OBSERVATORIO ASTRONÓMICO DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

DIRECTOR: ING. FÉLIX AGUILAR

CONTRIBUCIONES GEOFÍSICAS - TOMO IV, N.° 2

LAS FLUCTUACIONES DE LAS MANCHAS SOLARES Y LA SISMICIDAD GENERAL DE LA TIERRA

POR EL

Dr. FEDERICO LÚNKENHEIMER

Jefe de sección y profesor de geofísica en el Observatorio Astronómico

LA PLATA

OBSERVATORIO ASTRONÓMICO

1934

LAS FLUCTUACIONES DE LAS MANCHAS SOLARES Y LA SISMICIDAD GENERAL DE LA TIERRA

1.

Los resultados bastante contradictorios a que han conducido las investigaciones hasta ahora realizadas sobre la relación entre las manchas solares y la sismicidad (1) (véase las notas al final de este artículo pág. 102) hacen interesante abordar una vez más el problema, pero de la base más amplia posible. En este sentido, para confeccionar las tablas estadísticas — que forman por así decir, la médula de este artículo — debí servirme forzosamente del *International Seismological Summary*, aparecido hasta el año 1927 inclusive, en la época en que trabajé en ellas, el cual ofrece en forma relativamente cómoda los elementos más completos de que se dispone hoy día. He tenido a mi disposición, en consecuencia, las observaciones casi completas de once años.

Este intervalo coincide aproximadamente con el período de la actividad solar, pero es una coincidencia casual, porque no me ocupo en este artículo de la sismicidad en dependencia de dicho período largo, sino, como ya lo sugiere el epígrafe, de la eventual diferencia entre la sismicidad de los días de mayor o menor cantidad de manchas solares.

2.

A diferencia de otros autores que se limitan a contar los temblores conocidos de cada día y consideran como cifra característica el número así obtenido, yo coordiné cada fecha con la cantidad total (2) de los registros obtenidos en todas las estaciones del mundo, de modo que cada temblor entra en la estadística con un peso igual a la cantidad de estaciones en que fué registrado. Este peso se relaciona también, como es fácil convencerse, con la exactitud con que se puede tener por conocido el total de los fenómenos sísmicos, correspondientes a cada una de las categorías de intensidad en que puede dividirse el material de observación dentro de un intervalo dado de tiempo.

Si las manchas solares tienen diferente influencia en los sismos fuertes que en los débiles (3), dicha medida de sismicidad debe acentuar en el resultado final el efecto relativo a los sismos fuertes, el cual a la vez es el que más interesa en la actualidad, desde el punto de vista práctico.

3.

La medida de sismicidad, fundada en el peso de cada temblor según queda establecido arriba, tiene también ventaja por la forma de tratar las réplicas a las que, no obstante su gran número, les atribuye un peso escaso en las estadísticas, en razón de su intensidad muy inferior a la del movimiento principal, por lo que ni remotamente desempeñan en ellas el papel que alcanzan, aplicando el método de simplemente contar. Además teniendo en cuenta la base amplia de mis tablas estadísticas, lo mismo que la ralativa pequeñez del período de la actividad solar en comparación con el tiempo que abarca mi investigación, y las vastas posibilidades de compensación que en consecuencia se tiene, se llega a la conclusión de que las réplicas ejercen difícilmente una influencia decisiva en nuestro resultado final, tanto en el sentido de velar un efecto real, como en el de presentar un efecto que no existe.

Su separación de por sí dificultosa, y siempre más o menos arbitraria en cada caso particular, no se hizo por lo tanto.

4.

Teniendo presente los defectos generales que hasta el presente todavía afectan toda medida de sismicidad — defectuosidad del catálogo tomado por base, mayor cuanto más nos remontamos en los años; distribución geográfica incompleta, falta de unidad en los equipos, y la variabilidad con el tiempo, de estos últimos, lo mismo que del personal de las estaciones sismológicas; diversidad de las fases decisivas en cada caso, especialmente para un registro en las estaciones más distantes del epicentro, diversidad que ejerce una influencia variable sobre el número de los registros en cada caso — resulta inoportuno fundar la estadística de tal manera que el efecto investigado sea medido definitivamente en las cifras de sismicidad (C.S.) encontradas; yo las utilicé, por lo tanto, solamente como números característicos, para definir los grupos que denomino I, II, Ia, Ib, IIa y IIb. Separando de cada mes entre los años 1917-27, primero los aproximadamente 15 días de mayor sismicidad, formé el grupo I, subdividido en los grupos Ia que comprende los 5 días de sismicidad extrema y Ib que comprende los 10 días restantes; y análogamente con los aproximadamente 15 días de sismicidad débil formé el grupo II subdividido en los grupos IIa que comprende los 5 días de sismicidad extremadamente débil y IIb que comprende los días restantes.

