial \mu_i$.

Debido a que estamos interesados en construir Ede híbridas, lo cual requiere la presencia de materia hadrónica en las capas exteriores y por lo tanto, la invalidez de la hipótesis de estabilidad fundamental, resulta relevante identificar la ventana de estabilidad de la materia en la fase CFL. Partiendo de la hipótesis de estabilidad de la materia extraña de quarks, los núcleos ordinarios son estabilizados producto de su pequeño tamaño o son metaestables con tiempos de vida que exceden ampliamente la edad del Universo, por lo que la materia extraña de quarks sería más estable que la materia de quarks con dos sabores u y d a $T = 0$ y $P = 0$. Lo que concluye en que la materia extraña es más estable que la materia nuclear y, en particular, que el núcleo más estable producido en contextos astrofísicos, el Hierro ^{56}Fe (Bodmer, 1971; Witten, 1984). Por lo tanto, la energía por barión de la materia extraño no debe exceder la masa del ^{56}Fe , que es de unos 930MeV. Teniendo en cuenta lo anterior, se puede escribir la condición absoluta de estabilidad para la materia en la fase superconductora de color como,

$$\frac{\varepsilon_{CFL}}{n_B} \Big|_{p=0} \leq 930 \text{MeV}. \quad (2.14)$$

Es importante mencionar que la materia en una fase CFL tiene propiedades similares a las de un superfluido, es decir, un fluido que fluye sin fricción (Alford et al., 2008). En nuestro tratamiento fenomenológico de esta fase, hemos supuesto neutralidad de carga eléctrica y de color. Hemos mencionado que los quarks se aparean para formar pares de Cooper, y esto implica que todos los quarks de diferentes spines y sabores tienen el mismo momento de Fermi y, por lo tanto, la misma densidad numérica. Esto conlleva a que la fase CFL sea eléctricamente neutra en promedio, pudiendo considerar despreciable la presencia de electrones. Si bien cada par de Cooper contiene un quark de cada uno de los tres colores fundamentales, podemos asumir, además, que la combinación de colores en cada par de Cooper es tal que la carga de color total de la fase CFL es cero.

2.2. Estructura y Estabilidad estelar

En esta sección se comienza con los aspectos macrofísicos relacionados a nuestro análisis. Al estar trabajando con EN, siendo estos los objetos astrofísicos con mayor densidad conocidos, el tratamiento que se les aplique debe ser relativista. Además, se establecerán las condiciones de estabilidad y se estudiará el nuevo caso de estabilidad en el escenario de conversiones hadrón-quark lentas a dichas condiciones.

2.2.1. Ecuaciones TOV

Con el fin de entender la estructura estelar de una EN, nos resulta indispensable considerar la relatividad general y sus efectos sobre dicha estructura, lo cual requiere resolver las ecuaciones de Einstein (Einstein, 1915).

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu} \quad (2.15)$$

donde $G_{\mu\nu}$ es el tensor de curvatura de Einstein, $R_{\mu\nu}$ es el tensor de curvatura de Ricci, R es el escalar de curvatura de Ricci, $g_{\mu\nu}$ es el tensor métrico. Tanto el tensor como el escalar de Ricci se obtienen a partir de contracciones del tensor de Riemann y están relacionados con la geometría del espacio-tiempo.

Según el teorema de Birkhoff de la Relatividad General, la descripción más general fuera de una estrella no rotante con simetría esférica está dada por la solución de Schwarzschild (Weber, 2017a) que es una solución exacta de las ecuaciones de Einstein del campo gravitatorio cuyo elemento de línea está caracterizado por:

$$ds^2 = -e^{2\phi(r)}dt^2 + e^{2\lambda(r)}dr^2 + r^2d\phi^2 + R^2\sin^2\theta d\phi^2 \quad (2.16)$$

siendo

$$e^{2\phi(r)} = e^{-2\lambda(r)} = 1 - \frac{2M}{r} \quad (2.17)$$

donde M es la masa de la fuente.

No obstante, dentro de una estrella se debe considerar una métrica más general que describa un perfil de presión y densidad estática. La métrica independiente del tiempo mas general para el interior estelar está dada por:

$$ds^2 = -e^{2\phi(r)}dt^2 + e^{2\lambda(r)}dr^2 + r^2d\phi^2 + R^2\sin^2\theta d\phi^2 \quad (2.18)$$

siendo

$$e^{2\phi(r)} = e^{-2\lambda(r)} = 1 - \frac{2m(r)}{r} \quad (2.19)$$

Si consideramos que la materia en la estrella es un fluido perfecto, el tensor de momento-energía viene dado por:

$$T_{\mu\nu} = (\varepsilon(r) + P(r))U_\mu U_\nu + P(r)g_{\mu\nu} \quad (2.20)$$

donde P , ε y U_μ son la presión, densidad de energía y tetra-velocidad respectivamente.

Luego, a partir de las ecuaciones de Einstein para un cuerpo esféricamente simétrico y considerando un fluido ideal obtenemos las ecuaciones TOV (Weber, 2017b):

$$\frac{dm(r)}{dr} = 4\pi r^2 \varepsilon(r) \quad (2.21)$$

$$\frac{dP(r)}{dr} = -[\varepsilon(r) + P(r)] \frac{m(r) + 4\pi r^3 P(r)}{r(r - 2m(r))} \quad (2.22)$$

La ecuación 2.21 describe la ley de continuidad de la masa y la ecuación 2.22 representa el equilibrio hidrostático entre la atracción gravitatoria y la presión de la materia. Junto con la Ede y las condiciones de contorno

$$P(R) = 0 \quad (2.23)$$

$$m(0) = 0 \quad (2.24)$$

nos permiten resolver el sistema de ecuaciones diferenciales acopladas y obtener, para una dada densidad de energía central, la estructura de la estrella y, por lo tanto, relaciones tales como Masa-Radius. Es importante volver a remarcar que el sistema de ecuaciones diferenciales acopladas solo puede resolverse si se conoce la relación entre la presión P y la densidad de energía ε , es decir, la Ede.

2.2.2. Estabilidad extendida

El análisis de la estabilidad de una estrella en equilibrio hidrostático puede ser realizado mediante la respuesta de la estrella a perturbaciones radiales (Chandrasekhar, 1964). Cuando una estrella es inestable, las pequeñas perturbaciones crecen indefinidamente, generando el colapso del objeto o su ruptura. En cambio, si la estrella es estable, los elementos de fluido en su interior oscilarán alrededor de sus posiciones de equilibrio, contrayéndose y expandiéndose periódicamente. En este aspecto, las EH nos obligan a prestar especial atención a los elementos de fluido en el vecindario de la interfaz hadrón-quark. Mientras el fluido oscila, la presión se vuelve ocasionalmente más grande o más pequeña que la presión de transición de fase hadrón-quark, lo cual involucra interacciones fuertes. Orientados a estudiar la estabilidad de EH, pondremos atención a dos casos límite: las

transiciones de fase lentas y las rápidas. Transiciones de fase lentas (los tiempos característicos de nucleación son más grandes que los períodos asociados a las perturbaciones radiales) implican que los elementos de volumen en la interfase se estiren y se compriman sin cambiar de fase. Las transiciones rápidas, en cambio, implican una conversión cuasi inmediata de una fase a otra de los elementos de volumen en la vecindad de la interfase. Cuando se introduce este tipo de procesos en contextos estelares, el tipo de transición de fase afectará el comportamiento del valor del radio de la estrella donde se ubica la interfase hadrón-quark. En el caso de transiciones lentas, el valor del radio de la interfase oscila junto con las oscilaciones de la estrella. En el caso de las transiciones rápidas, justamente debido a la transición cuasi inmediata, el radio de la interfase se mantiene en un valor constante, a pesar de las oscilaciones de la estrella (Haensel et al., 1989; Pereira et al., 2018)).

