

APLICACIÓN DE DIFERENTES ESTRATEGIAS DE CONTROL PARA UNA VELETA

A. Liberatto^a y G. Scarpin^a

^a Departamento Mecánica Aeronáutica - Facultad de Ingeniería - Instituto Universitario Aeronáutico
Av. Fuerza Aérea 6500 - (5010) Córdoba - Argentina

RESUMEN

Desde hace varios años se estudian diferentes formas de controlar vehículos aerodinámicamente inestables. Con este propósito se ha pensado en el control de un sistema simple formado por una veleta dispuesta en posición invertida que debe ser estabilizada en su punto de equilibrio inestable. Se trata de una variante del clásico problema del péndulo invertido, en el que las fuerzas aplicadas son de origen aerodinámico y el punto de pivote no se desplaza.

El trabajo aborda el diseño y realización de tres controladores para estabilizar la planta, a saber: un controlador proporcional-integral-derivativo (PID), un controlador difuso y uno adaptivo.

Se plantean las especificaciones de desempeño, se modela la planta y se realiza la simulación del sistema sujeto a las órdenes de cada algoritmo de control. Las tres técnicas se aplican sobre un prototipo de laboratorio implementando los algoritmos en plataforma PC. Finalmente se comparan las mediciones obtenidas con los resultados generados en las simulaciones.

Palabras clave: estrategias de control, veleta, planta inestable.

INTRODUCCIÓN

Cuanto más estable resulta un sistema, mayor es la resistencia que ofrece a ser apartado de su posición de equilibrio, las fuerzas necesarias son mayores y la respuesta es lenta [4]. Una forma de incrementar la velocidad de respuesta, y con pequeño esfuerzo, consiste en llevar el diseño del sistema al borde de la inestabilidad. La solución no es tal si no se incluye en el sistema un elemento de control que, permitiendo una respuesta rápida, lo estabilice en la posición deseada.

En el trabajo se utiliza un sistema simplificado representativo, dentro de ciertos límites, del comportamiento de vehículos aerodinámicamente inestables. El mismo consiste en una veleta enfrentada a la corriente de aire en posición invertida en la que se controla la posición del brazo manipulando el ángulo de ataque de la aleta vertical.

DESCRIPCIÓN GENERAL

Es bien conocido el funcionamiento de una veleta cuando es utilizada para indicar la dirección del viento. No importa la posición en la que se encuentre, si el viento cambia de dirección, la veleta termina alineándose con este.

Cuando se analiza la física del sistema se encuentra que el mismo es no lineal y que presenta dos puntos de equilibrio, es decir, dos estados en los que teóricamente la veleta puede permanecer en reposo. Uno de estos puntos presenta características estables y el otro es inestable, lo cual explica por qué la "aleta vertical" de la veleta siempre termina ubicada detrás del punto de pivote: ante pequeñas perturbaciones el sistema es atraído hacia la posición de equilibrio estable, alejándose del punto de equilibrio inestable.

La idea del trabajo es forzar la veleta a mantener su posición de equilibrio inestable con la robustez suficiente para ser insensible a perturbaciones moderadas. Para ello se ha provisto a la aleta vertical (superficie sustentadora) de movimiento angular (δ) de modo que, cambiando su ángulo con respecto al viento (α), se puedan gobernar las fuerzas aerodinámicas actuantes y, consecuentemente, la posición angular del "brazo" (ψ).

La Figura 1 describe el sistema esquemáticamente.

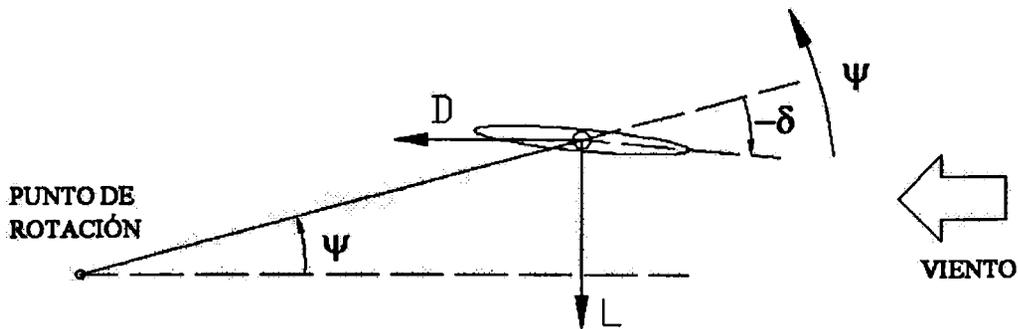


Figura 1. Esquema de la veleta en condición inestable.

