

APLICACION DEL PROGRAMA MATHEMATICA EN LA RESOLUCION DE PROBLEMAS TERMICOS EN SISTEMAS SOLARES

Luis Saravia* y Alejandro Hernández

INENCO - Universidad Nacional de Salta - CONICET
Calle Buenos Aires 177, (4400) - Salta, Argentina
Teléfono: 54 87 255424, Fax: 54 87 255489
E-mail: alejo@ciunsa.edu.ar

RESUMEN

En este trabajo se describe brevemente el campo de aplicación del paquete Indtherm, diseñado para realizar cálculos exactos en el área de la transferencia de calor, trabajando bajo Mathematica®, V.2.2 y se presentan algunas rutinas suplementarias formuladas con el mismo programa con el fin de resolver problemas térmicos relacionados con las energías renovables que no pueden ser encarados con el paquete mencionado. A título de ejemplo se presentan los resultados de dos programas de simulación en estado no estacionario para aplicaciones solares: el primero realiza el cálculo de la evolución temporal del calentamiento de una masa de agua en un colector tipo caja de pan y el segundo calcula la evolución de las temperaturas a distintas profundidades en un muro de ladrillo sometido en una de sus caras a condiciones variables periódicamente, según ondas cuadradas, de radiación solar y temperatura de aire ambiente. El paquete y el suplemento aquí presentado constituyen una herramienta muy flexible para encarar problemas térmicos, tanto en lo que se refiere a tareas de investigación como en la enseñanza universitaria.

INTRODUCCION

En el marco del primer curso de la nueva Maestría en Energías Renovables de la Universidad Nacional de Salta, se empleó el programa de cálculo Mathematica (1992) para la resolución de los problemas de transferencia térmica. Bajo este lenguaje trabaja un paquete diseñado especialmente para el tratamiento de los problemas térmicos llamado Indtherm el cual tiene definidas funciones específicas de fácil utilización que abarcan desde la transmisión de calor por conducción, convección y radiación, hasta cálculos con intercambiadores de calor. El paquete necesita ser completado con algunas rutinas formuladas con el Mathematica a fin de encarar toda la gama de problemas que se presentan en las aplicaciones de las energías renovables. En este trabajo se presenta el paquete Indtherm y las subrutinas agregadas y se ilustra su uso con dos ejemplos resueltos, planteados en dicho curso, Saravia (1998).

EL PROGRAMA MATHEMATICA

Este programa fue desarrollado en la compañía Wolfram Research por un equipo integrado por personas de distintos países bajo la dirección de Stephen Wolfram. El Mathematica es un entorno **completamente integrado** para efectuar cálculos computacionales numéricos y simbólicos habiendo tenido efectos, desde su lanzamiento en 1988, en la forma en que las computadoras son utilizadas en muchos cálculos ingenieriles y de otros campos de la ciencia. Desde la década del 60 han existido paquetes individuales específicos para efectuar cálculos numéricos y algebraicos, gráficos y otras tareas. El concepto del Mathematica ha sido el de crear un único sistema que pueda manejar los distintos aspectos del cálculo en forma unificada y coherente mediante el desarrollo de una nueva clase de lenguaje computacional simbólico, utilizando sólo un pequeño número de funciones primitivas básicas.

A nivel técnico, el Mathematica es considerado como una herramienta mayor del cálculo matemático en computadoras. Contiene una gran cantidad de nuevos algoritmos e importantes innovaciones técnicas. Una de ellas son los documentos independientes interactivos conocidos como **notebooks**. Estos notebooks se han convertido en la forma estándar de presentación de muchos cursos e informes, y con las capacidades agregadas en la versión 3.0, pueden transformarse en la forma estándar general para las publicaciones técnicas en la web. Hoy en día existen aproximadamente un centenar de paquetes comerciales especializados para usar bajo Mathematica, como así también varias publicaciones periódicas y más de doscientos libros dedicados a este sistema.