Tomando en consideración lo anteriormente dicho, se estudia la estabilidad de los objetos compactos, calculando los modos de oscilación radiales. Si la frecuencia del modo fundamental es un número real ($\omega_0^2 > 0$), entonces cualquier perturbación radial en la estrella producirá desplazamientos oscilatorios en el fluido y la estrella resultará dinámicamente estable (Chandrasekhar, 1964). Es sabido que una estrella fría con simetría esférica, en equilibrio termodinámico e hidrostático y con una Ede con una sola fase es inestable si se cumple que $\frac{\partial M}{\partial \varepsilon_c} < 0$, donde M es la masa total de la estrella y ε_c su densidad central. Esto implica que, dada una familia de estrellas construidas a partir de una determinada Ede, la última estrella estable de la familia, antes de que comience una rama de estrellas inestables, será la estrella de masa máxima. No obstante, este resultado no es necesariamente válido si la estrella aún no se encuentra en equilibrio termodinámico o si el sistema contiene múltiples fases separadas por transiciones de fase abruptas (Haensel et al., 1989; Pereira et al., 2018). En particular, se ha mostrado en el trabajo de (Pereira et al., 2018) que el criterio de estabilidad tradicional de la ecuación $\frac{\partial M}{\partial \varepsilon_c} < 0$ sigue siendo válido en los casos que las transiciones de fase sean rápidas, pero deja de serlo para transiciones de fase lentas. En efecto, en el caso de transiciones de fase lentas, la frecuencia del modo fundamental puede ser un número real, indicando estabilidad, incluso para algunas configuraciones que cumplen $\frac{\partial M}{\partial \varepsilon_c} < 0$. De esta forma, podemos visualizar que, para transiciones de fase lentas, nuevas configuraciones de estrellas estables pueden aparecer además de las configuraciones tradicionalmente estables. Una esquematización del escenario presentado puede visualizarse en la Figura 2.1. En esta figura se observa que para transiciones lentas, existe luego del máximo y hasta que las configuraciones se vuelven inestables (línea punteada) una REE (curva azul).

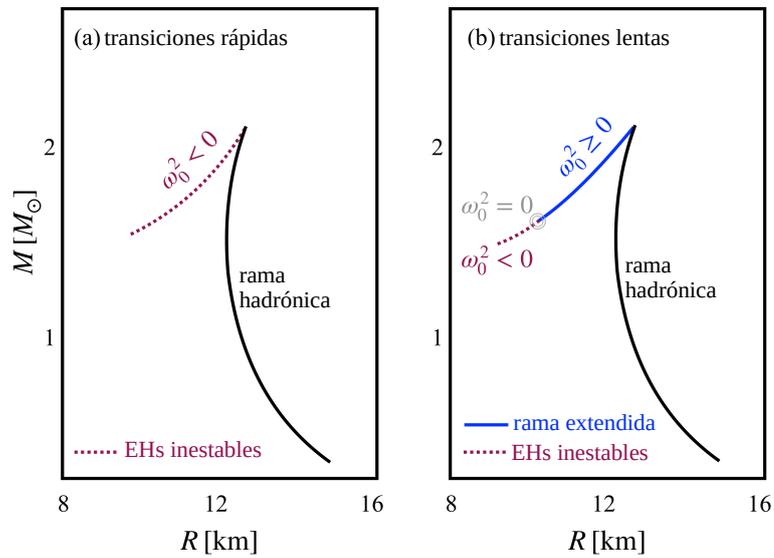


Figura 2.1: Representación esquemática de la estabilidad de EH en un escenario donde la densidad de transición es alta, de tal manera que la transición de fase ocurre para estrellas $M \sim 2M_{\odot}$. En (a) pueden apreciarse resultados para las transiciones rápidas y en (b), para transiciones lentas. Se observa que para transiciones lentas, existe luego del máximo y hasta que las configuraciones se vuelven inestables (línea punteada), la aparición de la REE (curva azul). Figura tomada de Lugones et al. (2023).

Capítulo 3

Resultados

En este capítulo presentamos los resultados para la Ede de la materia superconductora de color y para el cálculo de estructura y estabilidad de EH. Con el fin de lograrlo, se utilizaron dos programas en FORTRAN90, conectados mediante un código de BASH. El primer programa se encarga del cálculo de la Ede para la fase de quarks, mientras que la Ede relacionada a la fase hadrónica ya se encuentra previamente tabulada. Luego, el código BASH identifica la transición de fase y construye la Ede híbrida correspondiente. De esta manera, se construye la Ede híbrida para una dada combinación de parámetros y una vez obtenida, se ejecuta el segundo programa que resuelve las ecuaciones TOV. Una vez finalizada la ejecución del segundo programa, se repite el proceso de manera iterativa para otra combinación de parámetros. En las próximas subsecciones se especifica en detalle cada etapa de este proceso y se presentan los resultados del trabajo.

3.1. Construcción de la Ede

Mediante la adaptación de un código en FORTRAN90 desarrollado por el Grupo de Gravitación, Astrofísica y Cosmología, pudimos calcular las Ede. Dicho código permite la construcción de la Ede para materia superconductora de color para un conjunto de parámetros libres del modelo en consideración. El programa resuelve las ecuaciones de presión, densidad de número de partículas y densidad de energía para quarks u , d y s en la fase CFL, recorriendo distintos valores del potencial químico bariónico. Esto determina la Ede de la materia de quarks en la fase CFL, que no es única, sino que depende de los parámetros del modelo. Con la utilización del código BASH se combinan de manera automatizada distintos conjuntos de estos parámetros para calcular las Ede y seleccionar aquellas representativas de nuestro modelo de quarks que utilizaremos para analizar los resultados.

Primeramente, se estudió la estabilidad de la materia de la fase CFL en fun-

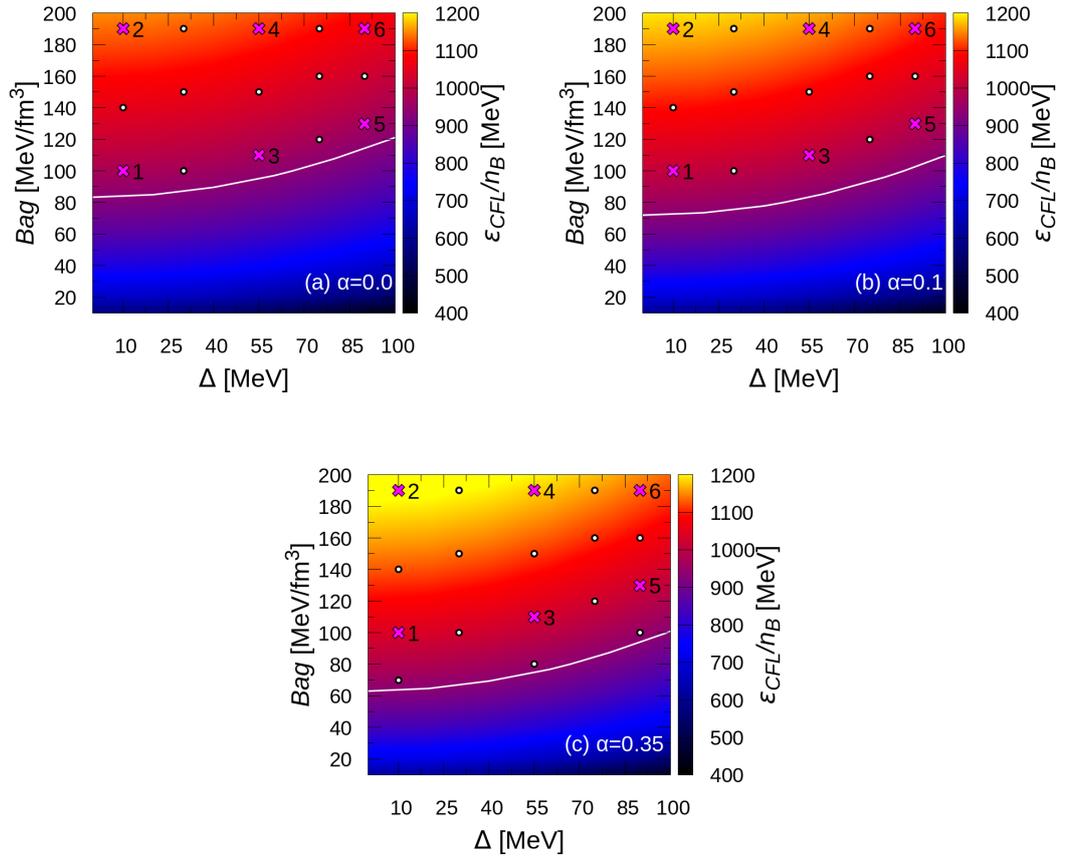


Figura 3.1: Energía por barión para la materia de quarks en la fase CFL en un mapa de color para $\alpha = 0.0$, 0.1 y 0.35 . La curva blanca representa la curva de nivel correspondiente a la energía por barión del ^{56}Fe . La región definida por debajo de dicha curva representa la ventana de estabilidad de nuestro modelo. Las cruces en color magenta representan combinaciones de parámetros por fuera de la región de estabilidad con las cuales trabajamos en detalle para obtener resultados en específico (ver Tabla 3.1) mientras que los puntos en color blanco representan combinaciones de parámetros que se encuentran en nuestra región de estudio, contribuyendo a la estadística y al análisis de nuestros resultados.

ción de los parámetros libres del modelo: la constante de acoplamiento fuerte α , la constante de Bag y la brecha de superconductividad Δ . Para que la materia hadrónica en el núcleo de las EH pueda existir es necesario que la materia de quarks no cumpla con la condición de estabilidad absoluta de la hipótesis de materia extraña de quarks (Bodmer, 1971; Witten, 1984). Para analizar las condiciones de estabilidad de la materia debemos calcular su energía por barión, ε_{CFL}/n_B , a $P = 0$, correspondiente a las condiciones en la superficie de una EQ superconductora de color, y necesitaremos encontrar combinaciones de parámetros tales que la energía por barión de la materia de quarks en el régimen de CFL no cumpla con lo mencionado en la ecuación (2.14).

