

OBSERVATORIO ASTRONÓMICO DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

DIRECTOR D^r JUAN HARTMANN

CONTRIBUCIONES GEOFÍSICAS. — Tomo II, N^o 4

MÉTODO MECÁNICO-GRÁFICO

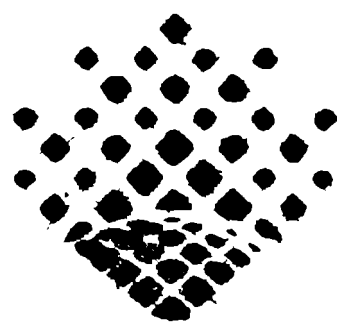
PARA

DETERMINAR EL EPICENTRO EN BASE DE TRES OBSERVACIONES DE P

POR EL

D^r FEDERICO LÜNKENHEIMER

Sismólogo y profesor de geofísica en el Observatorio Astronómico



BIBLIOTECA
Facultad de Ciencias
Astronómicas
y Geofísicas
UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA
Inventario 335

LA PLATA

OBSERVATORIO ASTRONÓMICO

—
1928

OBSERVATORIO ASTRONÓMICO DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

DIRECTOR D^r JUAN HARTMANN

CONTRIBUCIONES GEOFÍSICAS. — Tomo II, N^o 4

MÉTODO MECÁNICO-GRÁFICO

PARA

DETERMINAR EL EPICENTRO EN BASE DE TRES OBSERVACIONES DE P

POR EL

D^r FEDERICO LÜNKENHEIMER

Sismólogo y profesor de geofísica en el Observatorio Astronómico



LA PLATA

OBSERVATORIO ASTRONÓMICO

—
1928

Imprenta y Casa editora «CONI», Perú 684, Buenos Aires

MÉTODO MECÁNICO-GRÁFICO

PARA DETERMINAR EL EPICENTRO EN BASE DE TRES OBSERVACIONES DE P

I. — Método mecánico-estereométrico

Puede atacarse desde puntos de vista bastante diferentes el problema principal del epígrafe. Un método mecánico muy interesante y directo, lo publicó el doctor Juan Hartmann en el número 3 de este tomo. Otro método directo, basado en curvas que acertadamente podrían llamarse «iso- ΔP », será comunicado por el autor del presente trabajo en la entrega número 5 de este tomo.

Hoy indicaré un procedimiento que en sus aplicaciones prácticas, estriba en reducir el problema en cuestión, a la tarea común de determinar el epicentro, en base de las distancias epicentrales de las estaciones respectivas. Tiene como punto de salida el método a un polo fijo, representativo del epicentro, y busca la posición relativa a dicho polo, del triángulo formado por las tres estaciones. Sea E este polo, situado sobre una esfera que simboliza el globo terrestre. Cualquier círculo paralelo representa entonces el lugar geométrico de todos los puntos de una misma fase, aplicando la última palabra en su acepción más general. Limitándonos al primer impulso de P y siendo $\Delta = \Phi(t)$ la función del hodógrafo de las ondas longitudinales, podemos elegir una serie de valores equidistantes de t y trazar para cada uno de ellos el círculo paralelo del radio $\Delta = \Phi(t)$, denominando los paralelos brevemente « t ».

Sean S_1 , S_2 y S_3 tres estaciones en que, según las observaciones efectuadas, la fase P se observó a las horas P_1 , P_2 y P_3 , de modo que, $P_1 < P_2 < P_3$.

Representemos ahora mecánicamente el triángulo $S_1S_2S_3$ — por ejemplo con auxilio de un compás a tres pies — y hagamos deslizar su vértice S_1 , a lo largo de algún círculo máximo que pasa por E — lo que no es necesario pero conveniente — de tal manera que la posición de S_2 satisfaga la condición $t_2 - t_1 = P_2 - P_1$, es decir, que S_2 se encuentre sobre el paralelo « t_2 » que satisfaga dicha condición, mientras S_1 se encuentre sobre « t_1 ».

El vértice S_3 estará situado simultáneamente sobre el paralelo « t_3 » y la tarea será resuelta cuando $t_3 - t_1 = P_3 - P_1$.

Puesto que los paralelos llevan las denominaciones « t », es fácil encontrar la posición buscada — siempre que se proceda metódicamente — interpolando por fin entre las dos posiciones que más se acer-

can a las condiciones del problema y obviamente encierran la solución. Conocidas así las distancias epicentrales, nos encontramos ya frente al problema simplificado, para cuya solución nos serviremos de los elementos comunes para calcular los epicentros en base de la proyección estereográfica (véase *Contr. Geof.*, II, 5).