MODELO MATEMÁTICO

Con la ayuda del esquema de la Figura 1, se encuentra la ecuación diferencial dada por (1), en la que se desprecian aquellos momentos aerodinámicos que pudieran tener origen en el brazo de la veleta y no se tiene en cuenta el momento debido a rozamiento en el punto de rotación.

$$\ddot{\psi} = \frac{b}{I_o} (L \cos(\psi) + D \sin(\psi)) \quad (1)$$

Donde:

$\ddot{\psi}$: Es la aceleración angular del brazo de la veleta.

ψ : Es la posición angular del brazo de la veleta.

b : Es la longitud del brazo de la veleta.

I_o : Es el momento de inercia de la veleta respecto del punto de pivote.

L : Es la fuerza de sustentación.

D : Es la resistencia aerodinámica de la veleta.

Asumiendo que la velocidad de la corriente libre vista por la aleta vertical se mantiene constante, los valores de L y D se relacionan con el ángulo δ , según:

$$L = qS \cdot f\left(\psi - \frac{b}{V}\dot{\psi} + \delta\right) \quad D = qS \cdot g\left(\psi - \frac{b}{V}\dot{\psi} + \delta\right) \quad (2)$$

Donde:

V : Es la velocidad de la corriente de aire. Se asume $V = cte$.

$q = \frac{1}{2} \rho V^2$: Es la presión dinámica.

ρ : Es la densidad del aire a nivel del mar.

S : Es el área de la superficie sustentadora de la veleta.

$f(\alpha)$: Curva C_L vs. α de la superficie sustentadora. (C_L : Coeficiente de sustentación.)

$g(\alpha)$: Curva C_D vs. α de la superficie sustentadora. (C_D : Coeficiente de resistencia.)

δ : Es el ángulo entre la aleta vertical y el brazo.

La expresión $\psi - \frac{b}{V} \dot{\psi} + \delta$ corresponde al “ángulo de ataque” (α) visto por la aleta vertical, que es el ángulo formado entre la cuerda de la superficie sustentadora y la dirección del viento.

De la dinámica del sistema, se toman en cuenta tres contribuciones al ángulo de ataque: (a) la posición angular del brazo ψ , (b) el amortiguamiento debido a $\dot{\psi}$ y (c) la variable de control δ . Si se asume que la veleta puede ser estabilizada, el ángulo de ataque siempre será muy pequeño, con lo que para $\alpha \ll 1$ (en radianes), las expresiones (2) pueden ser escritas en forma aproximada como:

$$L = qSa \left(\psi - \frac{b}{V} \dot{\psi} + \delta \right) \quad D = qSC_{D0} \quad (3)$$

Donde:

a : Es la pendiente de sustentación de la aleta vertical.

C_{D0} : Es el coeficiente de resistencia aerodinámica para $\alpha = 0$.

Si ahora se sustituyen las expresiones (3) en la (1), y se aplica el cambio de variable $\psi = \bar{\Psi} + \underline{\psi}$;

$\delta = \bar{\Delta} + \underline{\delta}$, se tiene:

$$\ddot{\underline{\psi}} = \frac{bqS}{I_o} \left(a \left(\bar{\Psi} + \underline{\psi} - \frac{b}{V} \dot{\underline{\psi}} + \bar{\Delta} + \underline{\delta} \right) \cos(\bar{\Psi} + \underline{\psi}) + C_{d0} \sin(\bar{\Psi} + \underline{\psi}) \right) \quad (4)$$

Donde:

$\bar{\Psi}$: Es la posición en la que se desea estabilizar el brazo de la veleta. (Setpoint)

$\underline{\psi}$: Representa el apartamiento angular del brazo con respecto a la posición deseada $\bar{\Psi}$

$\bar{\Delta}$: Es el ángulo de la aleta vertical para conseguir $\psi = \bar{\Psi}$

$\underline{\delta}$: Es la acción de control adicional a $\bar{\Delta}$.

