

UN MODELO DE PREDICCIÓN DINÁMICA DE BIOREACTORES

R.A. Achilles, S.M. IEEE, M. NYAS
Consultor, Profesor UTN Confluencia*
achilles@ieee.org Neuquen, ARG 8300

B. Bucki Wasserman, M. ASADES
Director G.E.S.E., Profesor UTN Confluencia*
buck@arnet.com.ar Río Negro, ARG 8324

RESUMEN

La fermentación anaeróbica de residuos orgánicos representa una atractiva fuente de producción de combustibles gaseosos aplicable a generación eléctrica de bajo impacto ambiental.

Poblaciones rurales dispersas de la provincia del Neuquén donde la bioenergía resulta una opción factible de suministro eléctrico residencial e industrial originaron estudios sobre el tema y planes de construcción de una instalación piloto.

Son obtenidos el Diagrama de Flujo de Señal y la Función de Transferencia entre variables de estado relevantes del proceso.

Los límites operativos del bioreactor son establecidos en forma paramétrica a partir de su respuesta dinámica -en términos de la presión nominal de producción de biogas- fundados en el Criterio de Estabilidad de Routh-Hurwitz y en el trazado del Lugar Geométrico de las Raíces del sistema.

Se exhiben salidas de la implementación digital de estos algoritmos -en la forma de un módulo del Analizador SCS © 1992- para los datos del bioreactor piloto.

INTRODUCCIÓN

Argumentos ambientales atinentes al reciclado del carbono, la optimización de rendimientos de combustión respecto a combustibles sólidos y la asociada racionalización del manejo de desechos dieron lugar al uso intensivo de la bioenergía[1,2].

La problemática de pobladores rurales dispersos de la provincia del Neuquén sin factibilidad económica de conexión al Sistema de 132 kV Transcomahue motivó estudios sobre el particular y planes de construcción de una planta piloto. En la fase de preingeniería de ésta fueron identificadas las variables de estado relevantes en el proceso de producción de biogas: el volumen V_l y la temperatura T del líquido, el volumen V y la presión p del gas del biodigestor[3,4].

MODELO DINÁMICO

Despreciando fluctuaciones de acidez, la dinámica de fermentación del líquido puede expresarse en términos del volumen de gas producido para una concentración S , un contenido de sólidos volátiles cv del sustrato[5,6] y la constante de tiempo de reacción Tr de la combinación enzima-sustrato a partir de la ecuación de Michaelis-Menten $Tr_{min}/Tr = S/(K_m + S)$ como:

$$V = 2cv(K_m + S)(Tr_{min}/Tr)V_l(1 - e^{-t/Tr}) \quad (1)$$

donde K_m es la constante de Michaelis-Menten y la relación Tr_{min}/Tr puede adoptarse igual a 0.5[7].

Adicionalmente, la linealización de la dinámica Volumen-Presión-Temperatura del biogas puede establecerse con la formulación incremental de la ecuación de gases ideales $pV = nRT$ [8] como:

$$p\Delta V + V\Delta p = nR(T\Delta V/V + \Delta T) \quad (2)$$

Estos incrementos de presión y volumen darán lugar a dos efectos: la reducción del volumen líquido V_l por compresión del gas en el interior del reactor y, respectivamente, la conducción de gas a través de la tubería de interconexión al gasómetro -de volumen V_g - que introduce al proceso la Constante de Tiempo de Expansión T_g , expresados por las relaciones:

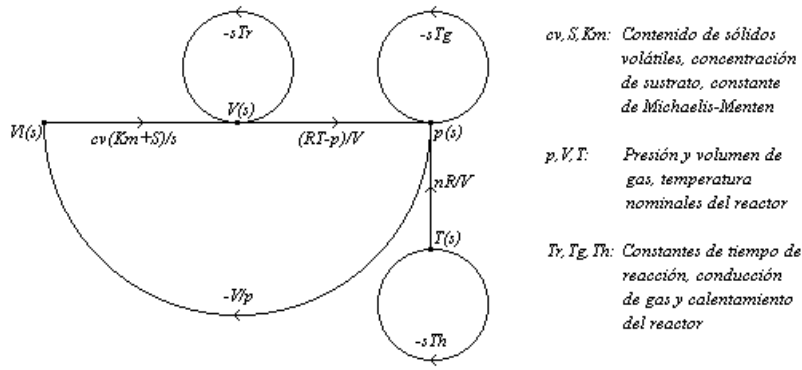
$$\Delta V_l = -(V/p)\Delta p \quad y \quad \Delta p = \Delta p[1 - [(V + V_g)/V]e^{-t/T_g}] \quad (3)$$

Análogamente a este último caso, la compensación de variaciones de temperatura del reactor por medio del serpentín de calentamiento es influenciada por la Constante de Tiempo Térmica T_h según:

$$\Delta T = \Delta T(1 - e^{-t/T_h}) \quad (4)$$

*J.M. de Rosas y J. Soufal Plaza Huincul-Neuquén, ARG 8318 ☎ 54 (299) 496-3292

Expresiones, las anteriores, que posibilitan la formulación en Transformada de Laplace del Diagrama de Flujo de Señal[9] como:



cuya Función de Transferencia obtenida por aplicación de las Reglas de Mason[10] resulta:

$$p(s) = \frac{cv(Km+S)(RT-p)/(VTrTg)}{s^3 + A_2 s^2 + A_1 s + [A_0 + A_{0p}(1/p)]} Vl(s) + \frac{(nR/VThTg)}{s^3 + B_2 s^2 + [B_1 + B_{1p}(1/p)]s + [B_0 + B_{0p}(1/p)]} T(s) \quad (5)$$

donde $A_2 = (Tr+Tg)/(TrTg)$, $A_1 = 1/(TrTg)$, $A_0 = -cv(Km+S)/(TrTg)$, $A_{0p} = cv(Km+S)RT/(TrTg)$, $B_2 = (Th+Tg)/(ThTg)$, $B_1 = [1 - cv(Km+S)Th]/(ThTg)$, $B_{1p} = cv(Km+S)RT/Tg$, $B_0 = -cv(Km+S)/(ThTg)$ y $B_{0p} = cv(Km+S)RT/(ThTg)$.

ANÁLISIS DE ESTABILIDAD

La estabilidad dinámica de un conjunto de parámetros de diseño del bioreactor puede ser evaluada por aplicación del Criterio de Routh-Hurwitz[11] a los coeficientes de las Ecuaciones Características de ambas transferencias de (5) del modo indicado:

$$p(s)/Vl(s): \begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & A_1 \\ s^2 & A_2 & A_0 + A_{0p}(1/p) \\ s & c_1 & 0 \\ s^0 & A_0 + A_{0p}(1/p) & 0 \end{array} \quad p(s)/T(s): \begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & B_1 + B_{1p}(1/p) \\ s^2 & B_2 & B_0 + B_{0p}(1/p) \\ s & d_1 & 0 \\ s^0 & B_0 + B_{0p}(1/p) & 0 \end{array} \quad (6)$$

donde el requerimiento de coeficientes positivos arroja las condiciones:

$$c_1 = [A_1 A_2 - A_0 - A_{0p}(1/p)]/A_2 > 0, \quad A_0 + A_{0p}(1/p) > 0, \quad d_1 = [B_1 B_2 - B_0 + (B_2 B_{1p} - B_{0p})(1/p)]/B_2 > 0 \quad \text{y} \quad B_0 + B_{0p}(1/p) > 0 \quad (7)$$

en las que, tomando la presión nominal de biogas p como parámetro, son derivadas las condiciones límite de estabilidad:

$$p > A_{0p}/(A_1 A_2 - A_0) = RT/\{1 + (Tr+Tg)/[cv(Km+S)TrTg]\}, \quad p < -A_{0p}/A_0 = -B_{0p}/B_0 = RT \quad \text{y} \quad p < (B_2 B_{1p} - B_{0p})/(B_0 - B_1 B_2) \quad (8)$$

