

# Control cuasi-óptimo de cultivos continuos de microalgas

Fernando Valenciaga

Fabrizio Garelli

Sebastián Nuñez

Grupo de Control Aplicado - GCA ([www.gca.ing.unlp.edu.ar](http://www.gca.ing.unlp.edu.ar))

Instituto de Investigaciones en Electrónica, Control y Procesamiento de Señales (LEICI)

Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata - CONICET

La Plata, Argentina

**Resumen**—En este trabajo se presenta un modelo dinámico completo que permite describir el comportamiento macroscópico de cultivos de microalgas ( $\mu$ -algas) en fotobiorreactores que operan bajo condiciones térmicas y de irradiación natural. Ante la complejidad analítica y/o práctica que involucra optimizar la producción de este tipo de sistemas, se propone incorporar un esquema de búsqueda del punto óptimo de operación bajo condiciones de funcionamiento cuasi estacionarias. Este esquema logra que el sistema se encuentre en las vecindades del punto de máxima producción resultando por ello cuasi óptimo. La efectividad de la propuesta se analiza a través de simulaciones representativas que incorporan variaciones lumínicas y térmicas estacionales. En ellas se observa la buena performance que posee el esquema de control en el seguimiento del punto de producción óptimo.

**Palabras Clave**—microalgas; producción óptima; extremum seeking

## I. INTRODUCCIÓN

La habilidad que presentan diferentes tipos de microalgas ( $\mu$ -algas) para transformar por fotosíntesis cantidades significantes de  $\text{CO}_2$  en biomasa ha marcado el creciente interés por su cultivo industrializado en el contexto del calentamiento global y el efecto invernadero [1][2]. Por otra parte algunas variedades de  $\mu$ -algas también presentan atractivo en cuanto a la producción de derivados como por ejemplo hidrógeno o aceites para la producción de biodiesel [3][4]. Estas cualidades atractivas han generado grandes expectativas en su cultivo a escala y como efecto colateral en su modelización dinámica, optimización y control.

Los cultivos de microalgas pueden realizarse en fotobiorreactores abiertos (raceways) o cerrados (tuberías transparentes (ver Fig. 1)). Los primeros tienden a ser más voluminosos pero presentan el problema de tener que coexistir con factores contaminantes que frecuentemente, por competencia, inhiben el crecimiento de las variedades deseadas [4]. Además, este tipo de instalaciones presentan en general mezclas pobres que no permiten concentraciones de biomasa importantes. Así, para lograr un volumen de cosecha significativo se deben filtrar importantes cantidades de agua.

Por otro lado, los cultivos cerrados reducen los volúmenes de cultivo pero permiten tener control sobre un conjunto de

variables que habilitan su maximización y facilitan el proceso de producción en serie. A su vez dentro de este tipo de instalaciones pueden reconocerse dos formas de operación diferenciadas: con luz artificial o con luz natural. Es dentro de esta última modalidad de trabajo donde últimamente se han volcado los esfuerzos de investigación ya que en general admite instalaciones de mayor volumen con menores costos de producción.

En los años recientes se han evidenciado importantes avances en cuanto a la modelización dinámica del comportamiento tanto macroscópico como interno de estos agentes biológicos [5][6]. A pesar de ello, debido a la complejidad de los modelos obtenidos existen pocos resultados en cuanto al control exitoso de estos cultivos. A grandes rasgos, dentro de la literatura existente pueden encontrarse dos líneas de trabajo diferenciadas. Una de ellas trata de optimizar la producción privilegiando el tratamiento analítico mediante modelos reducidos [7][8]. La otra línea de trabajo identificada enfoca sus esfuerzos a encontrar algún indicador que permita ser usado para realizar la optimización del proceso a lazo cerrado [9][10][11].



Fig. 1. Fotografía de un fotobiorreactor tubular con iluminación natural.

Este trabajo presenta un sistema de control a lazo cerrado que permite que el fotobiorreactor trabaje en la cercanía de su punto óptimo. La estrategia empleada consiste en aplicar un proceso de búsqueda del máximo de producción luego de que el sistema se encuentre en operación estacionaria. Los resultados obtenidos con esta metodología se validan a partir de simulaciones aplicadas sobre modelos dinámicos complejos, aceptados por el mundo científico [5][6].

El trabajo se encuentra organizado de la siguiente manera: en la sección II se presenta el modelo dinámico pormenorizado del sistema, la sección III explica la metodología empleada en la búsqueda del óptimo del volumen de producción, la sección IV analiza los resultados del control propuesto a partir de simulaciones representativas y, finalmente, la sección V presenta las conclusiones.

