Primer Congreso Argentino de Ingeniería Aeronáutica, CAIA 1 - La Plata, Argentina, 3 5 de diciembre de 2008

NAVEGACIÓN INTEGRADA DE UN COHETE SUBORBITAL

J. Carrizo^b, M. España^{ab} y J. I. Giribet^{bc}, ^a Comisión Nacional de Actividades Espaciales (CONAE), Argentina. ^bFacultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires, Argentina. ^cInstituto Argentino de Matemática – CONICET, Argentina. Email: jcarriz@fi.uba.ar

RESUMEN

Partiendo de los datos almacenados durante un vuelo suborbital de un cohete sonda VS30 se analiza, en modo post-procesado, el desempeño del sistema de navegación integrada INS-GPS a bordo del mismo. Si bien la saturación del giróscopo axial durante el vuelo impidió parcialmente medir la velocidad de espinado del vehículo, dato crucial para el cálculo de su actitud, gracias a que los acelerómetros estaban separados del eje de rotación del vehículo, estos registraron la aceleración centrípeta. Con base en ésta información, el sistema de navegación integrada aquí propuesto permite estimar la actitud completa durante todo el período de tiempo bajo estudio. Se presentan las bases del método y se analizan los resultados.

Palabras clave: Navegación Integrada INS-GPS, cohete suborbital, saturación de giróscopos, estimación de actitud.

INTRODUCCIÓN

Un sistema de navegación inercial (INS) con instrumentos fijos al vehículo (strapdown) incluye una unidad de mediciones inercialês (UMI) y una computadora de navegación que integra en tiempo real las ecuaciones de la cinemática (algoritmo INS) para determinar las variables de navegación, o sea, la posición, velocidad y actitud instantáneas del vehículo a una tasa sólo limitada por la velocidad de muestreo adoptada. Sin embargo, los errores en las condiciones iniciales, los de medición y las aproximaciones de la integración, inducen errores en los parámetros de navegación crecientes con el tiempo. Para compensar estos efectos, los sistemas de navegación integrada fusionan la información inercial con la provista por instrumentos exteroceptivos sobre posición, velocidad, actitud, etc. Esto permite acotar los errores de navegación manteniendo una alta tasa de información.

En este trabajo se analiza el desempeño, en modo post-procesado, de un sistema de navegación integrada basado en el filtro de Kalman extendido (EKF). Los datos utilizados corresponden al vuelo suborbital experimental de un cohete sonda VS30 a combustible sólido de la Agencia Espacial Brasileña, lanzado el 16-12-2007, cuya carga útil yojiva de contención y recuperación (2ª etapa del cohete) fueron diseñadas y construidas por la CONAE A partir de los datos de vuelo se sintetizan trayectorias ideales y se simulan mediciones consistentes con la perfomance de los sensores a bordo. Esto permite evaluar y validar, para este experimento, el desempeño de los algoritmos de navegación integrada para las configuraciones instrumentales consideradas.

La carga útil incluyó un INS strapdown, desarrollado por la CONAE, un receptor GPS desarrollado por la Facultad de Ingeniería de La Plata y otro GPS de la agencia espacial brasileña. La UMI incluyó una unidad comercial Motion Pack Systron Donner (SD) compuesta por 3 acelerómetros y 3 giróscopos y un giróscopo interferométrico de fibra óptica (IFOG), desarrollado por el Centro de Investigaciones Opticas de La Plata. Este último, montado en la dirección axial del cohete, con un rango de medición superior al de la SD, dada la previsión de que ésta saturaría durante el vuelo. Sin embargo, modificaciones ulteriores en la trayectoria del cohete produjeron también la saturación del IFOG lo que privó al sistema de navegación de estainformación durante una parte el vuelo. Dado que la UMI estaba desplazada del eje de rotación del chete los acelerómetros transversales registraron en todo instante la aceleración centrípeta debida a la rotación axial. Se demuestra que es posible



compensar la falla del IFOG usando estas mediciones y se analiza la covarianza de los errores para las configuraciones con y sin medición acelerométrica de la velocidad angular.