Asumiendo $\underline{\psi} \ll 1$, y reordenando (4), se encuentra:

$$\bar{\Delta} = - \left(\bar{\Psi} + \frac{C_{d0}}{a} \tan(\bar{\Psi}) \right) \quad (5)$$

$$\frac{I_o}{abqS \cos(\bar{\Psi})} \ddot{\underline{\psi}} + \frac{b}{V} \dot{\underline{\psi}} + \left[(\bar{\Psi} + \bar{\Delta}) \tan(\bar{\Psi}) - \left(1 + \frac{C_{d0}}{a} \right) \right] \underline{\psi} = \underline{\delta} \quad (6)$$

Luego, a partir de (6), la función de transferencia que relaciona el ángulo de deflexión de la aleta vertical con el ángulo del brazo, resulta:

$$\frac{\underline{\Psi}(s)}{\underline{\Delta}(s)} = \frac{1}{\frac{I_o}{abqS \cos(\bar{\Psi})} s^2 + \frac{b}{V} s + \left[\frac{C_{d0}}{a} (\tan^2(\bar{\Psi}) - 1) - 1 \right]} \quad (7)$$

El ángulo $\underline{\delta}$ es proporcionado por un actuador cuyo comportamiento puede ser representado mediante la función de transferencia de un sistema de primer orden, dado por:

$$\frac{\underline{\Delta}(s)}{U(s)} = \frac{1}{Ts + 1} \quad (8)$$

Donde:

$U(s)$: Es la transformada de Laplace de la señal de control $u(t)$.

T : Es la constante de tiempo del actuador.

Finalmente, la función de transferencia del sistema actuador-veleta en lazo abierto resulta:

$$\frac{\underline{\Psi}(s)}{U(s)} = \frac{1}{As^3 + Bs^2 + Cs + D} \quad (9)$$

Con:

$$A = \frac{I_o T}{abqS \cos(\bar{\Psi})}; \quad B = \frac{bT}{V} + \frac{I_o}{abqS \cos(\bar{\Psi})} \quad (10) \text{ (a)}$$

$$C = \left[\frac{C_{d0}}{a} (\tan^2(\bar{\Psi}) - 1) - 1 \right] T + \frac{b}{V} ; D = \frac{C_{d0}}{a} (\tan^2(\bar{\Psi}) - 1) - 1 \quad (10) \text{ (b)}$$

La representación del sistema en espacio de estados es:

$$\dot{\bar{x}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\frac{D}{A} & -\frac{C}{A} & -\frac{B}{A} \end{pmatrix} \bar{x} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{A} \end{pmatrix} u ; y = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}^T \bar{x} \quad (11)$$

CONTROLADOR PID

Un controlador PID combina acciones de control proporcional, integral y derivativa, y su sintonización consiste en el ajuste de tres parámetros: K_p , T_i y T_d [1]. Para ello, existen algunas reglas tales como las basadas en la curva de reacción, o la que consiste en llevar al sistema al borde de la inestabilidad. Esta última técnica sería aplicable al sistema analizado si para alguna ganancia K_p fuese estable. Como esto no sucede, se recurre al criterio de estabilidad de Routh-Hurwitz que analiza el polinomio característico de la función de transferencia en lazo cerrado del sistema, para estimar los valores de K_p , T_i y T_d que lo hacen estable. El diagrama de bloques del mismo se presenta en la **Figura 2**, mientras que el polinomio característico correspondiente se expresa en (13).

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (12)$$

Donde:

$E(s)$: Es la señal de error correspondiente a la diferencia entre la posición angular deseada y la medida.

K_p : Es la ganancia proporcional.

T_i : Es el tiempo integral.

