



6° Congreso Argentino de  
Ingeniería Aeronáutica  
**VIRTUAL**

17, 18 y 19 de Noviembre del 2021



## CONTROL DIGITAL SUPER-TWISTING ADAPTABLE DE ALTO ORDEN PARA LA ACTITUD DE UN PLANEADOR ESPACIAL

Augusto J. Zumarraga<sup>1</sup>, Bernardo M. Concia<sup>2</sup>, and Paul F. Puleston<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Centro Tecnológico Aeroespacial (CTA) - Facultad de Ingeniería, UNLP

<sup>2</sup>Departamento de Aeronáutica - Facultad de Ingeniería, UNLP

<sup>3</sup>Instituto de Investigaciones en Electrónica, Control y Procesamiento de Señales (LEICI)-  
Facultad de Ingeniería, UNLP-CONICET

e-mail:uku@ing.unlp.edu.ar

### RESUMEN

En trabajos previos se abordó la problemática del control de actitud de un planeador espacial mediante un enfoque lineal (regulador óptimo cuadrático) y por modos deslizantes super-twisting clásico. El primero sentó un punto de referencia para el desempeño del lazo cerrado. Con el segundo se logró una significativa reducción en los errores de seguimiento para la actitud, pero a expensas de un cierto nivel de “chattering”, mitigado parcialmente mediante un esquema de adaptación de ganancias.

En este trabajo se presenta un nuevo control de actitud basado en modos deslizantes de orden superior con un nuevo esquema de adaptación de ganancias que supera claramente los planteos precedentes en cuanto a precisión en el seguimiento de referencias de actitud y reducción de chattering. La propuesta se evalúa mediante una simulación de alta fidelidad.

**Palabras claves: super-twisting generalizado, control de actitud, planeador espacial.**

### 1.- INTRODUCCIÓN

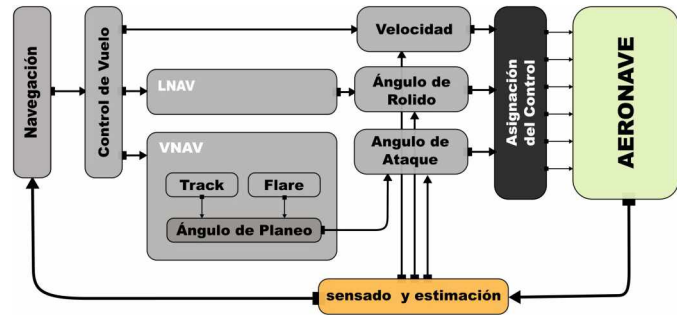
La industria espacial se encamina claramente hacia el uso de sistemas de lanzamiento reutilizables. Entre ellos, el concepto de “planeador espacial” aplicado en los vehículos *Buran* soviético y *Space Shuttle* estadounidense, ha demostrado la viabilidad del concepto con diferentes grados de éxito.

Esta línea de trabajo ha sido retomada por varias agencias espaciales. En particular la NASA y su contratista Sierra Nevada Corporation se encuentran desarrollando el proyecto *Dream Chaser* (figura 1a), creado a partir del programa experimental HL20 de los años 90. Si bien se recurre a un lanzador convencional para alcanzar la altura orbital, el orbitador y vehículo de re-entrada es reutilizable, siendo esta última fase no-propulsada. Como en el caso del *Space Shuttle*, la misión de retorno se separa en menos tres fases principales: re-entrada (hipersónica), manejo de energía en el área terminal (TAEM - mayormente supersónica), y aproximación final y aterrizaje (subsónica).

En [9] abordamos la problemática de control y guiado para automatizar la última fase mediante un enfoque LQR (Linear Quadratic Regulator). Recurrimos a un sistema de control de vuelo constituido por un módulo de navegación lateral (LNAV) que comanda el control de *ángulo de rolido*  $\phi$  para eliminar el error de trayectoria horizontal, y un módulo de navegación vertical (VNAV) para permitir el acople a una senda de planeo, como se ilustra en la figura 1b. Pero a diferencia de un “autoland” aerocomercial, en



(a) Dream Chaser de SNC



(b) Arquitectura del sistema de control de vuelo

donde el lazo G/S (*glide slope*) comanda un control *ángulo de cabeceo*  $\theta$ ; hemos optado por introducir un control para el *ángulo de planeo*  $\gamma$ , el cual a su vez genera referencias para un control de *ángulo de ataque*  $\alpha$ . Esto permite conmutar fácilmente el objetivo de control en VNAV entre el acoplamiento a la senda de planeo y el control de velocidad vertical para las maniobras de rotación (*flare*); y es posible limitar las referencias de actitud y ángulo de planeo en amplitud, velocidad de cambio y aceleración; para mantener el vehículo en condiciones de vuelo seguras.