LUGAR GEOMÉTRICO DE LAS RAÍCES

Las magnitudes límite de presión operativa del bioreactor están correlacionadas con las intersecciones del Lugar Geométrico de las Raíces[12] con el Eje Imaginario del plano s . La formulación de este trazado se funda en las Ecuaciones Características escritas del siguiente modo:

$$1 + (1/p)A_{0p}/(s^3 + A_2 s^2 + A_1 s + A_0) = 0 \quad \text{y} \quad 1 + (1/p)(B_{1p}s + B_{0p})/(s^3 + B_2 s^2 + B_1 s + B_0) = 0 \quad (9)$$

A ambos casos les corresponderán, según las Reglas de Evans[13], tres trazos independientes para variaciones del parámetro $1/p$ en el rango cero-infinito. Mientras que la transferencia $p(s)/Vl(s)$ está caracterizada por tres asíntotas a 60° , 180° y 300° en línea con los tres ceros infinitos de esta función, el cero finito en $-B_{0p}/B_{1p} = -1/Th$ determina la presencia de solo dos asíntotas a 90° y 270° en el caso de $p(s)/T(s)$.

IMPLEMENTACIÓN DIGITAL

Los algoritmos descriptos fueron implementados en un computador personal, en la forma de un módulo del Analizador SCS © 1992, por medio de una imagen ejecutable FORTRAN operable en ámbito MS-DOS/ Windows®.

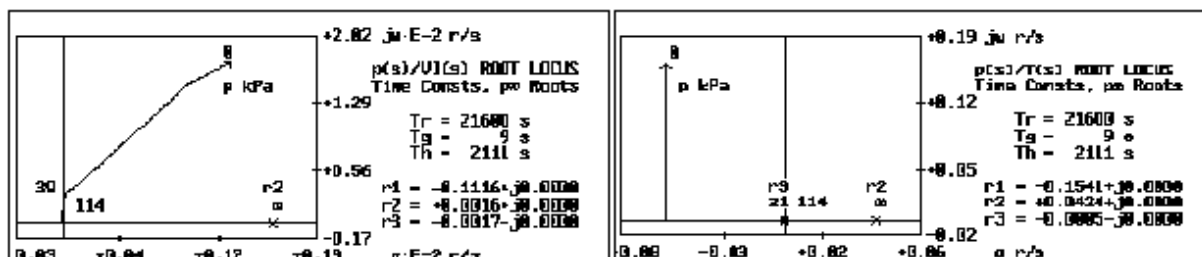
Mientras que para aplicación del Criterio de Estabilidad de Routh-Hurwitz el programa procede al cálculo directo de coeficientes y límites operativos del reactor, el cómputo sistemático de polos del sistema para el Lugar Geométrico de las Raíces está fundado en la División Sintética de Polinomios y en el Método Iterativo de Newton-Raphson[10]. El procesamiento de imágenes es desarrollado en QBASIC®.

APLICACIÓN PARAMETRICA

El dimensionamiento básico del bioreactor piloto fue utilizado como ejemplo de aplicación de la metodología presentada. Se exhibe a continuación la sesión interactiva de ingreso de los correspondientes datos al programa digital:

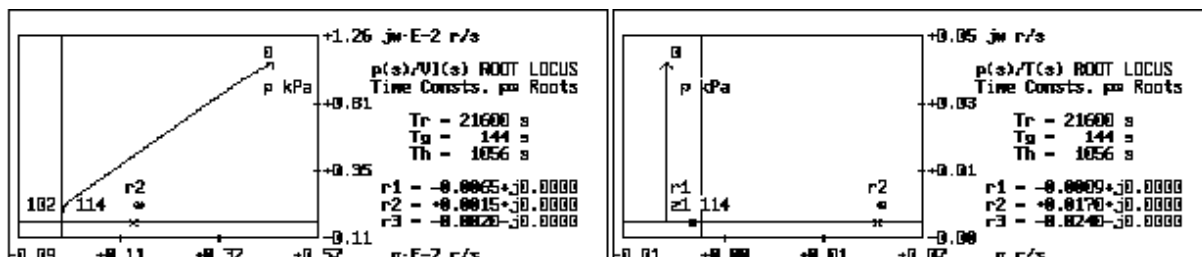
```
SCS                                Biogas Reactor Program                                U-Bio Ver.99
<ra ingeniería>                    Copyright (c) 1992 rai
ENTER REACTOR LIQUID, GAS VOLUMES, GAS-TANK VOLUME (cubic m)
42,21,64
ENTER SUBSTRATE CONCENTR, VOLAT-SOLID CONTENT (%), M.MENTEN CONST (μmol/l)
20,28,400
SELECT EXPECTED REACTION CYCLE DURATION (hours)
24
SELECT GAS PIPE DIAMETER (in), LENGTH (m) AND GAS FLOW # OF REYNOLDS
(# of Reynolds Range: 1500-2200)
1,10,1700
ENTER REACTOR TEMPERATURE MAGNITUDE, TOLERANCE AND HOT-WATER TEMPERATURE (°C)
(Ranges: 25-35°C, 1-2°C, 50-60°C)
35,1,60
SELECT HEATING COIL DIAM (in), LENGTH (m), HEAT-TRANS COEFF (W/m²°C)
(Heat-Trans Coeff Range: 73-146 W/m²°C)
1,1000,140
```

cuyas salidas gráficas, además de exhibir las trayectorias del Lugar Geométrico de las Raíces para los polos dominantes de las transferencias $p(s)/Vl(s)$ y $p(s)/T(s)$ indican las Raíces p_{∞} para cada una de ellas, y son:



Con el objetivo de evaluar en forma paramétrica del comportamiento dinámico del reactor se produjeron variaciones aisladas de: (i): duración del ciclo (24 a 1h), (ii): longitud de la cañería de gas (10 a 200 m) e (iii): longitud del serpentín de calefacción (1000 a 100 m) a efectos de la modificación segregada de las Constantes de Tiempo Tr , Tg y Th del Caso Base.

Mientras que ni la reducción de Tr a 900 s ni el incremento de Th a 21111 s alteraron la presión máxima de operación estable del reactor, el incremento de Tg a 144 s —que arrastra una reducción de Th a 1056 s— eleva la presión mínima a 102.2 kPa reduciendo la zona estable a una franja de 12 kPa. Se indican a continuación los cambios producidos en el Lugar Geométrico de las Raíces de ambas transferencias para este caso:



La tabla siguiente indica, además de las modificaciones paramétricas en cada caso estudiado, los cambios introducidos por éstas en las Raíces p_{∞} de ambas transferencias del proceso:

Caso	p_{mx} kPa	p_{mn} kPa	Tr s	Tg s	Th s	Raíces p_{∞} de $p(s)/Vl(s)$			Raíces p_{∞} de $p(s)/T(s)$			
-						$r1$	$r2$	$r3$	$r1$	$r2$	$r3$	$z1$
Base	114.4	39.3	21600	9	2111	-0.1116	+0.0016	-0.0017	-0.1541	+0.0424	-0.0005	-0.0005
Ciclo 1h	114.4	39.1	900	9	2111	-0.1111	+0.0073	-0.0090	-0.1541	+0.0424	-0.0005	-0.0005
Lg 200m	114.4	102.2	21600	144	1056	-0.0065	+0.0015	-0.0020	-0.0009	+0.0170	-0.0240	-0.0009
Lh 100m	114.4	39.3	21600	9	21111	-0.1116	+0.0016	-0.0017	-0.1541	+0.0424	-0.0000	-0.0000

El estudio confirma una respuesta dinámica satisfactoria para los parámetros básicos del bioreactor piloto en el caso de una entrada típica en escalón de carga líquida del dispositivo, obteniéndose el máximo desamortiguamiento de la raíz dominante r_2 de la transferencia $p(s)/V(s)$ en la región de presiones altas del trazo con el acortamiento del ciclo a una hora. El máximo amortiguamiento de esta raíz es obtenido a costa de la reducción del rango de presión operativa de biogas- con el alejamiento del gasómetro respecto al reactor. La separación de estos dos dispositivos da lugar a la reducción de la frecuencia de oscilación de la presión en la zona de presiones bajas a menos de un tercio de la magnitud correspondiente al caso de mínima distancia entre ellos.

