

RESULTADOS DEL CURSO DE EXTENSIÓN: DISEÑO DE RECURSOS DIDÁCTICOS EN GEOGEBRA PARA EL APRENDIZAJE MÓVIL

Agustina Bayés, Viviana A. Costa

IMApEC - Departamento de Ciencias Básicas - Facultad de Ingeniería - Universidad Nacional de La Plata. Calle 48 y 116 edificio de Hidráulica - La Plata (1900).

Correo electrónico: agustina.bayes@ing.unlp.edu.ar

INTRODUCCIÓN

En este trabajo se presentan los resultados de un curso de extensión, realizado durante el segundo semestre del año 2022, en el marco de las investigaciones que se desarrollan en la UIDET IMApEC (Investigación en Metodologías Alternativas para la Enseñanza de las Ciencias).

En este contexto, en investigaciones previas se identificaron dificultades que presentan estudiantes en cursos de matemática, en Ciencias Básicas, en relación a conceptos que implican las nociones de polinomio y función polinómica, cuando las utilizan, por ejemplo, para el cálculo de Polinomio de Taylor (Matemática C), herramienta de importancia para las ingenierías.

Para dar continuidad a la investigación y considerando que tales saberes los estudiantes los adquieren en la escuela secundaria, y que ello depende además de la organización didáctica que hayan desarrollado los docentes para enseñarlo, es que se decide implementar un cuestionario a dichos actores acerca de: *¿cómo, para qué y por qué, enseñan los temas de polinomios y funciones polinómicas?*

Los resultados hallados de tal cuestionario (Bayés y Costa, 2022), motivaron y dieron lugar al diseño y desarrollo de un curso de extensión, aprobado por la Secretaría de Extensión de la Facultad de Ingeniería de la UNLP (FI-UNLP) y avalado por el Departamento de Ciencias Básicas (FI-UNLP) que aquí es presentado. En dicho cuestionario, se observa que hay una tendencia de parte de los docentes a planificar la enseñanza de estos temas, desde el trabajo de tareas y técnicas, y queda pendiente, algunas veces, la explicación y la justificación del uso de esas técnicas, lo que puede provocar un aprendizaje memorístico por parte de los estudiantes y un olvido para utilizarlas en estudios superiores.

El curso, se realizó de modo presencial, durante cinco encuentros, y tuvo como eje central la enseñanza de los polinomios y funciones polinómicas en el marco del Aprendizaje Móvil y de la Teoría Antropológico de lo Didáctico (TAD) (Chevallard, Bosch y Gascón, 1997; Chevallard, 1999; Otero et. al, 2013). El objetivo del mismo fue el de ofrecer a los asistentes, profesores en cursos de matemática de escuela secundaria, aspectos actuales en didáctica de la matemática, y el uso de Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) para acrecentar su formación académica y con ello mejorar sus prácticas docentes. Las actividades se centraron en los fundamentos de la extensión universitaria, como diálogo de saberes.

PARTE EXPERIMENTAL

El curso de extensión contó con 47 inscripciones, entre profesores de escuela secundaria, estudiantes avanzados de profesorado de matemática, y de diversas ciudades de la Provincia de Buenos Aires, lo cual mostró el interés que genera en dichos docentes poder acceder a capacitaciones, en el ámbito universitario, para la mejora de su práctica docente. De un cuestionario previo que respondieron algunos de los inscriptos, se encuentra que el 66% desempeña su actividad docente en el nivel secundario y por otro lado el 61% enseña los contenidos de polinomios y funciones polinómicas en el ciclo superior del nivel secundario (Figura 1).

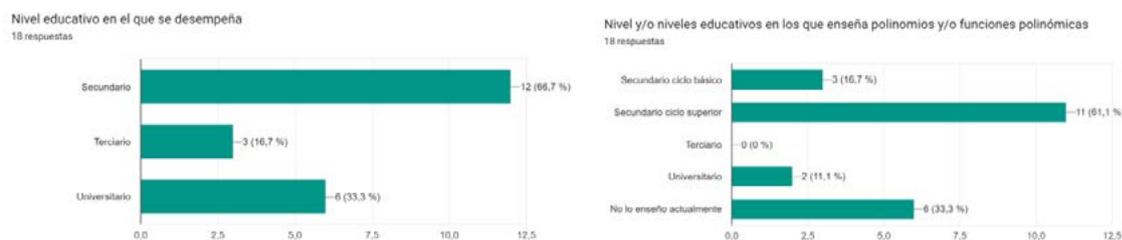


Figura 1: Respuestas de inscriptos al curso.