Debe notarse que toda la dinámica no-lineal asociada al vehículo queda circunscrita a los lazos cerrados de rolido y ángulo de ataque, mientras que el resto es un problema puramente cinemático.

En [10] propusimos el uso de controladores por modos deslizantes para el control de actitud. Se utilizaron controles super-twisting (STC) clásicos con adaptación de ganancias para valores grandes de la variable de deslizamiento, obteniendo una reducción significativa de los errores de seguimiento en relación al control LQR.

En este trabajo proponemos una alternativa basada en controles super-twisting de orden 3 (3-STC) con funciones de barrera para la adaptación de ganancias, a fin de superar el desempeño alcanzado previamente y mitigar el chattering en la acción de control.

En primer término presentaremos una breve síntesis del control super-twisting, y en particular del super-twisting de orden 3. Luego se comenta el problema del “chattering” y su mitigación con una adaptación de ganancias. Posteriormente se explican los planteos realizados para control de actitud y finalmente se muestran los resultados de simulación para la validación de planteo.

## 2.- CONTROL POR MODOS DESLIZANTES

La dinámica de esta clase de aeronaves presenta una marcada no-linealidad asociada a la variación de las cargas aerodinámicas respecto del ángulo de ataque, y ante variación en la deflexión de las superficies de control. Además se presentan variaciones muy pronunciadas de la presión dinámica en los diferentes escenarios y fases de vuelo, lo cual puede interpretarse como incertidumbre paramétrica. Por ello la robustez del lazo de control es una cuestión muy relevante.

El control y la observación por modos deslizantes es un enfoque muy eficaz para enfrentar problemas con alta incertidumbre en la dinámica y/o en las perturbaciones. Estos controles se basan en la aplicación de una acción discontinua sobre la señal de control o alguna de sus derivadas [7]. Con esto se logra que el sistema entre en un “régimen deslizante”, en el cual se anulan ciertas variables y algunas de sus derivadas, aun en presencia de cierta clase de perturbaciones. Este régimen se alcanza en tiempo finito, a diferencia de la convergencia exponencial que se obtiene con un control lineal.

### 2.1 - CONTROL SUPER-TWISTING CLÁSICO

En el control por modos deslizantes de segundo orden existen diferentes algoritmos que producen acciones de control continuas, de las cuales una de los mas populares es el algoritmo super-twisting

clásico [3]. En este la acción de control responde a la siguiente ley:

$$u = -\lambda_1 [\sigma]^{1/2} + \eta \quad (1a)$$

$$\dot{\eta} = -\lambda_2 [\sigma]^0 \quad (1b)$$

donde  $u \in \mathbb{R}$  es la acción de control, y  $\sigma \in \mathbb{R}$  es la “variable de deslizamiento”. Hemos utilizado la notación  $[x]^p$  para denotar el operador  $\text{sign}(x) \cdot |x|^p$ , que es una generalización de la función potencial, la cual conserva el signo para un exponente  $p$  arbitrario. Notese que el término  $[\sigma]^0 = \text{sign}(\sigma)$  en (1b) es discontinuo, sin embargo aparece integrado en la acción de control (1a), por lo que  $u$  es una señal continua.

Los parámetros  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  son ganancias a ajustar en el proceso de diseño. Mediante una elección adecuada esta ley de conmutación, que podría interpretarse como un control PI no lineal sobre  $\sigma$ , produce la aparición de un *modo deslizante de segundo orden* (cumple  $\sigma = \dot{\sigma} = 0$ ); y partiendo de cualquier condición inicial se llega a este régimen con un *tiempo de alcance finito*. Pero se requiere que  $\sigma$  sea una variable con grado relativo 1 respecto del control; es decir, que  $u$  no tiene efecto directo sobre  $\sigma$ , pero sí sobre su primera derivada. Si se cumple esta condición, para aquellos casos en donde el control es afín con esta primera derivada la dinámica para  $\sigma$  se puede describir de la forma:

$$\dot{\sigma} = h(\mathbf{x}, t) + g(\mathbf{x}, t)[u + d(t)] \quad (2)$$

donde  $\mathbf{x}$  es el vector de estado del proceso y  $d(t)$  una perturbación “emparejada” por el control (de ser conocida podría cancelarse con  $u = -d$ ).