T_d : Es el tiempo derivativo.

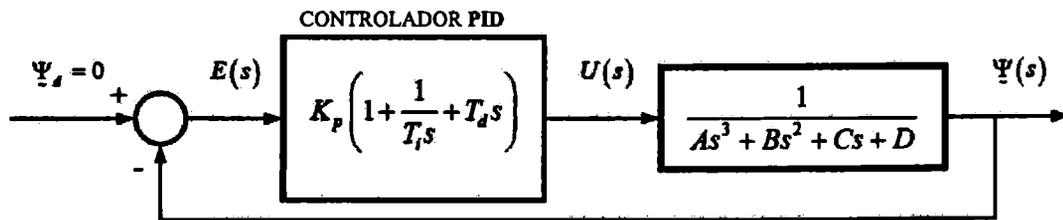


Figura 2. Diagrama de bloques sistema de control con controlador PID.

$$p(s) = As^4 + Bs^3 + (K_p T_d + C)s^2 + (K_p + D)s + \frac{K_p}{T_i} \quad (13)$$

Como el objetivo de utilizar el controlador PID es estabilizar la veleta en $\bar{\Psi} = 0$, las expresiones (5) y (10) se reducen a:

$$\bar{\Delta} = 0 ; A = \frac{I_o T}{abqS} ; B = \frac{bT}{V} + \frac{I_o}{abqS} , C = \frac{b}{V} - \left(\frac{C_{d0}}{a} + 1 \right) T ; D = -\frac{C_{d0}}{a} - 1 \quad (14)$$

CONTROLADOR DIFUSO

La característica principal de un controlador difuso es la no necesidad de un modelo matemático de la planta. En su diseño es necesario disponer de un *experto* en el sistema a controlar que indique cual

debe ser la acción adecuada del controlador dado el estado del sistema [2]. Sin embargo, con objeto de hacer un análisis a partir de simulaciones, en el trabajo se utiliza el modelo de sistema dado en (9) con las constantes presentadas en (14). La Figura 3 presenta el diagrama de bloques del sistema en lazo cerrado.

Con la experiencia ganada en la implementación del controlador PID, se conoce que la veleta puede ser estabilizada en $\bar{\Psi} = 0$ si el controlador recibe como mínimo información sobre la posición del brazo ψ y su derivada $\dot{\psi}$ (controlador PD).

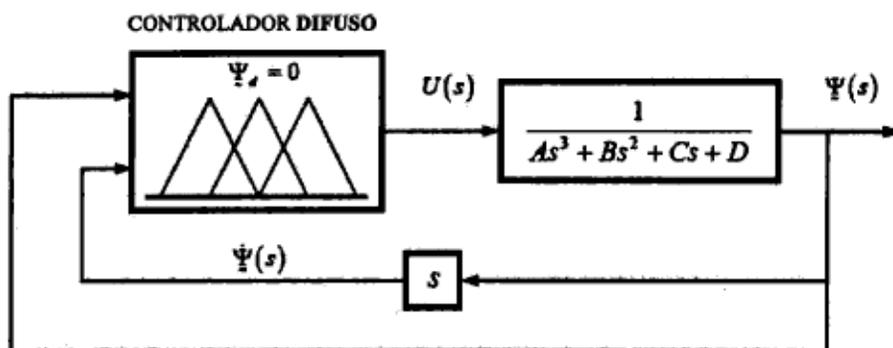


Figura 3. Diagrama de bloques sistema de control con controlador difuso.

El diseño del controlador consiste en definir grupos difusos, seleccionar funciones de pertenencia, establecer un conjunto de reglas entre grupos y elegir los métodos de inferencia y defusificación [2]. Los grupos difusos creados se presentan en la Tabla 1 para los que, por simplicidad al momento de implementar el controlador, se eligen funciones de pertenencia *triangulares*. Los dos primeros grupos corresponden a los grupos de entrada, mientras que el tercero es el grupo difuso de salida.

Tabla 1. Grupos difusos.