## II. MODELO DINÁMICO DEL CRECIMIENTO DE $\mu$ -ALGAS EN FOTOBIOREACTORES CONTINUOS

### A. Modelo Dinámico bajo Luz Constante

Con el fin de simplificar la presentación del modelo dinámico del sistema se consideran inicialmente condiciones de iluminación de intensidad constante. Bajo esta suposición el sistema permite ser descrito macroscópicamente a partir de tres variables de estado que representan la concentración del sustrato limitante para el crecimiento ( $s$ ), la concentración de biomasa ( $x$ ) y la denominada 'cell quote' ( $q$ ). Si bien esta última variable puede interpretarse como el nutriente limitante dentro de la célula ( $q=s_{interno}/x$ ), no presenta correlato biológico pero permite describir adecuadamente el comportamiento macroscópico del cultivo. Matemáticamente el modelo puede expresarse como:

$$\begin{aligned} \dot{s} &= D s_{in} - D s - \rho(s) x \\ \dot{x} &= \mu(q) x - D x - r x \\ \dot{q} &= \rho(s) - \mu(q) q \end{aligned} \quad (1)$$

donde  $D$  es el flujo de circulación por unidad de volumen del fotobiorreactor (dilución),  $s_{in}$  es la concentración de sustrato limitante en el flujo entrante,  $\rho(s)$  es la tasa de absorción de ese sustrato,  $\mu(q)$  es la tasa de crecimiento y  $r$  la constante de respiración. Debe observarse que, dado que el fotobiorreactor es un reactor continuo cerrado, el flujo entrante es igual al saliente.

En cuanto a la tasa de absorción, la misma puede considerarse descrita por el modelo de *Michaels-Menten* modificada por un factor que incorpora el efecto de saciedad de las células, es decir:

$$\rho(s) = \bar{\rho} \frac{s}{s + K_s} \left( 1 - \frac{q}{Q_l} \right) \quad (2)$$

donde  $\bar{\rho}$  y  $K_s$  determinan la forma de la curva de absorción en función del nutriente limitante ( $K_s$  constante de mitad de saturación) y  $Q_l$  es el valor del nutriente limitante dentro de la célula que determina que las mismas no sigan alimentándose.

La ley que modela la tasa de crecimiento puede expresarse como:

$$\mu(q) = \bar{\mu} \left( 1 - \frac{Q_0}{q} \right) \quad (3)$$

con  $\bar{\mu}$  constante de crecimiento. En esta ecuación puede verse que la misma depende de la concentración de nutriente limitante dentro de la célula y que reconoce un valor mínimo que inhibe su crecimiento ( $Q_0$ ). En base a estas dos últimas

ecuaciones puede observarse que la denominada 'cell quote' debe respetar  $Q_0$  y  $Q_l$  como límites mínimo y máximo respectivamente.

### B. Modelo Dinámico bajo Luz Natural

El modelo de un fotobiorreactor operando bajo condiciones naturales es más complejo que el postulado por las ecuaciones (1)-(3). En particular no sólo debe considerarse el efecto producido por regímenes de intensidad de luz variante en el tiempo (día/noche - estacionalidad), sino también efectos de pigmentación/aclimatación de las células y el efecto producido por variaciones de temperatura en la masa de cultivo. Para incorporar estos condicionantes, el modelo anterior debe expandirse para incorporar nuevas variables de estado, como así también adaptar las expresiones correspondientes a las tasas de crecimiento, absorción y respiración. En este último sentido, resultados experimentales muestran que cultivos bajo condiciones naturales resultan bien descriptos al modificar la tasa de absorción como [11]:

$$\rho(s, I, T) = \bar{\rho} \phi_T \frac{s}{s + K_s} \left( \nu + (1 - \nu) \frac{\bar{I}^m}{\bar{I}^m + \epsilon_I^m} \right) \left( 1 - \frac{q}{Q_l} \right) \quad (4)$$

donde  $\phi_T$  es un factor que depende de la temperatura del cultivo como:

$$\phi_T = \frac{(T - T_{m\acute{a}x})(T - T_{m\acute{i}n})^2}{(T_{opt} - T_{m\acute{i}n})^2 \left[ (T - T_{opt}) - \frac{(T_{opt} - T_{m\acute{a}x})}{(T_{opt} - T_{m\acute{i}n})} (T_{opt} + T_{m\acute{i}n} - 2T) \right]} \quad (5)$$

siendo  $T_{m\acute{i}n}$  y  $T_{m\acute{a}x}$  los valores mínimo, máximo que soporta la variedad de  $\mu$ -alga cultivada, al tiempo que  $T_{opt}$  es la temperatura óptima para su crecimiento. En esta nueva ley de absorción aparece también un factor regulador dependiente de la radiación promedio dentro del fotobiorreactor ( $\bar{I}$ ) cuya característica se encuentra dada por el coeficiente de forma  $m$ . Asimismo, se incorpora un factor de reducción de ingesta nocturna dado por el coeficiente  $\nu$ .