En general se cuenta con un modelo nominal para esta dinámica:

$$\dot{\sigma} \approx \bar{h}(\mathbf{x}, t) + \bar{q}(\mathbf{x}, t)u \quad (3)$$

donde las funciones nominales  $\bar{h}(\mathbf{x}, t)$  y  $\bar{q}(\mathbf{x}, t)$  son conocidas. Por su parte, la incertidumbre dinámica y los efectos de las perturbaciones están representadas por  $\Delta h(\mathbf{x}, t)$  y  $\Delta q(\mathbf{x}, t)$ , tal que:

$$h(\mathbf{x}, t) = \bar{h}(\mathbf{x}, t) + \Delta h(\mathbf{x}, t) \quad (4)$$

$$q(\mathbf{x}, t) = \bar{q}(\mathbf{x}, t) + \Delta q(\mathbf{x}, t) \quad (5)$$

El sistema (2) puede ser transformado en una forma conveniente para el diseño del control:

$$\dot{\sigma} = \nu + \Delta \quad (6)$$

donde  $\nu$  se define como una entrada virtual:

$$\nu = \bar{h}(\mathbf{x}, t) + \bar{q}(\mathbf{x}, t)u \quad (7)$$

$$\Delta = \Delta h(\mathbf{x}, t) + \Delta q(\mathbf{x}, t)u + q(\mathbf{x}, t)d(t) \quad (8)$$

Es así que si se desea sintetizar un controlador Super-Twisting para la entrada virtual del sistema representado en la forma (6), basta con reemplazar en la estructura del controlador (1a) la acción de control real  $u$  por la virtual  $\nu$ .

El término  $\Delta$  acumula los efectos de la incertidumbre y las perturbaciones. Sin mayor información que una cota para su velocidad de cambio  $|\dot{\Delta}| < L$  ( $L$  es la *constante de Lipschitz* de  $\Delta$ ) es posible realizar un ajuste de ganancias que permita alcanzar y mantener el modo deslizante. En esto reside la extraordinaria robustez de esta estrategia. Existen condiciones suficientes conocidas de convergencia y estabilidad, como las presentadas en [6]:

$$\lambda_2 > L \quad , \quad \lambda_1 > \sqrt{\lambda_2 + L} \quad (9)$$

Recientemente se han demostrado también con condiciones *necesarias y suficientes* [5] un tanto más complejas que las precedentes, pero que pueden ser utilizadas en una etapa de verificación durante el proceso de ajuste.

## 2.2 - CONTROL SUPER-TWISTING GENERALIZADO

En [2] se propone una generalización del super-twisting clásico para variables de grado relativo mayor a uno. Con esto se obtienen modos deslizantes de orden superior a 2, es decir:  $\sigma = \dot{\sigma} = \dots \sigma^{(m-1)} = 0$  con variables de grado relativo  $m - 1$ . Denominaremos como  $m$ -STC a los controladores que surgen de esta generalización, siendo el clásico un caso particular (2-STC). Se generaliza la ley de control definiendo una nueva variable  $\phi$  que reemplazan a  $\sigma$  en (1a)-(1b). Esta definición depende del “orden” del algoritmo. En el 2-STC clásico  $\phi \equiv \sigma$ . Para el caso de tercer orden se definen dos variables  $z_1$  y  $z_2$  tal que:

$$z_1 = \sigma \quad , \quad z_2 = \dot{z}_1 \quad , \quad \phi = k[z_1]^{2/3} + z_2 \quad (10)$$

donde aparece una nueva constante de diseño  $k$  que afecta a la velocidad de respuesta del lazo cerrado.

