

**VECTORES: DIFICULTADES OBSERVADAS EN ESTUDIANTES DE FÍSICA I**

Trípoli, María de las Mercedes<sup>1</sup>; Torroba, Patricia<sup>1</sup> y Taday, Tomas<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Unidad de Investigación en Metodologías Alternativas para la Enseñanza de las Ciencias-UIDET IMApEC - Departamento de Ciencias Básicas - Facultad de Ingeniería – UNLP - 1 y 47, La Plata – Bs. As. – Argentina

<sup>2</sup>Estudiante de Ingeniería Mecánica y Electromecánica. Becario. Facultad de Ingeniería – UNLP - 1 y 47, La Plata – Bs. As. – Argentina  
[patricia.torroba@ing.unlp.edu.ar](mailto:patricia.torroba@ing.unlp.edu.ar)

**Introducción**

El presente trabajo se enmarca en el Proyecto de Investigación y Desarrollo Acreditado, de la Universidad Nacional de La Plata (UNLP): “Articulación en la enseñanza de las Ciencias Básicas en carreras de Ingeniería”.

Es un hecho que a los estudiantes les resulta dificultoso relacionar los temas enseñados en una asignatura con conceptos similares vistos tanto en materias previas como aquellas que se dictan en paralelo. Por ende, se hace necesaria la colaboración del docente para que el estudiante pueda llevar a cabo el proceso de articular los conocimientos previos y los nuevos que va incorporando (Torroba y otros, 2016). De acuerdo a la teoría del aprendizaje significativo (Ausubel y otros, 1976), este aprendizaje sucede cuando una nueva información se conecta con un concepto relevante preexistente en la estructura cognitiva, así los nuevos conceptos pueden ser aprendidos en forma significativa en la medida en que otros conceptos relevantes estén adecuadamente claros y disponibles en la estructura cognitiva del individuo y que funcione como un punto de anclaje de la primera. Por lo tanto, el docente debe considerar lo que el alumno ya sabe de tal manera que establezca una relación con aquello que debe aprender.

Asimismo, es imprescindible interceder ante las dificultades académicas detectadas en los alumnos tratando de evitar las confusiones a las que da lugar el uso de terminología, nomenclatura, simbología y definiciones (Torroba y otros, 2016).

En la Facultad de Ingeniería, en la asignatura Matemática A, correspondiente al primer semestre de los planes de estudio de todas las carreras que se dictan, se estudia el tema “vectores”. Sin embargo, los estudiantes han manifestado ciertas dificultades al momento de aplicar los conocimientos adquiridos sobre dicho tema en Física I. Esto motivó la necesidad de iniciar una investigación sobre las dificultades que presentan los estudiantes universitarios al tener que aplicar en un primer curso de Física I lo que estudiaron sobre vectores en cursos previos de matemática. Son varios los investigadores de la enseñanza de la física que han dado cuenta de dichas dificultades en sus reportes (Aguirre y Rankin, 1989; Shaffer y McDermott, 2005; Flores y otros, 2007; Flores y otros, 2008; Barniol y Zabala, 2014; Gutiérrez y Martín, 2015; Flores y otros, 2017; Serrano y otros, 2018). Un breve resumen de los resultados encontrados por dichos investigadores se puede consultar en Torroba y otros (2017) y Torroba y otros (2019).

En particular, Gutiérrez y Martín (2015) consideran que el hecho que se privilegien los métodos analíticos basados en ecuaciones o sistemas de ecuaciones algebraicas dejando de lado los métodos gráficos, donde se debe reconstruir el problema físico, alejando de esta manera los puntos de contacto que existen entre la física y la geometría, puede ser un factor que influya en las dificultades al trabajar con vectores. La falta de contextualización de las cantidades vectoriales también podría ser una posible causa (Flores y otros, 2017).

Es así que, considerando la necesidad que tienen los estudiantes de Física de interpretar gráficos y trabajar con magnitudes vectoriales de manera contextualizada es que se diseñó una prueba diagnóstica basada, casi en su totalidad, en la interpretación gráfica de magnitudes vectoriales, siendo el objetivo de la investigación identificar dificultades que

presentan los estudiantes de Física I de la Facultad de Ingeniería sobre las magnitudes vectoriales, para a partir de estos resultados diseñar estrategias que ayuden a superar dichas problemáticas.