La ley que describe el crecimiento de la biomasa también incorpora nuevos factores que dan cuenta de los efectos producidos por las condiciones naturales de funcionamiento. En particular, para un fotobiorreactor de sección rectangular y profundidad  $L$  irradiado en su superficie superior por  $I_0$ , la ley de crecimiento (3) se modifica como [10][11]:

$$\mu(q, I, T) = \frac{\tilde{\mu}}{\xi L} \ln \left( \frac{I_0 + K_s}{I_0 e^{-\xi L} + K_s} \right) \phi_T \left( 1 - \frac{Q_0}{q} \right) \quad (6)$$

donde  $\xi$  es un factor de atenuación lumínico dependiente de la pigmentación de la biomasa a la cual las  $\mu$ -algas se encuentran foto-aclimatadas, que puede postularse como:

$$\xi = a CHL + b = a x q \theta(T, I^*) + b \quad (7)$$

siendo  $\theta^{-1}(T, I^*) = (g_1 - g_2 T) + g_3 I^* e^{-g_4 T}$  con  $I^*$  irradiación de aclimatación y  $a, b, g_1, g_2$  y  $g_3$  coeficientes empíricos.

Como se observa en (7), la pigmentación de las células depende de la irradiación a la cual el cultivo se encuentre fotoaclimatado. Este valor de irradiación se modifica lentamente cuando la irradiación media a la cual el cultivo se encuentra expuesto es diferente a la de aclimatación. Su comportamiento dinámico puede describirse a partir de:

$$\dot{I}^* = \delta \mu(q, I, T) (\bar{I} - I^*) \quad (8)$$

donde  $\delta$  es la tasa de foto-aclimatación.

Finalmente, la tasa de respiración también se ve modificada por las variaciones de temperatura. Si se incorpora este efecto y una mejor descripción que considere el costo de biosíntesis esta tasa puede escribirse como:

$$r = r_0 \phi_T + \varphi \rho \quad (9)$$

donde  $r_0$  es la constante respiración de mantenimiento y  $\varphi$  es el coeficiente de costo de biosíntesis.

Resumiendo, el comportamiento dinámico del cultivo de  $\mu$ -algas bajo condiciones ambientales naturales puede describirse por el conjunto de ecuaciones diferenciales (1) y (8) sujeto a las leyes de absorción, crecimiento y respiración especificadas en (4), (6) y (9). Es importante destacar que en la operación de fotobiorreactores reales es habitual poder controlar la dilución pero no la concentración del sustrato limitante del crecimiento ( $s_{in}$ ), por lo que  $D$  se constituye así en la única variable de control del sistema.

### III. CUASI-OPTIMIZACIÓN DE LA PRODUCCIÓN DE BIOMASA BAJO CONDICIONES DE CULTIVO NATURALES

El cultivo continuo de  $\mu$ -algas es un proceso lento y extenso temporalmente (meses). El funcional que describe la optimización de su producción puede postularse como:

$$P_\tau = \int_0^\tau D x dt \quad (10)$$

donde  $\tau$  es el período total de cultivo. Se recuerda que  $x$  es la concentración de biomasa del cultivo y  $D$  el flujo de circulación por unidad de volumen o dilución.

El modelo dinámico presentado en la sección anterior resulta altamente no lineal y de una complejidad tal que imposibilita la aplicación de los métodos analíticos de optimización conocidos. En este contexto la literatura específica revela que los esfuerzos realizados en la búsqueda de este objetivo han seguido principalmente dos caminos diferenciados. Uno de ellos se encuentra caracterizado por el empleo de métodos analíticos que, para poder ser resueltos, necesitan emplear modelos muy simplificados [7][8]. A pesar del planteamiento analítico, la solución del problema requiere una resolución numérica al tiempo que los resultados obtenidos no aseguran el objetivo propuesto ante incertidumbres en los parámetros, perturbaciones, ruido en las mediciones, etc. [12].