NOTACIÓN Y ECUACIONES CINEMÁTICAS

Consideramos las ternas de referencia (ver [1]): e: Terna terrestre solidaria a la Tierra con origen en el centro del elipsoide de referencia WGS-84; *i*: Terna inercial con origen en el centro de la Tierra y alineada con la terna "e" al inicio del vuelo; g: Terna geográfica local (ENU con eje X hacia el Este, Y hacia el Norte, Z perpendicular (saliente) al plano tangente local del elipsoide WGS-84;*b*: Terna fija al cohete, con eje X en el eje del mismo. Se supondrá una transformación conocida e invariante entre la terna *b* y la de la UMI:*m*. El superíndice *c* sobre un vector indica que éste está referido a laterna "c". C_c^d representa la matriz de cambio de base entre la terna "c" y la terna "d". $I_n \in \mathbb{R}^{n\times n}$ es la matriz identidad. ω_{dc} es la velocidad angular de la terna "c" respecto de la terna "d". S(•) representa el operador matricial del producto vectorial, tal que: $\bar{\mathbf{x}} \times \bar{\mathbf{b}} = \mathbf{S}(\bar{\mathbf{a}}) \cdot \bar{\mathbf{b}}$ y definido como:

$$\mathbf{S}: \mathbf{R}^{3} \to \mathbf{R}^{3\times 3} = \mathbf{S} \begin{bmatrix} a_{1} \\ a_{2} \\ a_{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -a_{3} & a_{2} \\ a_{3} & 0 & -a_{1} \\ -a_{2} & a_{1} & 0 \end{bmatrix}$$
(1)

Siendo \mathbf{R}^{e} y $\mathbf{V}^{e} = d(\mathbf{R}^{e})/dt$, respectivamente, la posición y velocidad del vehículo en terna terrestre, las ecuaciones cinemáticas de navegación en esa ter na se escriben según ([2] y [3]):

$$\dot{R}^{a} = V^{a}$$
(2)

$$\dot{\mathbf{V}}^{\epsilon} = \mathbf{C}_{b}^{\epsilon} \mathbf{f}^{b} - 2\mathbf{S}(\boldsymbol{\Omega}_{is}^{\epsilon})\mathbf{V}^{\epsilon} + \boldsymbol{\gamma}^{\epsilon}(\mathbf{R}^{\epsilon})$$
(3)

$$\dot{\mathbf{C}}_{b}^{e} = \mathbf{C}_{b}^{e} \mathbf{S}(\boldsymbol{\omega}_{eb}^{e}) = \mathbf{C}_{b}^{e} \mathbf{S}(\boldsymbol{\omega}_{ib}^{b}) - \mathbf{S}(\boldsymbol{\Omega}_{ie}^{e}) \mathbf{C}_{b}^{e}$$

$$\tag{4}$$

Donde: $\omega_{ib}^{b} = \begin{bmatrix} \omega_{X} & \omega_{Y} & \omega_{Z} \end{bmatrix}^{T}$ es la velocidad angular de la terna del vehículo (b) respecto de la terna inercial (i) en terna (b), medida por los giróscopos; $\mathbf{f}^{b} = \begin{bmatrix} f_{X} & f_{Y} & f_{Z} \end{bmatrix}^{T}$ es la fuerza específica en terna del vehículo medida por los acelerómetros (las componentes X corresponden al acelerómetro y giróscopo axiales y las Y-Z a los transversales); $\Omega_{ie}^{e} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \Omega_{e} \end{bmatrix}^{T}$ es la velocidad angular de la Tierra en terna terrestre, cumpliéndose: $\Omega_{ie}^{b} = \omega_{ib}^{b} + \omega_{be}^{b}$; $\gamma^{e}(\mathbf{R}^{e}) = \mathbf{g}_{g}^{e}(\mathbf{R}^{e}) - \mathbf{S}^{2}(\Omega_{ie}^{e})\mathbf{R}^{e}$ es la gravedad aparente en terna terrestre (gravitación menos la aceleración centrípeta). En [4] puede encontrarse una forma eficiente de calcular este último término.