En el presente trabajo se presenta la prueba diagnóstica realizada, los resultados obtenidos de la misma y una discusión sobre dichos resultados.

## Metodología

La investigación realizada es de índole cuantitativa con un enfoque de tipo descriptivo. El objetivo de la misma fue contar con material que confirme las dificultades observadas por docentes de física al momento de trabajar con magnitudes vectoriales, ya sea con las operaciones básicas entre vectores como suma y resta; la descripción de los vectores de acuerdo a sus componentes y la interpretación gráfica de vectores. El instrumento que se utilizó para recolectar los datos fue una prueba diagnóstica realizada a 273 estudiantes de distintas especialidades de ingeniería, que respondieron en forma individual.

La prueba se implementó durante el segundo semestre de 2019 y se realizó durante la primera semana de clases de Física I. Los estudiantes debían señalar si ya habían cursado la materia anteriormente o era la primera vez que la hacían. A su vez, se les solicitó que indicaran la comisión en la cual cursaron Matemática A en el semestre previo, materia de la cual es correlativa Física I y en la cual el tema “vectores” forma parte de su programa analítico. Los estudiantes contaron con 30 minutos para hacer la prueba y la realizaron en sus aulas de manera presencial.

Para el diseño de la misma se consideraron: observaciones realizadas por Gutiérrez y Martín (2015) y Flores y otros (2017) en cuanto a las dificultades que suelen presentar los estudiantes que hacen un primer curso de Física I y exponen en sus trabajos; observaciones realizadas por docentes de Física de la Facultad; los contenidos estudiados por los alumnos en Matemática A; y la manera de diseñar test de opción múltiple ofrecida por Barniol y Zabala (2017), quienes presentan una descripción detallada del proceso de diseño de un examen con preguntas de opciones múltiples sobre los conceptos vectoriales de manera que sirva para investigadores en enseñanza de la Física que deseen diseñar exámenes con dichas características.

La prueba constó de 9 ejercicios, 6 de los cuales se referían a las magnitudes vectoriales, y tres a unidades de medidas y dimensiones. Estas últimas preguntas no fueron analizadas para la presentación de este trabajo, por lo que se considera solamente la prueba diagnóstica formada por los primeros 6 ejercicios.

A excepción del último ejercicio, en los demás se buscó saber si los estudiantes podían interpretar gráficos que involucren magnitudes vectoriales.

En particular, tanto en el primer ejercicio como en el quinto, se indagó sobre si los alumnos podían realizar una resta de vectores. En ambos ejercicios la resta propuesta fue la misma. En el primero, el ejercicio era puramente matemático mientras que en el quinto era de aplicación (los vectores involucrados representaban una magnitud física concreta) (Figura 2)

Tanto en el ejercicio 2 como en el 4 se quiso observar si podían realizar una suma de vectores para luego identificar el módulo de la resultante. Los datos brindados en los gráficos de ambos ejercicios eran de distinta característica (Figura 3).

El tercer ejercicio se refería a poder escribir las componentes de un vector conociendo su módulo y el ángulo que forma con el eje negativo de las abscisas (Figura 4).

En el sexto y último ejercicio se les proponía identificar las afirmaciones correctas, en donde se pretendía recuperar otros aspectos sobre vectores estudiados en Matemática A (Figura 1).

6. Indique si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera (V) o falsa (F):

<input type="checkbox"/>	a. El producto punto de dos vectores es otro vector.
<input type="checkbox"/>	b. El vector de posición tiene como punto inicial el origen del sistema de coordenadas.
<input type="checkbox"/>	c. Si le dan el módulo y la dirección de un vector le están dando sus coordenadas polares.
<input type="checkbox"/>	d. El módulo de un vector unitario es igual a dos.
<input type="checkbox"/>	e. La velocidad es una magnitud vectorial.