En la Figura 3.1 se muestra la densidad de energía por barión como función

de los parámetros libres de nuestro modelo, lo cual permite hallar la ventana de estabilidad, es decir, la región en la que la materia CFL cumple la hipótesis de estabilidad absoluta. Cada panel de dicha figura se diferencia en la elección del parámetro α , el cual toma valores de $\alpha = 0.0$ -panel (a)-, 0.1 -panel (b)- y 0.35 -panel (c)-. En cada uno de ellos se representan sobre el eje x los valores asociados al parámetro libre Δ y sobre el eje y los valores asociados al parámetro libre Bag , los diferentes colores del mapa identifican regiones de la figura con distintas energías por barión. Podemos observar que la ventana de estabilidad, que corresponde a la región mayormente de tonos azules delimitada por la línea continua blanca en los tres paneles, comienza a ser mas pequeña a medida que se van tomando valores de α mas grandes, tal como se observa con mayor notoriedad en el panel (c), donde se visualiza una ventana de estabilidad más reducida en comparación a lo proyectado en los paneles (a) y (b). Si tomamos un valor fijo de α , el efecto de ir aumentando Bag provoca que podamos obtener valores de energía por barión mayores, mientras que para el caso de Δ ocurre lo opuesto, a medida que elevamos su valor alcanzamos valores de energía por barión mas pequeños.

En nuestro caso, la elección del conjunto de parámetros con los que trabajaremos de aquí en adelante se decidió por aquellas combinaciones que se encuentren por encima de la región de estabilidad delimitada por la curva blanca correspondiente a la energía por barión del ${}^{56}\text{Fe} = 930\text{MeV}$, dado que pretendemos construir EH. Por lo tanto necesitamos trabajar con valores de energía por barión superiores a los del ${}^{56}\text{Fe} = 930\text{MeV}$, expuesta como condición de absoluta estabilidad para la existencia de EQ puras. Las cruces en color magenta representan combinaciones de parámetros por fuera de la región de estabilidad con las cuales trabajamos en detalle para obtener resultados en específico como las relaciones masa-radio y las Ede pertenecientes a tales composiciones de parámetros(ver Tabla 3.1) mientras que los puntos en color blanco representan combinaciones de parámetros que se encuentran en nuestra región de estudio, contribuyendo a la estadística y al análisis de nuestros resultados.

En la Figura 3.2 mostramos las relaciones $P - \varepsilon$ para las Ede elegidas y detalladas en la tabla 3.1, ya que conocer el comportamiento de la presión como una función de la densidad de energía es necesaria para poder resolver las ecuaciones TOV. Los paneles están diferenciados en dos grupos, a la izquierda tendremos las Ede híbridas con componente hadrónica *soft* -paneles (a), (b), (c)- y a la derecha las Ede híbridas *stiff* -paneles (d), (e), (f)-. A su vez, estas Ede se distinguen en tres paneles distintos de acuerdo al valor de α escogido para cada conjunto, tomando como valores $\alpha = 0.0, 0.1$ y 0.35 . La numeración seleccionada es consistente con la etiqueta mostrada en la Figura 3.1 y detallada en la tabla 3.1.

Ede	Δ [MeV]	B_{ag} [MeV/fm ³]
1	10	100
2	10	190
3	55	110
4	55	190
5	90	130
6	90	190

Cuadro 3.1: Detalle de los valores de los parámetros de las Ede seleccionadas en los paneles de la Figura 3.1 con cruces magenta para los tres valores de la constante de acoplamiento fuerte $\alpha = 0; 0.1; 0.35$ y la numeración de referencia asociada.

Se puede apreciar, al comparar las Ede, que tanto para el caso de Ede con componente hadrónica *Soft* como para el caso de Ede con componente hadrónica *Stiff*, la transición de fase se irá desplazando a valores mayores para la presión de transición, P_t , y de densidad de energía a medida que vamos aumentando α (ver en la Figura 3.2, por ejemplo, los paneles (c) y (f) respecto a los paneles (a) y (d)). Además, se puede apreciar que al aumentar el valor de Δ se consiguen Ede más blandas, que como veremos permiten obtener mayores masas máximas para las configuraciones estelares (ver, por ejemplo, Figura 3.2 panel (e), comparando las Ede 2 y 6). Si se mantiene fijo el valor de Δ y se aumenta el valor del B_{ag} se obtienen Ede más duras (ver, por ejemplo, Figura 3.2 panel (f), comparando las Ede 3 y 4). Por lo tanto, puede observarse que variaciones en los parámetros libres del modelo utilizado generan cambios en los resultados de las Ede obtenidas, que repercutirán en los resultados para las configuraciones estelares, donde veremos que a mayor dureza de la Ede se tiene mayores masas máximas y radios.

3.2. Solución de las ecuaciones TOV

Una vez seleccionadas las Ede de la tabla 3.1 podemos resolver las ecuaciones TOV. Estas ecuaciones forman un sistema de ecuaciones diferenciales acopladas. Para resolver las ecuaciones diferenciales (2.21) y (2.22) se utilizó un código numérico en FORTRAN90 proveído por el propio grupo de investigación, el cual utiliza el método de Runge-Kutta de orden 4 (Press et al., 2007); su resolución permite encontrar relaciones masa-radio para familias de EH. Para ello, se ingresa la Ede al código mediante una tabla de entrada con los valores de presión, P , y densidad de energía, ε , obtenidos de los resultados presentados en la subsección anterior. El código realiza un bucle sobre densidades centrales, como condición inicial de la integración. Se procede a la integración de las ecuaciones (2.21) y (2.22) desde