La mayor parte de la comunidad usuaria del Mathematica consiste de profesionales técnicos. Pero el Mathematica es muy usado también en educación, tanto en cursos de grado como de postgrado, resultando de gran utilidad tanto para los estudiantes técnicos como para los no técnicos.

EL PAQUETE INDTHERM

Este paquete (1996), desarrollado por Visual Analysis GmbH de Alemania para trabajar bajo Mathematica® Versión 2.2, permite efectuar cálculos **analíticos** en el campo de la transferencia de calor. Contiene gran cantidad de funciones predeter-

* Investigador de CONICET

minadas y más de 100 ejemplos resueltos, listos para copiar y empastar. El manual del usuario, además de la explicación detallada de cada función, incluye una introducción teórica de cada tema acompañada de ejemplos resueltos. Las áreas temáticas que aborda son las siguientes:

1) Transferencia de calor por conducción

- Conducción en estado estacionario en una y dos dimensiones en paredes planas y cilindros y esferas huecas con una o más capas, con o sin fuentes de calor interna. Transferencia de calor en aletas de sección rectangular y circular y en aletas radiales.
- Conducción en estado transitorio en una dimensión para sólidos seminfinitos, paredes, cilindros y esferas. En dos y tres dimensiones para placas y cilindros.

2) Transferencia de calor por convección

- Convección forzada en flujo externo sobre placas planas, cilindros, esferas y bancos de tubos. En el caso de flujo interno resuelve problemas de transferencia de calor en tubos de sección circular y no circular, tubos anulares concéntricos y ductos.
- En convección natural trata la transferencia de calor en placas planas, cilindros horizontales, esferas y cavidades.

3) Transferencia de calor por radiación

- Cálculo de la potencia emisiva espectral y total de cuerpos negros y grises y el intercambio radiante entre superficies y dentro de cavidades.
- Cálculo de factores de forma para determinadas configuraciones.

4) Intercambiadores de calor

Posibilita efectuar cálculos de diseño y predicción de la performance de los intercambiadores de calor tubulares en co y contracorriente, como así también en flujo cruzado y otras configuraciones.

SUBROUTINAS AGREGADAS AL PAQUETE

El carácter analítico del paquete Indtherm produce algunas limitaciones en su uso para resolver problemas térmicos en sistemas solares. Ellas provienen, básicamente, de hipótesis limitadas en cuanto a las condiciones iniciales o de borde que se pueden imponer en algunas subrutinas. Por otra parte, algunos sistemas térmicos de interés en aplicaciones solares no están tenidos en cuenta en el paquete. Estas situaciones se producen porque el paquete no considera el planteo de soluciones por vía numérica utilizando, únicamente, soluciones analíticas. Por estas razones se ha comenzado una tarea de preparación de algunas subrutinas complementarias, programadas con el mismo lenguaje Mathematica. Por ejemplo, se dispone ahora de una rutina de resolución numérica de la evolución térmica de un acumulador de piedras, que se utiliza en otro trabajo presentado a esta Reunión. Otra rutina plantea el cálculo de la evolución térmica de un muro pesado sometido a temperaturas y radiaciones variables en sus superficies, la cual es utilizada en uno de los dos ejemplos que se discuten a continuación. Se están preparando otras subrutinas, como las de cálculo de aire húmedo, que con las anteriores permitirán disponer de un sistema de simulación para equipos térmicos que usen energías renovables muy flexible, que permita un planteo rápido y compacto del problema y con una buena potencia de cálculo. El mismo podrá ser usado tanto en tareas de investigación como de enseñanza en cursos de transferencia de calor. A continuación se ilustran los conceptos vertidos con dos ejemplos, el primero de los cuales usa exclusivamente el paquete Indtherm y el segundo una de las nuevas rutinas.