Otra línea de trabajo ha buscado en base a optimizaciones numéricas *off line* sobre modelos complejos, identificar referencias adecuadas (relaciones entre variables del sistema) que permitan optimizar la producción a lazo cerrado [11]. El análisis realizado sobre la principal propuesta publicada en

esta línea revela que la referencia empleada para el seguimiento del punto óptimo de funcionamiento (rendimiento lumínico), no asegura el objetivo propuesto. En particular en la Fig.2 se presenta el comportamiento de la media diaria de esta variable en cultivos operados a diferentes valores constantes de dilución durante un lapso de 100 días. Como puede observarse, pasado el período transitorio esta referencia se establece en un valor que corresponde al identificado como óptimo (en línea punteada) independientemente de la dilución empleada. Por este motivo su seguimiento a lazo cerrado no asegura optimalidad. En este sentido, la Fig.3 corrobora esta observación presentando la productividad de este mismo cultivo para los mismos valores constantes de dilución. Debe observarse que los valores de productividad graficados corresponden a valores filtrados de la productividad real, usando el promedio visto por una ventana móvil de un día de ancho. Es por esta razón que no se observa en la gráfica el rizado característico producido por los regímenes lumínicos naturales que en realidad se están teniendo en cuenta.

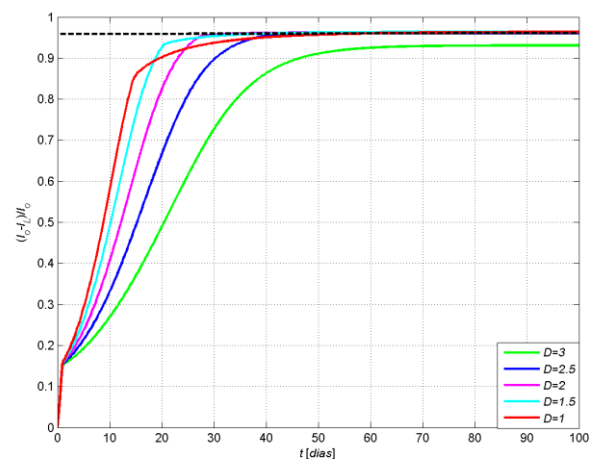


Fig. 2. Rendimiento lumínico para un fotobiorreactor operado con diferentes valores constantes de dilución.

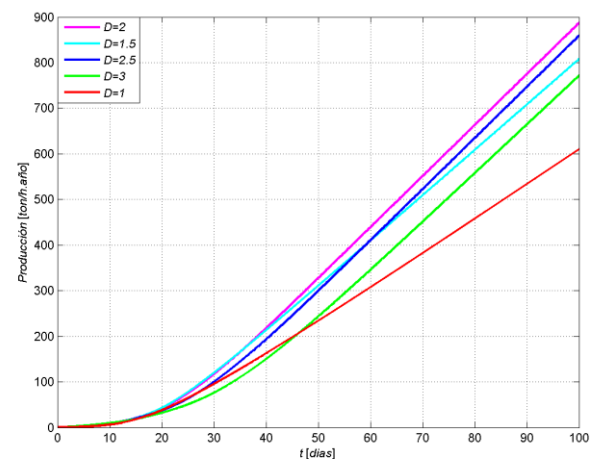


Fig. 3. Productividad del fotobiorreactor operado con diferentes valores constantes de dilución.

En este contexto, el presente trabajo explora el empleo de métodos de búsqueda del máximo de producción a lazo cerrado en régimen cuasi estacionario y en tiempo real. Es importante notar que dado que el índice de optimalidad depende de la integración de la producción instantánea durante el intervalo de cultivo, su maximización en condiciones cuasi estacionarias implica maximizar este argumento, es decir el producto  $p_i = D \cdot x$ . Dado que en regímenes de iluminación natural esta producción instantánea varía a lo largo del día se considerarán de aquí en más valores diarios medios.

La Fig.4 presenta el perfil de  $p_i$  en función de la dilución, considerando valores de equilibrio. Como puede observarse, esta curva presenta un único máximo situado en un valor  $D_{opt}$  que depende de los parámetros del cultivo (especie de  $\mu$ -alga elegida, forma geométrica del fotobiorreactor, etc.) En base a esta característica es factible la utilización de métodos de cuasi-optimización basados en técnicas de búsqueda por perturbación/observación ya que el sistema no presenta máximos relativos.