Para cada grupo determiné, en base de las *Zürcher Astronomische Mitteilungen* y de *Character Figures of Solar Phaenomena 1923-1928* publicado también por la Eidgen. Sternwarte Zürich, la suma de los números relativos de las manchas solares (N.R.) y el promedio anual correspondiente. Cada día es juzgado de esta manera según una escala sísmica especial para cada mes ([4]), lo que es muy importante con respecto a la « sensibilidad » del *Summary* que crece de continuo. Además, por la formación de grupos mensuales, quedan suavizados ciertos defectos de mis números sísmicos, como sugerí más arriba.

Teniendo en cuenta todo lo dicho, y no obstante algunos defectos inevitables subsistentes todavía, es difícil negar la realidad del contraste de sismicidad constatado mes por mes, por lo menos entre el grupo I y II.

5.

Pasando ahora a los resultados de mi estadística, empezamos con los números dispuestos en la tabla I que se fundan en los N.R. simultáneos o mejor dicho en los N.R. del mismo día.

TABLA I.

Desviaciones con respecto al promedio anual general, de los promedios anuales fundados en los mensuales, en N. R., de cada grupo

Años	GRUPOS				
	Ia	Ib	IIb	IIa	I*
1917	+ 0.4	+ 6.4	— 1.4	—10.3	+ 4.4
1918	+ 6.3	— 4.0	+ 0.4	+ 1.1	— 0.6
1919	— 5.2	+ 1.7	+ 1.6	— 1.4	— 0.6
1920	— 1.6	+ 2.4	— 1.6	— 0.1	+ 1.1
1921	— 0.3	+ 1.6	+ 0.3	— 3.5	+ 1.0
1922	+ 2.0	+ 0.6	— 0.3	— 2.5	+ 1.0
1923	+ 1.2	— 0.9	— 0.9	+ 2.4	— 0.2
1924	— 1.4	— 1.1	+ 0.9	+ 2.0	— 1.2
1925	+ 0.6	+ 1.3	— 0.5	— 2.2	+ 1.1
1926	+ 4.3	— 0.9	— 2.2	+ 2.0	+ 0.8
1927	+ 7.6	— 1.5	— 2.5	+ 0.6	+ 1.5
Promedio	+ 1.3	+ 0.5	— 0.6	— 1.1	+ 0.8
Agrupaciones trianuales					
1917-19	+ 1.5	+ 4.1	— 0.2	—10.6	+ 3.2
1920-22	+ 0.1	+ 4.6	— 1.6	— 6.1	+ 3.1
1923-25	+ 0.4	— 0.7	— 0.5	+ 2.2	— 0.3
1926-27	+11.9	— 2.4	— 4.7	+ 2.6	+ 2.3

6.

A primera vista ya es ostensible que no hay gran conformidad en las marchas que se obtienen para cada año, lo que indica que el efecto investigado de ninguna manera puede ser considerable en comparación con otras influencias, aún a través del método aplicado aquí. Sin embargo, puede considerarse como primeros indicios de su eventual existencia, las relaciones de los signos: preponderancia de los signos + en los grupos I y de los signos — en los grupos II, predominio de la combinación $\pm$ y menor frecuencia de la combinación inversa $\mp$. Algunas de estas relaciones asumen carácter más favorable, si se forman grupos de 3 años consecutivos, al quedar un resto de 2 años (en Ia-Ib 6 +, 2 —; en IIa-IIb al revés). Especialmente llamativa es la marcha en los promedios finales en que los 4 valores + 1.3 + 0.5 — 0.6 y — 1.1 están agrupados en serie decreciente, como debería resultar, si se forman promedios durante un espacio de tiempo suficientemente largo, de existir, en la sismicidad de la Tierra, un término « grosso modo » directamente proporcional a la actividad solar. Es claro que podría tratarse de una mera casualidad, pero su probabilidad es a lo sumo

* Para el grupo II valen las mismas cantidades, pero con signos contrarios.