NAVEGACIÓN INTEGRADA

La Figura 1 muestra un esquema general de navegación integrada [5] que fusiona las medidas \tilde{m} de las magnitudes inerciales m con datos de sensores exteroceptivos, por ejemplo mediciones de posición GPS adquiridas en instantes t_k . Se estiman las variables de navegación agrupadas en el vector**x**, los parámetros p_i y p_e de los sensores inerciales y externos. Las estimaciones en el instante t_k : $\hat{\mathbf{x}}_k$, $\hat{\mathbf{p}}_{i,k}$ y $\hat{\mathbf{p}}_{e,k}$ constituyen las condiciones iniciales para la integración de las ecuaciones cinemáticas con el algoritmo INS (similar al propuesto en [6]) hasta la próxima adquisición de una medición externa \mathbf{y}_{k+1} . En t_{k+1} se calcula la innovación $\delta \mathbf{y}(t_{k+1})$ como la diferencia entre esa medición y su estimación $\hat{\mathbf{y}}_{k+1} = h_{k+1}(\hat{\mathbf{x}}_{k+1}, \hat{\mathbf{p}}_{e,k})$ calculada, mediante el modelo de los sensores externos, en función de la estimación a priori $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^-$ determinada por el algoritmo INS.

Carrizo, España y Giribet - Navegación Integrada de un Cohete Suborbital.

$$\delta \hat{\mathbf{y}}_{k+1} \triangleq \mathbf{y}_{k+1} - \hat{\mathbf{y}}_{k+1} \cong H_{k+1} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{x} \\ \overline{\delta \mathbf{p}}_{e} \end{bmatrix} + \xi_{yk+1} \qquad \operatorname{con} \xi_{yk} = N(0, \mathbf{R}_{k})$$
(5)

Donde, H_{k+1} es el Jacobiano de h_{k+1} y ξ_{yk} un ruido de medición supuesto con covarianza \mathbf{R}_k .



Figura 1: Estructura del sistema de navegación integrada con fusión de datos

DATOS SINTÉTICOS PARA LA EVALUACIÓN DEL SISTEMA DE NAVEGACIÓN

Partiendo de los datos almacenados a bordo del vehículo VS30 se sintetiza una trayectoria usando el método propuesto en [7] (ver también [8]). Este método genera, independientemente de la dinámica del vehículo, soluciones explicitas del tiempo del sistema de ecuaciones diferenciales no lineales (2), (3) y (4) (trayectorias consistentes) incluidas enel subespacio vectorial de las funciones B-Splines.La consistencia con las ecuaciones cinemáticas de lastrayectorias sintéticas es crucial para evitar errores espurios en los datos que distorsionarían la evaluación de la perfomance (ver [8]).

Los datos de partida para sintetizar las trayectorias fueron: a) la posición del vehículo en terna e adquiridas por un GPS a bordo y transformados a la terna *i* mediante C_e^i ; b) mediciones de la velocidad angular de la terna *m* respecto de la terna *i* en terna *m* provistas por los giróscopos. La medición de la velocidad angular axial fue sustituida por su valor simulado a partir de la saturación del giróscopo axial.

La Figura 2 muestra curvas sintéticas de la posición (expresada en latitud, longitud y altura), de la fuerza específica axial y de la velocidad angular axial.

De los gráficos de la fuerza específica y de la velocidad angular axial se destacan las siguientes fases y eventos del vuelo:

t< 20s: Cohete en reposo sobre la rampa. Los acelerómetros miden la gravedad aparente en terna b.

t = 20s: Instante de lanzamiento del cohete.

20s < t < 40s: Vuelo propulsado. Aceleración máxima axial ≈ 10 m/s² a los 40s.

 $t \ge 30s$: Saturación del giróscopo axial SD en aproximadamente 8.7 rad/s.

 $t \ge t_{sat}$ = 42s: Saturación del giróscopo IFOG en aproximadamente 22.1 rad/s.

t= 45s: Adquiere la velocidad angular axial máxima teórica.

 $t \ge 60s$: Vuelo libre. El acelerómetro axial mide un valor aproximadamente nulo.

t= 74s: Inicio del "despinado". Abrupta disminución de la velocidad angular.