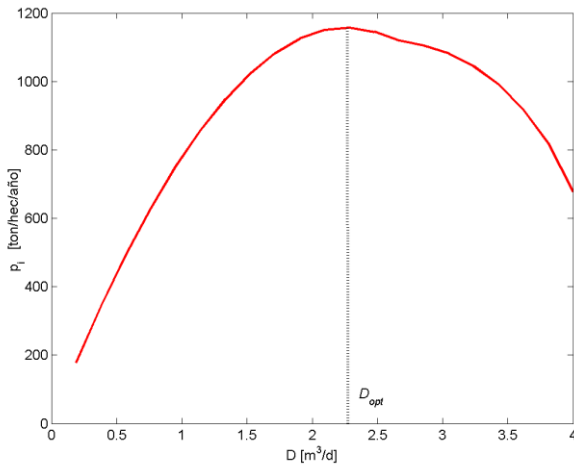


Fig. 4. Perfil de producción diaria media en función de la dilución

Un esquema de búsqueda práctico que suele usarse en procesos de reacción y que puede aplicarse al caso bajo tratamiento se muestra en la Fig.5 [13]. La estabilidad de este enfoque se demuestra en [14].

Las ecuaciones que rigen la dinámica de este diagrama en bloques pueden escribirse como:

$$\dot{x} = f(x, \alpha(\hat{\theta} + a \sin(\omega t))) \quad (7)$$

$$\dot{\theta} = k \xi \quad (8)$$

$$\dot{\xi} = -\omega_l \xi + \omega_l (y - \eta) a \sin(\omega t) \quad (9)$$

$$\dot{\eta} = \omega_h \eta + \omega_h y \quad (10)$$

Como puede observarse este esquema emplea una perturbación periódica 'lenta' ( $a \sin(\omega t)$ ) que se suma a la señal  $\hat{D}$ , estimación inicial de la dilución del sistema. Si la perturbación es lenta, la planta se comporta como un mapa estático. De esta manera su dinámica no interfiere en la

búsqueda del máximo deseado. Si el valor de  $\hat{D}$  se encuentra a la izquierda del punto óptimo, el sistema creará una respuesta periódica en fase con la perturbación original. Por el contrario, si se encontrara a su derecha, la respuesta periódica estaría en contrafase. Al pasar esta respuesta por el filtro pasa-alto, se eliminan las componentes de baja frecuencia recuperando una componente aproximadamente senoidal que incluye el desplazamiento de fase referido. Al ser multiplicada por la perturbación original, su componente continua adoptará signo positivo en el caso que  $\hat{D} < D_{opt}$  y negativo en caso contrario.

Así, cuando esta componente es extraída por el filtro pasa-bajo e inyectada a la entrada del integrador que regula el valor de  $\hat{D}$ , se producirá su convergencia hacia  $D_{opt}$ .

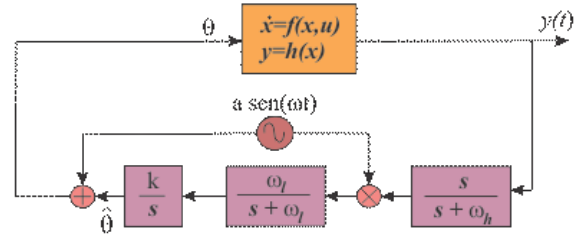


Fig. 5. Esquema en bloques del método de búsqueda del máximo

#### IV. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

En esta sección se presentan los resultados de simulación correspondientes a un cultivo de 200 días. Para considerar regímenes naturales se ha supuesto un régimen lumínico de 12 horas y un régimen térmico desfasado en media hora. Los perfiles correspondientes al comportamiento de estas dos variables externas durante un periodo de 5 días se muestran en la Fig.6.

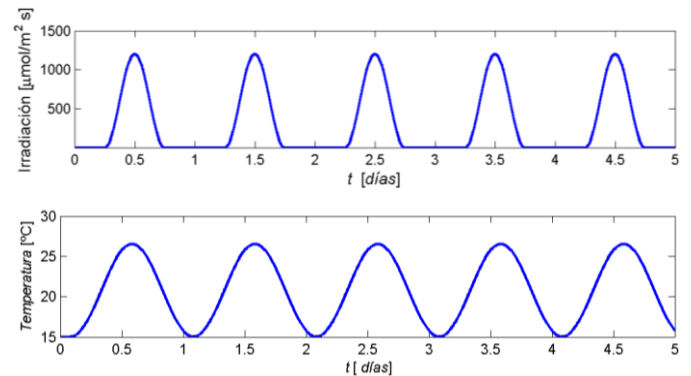


Fig. 6. Perfil de Irradiancia incidente sobre el fotobiorreactor y temperatura del cultivo.