100 : 4.1 = 4.2 %, porque las complicaciones que en todo caso se tomaran en consideración (que 2 valores se hagan iguales; simetría aproximada alrededor de 0) obran en el sentido de disminuirla.

Prácticamente al mismo valor de la probabilidad se llega aplicando el criterio de Abbe-Helmert para poner en evidencia influencias sistemáticas. Para el cuociente q entre la desviación del valor ideal 0 del término $\left|\frac{B}{2A} - 1\right|$ y el error medio correspondiente ([6]), se obtiene, utilizando todos los valores fundamentales de la tabla anterior, el valor 2.03; mientras que debía esperarse con una probabilidad de 95,5 % que resultase menor del encontrado. La diferencia de 4,5 % puede ser puesta en analogía al valor anteriormente encontrado de 4,2 %.

Buscando otros criterios de probabilidad podría preguntarse hasta qué grado existe parentesco entre las series de valores de los diferentes años (series y) y la marcha llamativa antes discutida del promedio (la repetición 11 veces forme la serie x), y como medida de este parentesco se podría utilizar el coeficiente de correlación correspondiente. Así se obtiene para este último +0.30 con un error medio de ± 0.16, es decir resulta otra vez un grandor crítico aproximadamente igual al doble del error medio; pero hay que tener presente que, por la naturaleza del asunto, debe existir ya cierta dependencia entre las dos series puestas en relación.

Resumiendo, puede decirse que de todas las consideraciones resulta que la influencia expresada en la tabla I parece tener una realidad de 95 %. Comparada esta cifra con las que normalmente se postula, puede señalarse como muy moderada.

Obligado por el resultado encontrado a seguir la investigación, calculé todavía, mes por mes, el coeficiente de correlación entre las C.S. halladas diariamente (de antemano mis exigencias respecto del resultado eran reducidas teniendo presente los defectos antes discutidos con que los C.S. entran ahora directamente en los cálculos) y los simultáneos N.R. y obtuve así + 0.05 con un error medio de igual valor; es decir un resultado sumamente limitado ([7]). Veremos, sin embargo, después que de existir eventualmente un período anual de la influencia en cuestión, todas las cifras anteriores podrían ser apreciadas más favorablemente.

7.

Antes de tocar este punto de vista quiero referirme al próximo paso emprendido por mí, a saber, la busca de una eventual diferencia de fase entre la actividad solar y la sismicidad, con la esperanza de dar con números finales tal vez un poco más grandes.

Para abreviar en lo posible la estadística, me contenté con la diferencia en N.R. entre los grupos I y II (la subclasificación a y b fué suprimida) o lo que significa prácticamente lo mismo, con la mitad del valor de la diferencia entre los promedios de los N.R. del grupo I y el promedio mensual general; y sirvieron de base no los N.R. del mismo día, sino de 1, 2, 5 días antes (días — 1, — 2, — 3, de la tabla II) y para fines de comparación también los N.R. observados hasta 8 días después (días + 1, + 2, + 3, + 8 de la tabla II). Por razones de comodidad figuran en la tabla II solamente las desviaciones de los promedios totales y para abreviar, no comunico más que el resultado final, referente a toda la época 1917-27.

TABLA II.

Desviaciones de los N. R. correspondientes al grupo **I**, *con respecto al promedio general, utilizando las observaciones de las manchas solares de los*

Días:													
— 5	— 4	— 3	— 2	— 1	0	+ 1	+ 2	+ 3	+ 4	+ 5	+ 6	+ 7	+ 8
Desviaciones:													
—0.13	—0.28	+0.08	+0.37	+0.80	+0.74	+0.65	+0.33	+0.32	+0.14	+0.12	0.00	—0.06	—0.20

8.

Que la marcha regular, puesta de manifiesto por la tabla II, no debe atribuirse a una casualidad, sino que debe tener una causa especial, es evidente. Pero habrá que buscarla más bien que en una forma especialmente detallada de la relación entre los N.R. y las C.S., en una variación ordenada de los primeros, que si no representan una función continua del tiempo, no hacen, término medio, grandes saltos de un día a otro ([8]).