Figura 2: Magnitudes sintéticas de: posición, fuerza específica y velocidad angular axiales

Medidas sintéticas de la UMI desplazada del centro de gravedad del vehículo

Las trayectorias sintéticas anteriores se obtuvieron considerando que la UMI estaba ubicada en el centro de gravedad (CG) del vehículo sobre su eje de rotación. Este no fue el caso del VS30, donde existía un brazo de palanca no nulo l^b entre el CG y la UMI. Los datos sintéticos de los acelerómetros se generaron bajo las siguientes hipótesis:

H1) $\mathbf{C}_{b}^{m} = \mathbf{I}_{3}$; H2) La UMI está unida rígidamente al vehículo por lo que $\mathbf{l}^{b} = [l_{X}, l_{Y}, l_{Z}]^{T} = cte$; H3) $|\omega_{X}| >> |\omega_{Y}|, |\omega_{Z}|$, situación que se verifica al desarrollarse el espinado axial del cohete a partir del primer segundo de vuelo; H4) $\omega_{X}^{2} >> |\dot{\omega}_{X}|$, pues $|\dot{\omega}_{X}| \le 1$ rad/s² en todo tiempo.

La velocidad lineal de la UMI rotando alrededor del eje de rotación del vehículo con un brazo de palanca l^b a la velocidad angular $\omega_{ib}^{b} = \omega_{ib}^{m}$ es:

$$\mathbf{v}_{U}^{b} = \boldsymbol{\omega}_{ib}^{b} \times \mathbf{I}^{b} \implies \mathbf{v}_{U}^{i} = \mathbf{C}_{b}^{i} \left(\boldsymbol{\omega}_{ib}^{b} \times \mathbf{I}^{b} \right)$$
(6)

La fuerza específica \mathbf{f}_{ω}^{i} provocada por ω_{ib}^{b} en ternas *i* y *b* se obtiene derivando (6):

$$\mathbf{f}_{\omega}^{t} \triangleq \dot{\mathbf{v}}_{U}^{t} = \dot{\mathbf{C}}_{b}^{t} \left(\boldsymbol{\omega}_{bb}^{b} \times \mathbf{l}^{b} \right) + \mathbf{C}_{b}^{t} \left(\boldsymbol{\omega}_{bb}^{b} \times \mathbf{l}^{b} \right)^{'} = \mathbf{C}_{b}^{t} S \left(\boldsymbol{\omega}_{bb}^{b} \right) \mathbf{S} \left(\boldsymbol{\omega}_{bb}^{b} \right) \mathbf{l}^{b} + \mathbf{C}_{b}^{t} \mathbf{S} \left(\dot{\boldsymbol{\omega}}_{bb}^{b} \right) \mathbf{l}^{b}$$

$$\mathbf{f}_{\omega}^{b} = \mathbf{S}^{2} \left(\boldsymbol{\omega}_{bb}^{b} \right) \mathbf{l}^{b} + \mathbf{S} \left(\dot{\boldsymbol{\omega}}_{bb}^{b} \right) \mathbf{l}^{b}$$

$$(7)$$

Desarrollando la 2ª de las (7) resulta:

$$\mathbf{f}_{\omega}^{b} = [l_{\gamma}\omega_{\chi}\omega_{\gamma} - l_{\chi}(\omega_{\gamma}^{2} + \omega_{\chi}^{2}) + l_{\chi}\omega_{\chi}\omega_{\chi}, l_{\chi}\omega_{\chi}\omega_{\gamma} - l_{\gamma}(\omega_{\chi}^{2} + \omega_{\chi}^{2}) + l_{\chi}\omega_{\gamma}\omega_{\chi}, l_{\chi}\omega_{\chi}\omega_{\chi} - l_{\chi}(\omega_{\chi}^{2} + \omega_{\gamma}^{2}) + l_{\gamma}\omega_{\gamma}\omega_{\chi}]^{\mathrm{T}} + [\omega_{\gamma}l_{\chi} - \omega_{\chi}l_{\chi}, \omega_{\chi}l_{\chi} - \omega_{\chi}l_{\chi}, \omega_{\chi}l_{\gamma} - \omega_{\gamma}l_{\chi}]^{\mathrm{T}}$$