Para analizar el comportamiento del sistema operando con el lazo de búsqueda del máximo de producción se consideró una biomasa inicial chica, de aproximadamente  $20 \text{ g[C]}/\text{m}^3$  y una dilución inicial de  $1.5 \text{ m}^3/\text{día}$ . Si bien el sistema no se encuentra en su estado de funcionamiento estacionario, el criterio de búsqueda del óptimo comienza a operar en el mismo instante en que se arranca el cultivo.

En la Fig.7 puede observarse el comportamiento del sistema durante el período de cultivo en dos situaciones diferentes: operando el sistema con el valor de dilución fijo e igual al inicial (en verde) y operando en un lazo cerrado con el criterio de búsqueda del óptimo en operación (en azul y rojo). En particular en esta figura se presentan los perfiles de la concentración de biomasa dentro del fotobiorreactor (media e instantánea), la excursión de la dilución con la que opera el sistema (variable de control) y la producción de biomasa instantánea (media diaria e instantánea) obtenida por filtrado a la salida del mismo.

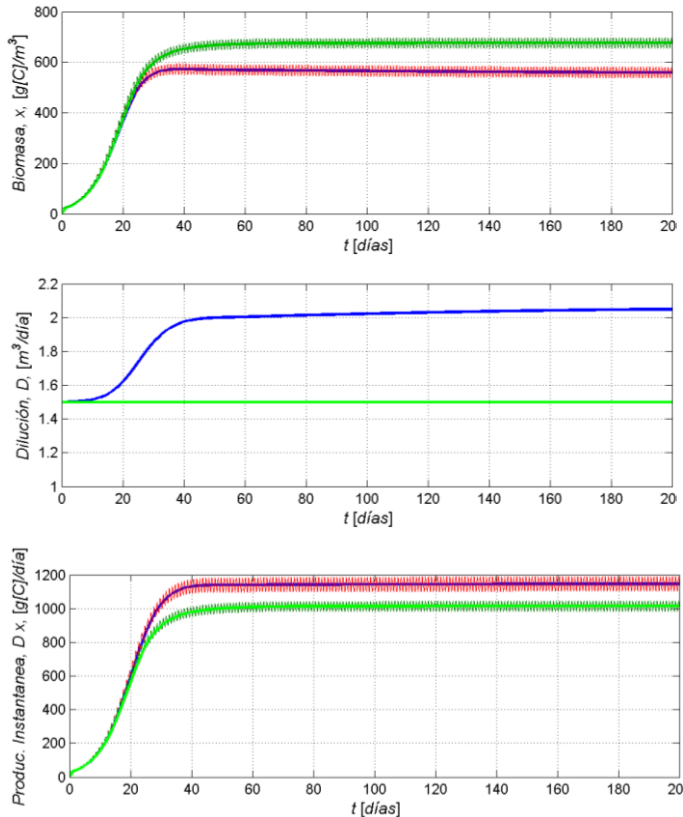


Fig. 7. Perfiles de concentración de biomasa ( $x$ ), dilución ( $D$ ) y producción instantánea ( $D.x$ )

Como puede observarse en esta figura cuando el sistema opera con dilución fija (líneas en verde), tanto la concentración de biomasa como la producción instantánea sufre un transitorio inicial y luego llega a su valor estacionario. Es claro notar que las curvas que representan las medias diarias se encuentran dentro del rizado que considera sus valores instantáneos.

Cuando el sistema se opera activando el lazo de búsqueda del máximo puede notarse que la velocidad de extinción del transitorio no cambia substancialmente. Sin embargo, es interesante notar que, tanto durante ese transitorio como posteriormente, el lazo de búsqueda modifica el valor de la dilución llevando al sistema a operar finalmente con una concentración de biomasa menor pero con una mayor productividad instantánea.

Con el fin de ejemplificar la característica adaptiva del sistema en cuanto a la búsqueda del máximo de producción, se

incorpora un segundo conjunto de simulaciones que abarcan un año de operación. En ellas se considera que tanto el régimen lumínico diario como el térmico, se encuentran modulados por factores estacionales. Los perfiles correspondientes a estas variables se presentan en la Fig.8.