De las cifras comunicadas se puede, por lo tanto, concluir solamente, que por una parte la magnitud del efecto puesto en evidencia (real o ficticio no quiero aún decidirlo aquí) rebasa notablemente los límites normales de las desviaciones — porque si así no sucediera, no podría extenderse, paulatinamente diluido, en toda la tabla — y por otra que hay indicios de un atraso de fase de 1 día ([9]); o para expresarnos mejor y más libres de hipótesis, ya que se trata de una prevalencia pequeña, que: dentro de la sismicidad general de la Tierra, el término que representa la actividad solar, queda mejor representado, cuando se lo hace proporcional a los N.R. del día anterior ([10]), pero si en vez de estos, se toma los N.R. del mismo día, el resultado es casi el mismo ([11]).

9.

Finalmente, como ya lo he anticipado, abordé el problema de poner en claro si existen razones para admitir una dependencia del efecto en cuestión con la estación del año, porque muy bien podría ser que el mecanismo de provocación de los movimientos sísmicos funcionara cualitativa y cuantitativamente diferente en las diversas estaciones, debido a la eventual variación de condiciones secundarias, tal vez hasta un grado tal que el efecto promedio anual se compensa en la mayor parte.

Puesto que el *International Seismological Summary* acentúa considerablemente la sismicidad del hemisferio boreal ([12]), dada la distribución geográfica de las estaciones sismológicas, no vale la pena de efectuar la dificultosa separación de los sismos australes. La estadística siguiente se basa por lo tanto en la sismicidad general de la Tierra, en función de las estaciones del año relativas al hemisferio boreal.

TABLA III.

Desviaciones de los N. R. del grupo I, *del promedio general de los mismos números, tomando por base el promedio de los N. R. de los*

Días:	— 3 , — 2	— 1 , 0	+ 1 , + 2	+ 3 , + 4	— 3 hasta + 4 *
Primavera	+ 1.71	+ 1.85	+ 0.95	— 0.27	+ 1.06
Verano	+ 0.48	+ 1.63	+ 1.99	+ 1.76	+ 1.46
Otoño	— 1.12	+ 0.07	— 0.13	+ 0.24	— 0.23
Invierno	— 0.18	— 0.55	— 0.88	— 0.81	— 0.60

10.

La tabla anterior expresa, por lo menos aparentemente, un contraste verano-invierno, y lo mismo ([13]) hace la tabla IV que indica cómo los meses que manifiestan el efecto de la tabla II se distribuyen sobre las diferentes estaciones.

TABLA IV.

Cantidad de los meses (33 +...) *que indican una desviación positiva del grupo* I, *del promedio general de los N. R., tomando por base los N. R. de los*

Días	— 3 y — 2	— 1 y 0	+ 1 y + 2	+ 3 y + 4	Promedio de las columnas anteriores
Primavera	+ 7	+ 13	— 1	— 4	+ 3.7
Verano	+ 5	+ 8	+ 8	+ 9	+ 7.5
Otoño	— 3	0	— 3	— 2	— 2.0
Invierno	— 1	— 4	— 3	— 4	— 3.0

11.

Finalmente, la tabla V orienta sobre la distribución del contraste verano-invierno, puesto en evidencia por la tabla III, en los diferentes años. Las relaciones de los signos, lo mismo que la distribución de los valores individuales sobre las dos estaciones, dan otra vez una impresión bastante favorable.

* Este resumen parece justificable porque tiene por consecuencia una compensación amplia de los errores en la observación de los N.R.

TABLA V.

Desviación de los N. R. del grupo I *del promedio general anual, utilizando los promedios de los N.R. de los días* — 3 *hasta* + 4.

	Verano		Invierno		Desviaciones	Frecuencia de las desv.	
						Verano	Invierno
1917	+ 5.3		+ 0.9				
1918	+ 3.9	+ 7.2	— 1,6	— 1.6	+ 5.0 a + 3.0	3	0
1919	— 2.0		— 0.9		+ 3.0 a + 1.0	2	1
1920	+ 0.7		— 4.1		+ 1.0 a 0	3	2
1921	+ 2.7	+ 3.0	+ 0.7	— 0.7	— 0. a — 1.0	2	5
1922	— 0.4		+ 2.7		— 1.0 a — 3.0	1	2
1923	— 0.2		— 0.3		— 3.0 y menos	0	1
1924	+ 1.3	+ 1.9	— 0.3	— 1.0			
1925	+ 0.8		— 0.4				
1926	+ 3.6	+ 3.9	— 0.9	— 3.2			
1927	+ 0.3		— 2.3				

Formando grupos de 3 años, todos los valores de verano, y análogamente los de invierno, tienen signo uniforme; resultado bastante raro desde el punto de vista de la casualidad, cuya probabilidad, lo mismo considerada como problema de « cara o cruz » que juzgada según las reglas que valen para signos iguales y cambios de signos, resulta igual aproximadamente a 0.8 %.