Figura 1. Consigna del ejercicio 6

En este trabajo se presenta una parte del análisis realizado, cuyo proceso consistió en tres etapas. En la primera se separaron las pruebas en tres partes: una correspondiente a los estudiantes que indicaron que era la primera vez que estaban cursando Física I, otra formada por aquellos que ya la habían cursado anteriormente y un último bloque con los estudiantes que no señalaron nada en el cuadro. Estos últimos no se tomaron en cuenta para el análisis siguiente, quedando en total 218 pruebas para ser consideradas. Dado que solamente 17 estudiantes indicaron que ya habían cursado Física I anteriormente, tampoco se tomaron en cuenta. Por lo cual quedaron 201 pruebas para analizar, todas respondidas por estudiantes que estaban cursando por primera vez la materia.

Luego se clasificaron las respuestas de los ejercicios como correctas o incorrectas (considerando también como incorrectas las no resueltas debido a que prácticamente no había pruebas en estas condiciones). En el caso del ejercicio 6, se lo consideró bien si al menos 3 de las 5 afirmaciones estuvieron bien señaladas.

A partir de esta clasificación, se seleccionaron los ejercicios 1 a 5 para analizar los resultados, ya que en el ejercicio 6 la mayoría de los estudiantes contestaron de manera correcta.

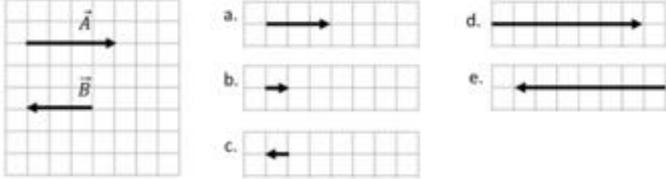
En la tercera y última etapa, se realizó un análisis de las respuestas correctas o incorrectas mediante una comparación entre ejercicios similares.

## Resultados y discusión

En los ejercicios 1 y 5 se solicitó a los estudiantes que señalen la respuesta correcta, la cual se refiere a la resta de los mismos dos vectores (Figura 2). La diferencia entre estos ejercicios es que en la consigna del quinto se menciona la velocidad de un coche (inicial y final) para referirse a los vectores que se mencionan en el primer ejercicio; además que las opciones no están presentadas en el mismo orden. Con respecto al ejercicio 1, 126 estudiantes respondieron de forma incorrecta y los demás de manera correcta (75). Mientras en el ejercicio 5, 96 son los estudiantes que respondieron en forma incorrecta mientras que 105 en forma correcta.

Puede observarse que un grupo de estudiantes no pudo identificar que los ejercicios eran iguales ya que las respuestas fueron diferentes (cabe aclarar que se podría pensar que los alumnos que respondieron igual ambos ejercicios, identificaron que en realidad estos eran "iguales", en el sentido que debían restar los mismos vectores). Hay autores que han observado que estudiantes responden de manera diferente si el problema está contextualizado o si no lo está (Shaffer y McDermott, 2005), siendo el resultado mencionado un ejemplo de esto. Sin embargo, la observación que realizaron estos investigadores es que el desempeño de los estudiantes de física introductoria fue mejor cuando la tarea vectorial la realizaron en un contexto matemático que en uno físico, en contraposición al resultado acá encontrado. A su vez, nos preguntamos si el resultado hubiese sido diferente si los ejercicios se hubieran planteado uno a continuación del otro.

1. En la primera figura se muestran los vectores  $\vec{A}$  y  $\vec{B}$ . Elija la opción que muestra el vector resta  $\vec{A} - \vec{B}$ . Marque su respuesta con una cruz (X).



5. Considere un coche chocando contra una pared. Su velocidad inicial es  $\vec{V}_i$ , y su velocidad final es  $\vec{V}_f$ , como se muestra en la primera figura. Marque con una cruz (X) el cambio de velocidad del coche, el cual está dado por  $\Delta\vec{V} = \vec{V}_f - \vec{V}_i$ .