## 2.3 - “CHATTERING” Y ADAPTACIÓN DE GANANCIAS

En la práctica la frecuencia de conmutación para el control (1a)-(1b) está acotada. Además existe dinámica no modelada entre la acción de control y el proceso (actuadores, modos estructurales de alta frecuencia, etc.), lo cual implica que  $\sigma$  (o  $\phi$  en el  $m$ -STC) no tiene un grado relativo estrictamente definido respecto del control. Esto implica que en el modo deslizante real aparezca fenómeno denominado “chattering”, esto es una oscilación acotada de alta frecuencia alrededor de la superficie de deslizamiento ideal  $\sigma = \dot{\sigma} = \dots \sigma^{(m-1)} = 0$ .

Esto empeora con una implementación digital, en donde además de la limitación en frecuencia natural por el proceso de muestreo, la integral de  $\eta$  en (1b) debe realizarse en tiempo discreto.

Para atenuar el mismo se requiere disminuir significativamente las ganancias (lo cual implica acotar la capacidad de rechazo a valores menores de  $L$  para la perturbación), y/o utilizar algún esquema de adaptación de ganancias.

En [10] se optó por utilizar ganancias pequeñas para mitigar el chattering y mejorar la robustez mediante un incremento de estas proporcionales a la relación entre la variable de deslizamiento  $\sigma$  y un cierto valor de tolerancia  $\epsilon$ , cuando  $|\sigma| > \epsilon$ :

$$f = (|\sigma|/\epsilon)^{1.5} \quad , \quad \bar{\lambda}_1 = f\lambda_1 \quad , \quad \bar{\lambda}_2 = f\lambda_2 \quad (11)$$

En [4] se propone una ley mas adecuada para este ajuste, pero para este trabajo se optó por ajustar las ganancias para un desempeño correcto y una “función de barrera” que consiste en adaptar las ganancias  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  en un entorno cercano a  $|\phi| = 0$ . Esto es, cuando  $|\phi| < \epsilon$ , para mitigar el chattering, la adaptación propuesta convierte la ley de control ST clásica (1a)-(1b) en un control PI lineal, ajustado para mantener continuidad con el STC en la frontera  $|\phi| = \epsilon$ .

$$\boxed{k_p = \frac{\lambda_1}{\sqrt{\epsilon}} \quad , \quad k_i = \frac{\lambda_2}{\epsilon}} \quad (12)$$

## 3.- CONTROL 3-STC PARA INCIDENCIA Y ACTITUD

La estrategia de guiado planteada en [9, 10] requiere contar con control independiente de ángulo de ataque para corregir la trayectoria plano vertical, y de roldo para el plano horizontal; procurando que los virajes sean coordinados manteniendo nulo el ángulo de deslizamiento.

Los modelos dinámicos se presentaron en [9] y con mayor detalle en [10]. A partir de un modelo de cuerpo rígido, al igual que en el caso de otras aeronaves simétricas respecto del plano vertical ( $xz$ ), para bajas velocidades de rotación (como ocurre en aproximación y aterrizaje) el modelo puede desacoplarse en una *dinámica longitudinal* y otra *latero-direccional*, por lo cual separamos el control de actitud en dos subsistemas.

### 3.1 - CONTROL DEL ÁNGULO DE ATAQUE

En [9, 10] argumentamos que la dinámica del ángulo de ataque es mucho más rápida que la de la velocidad de vuelo, por lo cual la dinámica longitudinal de la aeronave se puede reducir a un modelo de segundo orden (aproximación de período corto):

$$\begin{Bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{q} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_\alpha & \alpha_q \\ m_\alpha & m_q \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha \\ q \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \times \\ m_\delta \end{bmatrix} \{\delta_h\} \quad (13)$$

donde  $\times$  indica un coeficiente despreciable. Todos los parámetros de este modelo varían con el ángulo de ataque y la presión dinámica; por lo cual aun el modelo simplificado es no-lineal y variante en el tiempo. El objetivo de control en este caso es anular el error de seguimiento  $e_\alpha = r_\alpha - \alpha$ . Dado que el efecto directo del comando sobre su derivada es débil consideramos que su grado relativo efectivo respecto del control es 2. En [10] propusimos un control 2-STC utilizando una variable de deslizamiento  $\sigma = e_\alpha + \tau \dot{e}_\alpha$ . Como en modo deslizante  $\sigma = 0$ , el error  $e_\alpha$  converge de forma exponencial con constante de tiempo  $\tau$ .