12.

A un resultado no muy diferente conduce por fin el cálculo de la amplitud períodográfica de la marcha anual de las desviaciones de los N.R. (promedio de los N.R. de los días — 3, hasta + 4 tomados por base) después de formado, para reducir las desviaciones, promedios de dos meses. Se obtiene como promedio de once años para enero-febrero, marzo-abril, etc., los valores (desviaciones del promedio) — 3.28, + 1,38, + 0.92, + 2.84, + 0.31 y — 2.17, es decir, según métodos conocidos, una amplitud periodográfica de 2.66, igual a 2.18 veces el monto de la expectancia (1.22), por lo tanto, en pocas palabras, una probabilidad de aproximadamente 97 % para una causa real de la existencia de aquella amplitud.

13.

Podemos resumir todos los resultados del presente artículo como sigue:

1°) A una influencia promedio de las fluctuaciones de las manchas solares sobre la sismicidad general de la Tierra, según el principio: « Mayores números relativos, mayor sismicidad » le corresponde una probabilidad de aproximadamente 95 %, en base del material de observaciones investigado de los años 1917-27, y parece por lo tanto muy indicado ocuparse ulteriormente del problema, después de trascurrido una suficiente cantidad de años.

2°) La influencia discutida se manifiesta con más claridad al tomar por base los N.R. del día anterior, pero los N.R. simultáneos y aún los de un día después, dan resultados parecidos.

3°) Hay indicios notables de un período anual de la influencia de las manchas solares, de tal manera que el efecto del n° 1 se produce esencialmente durante los meses de verano y tiene tal preponderancia que imprime su carácter al promedio anual; en el invierno cambia de signo. La probabilidad de que sea real esta marcha anual es de 97 a 99 %.

NOTAS

(1) Véase por ejemplo, V. Conrad, *Die zeitliche Folge der Erdbeben und bebenauslösende Ursachen*; Bd. IV, pág. 1167 y sigs. en *Gutenbergs Handbuch der Geophysik.*

(2) Si hubiera una distribución uniforme de las estaciones sismográficas sobre la superficie terrestre con igual equipo en todas ellas, y si la fase que determina el límite de los registros fuera siempre la misma, la relación entre el número de los registros y la intensidad del movimiento sísmico sería relativamente sencilla; pero tomando en cuenta las condiciones reales de observación, esta relación oscila de caso en caso dentro de límites bastante amplios.

(3) Semejante diferencia fué encontrada por Ch. Davidson en sus investigaciones sobre la marcha anual de la sismicidad.

(4) Procediendo así, el resultado debe tener otro carácter que si la división por grupos se hubiera efectuado tomando por base el año en vez del mes, pero semejante división debió dejarse de lado porque el propósito era investigar especialmente la influencia de las fluctuaciones. Por lo demás, en ese caso se habrían sentido mucho más, ciertos defectos metódicos.

(5) Sea $e_1\, e_2\, e_3$ una serie de errores de observación (desviaciones de un valor normal). Formando los productos de términos consecutivos, tenemos según lo ha demostrado E. Abbe

$$\lim_{n=\infty} \frac{c}{n} = \lim_{n=\infty} \frac{1}{n} \left(\sum_1^{n-1} e_i\, e_{i+1} + e_n\, e_1 \right) = 0\,.$$

Dada una cantidad finita de términos n habrá una desviación de ese valor ideal, cuya probabilidad debe ser juzgada por el error medio de la serie original; es decir se forma:

$$q = \frac{|c|}{n} : \frac{\mu^2}{\sqrt{n}} = \frac{|C|}{A} \sqrt{n} \qquad \text{donde} \quad A = \sum_1^n e_i^2$$

y la probabilidad de que se alcance o sobrepase q veces el error medio, se saca sencillamente de una tabla. (Véase por ej: Karl Stumpff, *Analyse periodischer Vorgänge*, pág. 24). Poniendo $B = \sum_1^{n-1} (e_i - e_{i+1})^2 + (e_n - e_1)^2$, podemos escribir también $C = A - \frac{B}{2}$, relación que vale con todo rigor, como es fácil convencerse, por eso puede formarse también $q = \frac{\left| A - \frac{B}{2} \right|}{2} \sqrt{n} = \left(\frac{B}{2\,A} - 1 \right) \sqrt{n}$