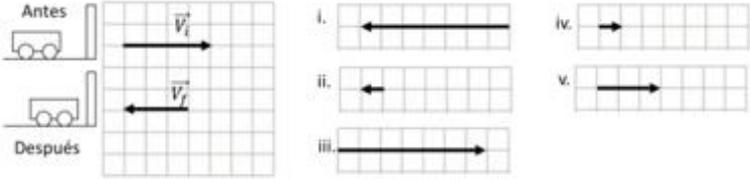


Figura 2. Consignas de los ejercicios 1 y 5

Los ejercicios 2 y 4 se refieren ambos al módulo de la suma de vectores (Figura 3), donde la diferencia es la manera de presentar los datos de los vectores involucrados. Los resultados obtenidos son los siguientes: 103 respuestas incorrectas y 98 correctas para la pregunta 2 mientras son 120 las respuestas incorrectas y 81 las correctas para la pregunta 4. Consideramos que la diferencia en las respuestas puede deberse a la manera de presentar el ejercicio. En el segundo se explicitan los ejes coordenados y sobre ellos se grafican los vectores, mientras que el cuarto los ejes no están presentes. El hecho de estar graficados los ejes podría haber facilitado la resolución del ejercicio.

2. Marque con una cruz (X) el valor del módulo del vector de la resultante (suma) de los cuatro vectores del gráfico:

- a.  $\sqrt{30}$
- b.  $\sqrt{5}$
- c.  $\sqrt{10}$
- d.  $\sqrt{16}$
- e.  $\sqrt{8}$



4. Si el módulo de los vectores de la figura es 10 en todos los casos, marque con una cruz (X) la opción correcta que indica el módulo de la resultante (suma de los tres vectores):

- a. 10
- b. 20
- c. 30
- d. 0
- e. Ninguna es correcta

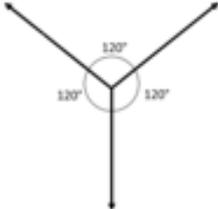


Figura 3. Consignas de los ejercicios 2 y 4

Los resultados observados en el ejercicio 3 (Figura 4) son distintos de los resultados anteriores, son más los estudiantes que contestaron en forma correcta. En este caso, 130 estudiantes respondieron en forma correcta contra 71 en forma incorrecta. Es un ejercicio clásico en donde la dificultad radica en el hecho que el ángulo que se da es con respecto al eje negativo de las abscisas y no al positivo. Esto podría deberse a que los estudiantes solamente miraron el ángulo que se indica en la consigna sin vincularlo con el gráfico presentado, ya que la respuesta incorrecta mayormente señalada fue la opción a), la cual corresponde a un ángulo del primer cuadrante.

3. Dado el gráfico, sea  $A = 3$  el módulo del vector  $\vec{A}$  y  $\alpha = 30^\circ$ . Marque con una cruz (X) las componentes del vector  $\vec{A}$ :

a.  $A_x = \frac{3\sqrt{3}}{2}$  y  $A_y = \frac{3}{2}$   
 b.  $A_x = \frac{3\sqrt{3}}{2}$  y  $A_y = -\frac{3}{2}$   
 c.  $A_x = -\frac{3}{2}$  y  $A_y = \frac{3\sqrt{3}}{2}$   
 d.  $A_x = -\frac{3\sqrt{3}}{2}$  y  $A_y = \frac{3}{2}$   
 e.  $A_x = \frac{3}{2}$  y  $A_y = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

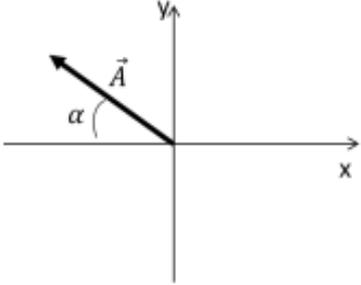


Figura 4. Consigna del ejercicio 3

### A manera de conclusión

El estudio realizado permitió identificar, de acuerdo al objetivo planteado, algunas dificultades observadas previamente, en particular considerando la resolución de ejercicios a partir de datos dados en forma gráfica. En este caso, la suma y resta de vectores, módulo de un vector y las componentes de vectores son los conceptos que se consideraron.