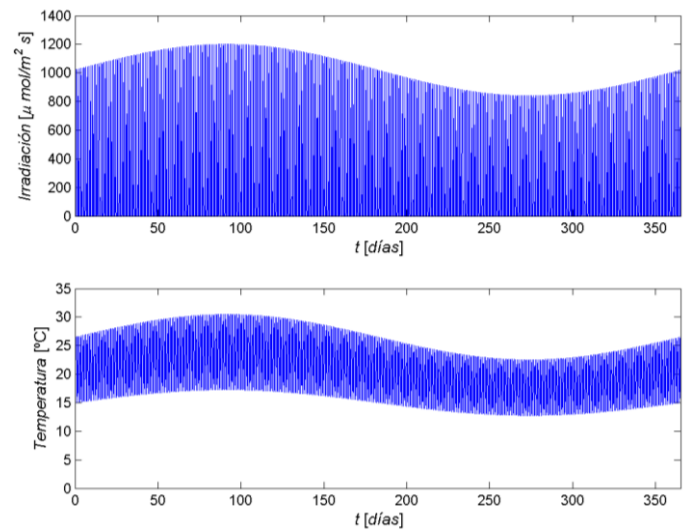


Fig. 8. Perfil de Irradiancia incidente sobre el fotobiorreactor y temperatura del cultivo durante un año calendario

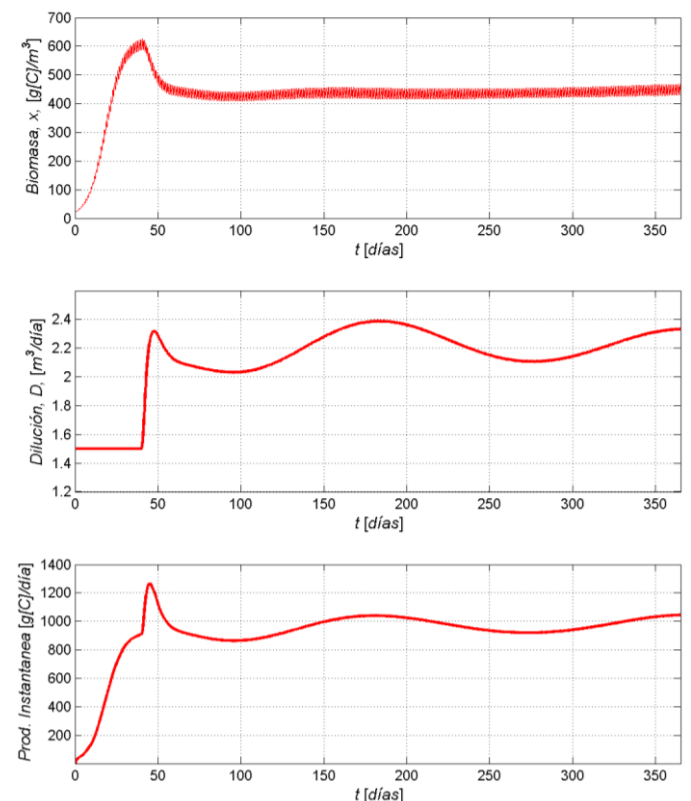


Fig. 9. Perfiles de concentración de biomasa ( $x$ ), dilución ( $D$ ) y producción instantánea ( $D.x$ ) anuales



Para analizar el comportamiento de las variables de interés en la simulación se emplearon los mismos valores iniciales que los usados en el caso anterior. La única diferencia operativa radica en que en este último caso el lazo de búsqueda se activa cuando la densidad de biomasa logra aproximarse al valor de equilibrio correspondiente a la dilución constante empleada durante la fase inicial.

Como puede observarse en la Fig.9, cuando se conecta el lazo de búsqueda ( $t \approx 40d$ ) el sistema experimenta un transitorio luego del cual, logra seguir el máximo de producción a pesar de las variaciones estacionales de las variables externas no gobernadas.

### CONCLUSIONES

El presente artículo propone la aplicación de un esquema de búsqueda en tiempo real del óptimo de producción de biomasa en un fotobiorreactor continuo usado para el cultivo de  $\mu$ -algas. Esta propuesta pretende cubrir la ausencia de resultados prácticos para este tipo de producciones operadas en condiciones naturales de iluminación y temperatura. Los resultados obtenidos por simulación sobre modelos validados resultan prometedores para ser evaluados en campo, lo cual constituye una de las líneas futuras de esta propuesta. A partir de una sintonía simple se ha logrado que el sistema converja a valores de dilución que permiten una producción con valores acordes a los óptimos teóricos de la variedad considerada (*Isochrysis Galvana*). El esquema presentado permite realizar el seguimiento adaptivo del máximo de producción no sólo en forma diaria sino también para variaciones de irradiación y temperatura interanuales.

### V. APENDICE

Los parámetros del sistema dinámico presentado en la sección II han sido tomados mayormente del trabajo de Tamayo-Ortega [10]. Los mismos se especifican a continuación.