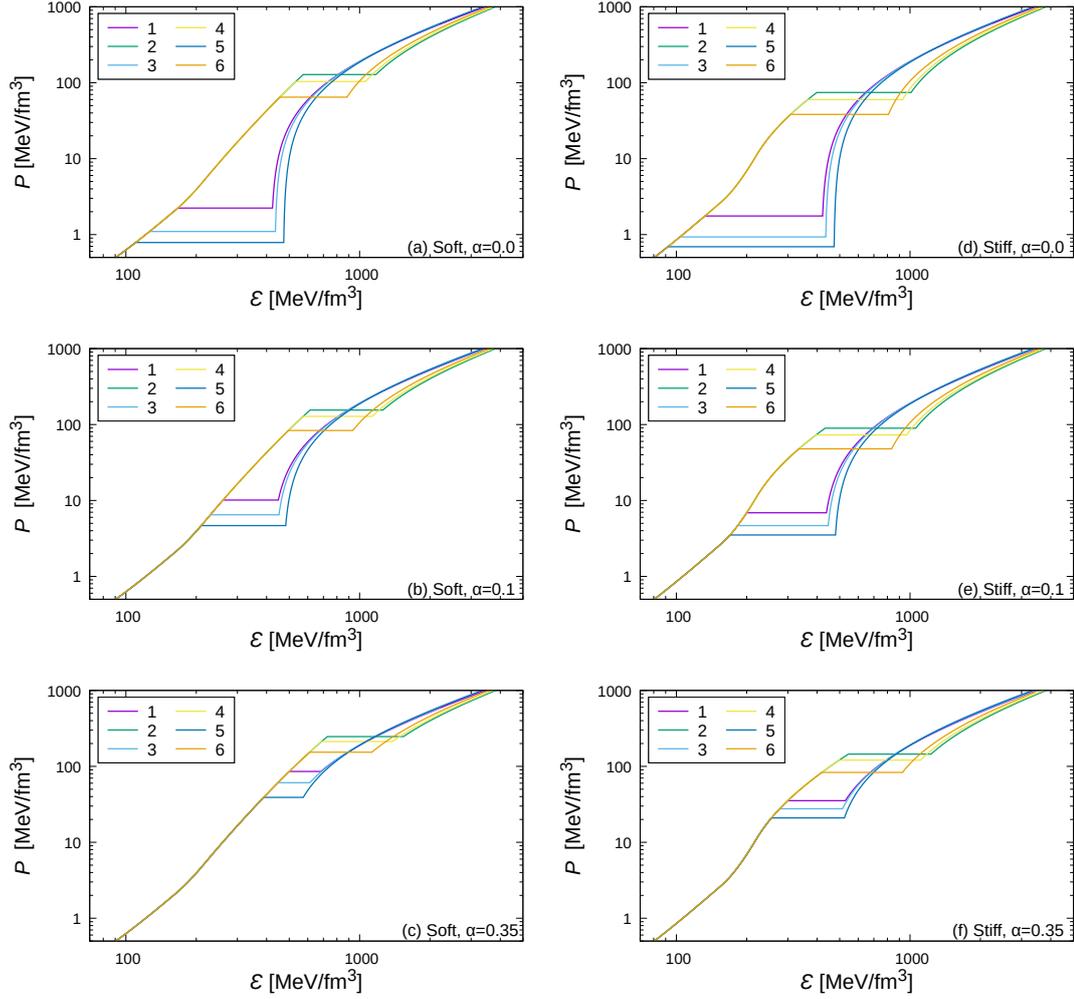


Figura 3.2: Ede híbridas *soft*, del lado izquierdo, y *stiff*, del lado derecho para los distintos conjuntos de parámetros del modelo, presentados en la Tabla 3.1. En cada panel se presenta, para una dada Ede hadrónica y un dado valor de α , la relación presión-densidad de energía para cada Ede híbrida seleccionada; a bajas densidades se aprecia la fase hadrónica pura, luego se ve un escalón donde la presión es constante y en el que se produce un salto en la densidad de energía, y la fase de quarks CFL ocurre para las densidades mayores. Se pueden apreciar las transiciones de fase para los distintos sets seleccionados y como los diferentes valores para la presión de transición, P_t , y del salto en la densidad de energía, $\Delta\varepsilon$, afectan la dureza de cada Ede.

el centro hacia la superficie de la estrella, hasta que se cumple la condición dada por la ecuación (2.23); a partir de cada densidad central se obtiene como solución una configuración estelar en equilibrio. Luego, de la misma manera, se continúa con la siguiente estrella cuya presión central será mayor a la anterior; al final del proceso se tiene la familia de EH para una dada Ede particular.

Al finalizar la integración de las ecuaciones TOV, para una dada Ede, obtenemos como resultado un archivo de salida que contiene los valores de la masa, M , y el radio, R para cada configuración estelar. A su vez, se clasifican los re-

sultados en distintas carpetas según si cumplen la restricción de $M_{max} \geq 2.01M_{\odot}$ y, si es así, según si tienen ramas estables o inestables luego de las transiciones de fase. En este contexto, se resolvieron las ecuaciones TOV para cada conjunto de parámetros identificados en la tabla 3.1. En la Figura 3.3 presentamos los resultados para la relación masa-radio, diferenciando en cada panel las Ede consideradas; además, se incluyeron las restricciones a las masas y radios impuestas por las observaciones más recientes de EN: los púlsares de $\sim 2M_{\odot}$ (Arzoumanian et al., 2018; Fonseca et al., 2021), los eventos GW170817 (Abbott et al., 2017) y GW190425 (Abbott et al., 2020), y las observaciones de NICER (Riley and et al., 2019; Miller and et al., 2019; Riley et al., 2021; Miller et al., 2021).

A partir de nuestros resultados, en la Figura 3.3 puede observarse que indistintamente de si nos encontramos en el caso de la Ede con componente hadrónica *Soft* -paneles (a), (b) y (c)- o *Stiff* -paneles (d), (e) y (f)-, a medida que tomamos valores de α mayores, las curvas también tomaran magnitudes de masas mas elevadas -ver, por ejemplo, Figura 3.3 paneles (c) y (f)-. Por otro lado, puede visualizarse que para igual valor de Bag , una disminución en el valor de Δ permite obtener valores de masas superiores (ver, por ejemplo, Figura 3.3 panel (d), comparando las Ede 2 y 4). Ya habiendo realizado una distinción relacionada a los distintos parámetros, cabe destacar que para los casos de Ede con componente hadrónica *Stiff* se consiguen resultados de masas mas grandes en comparación a las conseguidas en Ede con componente hadrónica *Soft*. Similarmente ocurre con los radios, los cuales aumentan significativamente para las Ede híbridas *Stiff* con respecto a las Ede híbrida *Soft*, efecto que también puede visualizarse con el aumento del Bag al considerar un valor de Δ fijo (ver, por ejemplo, Figura 3.3 panel (e), comparando las Ede 1 y 2). Al realizar una comparación entre los seis paneles de la Figura 3.3 se percibe que la masa máxima obtenida es la correspondiente a una Ede *Stiff* tomando los parámetros $\alpha = 0,35$, $\Delta = 10\text{MeV}$, $Bag = 190\text{MeV}/\text{fm}^3$, perteneciente al panel (f), obteniendo una $M_{max} \approx 2,20M_{\odot}$. Otro aspecto a mencionar, es que luego de apreciarse un valor máximo de masa, comienza la REE en la cual la masa decae hasta cierto punto donde comienza una curva punteada que marca la zona de inestabilidad.

Es importante mencionar que si bien se satisface la restricción astrofísica que hemos considerado para la masa máxima, las observaciones más recientes han logrado imponer restricciones más precisas, que no sólo involucran masas sino también radios de los objetos estudiados, tal como se observa en la Figura 3.3. Es por ello que el análisis de las Ede que proponamos debe también considerar estas observaciones. Se observa que cuando tomamos una Ede *soft* con un valor de $\alpha = 0.35$ -ver panel (c)- los sets correspondientes a $\Delta = 10\text{MeV}$, $Bag = 190\text{MeV}/\text{fm}^3$ (curva verde, Ede 2) y $\Delta = 55\text{MeV}$, $Bag = 190\text{MeV}/\text{fm}^3$ (curva amarilla, Ede