$$(8)$$

Por H3 y H4 la ecuación (8) se simplifica como:

$$\mathbf{f}_{\boldsymbol{\omega}}^{b} \cong [0, -\omega_{X}^{2} l_{Y}, -\omega_{X}^{2} l_{Z}]^{\mathrm{T}}$$

$$\tag{9}$$

La fuerza específica total medida por los acelerómetros de la UMI será entonces:

$$\mathbf{f}_{U}^{b} = \mathbf{f}^{b} + \mathbf{f}_{\omega}^{b} \tag{10}$$

Notar que la fuerza específica f^b que registraría la UMI ubicada en el CG del cohete es la función forzante de la Ec (3).

MODELO DE LOS SENSORES

Sensores inerciales:

Las mediciones inerciales sintéticas agrupadas en $\tilde{\mathbf{m}} \in \mathbb{R}^3$ y las magnitudes sintéticas \mathbf{m} originales se relacionan mediante el siguiente modelo, donde, según corresponda, $\tilde{\mathbf{m}} = \tilde{\mathbf{f}}_U^b$ ó $\tilde{\omega}_{lb}^b$:

$$\tilde{\mathbf{m}} = \mathbf{m} + \mathbf{b}_m + \boldsymbol{\xi}_m; \quad \boldsymbol{\xi}_m = N(\mathbf{0}, \mathbf{Q}_m \boldsymbol{\delta}(t))$$
$$\tilde{\mathbf{b}}_m = \boldsymbol{\eta}_m; \qquad \boldsymbol{\eta}_m = N(\mathbf{0}, \mathbf{N}_m \boldsymbol{\delta}(t))$$
(11)

 \mathbf{b}_m es el sesgo y ξ_m , η_m ruidos blancos centrados de densidad espectral de potencia (PSD) \mathbf{Q}_m y \mathbf{N}_m .

Como el giróscopo axial IFOG satura su medición a partir de t_{sat} = 42s la velocidad angular axial es medida mediante las aceleraciones centrífugas registradas por los acelerómetros transversales (Y,Z) al mismo tiempo que dejan de usarse los datos provistos por el IFOG. De (9), (10) y el modelo (11) se tiene para $t \ge s_{rat}$ (la componente Z surge de un cálculo similar):

$$\tilde{\omega}_{\chi} = \Psi \triangleq -\sqrt{\frac{\tilde{f}_{U,T} - f_{T} - b_{f,T} - \xi_{f,T}}{l_{Y}}}$$
(12)

Donde f_Y , $\overline{f}_{U,Y}$, $b_{f,Y}$ y $\xi_{f,Y}$ son las componentes en la dirección del eje Y, res pectivamente, de la fuerza específica sintética original en el CG, la medición sintática de la fuerza específica en la UMI desplazada del CG, el sesgo acelerométrico y el ruido del acelerómetro. El signo surge de la configuración geométrica que es conocida a priori.

Los instrumentos inerciales fueron calibrados previamente en el Laboratorio de ensayos de la CONAE, pero se consideró una inestabilidad de sus parámetros del orden del 10%. Los valores utilizados para realizar la simulación de los sensores resultan así:

Acelerómetros:
$$\mathbf{Q}_f = 6.4.10^{-7} \mathbf{I}_3 [\mathbf{m}^2 / \mathbf{s}^4] / [\text{Hz}]; \mathbf{b}_f = \begin{bmatrix} 8.10^{-4} & -8.10^{-4} & -1.7.10^{-3} \end{bmatrix}^T [\mathbf{m} / \mathbf{s}^2]$$
 (13)

Giróscopos:
$$\mathbf{Q}_{\omega} = 10^{-6} \mathbf{I}_3 [rad^2/s^2] / [Hz]; \mathbf{b}_{\omega} = \begin{bmatrix} 5.10^{-5} & 7.10^{-5} & 1.3.10^{-4} \end{bmatrix}^T [rad/s]$$
 (14)

Mediciones exteroceptivas:

Corresponden a las medidas de posición provistas por el GPS cada segundo durante el vuelo. Se simulan estas mediciones perturbando los valores sintéticos de posición con un ruido de medición blanco de desvío 10m.