En este trabajo utilizamos un control 3-STC sobre  $e_\alpha$ , con lo que en tiempo finito se tendrá  $e_\alpha = 0$ .

Mediante simulación llegamos a un ajuste aceptable con  $\lambda_1 = 4,7$ ,  $\lambda_2 = 11$ ,  $k = 0,3$  y  $\epsilon = 1$  para una implementación de tiempo discreto con tiempo de muestreo  $t_s = 0,025s$ .

### 3.2 - CONTROL DE ROLIDO Y DESLIZAMIENTO

Para la dinámica latero-direccional el modelo de cuerpo rígido resulta en

$$\begin{Bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} y_v & \beta_p & \beta_r & \times \\ l_\beta & l_p & l_r & 0 \\ n_\beta & \times & n_r & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \beta \\ p \\ r \\ \phi \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \times & \times & \times \\ l_a & l_f & l_r \\ n_a & n_f & n_r \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_a \\ \delta_{\Delta f} \\ \delta_r \end{Bmatrix} \quad (14)$$

Para este caso se plantea un control descentralizado (ver [8]) apareando el ángulo de rolido con el comando diferencial de los body-flaps y el ángulo de deslizamiento con el timón de dirección. En [10] se utilizó un control 2-STC con variables de deslizamiento.  $\sigma_\phi = e_\phi + \tau_\phi \dot{e}_\phi$  y  $\sigma_\beta = \beta + \tau_\beta \dot{\beta}$  respectivamente. En este trabajo nuevamente recurrimos a un control 3-STC sobre  $e_\phi$  y  $\beta$  con iguales consideraciones a las realizadas para el ángulo de ataque.

De la misma manera y con el mismo tiempo de muestreo llegamos a un ajuste aceptable con  $\lambda_1 = 3,35$ ,  $\lambda_2 = 5,5$ ,  $k = 0,3$  y  $\epsilon = 1$  para rolido; y  $\lambda_1 = 3,35$ ,  $\lambda_2 = 5,5$ ,  $k = 0,3$  y  $\epsilon = 0,5$  para deslizamiento.

## 4.- VALIDACIÓN

Para la validación del diseño se utiliza un modelo numérico de alta fidelidad ya presentado en [9, 10]. Se utiliza el modelo no-lineal de cuerpo rígido con los efectos aerodinámicos cuasi-estacionarios con los ajustes experimentales presentados en [1]. Para la integración numérica se optó por un esquema de *Runge-Kutta* de orden 3 con tiempo de integración de 1ms.

En todos los casos se mantienen las estrategias de control de trayectoria y ángulo de planeo utilizadas precedentemente basadas en reguladores óptimos cuadráticos.

Para la validación de los esquemas de control se consideran dos situaciones:

**Aproximación nominal** La condición inicial corresponde a una velocidad de  $174m/s$  a  $8400m$  de distancia respecto del umbral de la pista, con una altura del orden  $2400m$  y un desvío lateral menor a  $65m$ .

**Exceso de energía** En este caso se parte de la misma condición inicial pero con un exceso de  $1000m$  en la altura y un desvío lateral de  $250m$ .

En la figura 2 se muestran los resultados para el caso nominal, mientras que la figura 3 se corresponde con el caso no-nominal. En ambas se muestran del lado izquierdo los resultados para el control 2-STC,