De tal cantidad de inscriptos, finalmente asistieron siete, de los cuales cinco obtuvieron certificado de aprobación y dos de asistencia. Lograron como producto final del curso, diseñar un recurso educativo en GeoGebra para ser usado en dispositivos móviles con estudiantes de escuela secundaria, para el estudio de polinomios y funciones polinómicas, contenidos de los diseños curriculares del Ministerio de Educación de la provincia de Buenos Aires.

Las unidades temáticas desarrolladas en el curso fueron cuatro y son las que se detallan a continuación. La primera unidad abordó nociones básicas de Didáctica de la Matemática, a continuación se trabajó con el estudio de Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) en la educación matemática seguido de tratamiento de la enseñanza y aprendizaje de polinomio y de funciones polinómicas en el colegio secundario y universidad. Por último se diseñaron secuencias didácticas en el marco de la TAD y de recursos educativos usando TIC. La modalidad de trabajo fue mediante encuentros presenciales del tipo aula-taller, con el soporte de *Google Classroom*, donde allí los asistentes encontraron el material del curso y un espacio para hacer consultas asíncronas, y subir las tareas realizadas, una por cada encuentro. El cronograma fue el siguiente:

Unidad 1: Didáctica de la matemática. Aspectos destacados de la Teoría Antropología de lo Didáctico. Nociones básicas: praxeología, organización matemática y organización didáctica y momentos de estudio. (Chevallard, 1999; Chevallard, 2017; Fonseca, Bosch y Gascón, 2010).

Unidad 2: Tecnologías de la Información y la Comunicación en la educación matemática. Aprendizaje móvil. Programa GeoGebra: tipos de vista, herramientas, diferentes usos. Creación de recursos educativos digitales con GeoGebra para su uso en dispositivos móviles. (Bayés, Del Río y Costa, 2018, Carrillo, 2012; Duarte, 2014).

Unidad 3: Enseñanza y Aprendizaje de polinomio y de funciones polinómicas en el colegio secundario y universidad. Análisis de documentos curriculares. Visión docente con respecto a la enseñanza del tema. Uso de TIC. (Fioritti y Sessa, 2015)

Unidad 4: Diseño de secuencias didácticas en el marco de la TAD y de recursos educativos usando TIC. Uso de applets en la enseñanza de la matemática para el estudio de polinomios y funciones polinómicas.

Al finalizar, se realizó un último encuentro para la presentación de los trabajos finales, un debate y reflexión de lo realizado en el curso.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Durante la realización de los encuentros, los asistentes al curso realizaron las actividades propuestas, hubo debates y diálogo entre ellos y entre las docentes del curso (autoras del trabajo) que les permitieron reflexionar acerca de la enseñanza de los conceptos de polinomio y función polinómica en la escuela secundaria.

A continuación se exponen los resultados obtenidos y una discusión de los mismos.

Encuentro 1: Durante este encuentro se trabaja sobre los conceptos destacados al interés del curso que tienen que ver con la TAD, y que son en este caso, la noción de praxeología y los momentos de estudio. El conocimiento de estos constructos, permite explicar y comprender el modo en que se enseñan los contenidos matemáticos, el cómo y el cuándo.

En dicho encuentro, se propone realizar la Primer Actividad, que consiste en: “*Presentar un*

escrito (no más de tres carillas) que contenga un resumen de aspectos destacados de la TAD del material de la unidad, la confección de un cuadro, tabla o como desee presentarlo, que contenga la Organización Matemática (OM) polinomio y función polinómica para un curso de escuela secundaria donde se especifique la teoría, la tecnología, las tareas y las técnicas (lo más completo posible) y un segundo cuadro, tabla o como desee presentarlo, que contenga la Organización Didáctica (OD) personal sobre polinomio y función polinómica donde se especifique la teoría, la tecnología, las tareas y las técnicas". Esta actividad pudo ser realizada en grupos de hasta 3 personas.

Un resumen de los cuadros presentados fue el siguiente (Tabla 1):

Praxeología (praxis (saber) - logos (saber hacer))	
Teoría y Tecnología (Saber)	Tareas y Técnicas (Saber hacer)
Álgebra y estudio de funciones, Teorema de Ruffini, Teorema del Resto y Teorema de Gauss	Identificación de expresiones polinómicas. Valor numérico. Cálculo de raíces. Descomposición de un polinomio en factores (factor común, diferencia de cuadrados, factor común por grupos, trinomio cuadrado perfecto). Operaciones con polinomios. Gráficos de funciones polinómicas. Ecuaciones e inecuaciones de segundo grado.