MODELO INCREMENTAL DE PROPAGACIÓN DEL ERROR

El FKE [9] realiza la estimación de las desviaciones: $\delta \mathbf{R}^e \triangleq \mathbf{R}^e - \hat{\mathbf{R}}^e, \delta \mathbf{V}^e \triangleq \mathbf{V}^e - \hat{\mathbf{V}}^e, \delta \mathbf{b}_{\omega} \triangleq \mathbf{b}_{\omega} - \hat{\mathbf{b}}_{\omega}, \delta \mathbf{b}_f \triangleq \mathbf{b}_f - \hat{\mathbf{b}}_f$ y $\delta \mathbf{C}_b^e \triangleq \mathbf{C}_b^e - \hat{\mathbf{C}}_b^e$ (ver [1]). Para errores de actitud φ^e suficientemente pequeños se tiene: $\delta \mathbf{C}_b^e \cong \mathbf{S}(\varphi^e) \mathbf{C}_b^e$. Definiendo el vector de estado que agrupa los errores de las variables de navegación y perturbando las ecuaciones de navegación (2), (3) y (4) resulta [1]:



$$\begin{split} \delta \dot{\mathbf{x}} &\triangleq \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}^{\mathbf{r}} \\ \delta \dot{\mathbf{V}}^{\mathbf{r}} \\ \dot{\boldsymbol{\varphi}}^{\mathbf{r}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I}_{3} & 0 \\ \gamma_{R}^{\mathbf{r}} & -2S(\Omega_{1e}^{\mathbf{r}}) & -S(\mathbf{f}_{U}^{\mathbf{r}} - \mathbf{f}_{\omega}^{\mathbf{r}}) \\ 0 & 0 & -S(\Omega_{1e}^{\mathbf{r}}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}^{\mathbf{r}} \\ \delta \mathbf{V}^{\mathbf{r}} \\ \boldsymbol{\varphi}^{\mathbf{r}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \mathbf{C}_{b}^{\mathbf{r}} \mathbf{M}(\omega_{bb}^{b}, \mathbf{I}^{b}) & \mathbf{C}_{b}^{\mathbf{r}} \\ \mathbf{C}_{b}^{\mathbf{r}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \omega_{bb}^{b} \\ \delta \mathbf{f}_{m}^{b} \end{bmatrix} \triangleq \\ (15) \\ &\triangleq \mathbf{A} \delta \mathbf{x} + \mathbf{B} \begin{bmatrix} \delta \omega_{bb}^{b} \\ \delta \mathbf{f}_{m}^{b} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{M} (\omega_{bb}^{b}, \mathbf{I}^{b}) \triangleq \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2\omega_{x}l_{y} & 0 & 0 \\ 2\omega_{x}l_{z} & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{split}$$

Donde, $\gamma_R^e \triangleq \partial \gamma_R / \partial \mathbf{R}^e$ es el Jacobiano de la gravedad aparente en terna*e* respecto de la posición y la matriz M surge de (9). A la (15) se agregan los modelos incementales de los sensores inerciales y del GPS [10]:

Para $t \geq_{sab} de(12)$ el modelo del error en la componente X de $\delta \omega_{ib}^{b}$ es:

$$\delta\omega_{ib,X}^{b} \triangleq \delta\omega_{fX} = \frac{\partial\Psi}{\partial b_{f,Y}} \delta b_{f,Y} + \frac{\partial\Psi}{\partial\xi_{f,Y}} \xi_{f,Y}$$
(16)

Por lo tanto, los errores instrumentales se modelan como:

$$\begin{split} \delta \boldsymbol{\omega}_{ib}^{b} &= \delta \mathbf{b}_{\omega} + \boldsymbol{\xi}_{\omega}; \text{ con } \delta \boldsymbol{\omega}_{ib,X}^{b} = \delta \boldsymbol{\omega}_{fX} \text{ para } t > t_{sat} \\ \delta \mathbf{f}^{b} &= \delta \mathbf{b}_{f} + \boldsymbol{\xi}_{f} \\ \delta \mathbf{y} &\triangleq \mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3} & \mathbf{0}_{3c6} \end{bmatrix} \delta \mathbf{x} + \boldsymbol{\xi}_{y} \quad \text{ con } \boldsymbol{\xi}_{y} \in \mathbb{R}^{3} = N\left(0, 100[m^{2}]\mathbf{I}_{3}\delta(t)\right) \end{split}$$
(17)