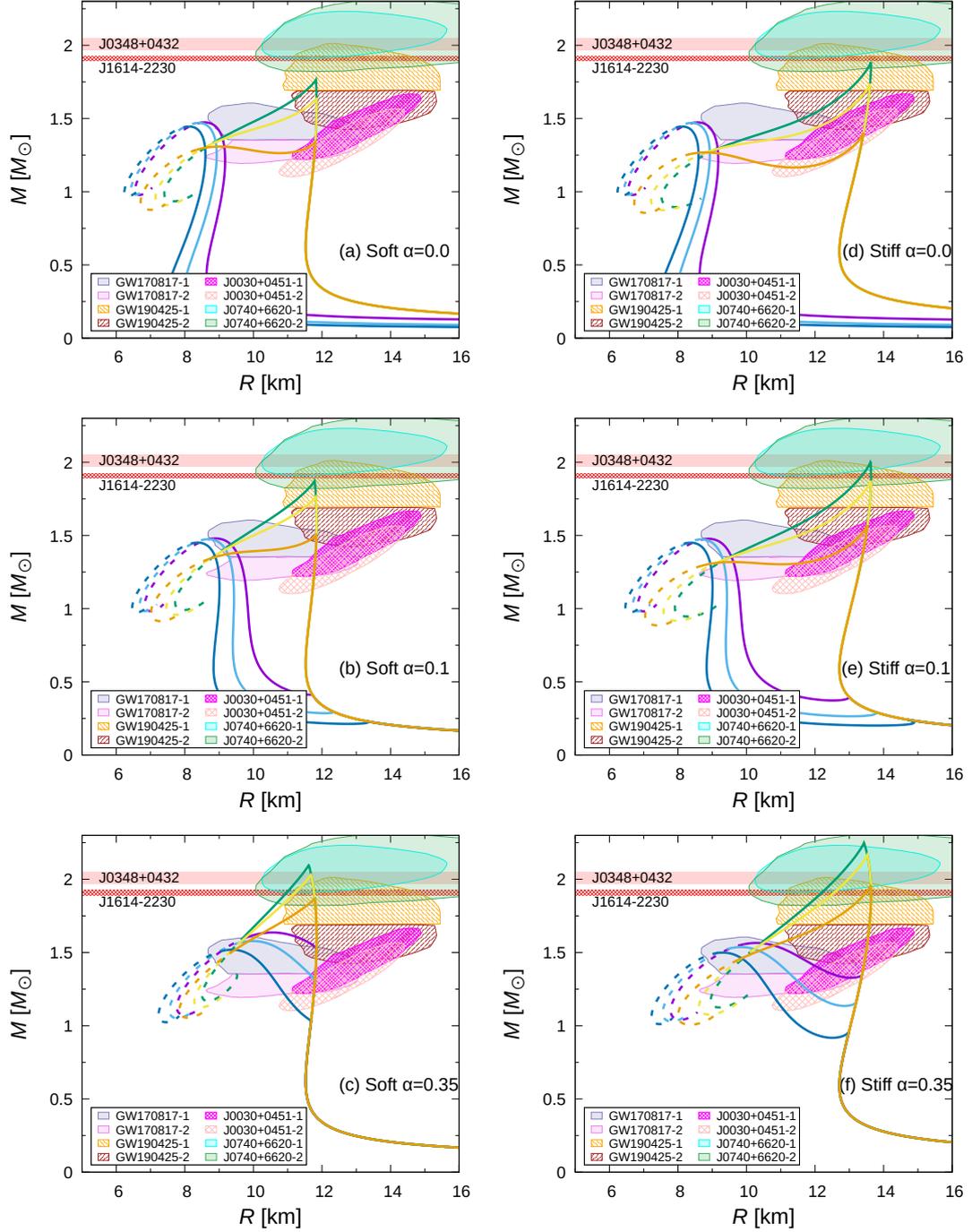


Figura 3.3: Relación masa-radio para las Ede híbridas, *soft* del lado izquierdo y *stiff* del lado derecho, correspondientes a los distintos conjuntos de parámetros del modelo, presentados en la Tabla 3.1. Las líneas continuas representan la zona de estabilidad y las líneas punteadas la de inestabilidad. Los segmentos de líneas continuas entre los máximos de las curvas y las regiones inestables representan lo que definimos como las REE. Los colores utilizados para las curvas en esta figura son consistentes con los de las Ede de la Figura 3.2. Las nubes y regiones de color representan las restricciones a las masas y radios impuestas por distintas observaciones de EN.

4) satisfacen todas las restricciones astronómicas. Si bien el resto de las Ede *soft* satisfacen las restricciones en radios, las Ede correspondiente a valores menores de α o Bag y/o mayores de Δ no alcanzan las $2,01M_{\odot}$. Para el caso de Ede *stiff* se alcanzan mayores masas más fácilmente, pero debido a los mayores radios que produce esta Ede, no es posible satisfacer con la rama tradicional las restricciones provenientes de GW170817. En este escenario, la existencia de REE con suficiente longitud permiten, en algunos casos, satisfacer dicha restricción. En particular, al tomar $\alpha = 0.1$ -ver panel (e)- el set $\Delta = 10\text{MeV}$, $Bag = 190\text{MeV}/\text{fm}^3$, curva verde correspondiente a la Ede 2, se cumple con todas las restricciones mencionadas. Es valioso aclarar que cuando las Ede *soft* satisfacen las restricciones, lo hacen a través de sus ramas hadrónicas tradicionalmente estables independientemente de la existencia de la REE, mientras que las Ede *stiff* solo pueden satisfacer GW170817 mediante REE suficientemente largas.

Una vez obtenidas y analizadas las curvas en el plano masa-radio podemos profundizar nuestro análisis calculando una nueva familia de gráficos. Para ello definiremos una magnitud que nos permita cuantificar a la REE, que será la longitud de la REE, la cual no es una cantidad física sino una magnitud medida en el plano masa-radio, construida en función de los objetivos de este trabajo. Esta cantidad resulta de interés dado que, como observamos previamente, la posibilidad de obtener REE suficientemente largas puede permitir satisfacer las restricciones astrofísicas recientes. De esta manera, tal como se planteó inicialmente en Lugones et al. (2023), Ede descartadas en el contexto de transiciones rápidas no deberían descartarse si se considera este escenario. Si bien esta longitud está definida de tal manera que el valor que tome proviene de una normalización arbitraria, es útil para comparar distintas longitudes de las REE correspondientes a las diferentes Ede consideradas en este trabajo. Así, definimos esta longitud geométrica en el plano M - R de la siguiente manera:

$$\text{Longitud} = \sum_i \sqrt{\left(\frac{m_{i+1} - m_i}{1,4 M_{\odot}}\right)^2 + \left(\frac{r_{i+1} - r_i}{12 \text{ km}}\right)^2}. \quad (3.1)$$

Es importante notar que lo que debiera ser una integral resulta en nuestra definición una sumatoria por la naturaleza numérica de los resultados con los que trabajamos, en la cual la suma se realiza sobre los elementos de la REE. A su vez, la normalización empleada contribuye a que los pesos de cada término sean similares, dado que los valores utilizados rondan los valores medios para radios y masas correspondientes a estos objetos.

En primera instancia, presentamos los resultados para la longitud de la REE en función de las distintas combinaciones de parámetros en el plano Bag - Δ (ver

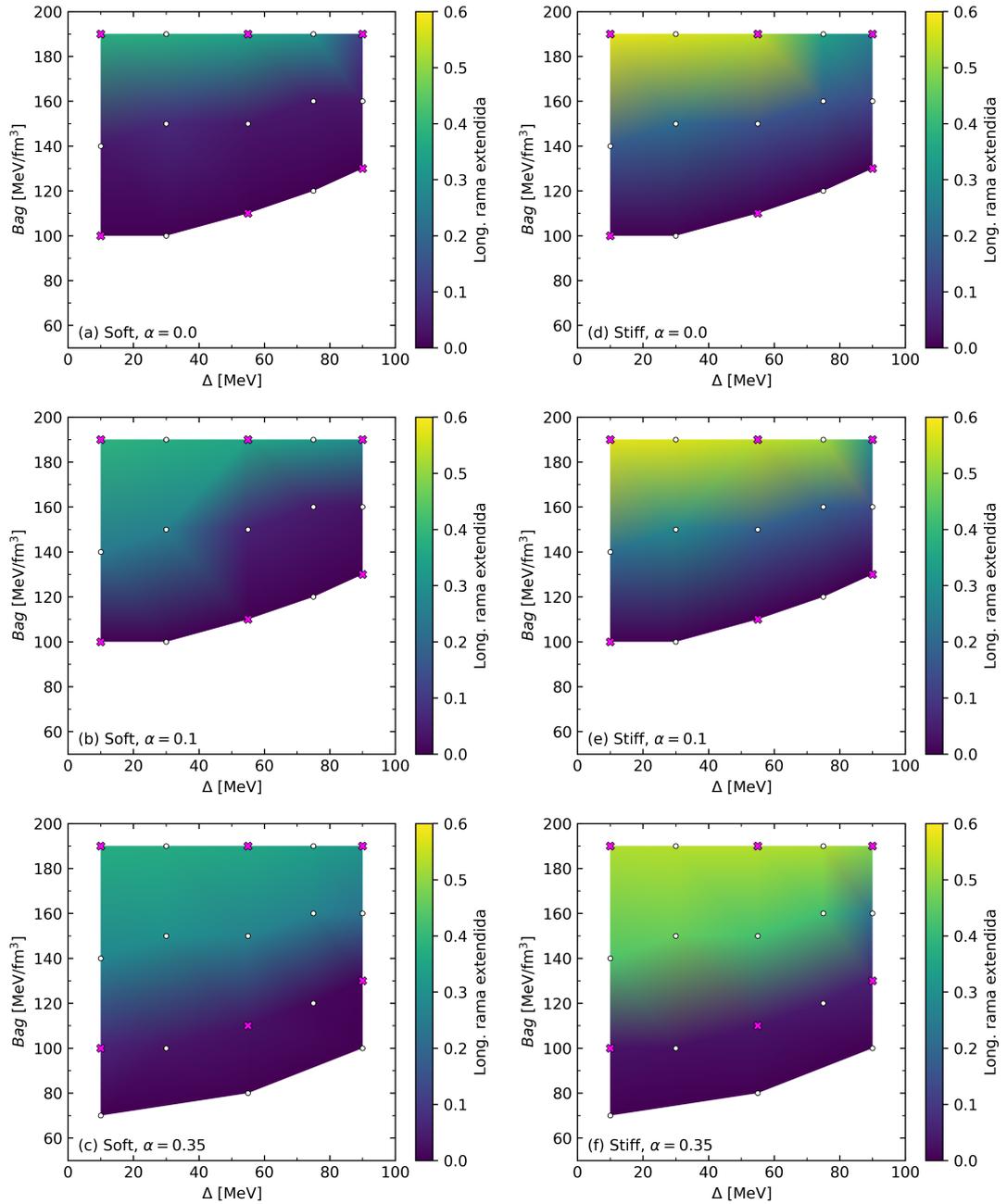


Figura 3.4: Longitud de la REE en función de los parámetros B_{ag} y Δ correspondientes a los distintos conjuntos de parámetros del modelo, presentados en la Tabla 3.1, para las Ede hadrónicas *soft*, lado izquierdo y *stiff*, lado derecho y valores fijos de α . Las cruces en color magenta representan combinaciones de parámetros que se encuentran en la región de inestabilidad escogidos con la finalidad de obtener ciertos resultados en concreto, mientras que los puntos en color blanco representan combinaciones de parámetros que se encuentran en nuestra región de estudio, contribuyendo a la estadística y al análisis de nuestros resultados.