Grupo Difuso	Notación	Abreviatura	Valor numérico
Posición angular	Negativo Grande	NG	-30°
	Negativo	N	-15°
	Cero	C	0°
	Positivo	P	15°
	Positivo Grande	PG	30°
Velocidad angular	Negativo Rápido	NR	-180°/s
	Negativo	N	-90°/s
	Quieto	Q	0°/s
	Positivo	P	90°/s
	Positivo Rápido	PR	180°/s
Posición angular aleta vertical	Negativo Grande	NG	-40°
	Negativo	N	-20°
	Cero	C	0°
	Positivo	P	20°
	Positivo Grande	PG	40°

Las reglas difusas se construyen a partir una serie de razonamientos basados en funcionamiento de la planta y en las acciones de control necesarias para cada caso. Si por ejemplo se imagina al brazo de la veleta ubicado en una posición excesivamente alejada del punto de equilibrio, y además moviéndose con velocidad muy baja o nula, el ángulo de inclinación de la aleta vertical (δ) deberá ser grande si se desea un pronto regreso a la posición de trabajo. Si en cambio el error de posición no es tan grande y la velocidad se mantiene nula, el ángulo debe ser menor si es que no se aceptan sobrepasamientos excesivos. Adicionalmente, si el brazo de la veleta se encuentra cercano a la posición de equilibrio, y

se mueve con velocidad moderada hacia el punto de estabilización, resulta intuitivo no tomar ninguna acción de control ya que pronto alcanzará la posición deseada. Siguiendo el análisis en esta forma para el resto de las situaciones, se construye la matriz mostrada en la **Tabla 2**, que proporciona la acción de control (u) necesaria para estabilizar la planta con cada estado ($\psi_z, \dot{\psi}_z$) de salida.

Tabla 2. Matriz de acciones de control. (u)

		Posición angular (ψ_z)					
		NR	NG	N	C	P	PG
Velocidad angular ($\dot{\psi}_z$)	NR	PG	PG	PG	PG	P	C
	N	PG	PG	P	C	N	NG
	Q	PG	P	C	N	NG	NG
	P	P	C	N	NG	NG	NG
	PR	C	N	NG	NG	NG	NG

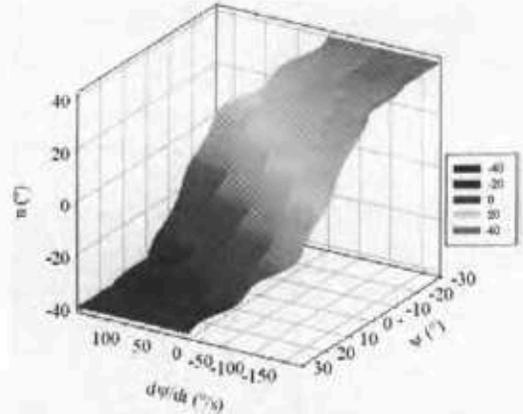


Figura 4. Superficie de control.

Como mecanismo de inferencia se emplea el AND lógico como el mínimo de los valores de pertenencia de los grupos difusos de entrada; y para defusificar se emplea el método de Mamdani de los centros de área (Centroides).

Finalmente la acción del controlador puede ser representada mediante la superficie de control trazada en la **Figura 4**, en la que se asocia a cada estado ($\psi_z, \dot{\psi}_z$) en la salida del sistema, una acción de control (u).

CONTROLADOR ADAPTIVO

Dada la característica no lineal del sistema analizado, incorporar un controlador en el que sus ganancias puedan ser ajustadas en función de alguno de los parámetros que intervienen en el proceso, permite no solo estabilizar la planta en $\bar{\Psi} = 0$, sino en cualquier otra posición. Adicionalmente, como los controladores se diseñan a partir del modelo linealizado de la planta, la no linealidad exige construir un modelo lineal diferente para cada punto de estabilización.

La técnica de control utilizada es asignación de polos por realimentación del vector de estados y la adaptación de las ganancias del controlador se realiza determinando las matrices de ganancias K_1 y K_2 para estabilizar la planta en $\bar{\Psi} = 0^\circ$ y $\bar{\Psi} = 30^\circ$, respectivamente. Para ángulos entre 0° y 30° , K se calcula interpolando entre K_1 y K_2 .