Agregando al estado los parámetros de los sensores inerciales y reemplazando las dos primeras Ecs. de (17) en la (15), ésta se reescribe:

$$\begin{bmatrix} \frac{\delta \dot{\mathbf{x}}}{\delta \mathbf{b}_{\alpha}} \\ \frac{\delta \dot{\mathbf{b}}_{f}}{\delta \mathbf{b}_{f}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & | \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & | \mathbf{0} \\ \frac{\delta \mathbf{b}_{\alpha}}{\delta \mathbf{b}_{f}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} & | \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & | \mathbf{I}_{6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi}_{\alpha} \\ \boldsymbol{\xi}_{f} \\ \boldsymbol{\eta}_{\alpha} \\ \boldsymbol{\eta}_{f} \end{bmatrix} \triangleq \mathbf{A}_{M} \begin{bmatrix} \frac{\delta \mathbf{x}}{\delta \mathbf{b}_{\alpha}} \\ \frac{\delta \mathbf{b}_{f}}{\delta \mathbf{b}_{f}} \end{bmatrix} + \mathbf{B}_{M} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi}_{\alpha} \\ \boldsymbol{\xi}_{f} \\ \boldsymbol{\eta}_{\alpha} \\ \boldsymbol{\eta}_{f} \end{bmatrix}$$
(18)

A partir de $t=t_{mt}$ en la Ec. (18) se sustituyen las submatrices B de A_M y B_M , respectivamente, por:

$$\mathbf{B}_{\mathcal{A}} = \mathbf{B} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial \Psi}{\partial b_{f,F}} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{y} \quad \mathbf{B}_{\mathcal{B}} = \mathbf{B} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial \Psi}{\partial \xi_{f,F}} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(19)

AN'LISIS DE LOS RESULTADOS

1) Fusión de datos descartando las medidas saturadas de velocidad angular axial.

Este algoritmo realiza la navegación descartando las mediciones de velocidad angular axial después de la saturación del IFOG. Algorítmicamente esto se logra asignando valores muy grandes a los elementos (1,1) de las matrices $N_{\omega} y Q_{\omega}$ del error del giróscopo en (11) a partir de *t* sat, lo que hace que



el EKF descarte estas medidas. La Figura 3 muestra la componente X en terna e de los errores (diferencia entre valores estimados y sint \emptyset ticos) de posición y velocidad y de actitud representada por los Ængulos de Euler (ver [1]) entre las ternas y b junto a sus cotas de 2 σ de error.



Figura 3: Algoritmo 1: Errores en posición y velocidad en tema e, y en actitud (azul). Cotas de error (rojo)

Se advierte que la perdida del giróscopo axial a partir de t_{sat} produce una rápida divergencia del error y la varianza prevista por el EKF, efecto que se traduce además en un aumento del error de velocidad y, en menor medida gracias a la medición directa de la posición por el GPS, en el error de la posición.

2) Fusión de datos con medición acelerométrica de la velocidad angular axial.

La Figura 4 muestra los errores en posición y velocidad en coordenadas terrestres y de actitud cuando a partir t_{eat} se sustituye al IFOG por mediciones acelerométricas de la velocidad angular axial.



Figura 4: Algoritmo 2: Errores en posición y velocidad en tema e, y en actitud (azul). Cotas de error (rojo)

Previamente a t_{set} el comportamiento de los errores de actitud es similar en ambos algoritmos y está reflejado en la Figura 4.