Generalmente se encuentra, sin embargo, en la literatura un término equivalente a $q' = \left| \frac{2\,A}{B} - 1 \right| \sqrt{n}$; pero que se hace igual al anterior solamente cuando poniendo $\frac{B}{2\,A} = 1 + \delta$, δ es una cantidad tan pequeña que vale aproximadamente pero con suficiente exactitud $\frac{2\,A}{B} = \frac{1}{1+\delta} = 1 - \delta$, porque en este caso se verifica $\left| \frac{2\,A}{B} - 1 \right| = \left| \frac{B}{2\,A} - 1 \right|$.

Este es el caso que indudablemente tuvo en vista Abbe (¹) que es también el caso normal: un valor relativamente grande de q no es de esperar porque $\frac{B}{2}$ sea bastante diferente de A, sino porque n es tan grande que $\sqrt{n} \gg \frac{1}{\delta}$.

Pasando al caso general en que $\frac{B}{2}$ y A son esencialmente diferentes, la fórmula equivocada conducirá bajo ciertas condiciones a un resultado considerablemente erróneo porque se ve fácilmente que $q' = q \frac{2A}{B}$ y para B = 0 hasta resultaría $\frac{q'}{q} = \infty$. Este caso extremo no se producirá prácticamente, por el carácter de B que es una suma de cuadrados de diferencias reales; sin embargo $\frac{B}{2}$ puede ser muy pequeño en comparación con A, lo que ocurre especialmente en el caso de ser ordenados los valores de e según su grandor, porque entonces todas las diferencias son relativamente pequeñas y hasta desaparecen para los valores iguales de e.

A un valor máximo de B se llega, por otra parte, cuando los valores de e se disponen alternativamente positivos y negativos y formando sus valores absolutos una serie natural. En este caso, a medida que n crece, $\frac{B}{A}$ se aproxima al valor de 4, como fácilmente puede verse; es decir $\frac{B}{2A} \sim 2$, por lo tanto $q' \sim \frac{q}{2}$.

Acerca de los valores intermedios informa la sencilla tabla siguiente en que figuran $\left|\frac{B}{2A} - 1\right|$ y $\left|\frac{2A}{B} - 1\right|$. El conocimiento de los valores intermedios es útil para juzgar las falsas conclusiones que derivan de la fórmula equivocada.

$\frac{B}{2A}\left(=\frac{q}{q'}\right)$	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
$\left\lvert\frac{B}{2A} - 1\right\rvert$	1.00	0.80	0.60	0.40	0.20	0.00	0.20	0.40	0.60	0.80	1.00
$\left\lvert\frac{2A}{B} - 1\right\rvert$	∞	4.00	1.50	0.67	0.25	0.00	0.17	0.29	0.37	0.44	0.50

Para grandes valores de n no pueden producirse errores considerables en sus consecuencias respecto a la probabilidad con que se produce un valor C igual a q veces el error medio. Siendo sin embargo n pequeño — y la literatura del ramo demuestra que el criterio de Abbe fué aplicado ya a series de 10 ó 12 términos — la fórmula equivocada puede conducir a conclusiones desviadas según la serie que se considere. Poniendo como límite inferior $\sqrt{n} = 3$, el campo crítico se encuentra cabalmente entre $0 < \frac{B}{2} < 0.6\,A$ (la fórmula equivocada sumistra desviaciones iguales a varias veces el error medio, por lo menos hasta el doble; mientras que solamente deben oscilar entre el doble y 1,2 veces (²), úl-

(¹) Eso se ve también claramente con una tercera forma del criterio, de la que resultaría

$$q' = \frac{\sqrt{\frac{A}{n}} - \sqrt{\frac{B}{2n}}}{\sqrt{\frac{A}{n}}} = 2\left|\sqrt{\frac{B}{2A}} - 1\right|\sqrt{n} \quad ;$$

$\frac{B}{2A} = 1 + \delta$ suministra otra vez $q' = \delta\sqrt{n}$, mientras pueda admitirse que $\sqrt{1+\delta} = 1 + \frac{\delta}{2}$, en conformidad con el valor anterior de q. La fórmula de esta índole, exacta siempre, pero que no ofrece ventaja alguna para los cálculos numéricos, sería $q = \left(\sqrt{\frac{B}{2A}} - 1\right)\left(\sqrt{\frac{B}{2A}} + 1\right)\sqrt{n}$. Para los valores pequeños de δ se transforma en la fórmula recién citada de q', porque se obtiene $q = \frac{\delta}{2}\left(2 + \frac{\delta}{2}\right)\sqrt{n}$, es decir $q = \delta\sqrt{n}$, si se desprecia $\frac{\delta^2}{4}$ frente de δ.