$Q_0=0.05$	$[g[N].g[C]^{-1}]$
$\mu=2.11$	$[d^{-1}]$
$K_s=0.018$	$[g[N].m^{-3}]$
$\rho=0.10$	$[g[N](g[C].d)^{-1}]$
$Q_f=0.2$	$[g[N]g[C]^{-1}]$
$v=0.19$	
$m=3$	
$e_f=50$	$[\mu mol.photons.m^{-2}.s^{-1}]$
$r_\theta=0.01$	$[d^{-1}]$
$r_f=1.3$	$[g[C].g[N]^{-1}]$
$a=2$	$[m^2.g[Chl]]$
$b=0.087$	$[m^{-1}]$
$L=0.3$	$[m]$
$I_0=1200$	$[\mu mol.m^{-2}.s^{-1}]$
$T_{min}=-0.2$	$[^{\circ}C]$
$T_{max}=33.3$	$[^{\circ}C]$
$T_{opt}=26.7$	$[^{\circ}C]$

$V=17.10$	$[m^3]$
$g_1=16.74$	
$g_2=0.39$	
$g_3=0.0014$	
$g_4=0.0015$	
$k=0.03$	
$a=0.08$	
$\omega=0.0066$	$[1/d]$
$\omega_l=1$	$[1/d]$
$\omega_h=1$	$[1/d]$

### REFERENCIAS

- [1] B. Wang, Y. Li, N. Wu and C. Q. Lan, "CO2 bio mitigation using microalgae", Applications on Microbiology and Biotechnology, Vol. 79, pp. 707-718, 2008.
- [2] R. Filali, S. Tebbani, D. Dumur, S. Diop, D. Pareau and F. Lopes, "Nonlinear predictive control for Chlorella vulgaris Culture in a photobiorreactor", 20<sup>th</sup> Mediterranean Conference on Control and Automation, 2012, Barcelona, Spain.
- [3] Teresa M. Mata, António A. Martins, Nidia. S. Caetano, Microalgae for biodiesel production and other applications: A review. Renewable and Sustainable Energy Reviews, Vol. 14, pp. 217-232, 2010.
- [4] Yusuf Chisti. Biodiesel from microalgae. Biotechnology Advances, Vol. 25, pp. 294-306, 2007.
- [5] O. Bernard. "Hurdles and Challenges for modelling and control of microalgae for CO2 mitigation and biofuel production", Journal of Process Control, Vol. 21, pp. 1378-1389, 2011.
- [6] F. Mairet, O. Bernard, P. Masci, T. Lacour and A. Sciandra, "Modelling Neutral lipid production by the microalga Isochrysis aff. Galvana under nitrogen limitation", Bioresources Technology, Vol. 102, pp. 142-149, 2011.
- [7] F. Grognard, A. Akhmetzhanov, P. Masci and O. Bernard, "Optimization of a photo-bioreactor biomass production using natural light" 49<sup>th</sup> IEEE conference on Decision and Control, Dec. 2010, Atlanta, USA.
- [8] F. Grognard, A. Akhmetzhanov and O. Bernard, "Optimal strategies for biomass productivity maximization in a photobioreactor using natural light" Automatica, No. 50, pp. 359-368, 2014.
- [9] F. Mairet, R. Muñoz-Tamayo and O. Bernard, "Adaptive control for optimizing microalgae production", IFAC Proceedings Volumes, Vol.46 (31), pp. 297-302, 2013.
- [10] R. Muñoz-Tamayo, F. Mairet and O. Bernard, "Optimizing microalgal production in raceways systems" Biotechnology Progress, No. 29, Vol. 2, pp. 543-552, 2013.
- [11] R. Muñoz-Tamayo, F. Mairet and O. Bernard, "Driving microalgal production in raceway systems to near optimal productivities" European Control Conference, July 2013, Switzerland.
- [12] G.A. Andrade, M. Berenguel, J.L. Guaman, D.J. Pagano and F.G. Acien, "Optimization of biomass production in outdoor tubular photobioreactors", Journal of Process Control, Vol. 37, pp. 58-69, 2016."
- [13] M. Krstic and H-H. Wang, "Stability of Extremum seeking feedback for general nonlinear dynamic systems", Automatica, No. 36, pp. 595-601, 2000.
- [14] D. Dochain, M. Perrier and M. Guay, "Extremum seeking control and its application to process and reaction systems: A survey", Mathematics and Computers in Simulation, Vol. 82, pp. 369-380, 2011.