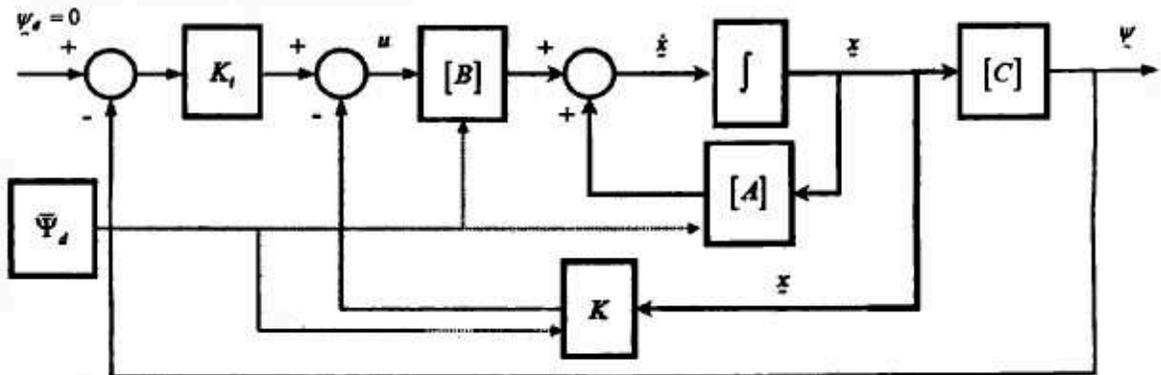


Figura 5. Diagrama de bloques sistema de control por realimentación del vector de estados.

PROTOTIPO DE LABORATORIO

Los tres controladores se implementan finalmente sobre un prototipo de laboratorio. Este se encuentra formado por una base-soporte sobre la que se monta el brazo articulado de la veleta. La aleta vertical es de sección simétrica (NACA 0012). Como sensor de posición se emplea una resistencia variable (potenciómetro lineal) ubicada en la articulación del brazo. El actuador es un servomotor comandado por ancho de pulsos (PWM), está ubicado en el extremo del brazo. Sobre su eje se monta la superficie sustentadora de la veleta. El controlador es una PC. El prototipo consta además de una tarjeta que permite la transmisión de información, desde y hacia la PC, vía puerto serie.

Como solo se sensa la posición del brazo, la velocidad del mismo se calcula a partir de la diferencia entre dos posiciones consecutivas, y dividiendo por el tiempo de muestreo. Por tratarse de una implementación digital de los controladores, todos los algoritmos se escriben en base a retardos tomando como referencia lo indicado en Sistemas de Control en Tiempo Discreto [3].

Todo el sistema es introducido en la corriente de aire generada por un pequeño túnel de viento del tipo a cámara abierta. Las velocidades se miden con una sonda Pitot y la lectura se realiza sobre la altura de una columna de líquido en el interior de un tubo de vidrio graduado.