(²) Como ejemplo práctico puede considerarse los valores comunicados por el señor E. Wanner en su artículo « *Ueber die Frequenz der Schweizerischen Erdstösse und Erdbeben von 1879 bis 1929* » en *Jahresbericht des Schweizerischen Erdbebendienstes 1928*. En él se tiene (pág. 20 l. c.) $n = 12$ y para 3 series de observaciones, $\frac{2A}{B}$ igual a 3.80, 3.00 y 2.85 respectivamente. De estos valores se dedujo que el error medio de C queda sobrepasado aproximadamente 6 a 10 veces. (En detalle q' : 9.7, 6.9, 6.4) mientras que según lo arriba expuesto se trata solamente de $2\frac{1}{4}$ a $2\frac{1}{2}$ veces aproximadamente (en detalle q : 2.6, 2.3, 2.2). Los valores exactos no permiten, por lo tanto, ni remotamente las conclusiones favorables a que se ha llegado en base de la fórmula equivocada.

teriormente entre $1.4\,A < \frac{B}{2} < 2\,A$ (aquí se deduce 0.9 a 1.5 veces el error medio mientras que se trata de 1.2 hasta 3 veces). A medida que n crece, q y q' asumen, dentro de los límites indicados para $\frac{B}{2}$, valores tan grandes que la diferenca entre los dos valores de probabilidad que resultan, y no tienen interés práctico.

En los párrafos anteriores me he fundado en la formulación original de Abbe del criterio en discusión. La relación fundamental modificada por F. R. Helmert tiene por consecuencia $q = \frac{\sum_{1}^{n-1} e_i\, e_{i+1}}{A} \sqrt{n-1} = \frac{C' \sqrt{n-1}}{A}$ Poniendo $B' = \sum_{1}^{n-1} (e_i - e_{i+1})^2$ y $A' = A - \frac{e_n^2 + e_1^2}{2}$ resulta $C' = A' - \frac{B'}{2}$ y para la fórmula final correspondiente se tiene en términos exactos $q = \frac{A'}{A} \left| \frac{B'}{2\,A'} - 1 \right| \sqrt{n-1}$ en lugar de $q' = \left| \frac{2\,A'}{B'} - 1 \right| \sqrt{n-1}$ Para n suficientemente grande, los términos dan otra vez el mismo resultado práctico; pero para pequeños valores de n hay que atenerse otra vez a la fórmula exacta cuando se quieren evitar errores nada despreciables.

(6) Como muestra la columna I, los años 1918-19, lo mismo que los años 1923-24 se oponen a la regla, lo que salta a la vista también en otras estadísticas que aquí no doy explícitamente. Si bien parece prematuro sacar conclusiones, es digno de mención que el año 1917 corresponde a una máxima y el año 1923 a una mínima de la actividad solar. No sería, por lo tanto, difícil improvisar una explicación.

(7) Aún cuando el error medio es igual al coeficiente de correlación no se puede afirmar que eso *comprueba* la falta de conexión entre las dos series comparadas. La probabilidad de un error igual o menor que el error medio es como dos veces más grande que la de un error mayor, de modo que suponer que la relación entre las dos series comparadas queda determinada por lo menos según su signo, es formalmente más plausible que suponer que no sea así.

(8) Si la sismicidad dependiese exclusivamente de la actividad solar, representándola gráficamente como función del tiempo, debería observarse coincidencia entre las curvas de los N. R. y la de las C. S., salvo la diferencia de amplitud y fase. Además, todos los días que entran en el grupo I, deberían pertenecer a abscisas que corresponden a valores de los N. R. más grandes que el promedio. Hasta en el caso que corresponde a la realidad, en que la sismicidad depende esencialmente de otras influencias, en el promedio de muchos períodos, deben ser preferidas las abscisas citadas.

Para darse una idea de estas relaciones, especialmente de la diferencia de fase entre las dos series, por lo menos en los rasgos generales, supongamos una curva ideal de los N.R. cuya desviación del valor promedio queda representada por la curva $y = a$ sen (νt) y a la cual podemos imaginar reducidas todas las observaciones de las C. S.