Por otra parte puede observarse que alguna de las raíces no dominantes $-r_1$ ó r_3 - del trazo $p(s)/T(s)$ siempre toma magnitud inicial del cero z_1 produciendo la compensación o cancelación de éste (originando una trayectoria de Lugar Geométrico de las Raíces de longitud nula)[14].

CONCLUSIONES

De la identificación de las variables de estado relevantes en el proceso de producción de biogas por fermentación anaeróbica son derivados el Diagrama de Flujo de Señal y la Función de Transferencia del bioreactor por medio de la linealización de las relaciones físico-químicas del proceso.

La efectividad del Criterio de Estabilidad de Routh-Hurwitz y del trazado del Lugar Geométrico de las Raíces para evaluar la operación estable del reactor, en términos de la presión de producción de biogas, es confirmada a través de la implementación digital de dichos algoritmos.

Futuros desarrollos del modelo presentado contemplan la obtención de la respuesta en el tiempo por aplicación de la técnica de Cálculo en Tiempo Discreto[15] de modo de incorporar en el mismo: (i): la no-linealidad implícita en la ecuación de Michaelis-Menten, (ii): la variación continua de concentración de sustrato durante la fase de producción de biogas e (iii): la consideración de otro tipo de señales de entrada como, por ejemplo, rampas.

REFERENCIAS

- [1] E.P.Taiganides, "Pig Waste Management and Recycling-The Singapore Experience" *IDRC-Canada*, cp.7-10, 1992.
- [2] R.C.Dorf, "The Electrical Engineering Handbook" *IEEE Press/CRC Press*, pp.1213-1214, 1993.
- [3] R.A.Achilles, B.Bucki Wasserman, "Dinámica de Fermentación en la Producción de Biogas" *ASADES-Publ.AERMA*, Vol.2, pp.7.1-7.4, 1998.
- [4] R.A.Achilles, B.Bucki Wasserman, "Biogas Reactor Fermentation Dynamics" *EdeE/CNEA-UNSAM*, Agosto 1999.
- [5] A.T.Information, "Sizing a Biogas Plant" *Biogas Digest-G.T.Z.*, pp.1-3, 1996.
- [6] K.T.Rager, "Abwassertechnische und Wasserwirtschaftliche Probleme der Massentierhaltung" *G.T.Z.*, Vol.97, pp.71-72, 1971.
- [7] S.Aiba, A.Humphrey, N.Millis, "Biochemical Engineering" *University of Tokio Press*, pp.93-94, 1992.
- [8] R.A.Serway, "Física" *McGraw-Hill*, pp.529-531, 1992.
- [9] J.G.Reid, "Linear System Fundamentals" *McGraw-Hill*, 1983.
- [10] S.J.Mason, "Feedback Theory: Further Properties of Signal Flow Graphs" *Proceedings IRE*, Vol.44-7, pp.920-926, 1956.
- [11] A.Hurwitz, "On the Conditions under Which an Equation has Only Roots with Negative Real Parts" *Mathematische Annalen*, Vol.46, 1895.
- [12] W.R.Evans, "Control System Dynamics" *McGraw-Hill*, 1954.
- [13] R.C.Dorf, "Modern Control Systems" *Addison-Wesley Publishing Co.*, pp.120-123, 1967.
- [14] J.G.Ziegler, N.B.Nichols "Optimum Settings for Automatic Controllers" *ASME Transactions*, Vol.64, pp.759-768, 1942.
- [15] R.C.Dorf, "Time Domain Analysis and Design of Control Systems" *Addison-Wesley Publishing Co.*, 1965.