ESTUDIO DE LA EVOLUCION TEMPORAL DE UN COLECTOR CALENTADOR DE AGUA TIPO CAJA DE PAN

Como ya se sabe, este tipo de colector consta de una caja bien aislada y con una cara vidriada, dentro de la cual se coloca un recipiente lleno de agua, pintado de negro para favorecer la absorción de la radiación solar I . Al ir aumentando uniformemente la temperatura del agua, T_h , debido a la transferencia de calor por convección dentro del recipiente, se comienza a ceder energía al aire contenido dentro de la caja, razón por la cual su temperatura, T_c , también aumenta con el tiempo. La ecuación diferencial que rige el calentamiento del agua, por m^2 de área expuesta a la radiación, es:

$$\rho \cdot c_p \cdot L \cdot dT_h / dt = I - h (T_h - T_c) ,$$

cuya solución está dada por: $T_h(t) = I / h + T_c + (-I / h + T_{h0} - T_{c0}) e^{-(h-t / \rho \cdot c_p \cdot L)}$

La potencia cedida por el agua al aire de la caja es: $q_{hc} = h_c (T_h(t) - T_c(t))$, la cual debe igualar a la potencia perdida desde el aire interior al exterior del colector a través del vidrio, $q_{ce} = U (T_c(t) - T_a)$, ya que el aire no acumula energía debido a su escasa masa térmica. L es el espesor del recipiente que contiene el agua, supuesto de sección rectangular; h , h_c y U son los coeficientes de transferencia convectivos en el agua, en el aire de la caja y el complejo convección - conducción a través del vidrio, respectivamente. El subíndice 0 hace referencia a valores iniciales y T_a es la temperatura del aire externo, supuesta constante. Así, en cada iteración temporal debe resolverse la ecuación lineal $q_{hc} = q_{ce}$, despejándose el valor de T_c y actuali-

zándose el de T_h .

La función *TransientLumpedHeat* permite calcular los valores de T_h y q_{hc} , mientras que la función *CompositeHeatTransition1D* del Indtherm hace lo propio con q_{ce} . A medida que la iteración evoluciona, los valores de T_{ho} y T_{co} son reemplazados por los de T_h y T_c del paso anterior.

La figura 1, generada por el propio programa, muestra la evolución temporal, a intervalos de 1hr, de T_h y T_c calculadas de esta forma mediante un programa escrito en Mathematica usando el paquete Indtherm. Se fijaron los valores de todas las temperaturas iniciales, como así también de la exterior, en 20 °C. Todos los coeficientes convectivos se asumieron iguales a 10 W/m² °C, fijándose la radiación solar en 700 W/m². Para las iteraciones se adoptó un paso temporal de 10 min. El ejemplo elegido es sencillo, evitando complicaciones en su descripción. No hay problemas en introducir condiciones más realistas, como ser la dependencia de los coeficientes convectivos con la temperatura, considerada en el paquete, o la dependencia de radiación y temperatura con el tiempo.

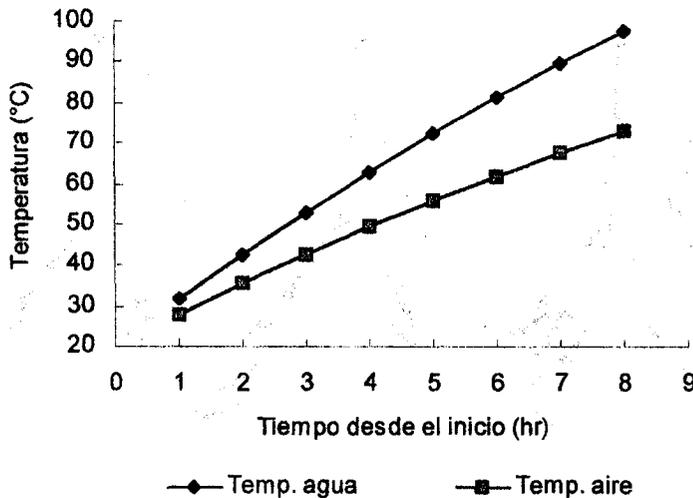


Figura 1: Evolución temporal de la temperatura del agua y del aire dentro del colector.