Para poder hacer frente a los temas que se dictan en Física I es necesario que los estudiantes cuenten con un buen manejo de las operaciones entre vectores. Los resultados muestran que son muchos los estudiantes que han respondido de manera incorrecta y por lo tanto se considera necesario abordar la problemática antes de su ingreso a Física I para que las dificultades señaladas no sean un impedimento al momento de estudiar temas propios de esta asignatura. Sin embargo, creemos que es necesario volver a realizar la prueba diagnóstica pero complementada con el desarrollo de las respuestas por parte de los estudiantes, con otros ejercicios que no sean de interpretación gráfica (para poder comparar si pueden arribar a la solución correcta si los datos están expresados en otro tipo de registro) y además con entrevistas a los alumnos con el objetivo de contar con instrumentos que nos permitan entender los razonamientos que los lleva a decidir cuál es la respuesta correcta entre varias opciones. Contar con la producción de los estudiantes y sus explicaciones sobre su manera de razonar, creemos que es lo que nos ayudaría a elaborar una propuesta en la cual se trabaje con las problemáticas encontradas con el objetivo de revertirlas.

Dado que los alumnos de ingeniería trabajarán con vectores a lo largo de su carrera, desde las asignaturas básicas hasta las tecnológicas específicas, esperamos poder continuar con esta investigación sobre las dificultades que presentan los estudiantes al momento de utilizar los vectores en otras asignaturas no matemáticas.

## Bibliografía

- Aguirre, J. y Rankin, G. (1989). College students' conceptions about vector kinematics. *Physics Education*, 24(5), 290-294.
- Ausubel, D., Novak, J. y Hanesian, H. (1976). *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo*, vol. 3. México: Trillas.
- Barniol, P. y Zavala, G. (2014). Evaluación del entendimiento de los estudiantes en la representación vectorial utilizando un test con opciones múltiples en español. *Revista Mexicana de Física*, 60,86-102.
- Barniol, P. y Zavala, G. (2017). El proceso de diseñar un test con opciones múltiples en el área de educación de las ciencias naturales: el caso de vectores. XIV Congreso Nacional de Investigación Educativa. *Revista Mexicana de Física*. San Luis, Potosí.
- Flores García, S., González Quezada, M., Herrera Chew (2007). Dificultades de entendimiento en el uso de vectores en cursos introductorios de mecánica. *Revista Mexicana de Física*, 53(2), 178-185.
- Flores García, S., Chávez Pierce, J., Luna González, J., González Quezada, M., González Demoss M. y Hernández Palacios A. (2008). El aprendizaje de la física y las matemáticas en contexto. *Revista Cultura Científica y Tecnológica*, 5(24),19-24.
- Flores García, S., González Quezada, M., Alfaro Avena, A., Hernández Palacios, A., Barrón López, J. y Chávez Pierce, J. (2008). Uso de vectores en su propio contexto. Parte I. *Revista Cultura Científica y Tecnológica*, 5(26),17-25.
- Flores García, S., Cuellar, C., González Quezada, M., Ramírez Sandoval, O., Cruz Quiñones, M. y Aguirre, V. (2017). Problemas de entendimiento conceptual con las operaciones entre vectores. *Latin American Journal of Physics Education*, 11(4), 7.
- Gutiérrez, E. y Martín, J. (2015). Dificultades en el aprendizaje de vectores, en los estudiantes que cursan materias del ciclo introductorio de la FCEfyN de la UNC. *Revista de Enseñanza de la Física*, 27(Extra), 89-96.
- Serrano, M., Herrero, M., Anise Chirino, S. y Palma, N. (2018). Implementación de estrategias didácticas para favorecer el aprendizaje significativo de física. *Revista de Enseñanza de la Física*, 30(Extra), 171-179.
- Shaffer, P. y McDermott, L. (2005). A research-based approach to improving student understanding of kinematical concepts. *American Journal of Physics*, 73, 921-931
- Torroba, P., Devece, E., Trípoli, M. y Aquilano, L. (2016). Cinemática y el análisis de una función: una propuesta didáctica para su articulación en el contexto de una facultad de ingeniería. *Revista De Enseñanza De La Física*, 28(Extra), 91-99.
- Torroba P., Trípoli, M., Devece, E. y Aquilano, L. (2017). Magnitudes vectoriales: una propuesta didáctica para articular matemática y física. *Revista de la enseñanza de la Física*, 29 (Extra), 305-313.
- Torroba, P., Trípoli, M., Devece, E. y Aquilano, L. (2019). Implementación de una propuesta sobre vectores, para articular matemática y física, con uso de TIC y actividad experimental. *Revista De Enseñanza De La Física*, 31(Extra), 697-705.