Se advierte que el algoritmo 2 mantiene errores acotados (y pequeæos) de la actitud del vehículo durante todo el tiempo. Se destaca la leve divergencia en la covarianza y en los errores de actitud a partir de t_{sat} debidos al cambio de calidad de la medición disponble. Al mismo tiempo se observa que los errores de actitud no convergen a cero. Esto es consecuencia de que el sesgo de medida no es observable con datos de posición solamente. De hecho, simulaciones no presentadas aquí muestran



que estos parámetros de la Ec. (11) no convergieron a los valores utilizados en la simulación ((13) y (14)). En particular, los sesgos de los acelerómetros transversales (ver Ec. (12)) explican el error en yaw que muestra la Figura 4.

CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

Se presenta un algoritmo de navegación integrada en terna terrestre que fusiona datos de sensores inerciales con posición de GPS aplicado a un cohetesonda VS30 en vuelo suborbital. El algoritmo es evaluado en sus dos versiones usando una trayectoria sintética obtenida a partir de los datos de vuelo En determinado momento y debido al espinado del cohete, el giróscopo IFOG axial satura sus mediciones, imposibilitando determinar la velocidad de rotación del vehículo. Esta limitante se traduce en una divergencia de los errores de estimación de la actitud y concordantemente de la covarianza estimada por el EKF lo que se refleja a su vez en la calidad de la estimación de la velocidad y aun de la posición.

El análisis de los datos de vuelo reveló que los acelerómetros transversales registraban una aceleración centrípeta proporcional a la velocidad de rotación del cohete. Esto llevo a concluir que la UMI se encontraba desplazada del eje de rotación y que una vez estimado el brazo de palanca de la UMI respecto del eje del cohete dichos acelerómetros podrían proveer una medición de la velocidad angular axial alternativa a la del IFOG a partir de su saturación La flexibilidad del esquema general de fusión de datos propuesto para la navegación integrada hizo posible utilizar este hecho para reducir drásticamente los errores de actitud y mejorar sensiblemente la estimación de la velocidad y de la posición del vehículo durante toda la fase del vuelo considerada.

Dado que sólo se dispone de mediciones GPS de posición, los sesgos de la medición de velocidad angular no resultan observables. Esto impide asegurar la convergencia a cero del error de actitud con medición acelerométrica y se traduce en un error remanente en la estimación de la actitud. En este momento se trabaja en adaptar el algoritmo para incorporar la información sobre el vector Sol provista por un arreglo de celdas solares montado sobre el cohete. Esto mejorará la observabilidad general del sistema. En particular, se anticipa que sería posible estimar los sesgos instrumentales y lograr la convergencia a cero de los errores de actitud y mejorar aún más las estimaciones de posición y la velocidad.

REFERENCIAS

- 1. A. Chatfield: "Fundamentals of High Accuracy Inertial Navigation"; 1997, American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- 2. R. Rogers: "Applied Mathematics in Integrated Navigation Systems"; 2000, American Institute of Aeronautics and Astronautics Education Series.
- 3. J. Farrel and B. Matthew: "The Global Positioning System and Inertial Navigation"; 1999, MacGraw-Hill.
- 4. M. Wei and K.P. Schwarz: A Strapdown Inertial Algor ithm Using an Earth-Fixed Cartesian Frame; Navigation Journal of The Institute of Navigation, 1990, Vol 37, No 2, pp 153-166.
- 5. J. F. Wagner and T. Wieneke: Integrating and Inerti al Navigation- Conventional and New Fusion Approaches; Control Engineering Practice, 2003, Vol. 11, pp 543-550.
- 6. J. Carrizo, M. Espaza y J. I. Giribet: Algoritmo de Navegación Inercial para Vehículos de Alta Velocidad; RPIC, Río Gallegos, 2007.
- 7. J. I. Giribet, M. Espaæa y C. Miranda: Synthetic Data for Validation of Navigation Systems; Acta AstronÆutica, 2007, Vol.60, pp 88–95.
- 8. M. Espazea, J. I. Giribet y J. Carrizo: Nuevos Desarrollos y Métodos para Sistemas de Navegación; CAIA 1, La Plata, 2008.
- 9. R. G. Brown: "Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering"; 1997, John Wiley & Sons Inc.
- 10. P. Misra and P. Enge: "Global Positioning System. Signals, Measurements, and Performance"; 2001, Ganga-Jamuna Press.