Figura 3.4). Estos seis paneles presentados en la figura mencionada se diferencian en dos aspectos, por un lado en la elección del parámetro α y a su vez si se trata de la Ede *soft* (lado izquierdo, paneles (a), (b) y (c)) o *stiff* (lado derecho, paneles

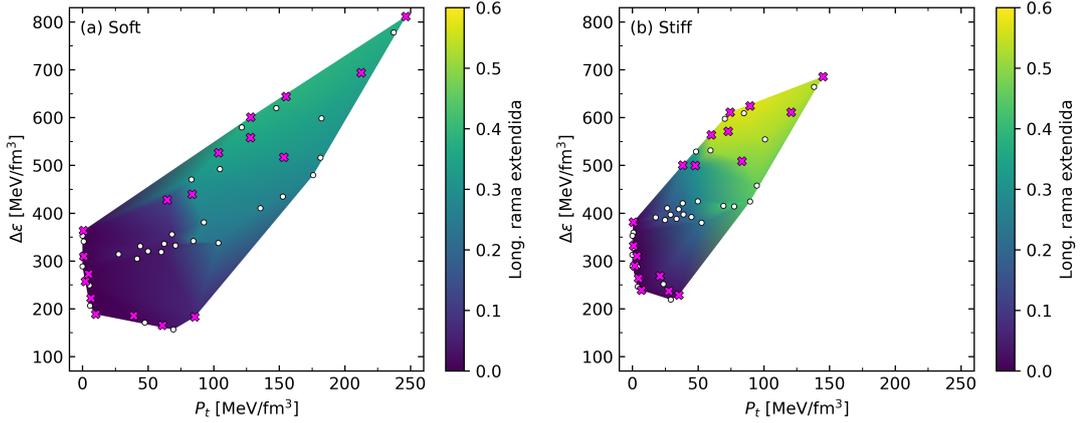


Figura 3.5: Longitud de la REE en función de la presión de transición, P_t y de la variación de la densidad de energía, $\Delta\varepsilon$ para ambos casos de Ede hadrónicas *soft*, lado izquierdo y *stiff*, lado derecho. En este caso, todos los sets correspondientes a los distintos valores adoptados para α , Bag , Δ se han agrupado en un mismo panel con el fin de estudiar la relación entre las propiedades generales y morfológicas de la Ede híbrida (P_t y $\Delta\varepsilon$) y la longitud de la REE con un enfoque modelo-independiente. Se ha preservado visible la muestra de dichos puntos con el fin de evidenciar como se distribuye nuestro muestreo en este plano. Las cruces magenta y los puntos blancos resultan los mismos que los utilizados previamente.

(d), (e) y (f)). La variación en la longitud de la REE se representa con cambios en los colores del mapa. Retomando la distinción mencionada en la Figura 3.1, las cruces en color magenta representan combinaciones de parámetros que se encuentran en la región de inestabilidad escogidos con la finalidad de obtener ciertos resultados en concreto (relaciones masa-radio y Ede) pertenecientes a las combinaciones de parámetros mencionadas que se pueden apreciar en la Tabla 3.1, mientras que los puntos en color blanco representan conjuntos de parámetros que se encuentran en nuestra región de estudio, contribuyendo a la estadística y al análisis de nuestros resultados. En dichos paneles puede apreciarse que para las Ede *stiff*, la longitud de la REE es mayor que para Ede *soft*. Además, para cualquier valor de α , a medida que aumentamos el de Bag y disminuimos el de Δ , conseguiremos una REE mas alargada. Vale la pena destacar que si bien de la observación de las figuras no se termina de percibir, el máximo valor para la longitud se alcanza, en ambos casos de la Ede hadrónica, para los sets ubicados en el extremo superior izquierdo, $\Delta = 10\text{MeV}$ y $Bag = 190\text{MeV}/\text{fm}^3$, para el caso $\alpha = 0.0$. En este sentido, si bien el mayor valor para α muestra cualitativamente una mayor extensión para la región coloreada de REE extensas, el mayor valor de longitud se alcanza para el menor valor de α .

La segunda familia de paneles está compuesta por la Figura 3.5. En estos se observan la longitud de la REE en función de la presión de transición, P_t y del salto en la densidad de energía en la transición de fase, $\Delta\varepsilon$. Si bien esta figura

y la anterior resultan similares entre sí, mientras el primer conjunto de paneles muestra resultados relacionados con el modelo específico de Ede utilizada, el segundo resulta de interés pues emplea cantidades generales y morfológicas de la Ede y no parámetros del modelo. En el eje x se presenta la presión de transición y sobre el eje y , el salto en la densidad de energía, en tanto que la longitud de la REE se reproduce por cambios en los colores del mapeo. La distinción entre un panel y otro se realizó de acuerdo a si se emplea una Ede *soft* (panel izquierdo) o una Ede *stiff* (panel derecho). Si bien en este plano aparecen desordenados, las cruces magenta y los puntos blancos resultan los mismos que los utilizados previamente. En principio se puede notar que el muestreo seleccionado produce un rango para P_t y $\Delta\varepsilon$ más extendido hacia valores mayores para la Ede hadrónica *soft* que para la *stiff*, aunque las Ede *stiff* consiguen valores mayores de la longitud de la REE en comparación a las Ede *soft*. Además, se aprecia que dichos valores se encuentran cerca de la región central del gráfico, es decir, a P_t y $\Delta\varepsilon$ intermedios respecto a los valores utilizadas para realizar dichas gráficas. En particular, para el caso *stiff*, la mayor longitud se logra para la cruz magenta ubicada en el vértice del polígono cercano a $P_t \simeq 70\text{MeV}/\text{fm}^3$, $\Delta\varepsilon \simeq 600\text{MeV}/\text{fm}^3$; este set corresponde al caso con $\alpha = 0.0$, $\Delta = 10\text{MeV}$, $B_{ag} = 190\text{MeV}/\text{fm}^3$, correspondiente a, como ya como señalamos, el vértice superior izquierdo del panel (b) de la Figura 3.5.

Capítulo 4

Resumen y Conclusiones

En este trabajo de Tesis de Licenciatura hemos estudiado EH superconductoras de color, centrándonos en las transiciones de fase abruptas lentas y su relación con la estabilidad extendida. En particular se estudiaron algunas propiedades para una Ede fenomenológica con materia de quarks en la fase CFL y se analizó la relación de los parámetros del modelo con la longitud de la REE compuesta por EH.

Para la descripción de la materia de quarks en la fase CFL, usamos el modelo de Bolsa del MIT con correcciones debidas a la constante de acoplamiento fuerte y la inclusión de la brecha de superconductividad bajo la aproximación de $T = 0$. La Ede correspondiente y todas sus cantidades termodinámicas derivadas fueron calculadas mediante un programa en FORTRAN90. Luego, hicimos un análisis de la estabilidad de la materia en la fase CFL teniendo en cuenta la conjetura de Bodmer-Witten. Mediante un código BASH y el graficador GNUPLOT, elaboramos un mapa de color con los parámetros libres del modelo, el *Bag*, la constante de acoplamiento fuerte α y la brecha de superconductividad Δ , teniendo en cuenta la cota establecida por la masa del elemento más estable que puede crearse en contextos astrofísicos: el ^{56}Fe . Del análisis de la ventana de estabilidad para la materia en la fase CFL se desprende que un aumento de la constante de acoplamiento fuerte restringe la ventana de estabilidad, ampliando la elección de combinaciones de los parámetros del modelo de quarks (α , *Bag* y Δ) para la construcción de EH. Además, el aumento de la brecha de superconductividad, Δ , favorece la estabilidad de la materia en la fase CFL disminuyendo su energía por barión. Este resultado coincide con lo discutido en el trabajo de Lugones and Horvath (2002) y en un estudio paramétrico de esta posibilidad en EH (Alford et al., 2005): la presencia de brechas de superconductividad mejora la posible estabilidad de la fase de materia de quarks, ya que la energía de Fermi del sistema se reduce por la formación de pares de Cooper (di-quarks). De esta forma, a partir de este análisis, establecimos combinaciones de los parámetros por fuera de la ventana

de estabilidad y, por lo tanto, adecuados para describir una EH. Esta elección de conjuntos de parámetros se realizó de manera de cubrir exhaustivamente el espacio de parámetros disponible físicamente válido. Por otro lado, la descripción de la fase hadrónica se realizó mediante un ajuste politrópico generalizado por partes de acuerdo a Lugones et al. (2023), con Ede previamente tabuladas, donde las Ede seleccionadas *soft* y *stiff* se modelan con el fin de reproducir de forma precisa ciertos observables como masa y radio, que se obtendrían con Ede hadrónicas realistas.