ESTUDIO DE LA EVOLUCION DE LA TEMPERATURA DE UN MURO DE LADRILLOS SOMETIDO, EN UNA DE SUS CARAS, AL EFECTO COMBINADO DE RADIACIÓN Y TEMPERATURA VARIABLES

En este caso, a medida que el sólido se va calentando por acción de la radiación solar que absorbe en su superficie, la energía demora en propagarse hacia adentro, ocasionando gradientes térmicos dentro del sólido que impiden que su temperatura sea uniforme durante su evolución. No pueden emplearse, entonces, ninguna de las funciones predefinidas en el Indtherm para las iteraciones y debe confeccionarse un programa en lenguaje Mathematica, haciendo uso de la técnica de discretización en diferencias finitas. La ecuación diferencial que rige el fenómeno es la de conducción del calor en estado no estacionario unidimensional:

$$\partial T / \partial t = \alpha \cdot \partial^2 T / \partial x^2$$

donde t es la variable temporal, x la espacial y α la difusividad térmica. Discretizando la ecuación anterior para N nodos espaciales y designando con el subíndice i al i -ésimo nodo y con el supraíndice n al n -ésimo paso temporal de la iteración, resulta el siguiente sistema de N ecuaciones lineales:

Nodos interiores: $T_i^{n+1} - T_i^n = \alpha (T_{i+1}^n - 2 T_i^n + T_{i-1}^n) \Delta t / \Delta x^2$ (N-2 ecuaciones)

Nodo exterior 1: $T_1^{n+1} - T_1^n = 2 \alpha [I^n / k - (T_1^n - T_2^n) / \Delta x - h_1 (T_1^n - T_a^n) / k] \Delta t / \Delta x$ (1 ecuación)

Nodo exterior N: $T_N^{n+1} - T_N^n = 2 \alpha [(T_{N-1}^n - T_N^n) / \Delta x - h_2 (T_N^n - T_a^n) / k] \Delta t / \Delta x$ (1 ecuación)

En estas ecuaciones Δt es el incremento temporal, Δx el ancho de los nodos interiores, h_1 y h_2 los coeficientes convectivos sobre las superficies que limitan el muro, k su conductividad térmica, T_a la temperatura del aire que rodea al muro e I la radiación solar absorbida por m² sobre la cara 1. Si se desea considerar que la cara 2 recibe también radiación, se debe agregar un sumando del tipo I / k dentro de los corchetes de la ecuación para el nodo N . Se puede observar en las ecuaciones nodales que el valor de la temperatura de un nodo depende, en cada paso temporal, de su valor y del de los nodos vecinos, calculados en el paso anterior. Esta forma de discretización recibe el nombre de método explícito y para resolverla se progra-

mó en el Mathematica una función denominada *MuroTransitorio* la cual, incluida dentro de un loop de incremento del tiempo, calcula las temperaturas de los N nodos para el tiempo n-ésimo.

En la figura 2 se presentan los perfiles de evolución de la temperatura, a intervalos de 1 hr, de los nodos 1,2,4 y 6 dentro de un muro de ladrillo de 25 cm de espesor, obtenidos con este programa. En la discretización se empleó $\Delta x = 0,05$ m, $N = 6$ y $\Delta t = 5$ min. Los nodos 1 y 6 corresponden a las caras 1 y 2 respectivamente siendo sus espesores $\Delta x / 2$. La distribución inicial de temperatura dentro del sólido se fijó en 10°C para los 6 nodos, como así también para la T_a y los dos coeficientes convectivos se fijaron en $10\text{ W/m}^2\text{ }^\circ\text{C}$. Para simular la variación temporal de la radiación solar y de la temperatura ambiente sobre la cara 1, se aplicaron perfiles escalonados con valores máximos de 700 W/m^2 y 15°C , respectivamente, durante 8 horas y mínimos de 0 W/m^2 y 10°C durante otras 16 horas. La simulación total abarca un periodo de 72 hs. Se observa en la gráfica que la mayor amplitud de oscilación se produce en el nodo 1, retardándose y atenuándose la onda a medida que penetra dentro del sólido. Con esta rutina el paquete puede encarar el estudio de sistemas solares compuestos de locales con paredes pesadas, tales como edificios o invernaderos que no incluyan variaciones importantes de humedad en el aire.