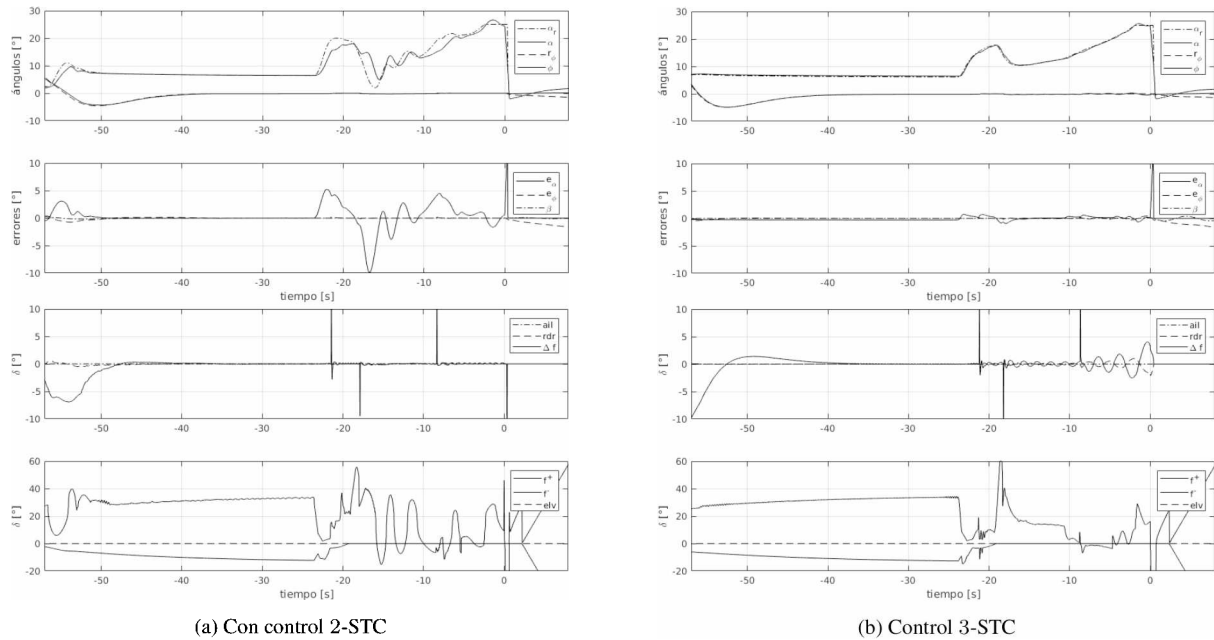


Fig. 2: Simulación de aproximación nominal, mostrando de arriba hacia abajo referencias y actitud, errores, esfuerzo de control latero-direccional y esfuerzo de control longitudinal

mientras que el lado derecho corresponde al 3-STC. Podemos observar que con el control 3-STC y la función de barrera para la adaptación de ganancias los errores se reducen drásticamente. También se observa una marcada disminución en el esfuerzo de control, dado que al realizar un mejor seguimiento de las referencias de actitud, los controles de trayectoria requieren comandos menos bruscos. Aun así se observan acciones abruptas en las transiciones entre las diferentes fases de la maniobra, pero esto debería resolverse mejorando la estrategia de guiado.

## 5.- CONCLUSIONES

En este trabajo se ha atacado el problema del control de actitud para un planeador espacial en aproximación final, tomando como caso de estudio el del HL-20. El modelo dinámico es marcadamente no-lineal y variante en el tiempo, lo cual implica un fuerte desafío para el diseño de un sistema de control.

Se ha propuesto un nuevo control de actitud super-twisting de orden 3 con un esquema de adaptación de ganancias. Esto ha permitido mantener ganancias grandes en el control y, consecuentemente robustez, mitigando los problemas de chattering, que deteriorarían el desempeño del sistema.

Este se contrasta con los resultados obtenidos previamente con un control super-twisting clásico con un esquema de adaptación de ganancias diferente. Los resultados son claramente superiores para el nuevo esquema, tanto en robustez, precisión y mitigación de chattering.

El esquema general puede mejorarse trabajando sobre la estrategia de guiado y control de trayectoria, suavizando las referencias de actitud para evitar la pérdida del modo deslizante al exigir maniobras innecesariamente bruscas.

## 6.- AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue realizado con el apoyo de la Facultad de Ingeniería-UNLP, el CONICET y la ANPCyT.

## 7.- REFERENCIAS

- [1] E.B. Jackson and C.I. Cruz. Preliminary subsonic aerodynamic model for simulation studies of the hl-20 lifting body. Technical Report TM 4302, National Aeronautics and Space Administration