Tabla 1: Actividad propuesta por un grupo de asistentes del curso correspondiente a la Unidad 1.

La realización de esta actividad le permitió a los participantes, identificar y categorizar (en el marco de la TAD) tareas/técnicas/tecnología/teoría entre las varias actividades teórico prácticas que habitualmente proponen realizar a sus estudiantes.

Encuentro 2: En este encuentro se incorporó a las nociones de didáctica, las de Aprendizaje Móvil con el objetivo de que los participantes logren diseñar un recurso didáctico para la enseñanza y aprendizaje de los conceptos de polinomio y función polinómica, usando el *software* GeoGebra y que éste pueda ser adaptado (en cuanto visibilidad, accesibilidad, tamaño de la imagen) para ser usado en celulares. Esto posibilita a los profesores de secundaria acercar a sus estudiantes a la utilización de tecnologías en el aula, ya que hoy en día gran parte de los mismos posee celulares y son más portables que una computadora. Para crear dichos recursos, se siguieron directrices de diseño de recursos educativos en GeoGebra para que puedan ser utilizados en dispositivos móviles (Bayés, 2018).

La Actividad propuesta a los asistentes consistió en: "*Diseñar (o adecuar un recurso ya creado mencionando al autor) y adaptarlo para estudiar algún tema de polinomios y funciones polinómicas para ser usado en dispositivos móviles. Subir el recurso creado al repositorio de materiales de GeoGebra. Entregar un informe que detalle el recurso diseñado (con el link donde se puede encontrar), las tareas y técnicas que realizaría el alumno y que OD propondría para el uso de tal recurso*".

El recurso posible a adaptar podía ser uno trabajado en el encuentro, donde se mostró a los asistentes algunas herramientas de GeoGebra, o uno de creación propia por los asistentes. Por ejemplo, uno de los grupos presentó el recurso que se muestra a continuación (Figura 2), donde se puede observar cómo varía el gráfico de las funciones polinómicas según la multiplicidad de raíces de la misma. El recurso se encuentra disponible en el repositorio de materiales de GeoGebra (<https://www.geogebra.org/m/wbkdtruk>).

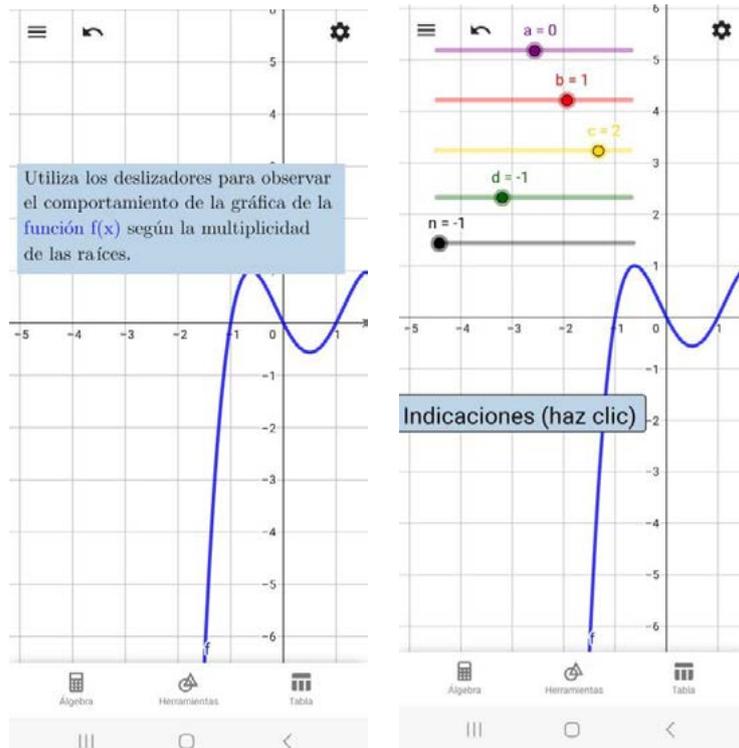


Figura 2: Actividad propuesta por un grupo de asistentes del curso correspondiente a la Unidad 2.

Encuentro 3: En este encuentro se propuso a los participantes trabajar en una propuesta para la enseñanza de polinomios y funciones polinómicas del Grupo de los Lunes coordinado por Carmen Sessa (Fioritti y Sessa, 2015). En dicho trabajo, se presenta el estudio de las funciones polinómicas como producto de otras funciones polinómicas de menor grado, donde primero se observan tales funciones de manera gráfica y luego se propone el trabajo con el *software*.