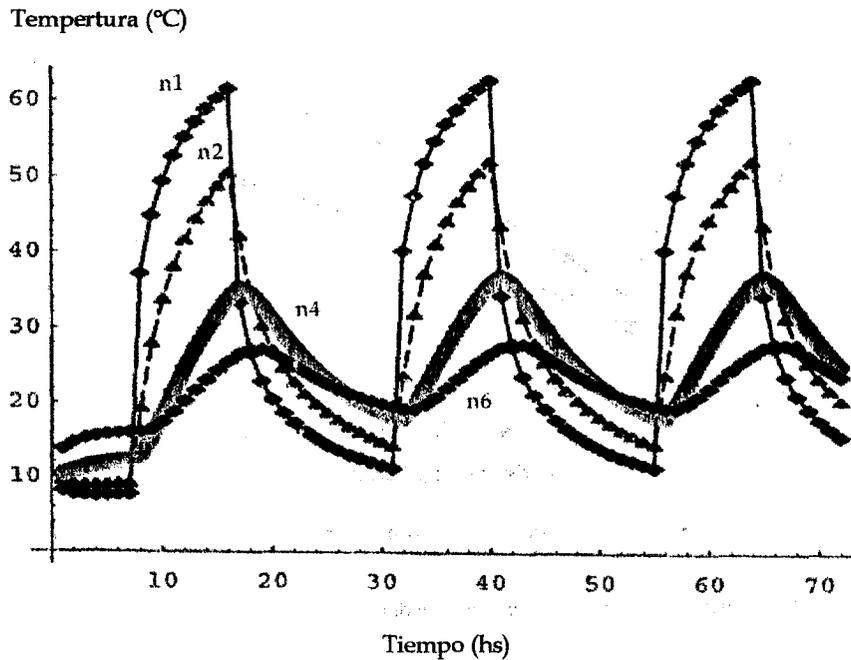


Figura 2: Evolución de las temperaturas de cuatro nodos dentro de un muro de ladrillo

CONCLUSIONES

De la combinación del Mathematica con el Indtherm y las nuevas rutinas resulta una herramienta poderosa para la realización de cálculos exactos y numéricos en el campo de la transferencia de calor en energías renovables. Si bien la parte gráfica quizás no es tan rica ni vistosa como la de las planillas de cálculo conocidas, el hecho de estar integrada en el entorno de programación facilita la rápida visualización de los resultados obtenidos.

El universo de operaciones y funciones disponibles en el Mathematica es muy vasto y permite encarar la mayor parte de los cálculos matemáticos que se plantean en el campo de las energías renovables.

La familiarización con este entorno no resulta sencilla, pero los resultados obtenidos con él constituyen una fuerte motivación para su aprendizaje y aplicación, motivo por el cual se decidió su inclusión en los cursos de la Maestría en Energías Renovables de la Facultad de Ciencias Exactas de la UNSa.

Por otro lado, se está haciendo uso del mismo en la simulación térmica de invernaderos incluyendo rutinas para la termodinámica del aire húmedo. Una vez que este paquete complementario sea completado, se pondrá a disposición de la comunidad científica para su utilización y ensayo. Se espera que el mismo sea útil para el planteo de problemas térmicos con mayor detalle y flexibilidad que el que permiten otros paquetes de cálculo destinados al campo de las energías renovables.

REFERENCIAS

Wolfram Research Inc. (1988 – 1992). "Mathematica 2.2"

Saravia L. (1998). Notbooks sobre transferencia de calor de la Maestría en Energías Renovables de la UNSa.

Visual Analysis GmbH (1996). "INDUSTRIAL THERMICS, User's Guide", Manual del Usuario del Indtherm.