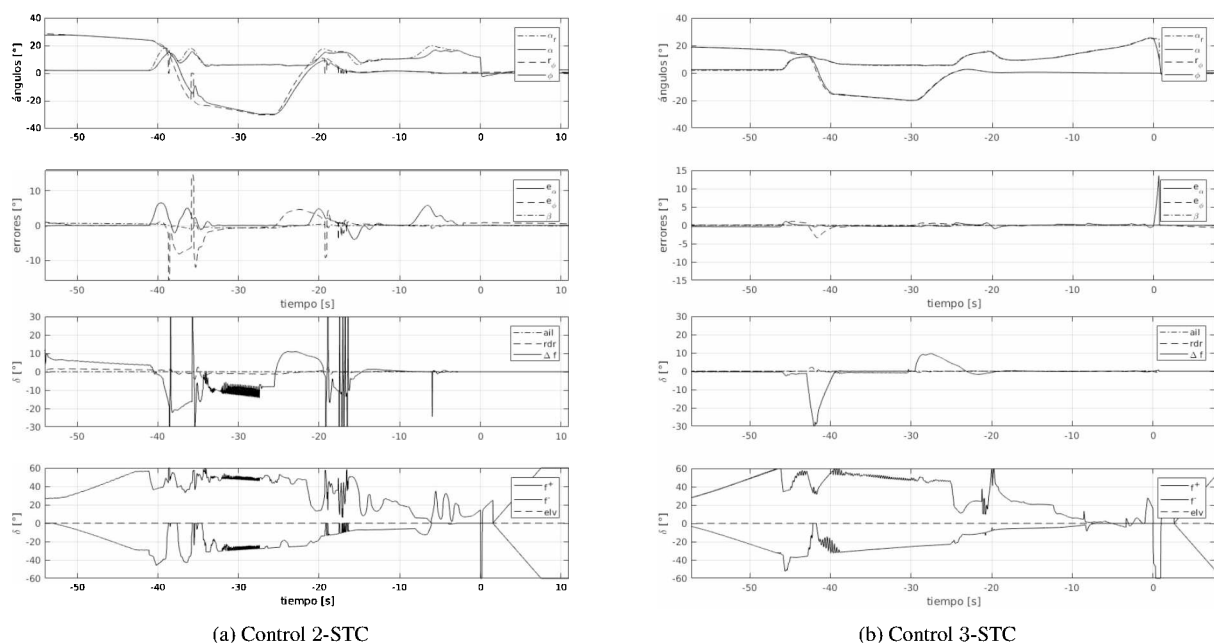


Fig. 3: Simulación del escenario con condición inicial no-nominal, mostrando de arriba hacia abajo referencias y actitud, errores, esfuerzo de control latero-direccional y esfuerzo de control longitudinal

(NASA), 1992.

- [2] Shyam Kamal, Asif Chalanga, Jaime A Moreno, Leonid Fridman, and B. Bandyopadhyay. Higher order super-twisting algorithm. In *13th IEEE Workshop on Variable Structure Systems*, 7 2014.
- [3] Arie levant. Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control. *International Journal of Control*, 80(58):1247–1263, 1993. doi: 10.1080/00207179308923053.
- [4] Hussein Obeid, Salah Laghrouche, Leonid Fridman, Yacine Chitour, and Mohamed Harmouche. Barrier function-based adaptive super-twisting controller. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 65(11):4928–4933, 2020. doi: 10.1109/TAC.2020.2974390.
- [5] Seeber R. and Horn M. Necessary and sufficient stability criterion for the super-twisting algorithm. In *Proceedings of IEEE International Workshop on Variable Structure Systems*, pages 120–125, July 2018.
- [6] Richard Seeber and Martin Horn. Stability proof for a well-established super-twisting parameter setting. *Automatica*, 2017. doi: 10.1016/j.automatica.
- [7] Yuri Shtessel, Christopher Edwards, Leonid Fridman, and Arie Levant. *Sliding Mode Control and Observation*. Birkhauser, 2014. ISBN 2373-7719. doi: 10.1007/978-0-8176-4893-0.
- [8] Sigurd Skogestad and Ian Postlethwaite. *Multivariable Feedback Control - Analysis and Design*. John Wiley & Sons, 2 edition, 2001.
- [9] Augusto J. Zumarraga and Bernardo M. Concia. Aproximación final y aterrizaje automático sin potencia para un avión espacial. *Revista Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales - UNC*, 6(1), July 2019.
- [10] Augusto J. Zumarraga, Bernardo M. Concia, and Paul F. Puleston. Control de actitud para un planeador espacial: Enfoque lineal y por modo deslizante. In *X Congreso Argentino de Tecnología Espacial - CATE 19*. Asociación Argentina de Tecnología Espacial, 2019.