Para esto, se creó un Libro en GeoGebra accesible en <https://www.geogebra.org/m/drnezdat> con cuatro actividades que siguen las orientaciones del Grupo de los Lunes y los asistentes trabajaron en el encuentro.

Encuentro 4 y Trabajo Final: Se formaron grupos entre los asistentes que presentaron sus trabajos finales en forma grupal. El objetivo del trabajo final fue que los asistentes produzcan una secuencia didáctica para estudiar polinomios y funciones polinómicas y la creación de un recurso educativo para utilizar en dispositivos móviles.

A continuación se presentan dos actividades propuestas como trabajos finales de dos grupos.

- *Secuencia de Actividades sobre la Función Cúbica*

El primero, presentó una actividad para el estudio de la función cúbica como producto de una función polinómica de grado dos y otra de grado uno. La actividad se presenta a continuación: En un archivo de Geogebra le proponemos a los estudiantes un primer problema que contiene las gráficas de una función lineal y una función cuadrática con el objetivo de trabajar con la relación gráfico-fórmula de ambas funciones y, a su vez, se les define la fórmula de una nueva función que es el producto de ambas: $h(x) = f(x) \cdot g(x)$. A partir de ello, pretendemos que analicen las características que tendría esta nueva función: evaluando algunos puntos, que determinen los ceros, los intervalos de positividad y negatividad, etc; las cuales son una herramienta importante para poder graficar aproximadamente la función cúbica.

Enlace a la actividad: <https://www.geogebra.org/m/dfpnq6gu> (Figura 3).

- *Secuencia de Actividades sobre la Función Cuadrática.*

El recurso diseñado busca responder al planteo de la siguiente actividad: dada la expresión canónica de una función cuadrática, es decir, dada $f(x) = (x - h)^2 + k$, analizar las distintas relaciones que hay entre los posibles valores de las constantes a , h y k , y describir el comportamiento de la función. Para ello, se debe usar los distintos deslizadores habilitados en el applet. Enlace a la actividad: <https://www.geogebra.org/m/puuzasef> (Figura 4).

El objetivo de esta actividad es que los alumnos puedan darle un significado a esta nueva expresión de la función cuadrática, ofrecer una nueva forma de hallar el vértice de una parábola y encontrar una relación más directa entre sus parámetros, aspecto que se puede dificultar en la expresión general. Se espera que puedan asociar los valores de h y k a las coordenadas del vértice y que su signo determine si están por encima o por debajo del eje x , y a izquierda o derecha del eje y . Al mismo tiempo, se buscará que encuentren una relación entre la localización del vértice, la existencia de raíces y el signo del coeficiente principal que define, al igual que en la fórmula general, si la parábola abre hacia arriba o hacia abajo. Esto es, si a y k son positivos, la función no tiene raíces ya que la función abre hacia arriba y está por encima del eje x . Lo mismo sucede si ambos son negativos, ya que la parábola “abre” hacia abajo y se encuentra por debajo del eje x .