Las fechas del grupo I están situadas entonces perfectamente en el intervalo 0 a $\frac{T}{2}$ donde $T = \frac{2\pi}{\nu}$. Denominando la cantidad de esas fechas con N, la cantidad de aquellas en el intervalo $\frac{T}{2}$ a T, correspondiente al grupo II, con M, debe ser $N > M$. Cuando los números son suficientemente grandes de modo que su distribución dentro de cada uno de los correspondientes intervalos parciales es suficientemente uniforme, el valor promedio de una cantidad discreta n de ordenadas es decir $\bar{y} = \frac{\sum_{1}^{n} y_k}{n}$ —el método aplicado por mí tiene por finalidad la determinación de este valor — puede ser representado con bastante aproximación por el valor promedio integral $\bar{y}' = \frac{a}{\nu\,(t_n - t_1)} \Big[\cos \nu t\Big]_{t_n}^{t_1}$, ó, considerando el significado de M y N, $\bar{y} = \frac{\sum_{0}^{T} y_k}{N+M} \sim \frac{2\,a}{\pi}\,\frac{N-M}{N+M}$.

Coordinando ahora, al pasar a la diferencia de fase $\pm\,\alpha$ entre la curva de las C.S. y la curva de los N. R., cada t con la ordenada a sen $\nu\,(t_k \pm \alpha)$ obtenemos, por ser sen $\nu\,(t_k \pm \alpha)$ = sen νt_k cos $\alpha \pm$ cos νt_k sen α, y $\sum_{0}^{T}$ cos $\nu t_k = 0$, la expresión $\bar{y}_{\pm\alpha} \sim \frac{2\,a}{\pi}\,\frac{N-M}{N+M} \cos \nu a$.

Conceptuando a α como variable correspondiente a la progresión por días enteros del argumento de la tabla II, la representación gráfica de todos los valores $\bar{y}_{\pm\alpha}$ es una curva de coseno. Si buscamos al revés el valor máximo de $\bar{y}$ según el método numérico a que se ha sometido el material de observación, resulta la diferencia de fase entre las C. S. y los N. R. que de antemano existía.

Es fácil darse cuenta que para funciones periódicas de forma arbitraria, el resultado anterior no cambia de esencia, sólo que eventuales asimetrías en la curva y tienen por consecuencia otras parecidas en la curva $\bar{y}$.

La disposición especial con que aparecen en la tabla los números, tiene por lo tanto una explicación satisfactoria en la exposición que antecede.

(9) Visto matemáticamente, también sería posible que la diferencia de fase fuese considerablemente mayor, es decir, caería antes del intervalo representado en la tabla III y en este caso se invertiría la relación entre las C. S. y los N. R., es decir valdría el principio: « Mayores N. R., menor sismicidad ». Teniendo presente, sin embargo, que la sismicidad total de grupos de varios meses comparada con el promedio de la correspondiente actividad solar, determina otra vez valores positivos del coeficiente de correlación (grupos de 2 meses por ejemplo un valor de + 0.11), queda así indicada una conexión mucho más general en el sentido de una proporcionalidad directa entre las C. S. y los N. R. y ofrece pocas perspectivas perseguir la idea arriba expuesta.

(10) Podrían existir también influencias más remotas, pero en este caso sería necesario que las constantes que entran en la relación llenen ciertas exigencias a fin de que el método aplicado conduzca al mismo resultado externo bajo las nuevas condiciones. Pero en el estado actual de la investigación no es menester entrar más en detalle.

(11) También la referencia al día + 1 aún hace resaltar considerablemente el efecto en cuestión, según demuestra la tabla II; pero la suposición de que la sismicidad se antepone a la actividad solar no es plausible; lo que nos conduce otra vez exclusivamente a las explicaciones de la nota 6.

(12) La razón entre las C. S. totales y las relativas a movimientos telúricos del hemisferio austral es de 1 : 3; de modo que el método aplicado dará aproximadamente $^2/_3$ partes del efecto total del hemisferio boreal.

(13) Una marcha anual pronunciada también la manifiesta el coeficiente de correlación mencionado en la pág. 98. Calculando directamente, proporciona para primavera + 0.033, verano + 0.051, otoño + 0.027 e invierno — 0.050. Sin embargo, por tratarse solamente de una manera distinta de operar con el mismo material, estas cifras no representan una nueva prueba independiente.