Una vez obtenidas las Ede de quarks y utilizando las Ede hadrónicas *soft* y *stiff*, se calcularon las Ede híbridas bajo la construcción de Maxwell. En este sentido, cabe recordar que en esta Tesis hemos supuesto que de existir materia de quarks en el interior de las EN, la misma surgiría producto de una transición de fase abrupta, pero además con ciertas características particulares en la interfaz hadrón-quark que hacen posible la existencia de una REE: que el tiempo de nucleación de los quarks sea mayor que el de las fluctuaciones periódicas en la mencionada interfaz. Tuvimos en cuenta un muestreo de 96 Ede, de las cuales seleccionamos 36 representativas (repartidas en tres valores de la constante de acoplamiento α) para obtener resultados relacionados con el modelo específico de Ede híbrida utilizada. Las 96 Ede, fueron repartidas en partes iguales entre Ede con fase hadrónica *soft* y *stiff*. Una vez obtenidas estas Ede híbridas considerando una transición de fase abrupta y lenta, se construyeron familias de EH mediante la integración de las ecuaciones de equilibrio hidrostático relativista TOV y se calculó la REE para estas familias. Por último, los resultados obtenidos fueron comparados de acuerdo a las cotas y restricciones actuales, provenientes de la medición de masas, radios de EN y los eventos ondas gravitacionales provenientes de la fusión de EN.

En relación a los resultados microfísicos alcanzados con las Ede, apreciamos que la transición de fase se irá desplazando a valores mayores de presión y de densidad de energía a medida que vamos aumentando α , mientras que un aumento de Δ produce Ede más blandas, es decir, con una menor presión a una dada densidad de energía (con una pendiente más pronunciada). A su vez, el aumento del Bag produce Ede más duras.

En cuanto a las relaciones masa-radio obtenidas para las 36 Ede seleccionadas, se obtuvieron ramas estables de estrellas hadrónicas puras, REE y ramas inestables de EH. Podemos distinguir que al escoger una Ede hadrónica *soft* o *stiff* y al realizar variaciones en los parámetros libres generamos modificaciones en los resultados logrados, consiguiendo estrellas más masivas para Ede hadrónica *stiff*. A su vez se percibe que una disminución en el valor de Δ provoca valores de masas superiores cuando se mantiene constante el Bag (consistente con la obtención de

Ede más duras). Además, es de importancia mencionar que las observaciones más recientes han logrado imponer restricciones de gran precisión, que no sólo involucran masas sino también radios de los objetos estudiados. El aumento del valor de B_{ag} a Δ fijo, aumenta el radio de las configuraciones estelares y el aumento de la interacción entre los quarks, traducida en un aumento de la constante de acoplamiento, genera Ede híbridas más duras. Esto facilita que las EH construidas con la Ede hadrónica *soft*, cumplan con todas las restricciones observacionales con el valor máximo de $\alpha = 0.35$ considerado en esta tesis, independientemente de la existencia de REE. Sin embargo, para la Ede hadrónica *stiff*, es necesario que exista la REE para satisfacer todas las restricciones observacionales actuales de EN, en particular la que corresponde al evento GW170817. En particular, los modelos seleccionados en esta tesis que satisfacen la totalidad de las restricciones existentes son las Ede híbridas con componente hadrónica *soft* con un valor de $\alpha = 0.35$ para los sets $B_{ag} = 190\text{MeV}/\text{fm}^3$, $\Delta = 10\text{MeV}$ y $B_{ag} = 190\text{MeV}/\text{fm}^3$, $\Delta = 55\text{MeV}$, y la Ede híbrida con componente hadrónica *stiff* tomando $\alpha = 0.1$, $B_{ag} = 190\text{MeV}/\text{fm}^3$, $\Delta = 10\text{MeV}$. Haciendo un balance, se desprende de nuestros resultados que las Ede con componente *soft* pueden satisfacer las actuales restricciones astronómicas sin necesidad de la existencia de REE, mientras que las Ede con componente hadrónica *stiff* necesitan para hacerlo de la existencia de REE suficientemente largas. Este resultado se alinea con los obtenidos en el trabajo Lugones et al. (2023) en el que se muestra que las Ede hadrónicas muy rígidas que en principio podrían no explicar las observaciones recientes de EN no pueden descartarse si se consideran transiciones de fase lentas: es posible una nueva clase de EH dinámicamente estables que componen la REE y satisfagan estas restricciones.

Luego de obtener las curvas de $M-R$ y en base a las conclusiones del párrafo anterior, nos abocamos a realizar el análisis final de nuestros resultados, enfocándonos en la longitud de las REE. Para ello fabricamos dos nuevas familias de gráficos. Un primer conjunto de paneles muestra resultados relacionados con el modelo específico de Ede utilizada, en los cuales se observa como varia la longitud de la REE en función de las distintas combinaciones de parámetros α , B_{ag} y Δ . En el segundo conjunto de paneles se emplearon cantidades generales y morfológicas de la Ede y no parámetros del modelo, en los cuales se observan la longitud de la REE en función de la presión de transición, P_t y del salto en la densidad de energía, $\Delta\varepsilon$. De estos análisis se desprende que un aumento del valor de B_{ag} y una disminución de Δ produce REE más largas, independientemente del valor de α . Es más, la mayor longitud de REE se consigue cuando la constante de acoplamiento entre los quarks es nula, con $\Delta = 10\text{MeV}$ y $B_{ag} = 190\text{MeV}/\text{fm}^3$. Además, en dichos paneles se observa que para las Ede híbridas con componente hadrónica

stiff la longitud de la REE es mayor que para aquellas Ede híbridas con componente *soft*. Completamos nuestro análisis de la longitud de la REE realizando un enfoque modelo independiente, considerando el salto en la densidad de energía de las Ede híbridas, $\Delta\varepsilon$ y la presión de transición P_t . En el caso de la Ede híbrida con componente hadrónica *stiff*, la mayor longitud ocurre para $\Delta\varepsilon \sim 600\text{MeV}/\text{fm}^3$ y $P_t \sim 75\text{MeV}/\text{fm}^3$. En el caso de la Ede híbrida con componente hadrónica *soft*, $\Delta\varepsilon \sim 600\text{MeV}/\text{fm}^3$ y $P_t \sim 150\text{MeV}/\text{fm}^3$. A diferencia del trabajo de Lugones et al. (2023) donde se muestra que un mayor salto en densidad de energía produce REE mas largas, no se puede terminar de concluir esto de nuestro trabajo; un futuro estudio sobre el plano $\Delta\varepsilon$ - P_t más detallado podría confirmar este resultado para nuestro modelo. Un trabajo reciente que utiliza modelos de materia de quarks más realistas (Lenzi et al., 2023) muestra resultados similares a los nuestros y a los de Lugones et al. (2023) -donde se utilizan modelos paramétricos- respecto a la REE para EH.

Para finalizar, vale la pena mencionar que si bien la mayor parte de los modelos presentados en esta Tesis no satisfacen las restricciones actuales, el objetivo del trabajo no radicaba en proveer o construir Ede sofisticadas o realistas que satisfagan las restricciones sino en analizar el comportamiento de la REE, partiendo de las conclusiones novedosas presentadas en Lugones et al. (2023). Por ello, quisiéramos remarcar que es la primera vez que se cuantifica la longitud de la REE para profundizar el estudio de EH con transiciones abruptas y lentas. El estudio pormenorizado de esta cantidad podría contribuir a revelar la incógnita de cuál es la naturaleza de la materia de quarks en la EH. Aplicando este método en modelos de Ede más realistas se podría, por ejemplo, relacionar ciertas cantidades características de estos modelos con variaciones en la longitud de la REE. Esperamos que las futuras investigaciones relacionadas a la transición de fase en la materia densa, tanto en el diagrama de fases de la QCD como aquellas provenientes de la detección de ondas gravitacionales de la fusión de objetos compactos, nos permitan conocer la verdadera composición de estos fascinantes laboratorios astrofísicos como son las EN.