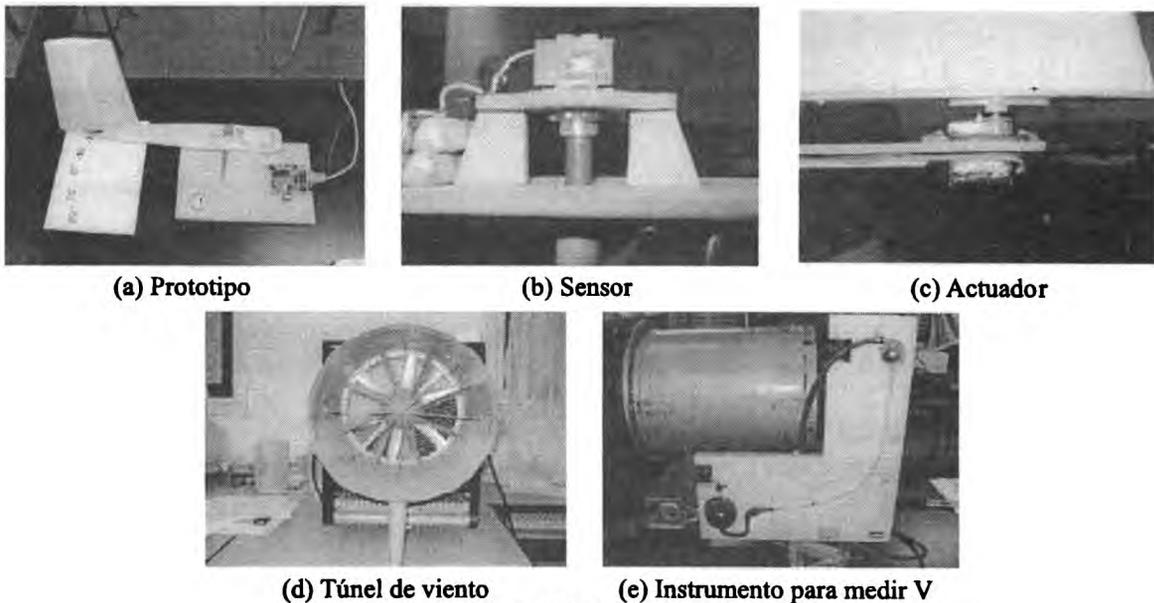


Figura 6. Imágenes del prototipo de laboratorio.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La Figura 7 muestra los resultados obtenidos en las simulaciones sobre los que se ha superpuesto las respuestas medidas en el laboratorio.

Se encuentra que todas las estrategias de control utilizadas permiten estabilizar la veleta en su condición de operación inestable. El empleo del controlador PID mantiene la respuesta del sistema en un rango de $\pm 3^\circ$ alrededor del punto de equilibrio. La respuesta es relativamente suave si se la compara con la producida por el sistema cuando se usa el controlador difuso. Con éste, el brazo de la veleta oscila con amplitud prácticamente constante (también aprox. $\pm 3^\circ$) alrededor de la posición deseada pero con frecuencia más alta. El sistema oscila enérgicamente alrededor del punto de equilibrio. El controlador por realimentación del vector de estados con ganancias ajustables es capaz de estabilizar la planta en ángulos diferentes, presentando oscilaciones de mayores amplitudes cuando opera alrededor de cero.

Las simulaciones presentadas se realizaron con las ganancias ajustadas sobre el prototipo en el laboratorio. Las diferencias entre las respuestas simuladas y las medidas pueden deberse a varios factores, pero principalmente pueden ser atribuidas a las perturbaciones de la corriente de aire y a desajustes del modelo matemático de la planta.