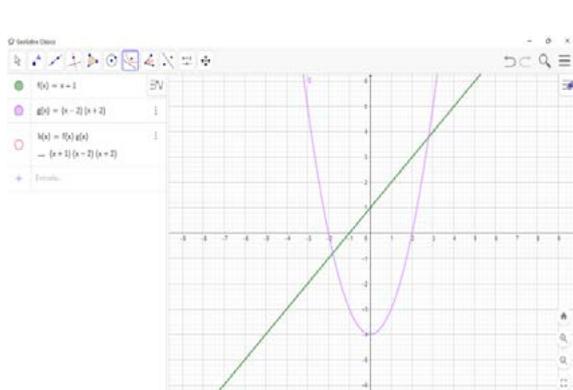


Figura 3: Trabajo final de un grupo

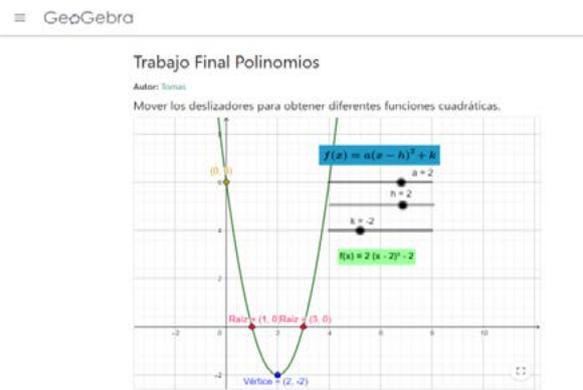


Figura 4: Trabajo final de un grupo

Como reflexión del curso y de su trabajo uno de los grupos menciona: “*Consideramos importante cuestionarnos los modos en los que estamos acostumbrados a presentar los temas y las formas en las que puede ser enseñado y desarrollado en el aula. Algo nuevo en matemática se suele pensar como algo “más difícil” simplemente por ser algo desconocido. Partir de lo que los alumnos conocen, como es en este caso los elementos de la gráfica de una función lineal y las nociones de desplazamientos (aunque tal vez no con ese nombre), puede ayudar a apropiarse de los nuevos conceptos, como lo son en este caso, los elementos de la parábola. Ayudar a los estudiantes, a crear este vínculo entre lo que conocen (funciones lineales) y lo que buscan aprender (funciones cuadráticas), les permitirá un aprendizaje más significativo de los temas y, sobre todo, duradero.*”

CONCLUSIONES

La gran cantidad de participantes inscriptos muestra el interés que genera en profesores docentes en escuela secundaria, poder acceder a capacitaciones, para la mejora de su práctica docente, en el ámbito universitario. En particular, la temática ofrecida en el curso es una problemática presente a lo largo de los años, como es el estudio de polinomios y el porqué de su enseñanza. Además, proponer la implementación y uso de TIC con fines educativos, para el tratamiento de estos temas en el aula, genera una mayor atracción. A pesar de ello, gran parte de los inscriptos no pudieron asistir a los encuentros presenciales, por cuestiones personales y/o de distancia. Finalmente, el curso lo realizaron 7 participantes, entre ellos se encontraron estudiantes avanzados del profesorado de matemática y dos docentes en ejercicio de la ciudad de Chascomús. Para los asistentes, la actividad fue significativa ya que se generó un espacio de reflexión y debate acerca de la enseñanza y aprendizaje del concepto de polinomio y función polinómica en la escuela secundaria, y de su importancia para estudios superiores y la implicancia que ello tiene.

Consideramos que la realización del curso colaboró con los objetivos de la extensión universitaria, aportando los conocimientos y capacitación que necesita la comunidad educativa en general y generando además un vínculo recíproco con los asistentes.

BIBLIOGRAFÍA

- Bayés, A., Del Río, L. y Costa, V. (2018). Diseño de materiales educativos para dispositivos móviles con GeoGebra: Análisis de un caso. Virtual Educa Buenos Aires 2018. Buenos Aires.
- Bayés, A. y Costa, V. (2022). Enseñanza de polinomio y función polinómica en la escuela secundaria y su implicancia en la utilización de estos temas en una facultad de ingeniería. XXIII Encuentro Nacional y XV Internacional de Educación Matemática en Carreras de Ingeniería. Paraná
- Carrillo, A. (2012). El dinamismo de GeoGebra. Unión - Revista Iberoamericana de Educación Matemática, (29), 9–22.
- Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. Recherches en didactique des mathématiques, 19(2), 221-266.
- Chevallard, Y. (2017). ¿ Por qué enseñar matemáticas en secundaria? Una pregunta vital para los tiempos que se avecinan. Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española, 20(1), 159-169.
- Chevallard, Y.; Bosch, M.; Gascón, J. (1997). Estudiar matemáticas: el eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje. 1a.ed. Barcelona: Universitat de Barcelona.
- Duarte, B. (2014) La enseñanza de la matemática en entornos con tecnología. Revista El Monitor, número 34. Disponible en: <http://elmonitor.educ.ar/secciones/dossier/algunas-experiencias-y-reflexiones-sobre-la-ensenanza-de-la-matematica-en-entornos-con-tecnologia/>
- Fioriti, G., & Sessa, C. (2015). Introducción al trabajo con polinomios y funciones polinómicas: incorporación del programa GeoGebra al trabajo matemático en el aula.
- Fonseca, C., Bosch, M., & Gascón, J. (2010). El momento del trabajo de la técnica en la completación de Organizaciones Matemáticas: el caso de la división sintética y la factorización de polinomios. Educación matemática, 22(2), 5-34.
- Otero, M. R., Fanaro, M. D., Corica, A., Llanos, V. C., Sureda, P., & Parra, V. (2013). La Teoría Antropológica de lo Didáctico en el aula de Matemática. Buenos Aires: Editorial Dunken.