Bibliografía

- Abbott, B. et al. (2018). GW170817: Measurements of neutron star radii and equation of state. Phys. Rev. Lett., 121(16):161101.
- Abbott, B. P. et al. (2017). Gravitational Waves and Gamma-Rays from a Binary Neutron Star Merger: GW170817 and GRB 170817A. ApJ, 848:L13.
- Abbott, B. P. et al. (2020). GW190425: Observation of a Compact Binary Coalescence with Total Mass $\sim 3.4 M_{\odot}$. ApJ, 892(1):L3.
- Alford, M., Braby, M., Paris, M., and Reddy, S. (2005). Hybrid stars that masquerade as neutron stars. The Astrophysical Journal, 629(2):969.
- Alford, M. and Rajagopal, K. (2002). Absence of two-flavor color-superconductivity in compact stars. Journal of High Energy Physics, 2002(06):031.
- Alford, M. G., Schmitt, A., Rajagopal, K., and Schäfer, T. (2008). Color superconductivity in dense quark matter. Reviews of Modern Physics, 80(4):1455.
- Annala, E., Gorda, T., Kurkela, A., and Vuorinen, A. (2018). Gravitational-Wave Constraints on the Neutron-Star-Matter Equation of State. Physical Review Letters, 120(17):172703.
- Antoniadis, J. and et al. (2013). A Massive Pulsar in a Compact Relativistic Binary. Science, 340(6131):448.
- Arzoumanian, Z., Brazier, A., Burke-Spolaor, S., Chamberlin, S., Chatterjee, S., Christy, B., Cordes, J. M., Cornish, N. J., Crawford, F., Cromartie, H. T., et al. (2018). The nanograv 11-year data set: high-precision timing of 45 millisecond pulsars. The Astrophysical Journal Supplement Series, 235(2):37.
- Baade, W. and Zwicky, F. (1934). Remarks on super-novae and cosmic rays. Physical Review, 46(1):76.
- Bodmer, A. R. (1971). Collapsed nuclei. Phys. Rev. D, 4:1601–1606.

-
- Capano, C. D., Tews, I., Brown, S. M., Margalit, B., De, S., Kumar, S., Brown, D. A., Krishnan, B., and Reddy, S. (2020). Stringent constraints on neutron star radii from multimessenger observations and nuclear theory. Nature Astronomy, 4(6):625–632.
- Chandrasekhar, S. (1964). The Dynamical Instability of Gaseous Masses Approaching the Schwarzschild Limit in General Relativity. ApJ, 140:417.
- Chodos, A., Jaffe, R., Johnson, K., Thorn, C. B., and Weisskopf, V. (1974). New extended model of hadrons. Physical Review D, 9(12):3471.
- Chodos, A., Jaffe, R. L., Johnson, K., Thorn, C. B., and Weisskopf, V. F. (1974a). New extended model of hadrons. Physical Review D: Particles, Fields, Gravitation and Cosmology, 9(12):3471–3495.
- Chodos, A., Jaffe, R. L., Johnson, K., Thorn, C. B., and Weisskopf, V. F. (1974b). New extended model of hadrons. Phys. Rev. D, 9(12):3471–3495.
- Córsico, A. H., Althaus, L. G., Miller Bertolami, M. M., and Kepler, S. O. (2019). Pulsating white dwarfs: new insights. The Astronomy and Astrophysics Review, 27(1):1–92.
- Cromartie, H. T. and t al. (2019). Relativistic Shapiro delay measurements of an extremely massive millisecond pulsar. Nature Astronomy, page 439.
- Demorest, P. B., Pennucci, T., Ransom, S. M., Roberts, M. S. E., and Hessels, J. W. T. (2010). A two-solar-mass neutron star measured using Shapiro delay. Nature, 467(7319):1081–1083.
- Einstein, A. (1915). Die feldgleichungen der gravitation. Sitzung der physikalische-mathematischen Klasse, 25:844–847.
- Farhi, E. and Jaffe, R. L. (1984). Strange matter. Phys. Rev. D, 30(11):2379–2390.
- Fonseca, E. et al. (2021). Refined Mass and Geometric Measurements of the High-mass PSR J0740+6620. ApJL, 915(1):L12.
- Haensel, P., Zdunik, J., and Schaeffer, R. (1989). Phase transitions in dense matter and radial pulsations of neutron stars. Astronomy and Astrophysics, 217:137–144.
- Heger, A. and Woosley, S. E. (2010). Nucleosynthesis and evolution of massive metal-free stars. The Astrophysical Journal, 724(1):341.

-
- Hewish, A., Bell, S. J., Pilkington, J. D., Scott, P. F., and Collins, R. A. (2013). 74. observation of a rapidly pulsating radio source. In A Source Book in Astronomy and Astrophysics, 1900–1975, pages 498–504. Harvard University Press.
- Kodama, T. (2002). Introduction to relativistic gases. In AIP Conference Proceedings, volume 631, pages 3–26. American Institute of Physics.
- Lenzi, C., Lugones, G., and Vasquez, C. (2023). Hybrid stars with reactive interfaces: Analysis within the nambu–jona-lasinio model. Physical Review D, 107(8):083025.
- Lugones, G. and Horvath, J. E. (2002). Color-flavor locked strange matter. Physical Review D: Particles, Fields, Gravitation and Cosmology, 66(7):074017.
- Lugones, G., Mariani, M., and Ranea-Sandoval, I. F. (2023). A model-agnostic analysis of hybrid stars with reactive interfaces. Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, 2023(03):028.
- Miller, M. C. and et al. (2019). PSR j0030+0451 mass and radius from NICER data and implications for the properties of neutron star matter. Astrophys. J. Lett., 887(1):L24.
- Miller, M. C. et al. (2021). The Radius of PSR J0740+6620 from NICER and XMM-Newton Data. ApJ, 918(2):L28.
- Most, E. R., Weih, L. R., Rezzolla, L., and Schaffner-Bielich, J. (2018). New Constraints on Radii and Tidal Deformabilities of Neutron Stars from GW170817. Physical Review Letters, 120(26):261103.
- Noronha, J. L. and Shovkovy, I. A. (2007). Color-flavor locked superconductor in a magnetic field. Physical Review D, 76(10):105030.
- O’Boyle, M. F., Markakis, C., Stergioulas, N., and Read, J. S. (2020). Parametrized equation of state for neutron star matter with continuous sound speed. Phys. Rev. D, 102:083027.
- Oppenheimer, J. R. and Volkoff, G. M. (1939). On massive neutron cores. Physical Review, 55(4):374.
- Orsaria, M. G., Malfatti, G., Mariani, M., Ranea-Sandoval, I. F., García, F., Spinella, W. M., Contrera, G. A., Lugones, G., and Weber, F. (2019). Phase transitions in neutron stars and their links to gravitational waves. Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics, 46(7):073002.

-
- Pereira, J. P., Flores, C. V., and Lugones, G. (2018). Phase transition effects on the dynamical stability of hybrid neutron stars. The Astrophysical Journal, 860(1):12.
- Prakash, M., Lattimer, J. M., Pons, J. A., Steiner, A. W., and Reddy, S. (2001). Evolution of a neutron star from its birth to old age. In Physics of neutron star interiors, pages 364–423. Springer.
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., and Flannery, B. P. (2007). Numerical recipes 3rd edition: The art of scientific computing. Cambridge university press.
- Raithel, C. A., Özel, F., and Psaltis, D. (2018). Tidal Deformability from GW170817 as a Direct Probe of the Neutron Star Radius. The Astrophysical Journal, Letters, 857(2):L23.
- Rezzolla, L., Most, E. R., and Weih, L. R. (2018). Using gravitational-wave observations and quasi-universal relations to constrain the maximum mass of neutron stars. The Astrophysical Journal Letters, 852(2):L25.
- Riley, T. E. and et al. (2019). A NICER view of PSR j0030+0451: Millisecond pulsar parameter estimation. Astrophys. J. Lett., 887(1):L21.
- Riley, T. E. et al. (2021). A NICER View of the Massive Pulsar PSR J0740+6620 Informed by Radio Timing and XMM-Newton Spectroscopy. ApJ, 918(2):L27.
- Rodríguez, M. C. (2020). Estrellas híbridas con transiciones de fase secuenciales y sus efectos en las frecuencias de oscilación. PhD thesis, Universidad Nacional de La Plata.
- Smith, A. M., McFarquhar, G. M., Rauber, R. M., Grim, J. A., Timlin, M. S., Jewett, B. F., and Jorgensen, D. P. (2009). Microphysical and thermodynamic structure and evolution of the trailing stratiform regions of mesoscale convective systems during bamex. part i: Observations. Monthly weather review, 137(4):1165–1185.
- Ter Haar, D. (2013). Collected papers of LD Landau. Elsevier.
- Tolman, R. C. (1939). Static solutions of einstein’s field equations for spheres of fluid. Physical Review, 55(4):364.
- Weber, F. (2017a). Pulsars as astrophysical laboratories for nuclear and particle physics. Routledge.

Weber, F. (2017b). Pulsars as astrophysical laboratories for nuclear and particle physics. Routledge.

Witten, E. (1984). Cosmic separation of phases. Phys. Rev. D, 30:272–285.