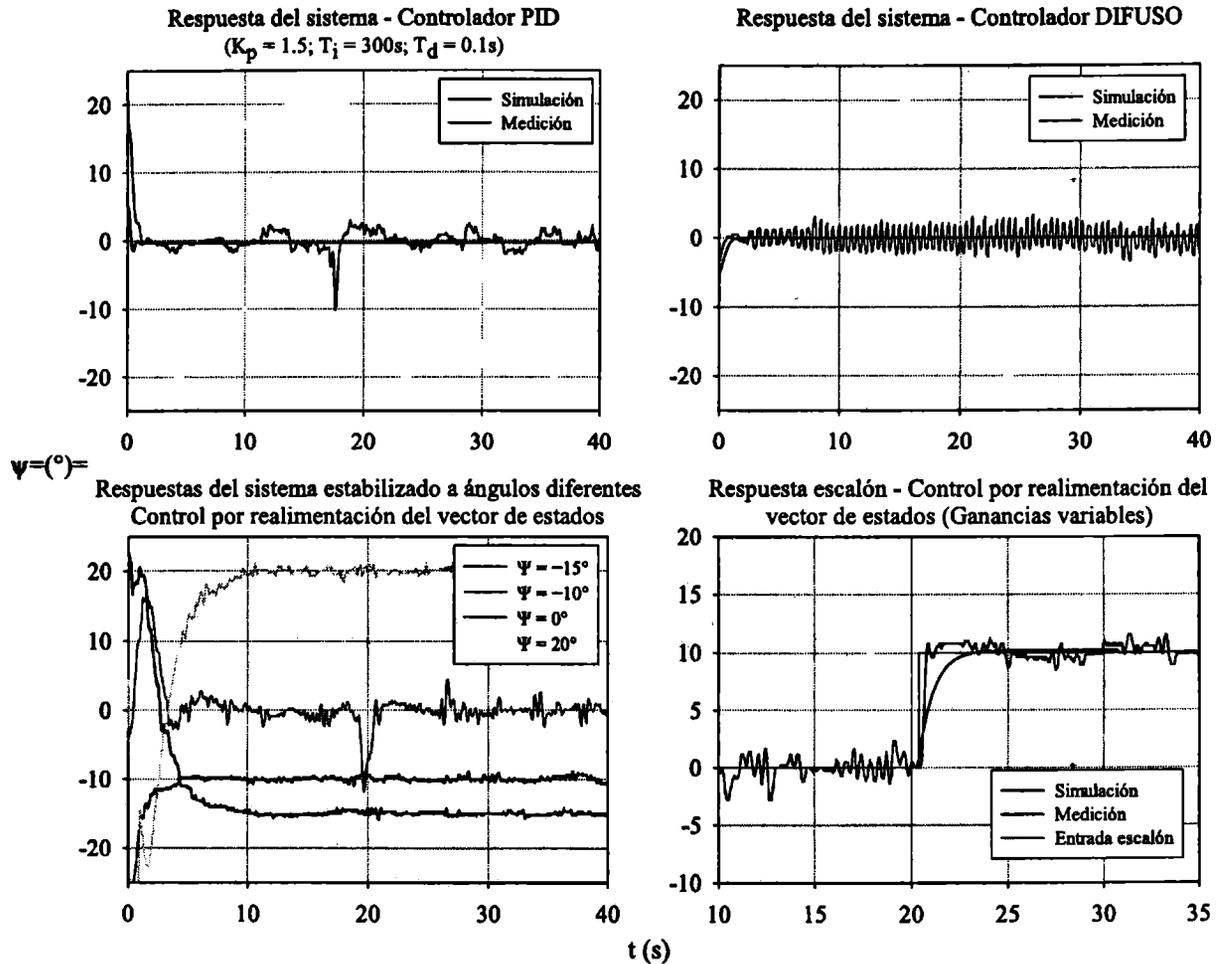


Figura 7. Respuestas del sistema operando con los diferentes controladores.

CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

Todas las estrategias de control utilizadas permiten estabilizar la veleta en su condición de operación inestable. De los controladores analizados, el PID y el adaptivo resultan los más sencillos de implementar, los códigos son breves y simples. El controlador difuso requiere generar grupos difusos y un sin fin de operaciones lógicas. El código queda extenso y complicado; sin contar que además, el tiempo de procesamiento es mayor y por lo tanto el de muestreo.

Sin dudas, la forma en la que se ha aplicado el controlador adaptivo es la que provee al sistema de capacidad para estabilizarse en un amplio rango de posiciones (limitaciones del actuador y del diámetro del chorro de aire). Como continuación del trabajo se ensayará el prototipo con valores de *setpoint* que puedan ser variados a voluntad en tiempo real, de manera de comprobar el funcionamiento de sistema como sistema seguidor.

Por otra parte, las señales medidas presentan fluctuaciones que en gran parte se deben a la corriente de aire sumamente perturbada que proviene del túnel de viento. Para ensayos próximos se prevé la aplicación de rectificadores de flujo tales como paneles de honeycomb y/o mallas metálicas.

REFERENCIAS

1. Katsuhiko Ogata: "Ingeniería de Control Moderna"; 1998, Pearson, Tercera Edición.
2. Abraham Kandel & Gideon Langholz: "Fuzzy Control Systems"; 1993, CRC Press LLC.
3. Katsuhiko Ogata: "Sistemas de Control en Tiempo Discreto"; 1996, Pearson, Segunda Edición.
4. Donald Malean: "Automatic Flight Control Systems"; 1990, Prentice Hall.