Sería posible también, modificar el método, introduciendo como cuarto punto, al polo geográfico vecino a las tres estaciones, por ejemplo, el polo N. El paralelo « t » que ocupase N en la posición de la solución, daría la distancia entre N y E, de fácil reducción a la latitud geográfica, mientras que la longitud podría determinarse, midiendo el ángulo entre el círculo máximo que pase por N, y el arco por N y uno de los puntos S del triángulo de estaciones, ángulo que expresaría la diferencia de longitud entre E y S.

Se entiende que el método es susceptible de otras modificaciones más. Podríamos, sobre un globo, señalar con tres clavos el triángulo de estaciones, a lo largo de cada uno de los cuales se moviera un círculo máximo con divisiones $\Delta = \Phi(t)$, representativas del sistema de círculos paralelos arriba explicado. Los círculos máximos tendrían E como polo y la solución, esta vez directa, se buscaría en analogía con el método primitivo. Aunque el mecanismo no fuera complicado, su manejo sobre el globo ofrecería poca comodidad, de modo que no creo poder recomendar la construcción, dando la preferencia al sistema sencillo primitivo, con la modificación tal vez de reemplazar la esfera por tres círculos máximos giratorios sobre E, en analogía con la construcción del doctor J. Hartmann (*Contr. Geof.* II, 3, pág. 113).

Podría considerarse como una desventaja considerable, la de que el método recomendado, lo mismo que los procedimientos II, III y IV, explicados más adelante, son indirectos. Pero hay que tener presente que una vez conocidas las distancias epicentrales, el método estereográfico da resultados muy rápidos. Siendo más grande que tres la cantidad de las estaciones que sirven de base al cálculo, no se construirá el epicentro para cada grupo de tres estaciones, sino que se tomará el promedio de las Δ para cada estación, y después se hace una sola construcción estereográfica. Tratándose, por ejemplo, de cinco estaciones, tenemos $\binom{5}{3} = 10$ triángulos de estaciones, y cada estación entra en seis de ellas, de modo que resultarán seis diferentes valores de Δ para cada estación, y es el promedio de dichos seis valores que sirve para la determinación estereográfica del epicentro.

II. — Reducción a problemas planimétricos; primer método gráfico

Nos limitamos al hemisferio que comprende E y proyectamos ortogonalmente sobre el plano ecuatorial al sistema de los círculos paralelos « t », proyecciones que denominaremos « t' » y cuyos elementos (radios ρ) se calculan fácilmente (véase tabla I). Admitiendo que conozcamos las proyecciones p , q y r , de los lados a , b , c , del triángulo de estaciones formado por las tres cuerdas, para una posición $\bar{u}$ que llene la condición $P_1 - P_2 = C_1$ (la posición del triángulo de proyección sometido a dicha condición es exclusivamente función de la distancia u entre E y S_1) y que sea vecina a la verdadera solución, podremos buscar con la proyección aludida una solución aparente. Después de determinado para la posición correspondiente u_1 nuevamente la proyección del triángulo $S_1S_2S_3$, busquemos con ella una segunda solución aparente, etc. Es plausible que este procedimiento converja bajo ciertas condiciones hacia la solución verdadera u_0 , y eso con tanta mayor rapidez, cuanto menos variable es la proyección en derredor de

u_0 y cuanto menos acentuada es la influencia que allí ejerce dicha variación sobre la variable u que caracteriza la solución. Efectivamente, escribiendo para la verdadera solución $u_0 = f(p_0, q_0, r_0)$, haciendo la substitución $p = p_0 + \Delta p$, $q = q_0 + \Delta q$, $r = r_0 + \Delta r$, y admitiendo que las Δp , Δq y Δr sean grandores pequeños, nos resulta $u - u_0 = \frac{\partial f}{\partial p} \Delta p + \frac{\partial f}{\partial q} \Delta q + \frac{\partial f}{\partial r} \Delta r$.

Poniendo $p = g(u)$, $q = h(u)$, $r = j(u)$, y teniendo presente que nos interesa la variación de p , q y r mientras que el triángulo $S_1 S_2 S_3$ se mueva a lo largo del eje u , siendo sometido S_2 y S_3 a la condición $P_1 - P_2 = C_1$ (de modo que la diferenciación hacia u tiene un sentido determinado) escribiremos en derredor de u_0 $\Delta p = \frac{\partial g}{\partial u} \Delta u$, $\Delta q = \frac{\partial h}{\partial u} \Delta u$, $\Delta r = \frac{\partial j}{\partial u} \Delta u$.

Así nos resulta para la primera solución aparente, realizada con los elementos $\bar{p}$, $\bar{q}$, $\bar{r}$ del lugar $\bar{u}$:

$$u_1 - u_0 = \left(\frac{\partial f}{\partial p} \frac{\partial g}{\partial u} + \frac{\partial f}{\partial q} \frac{\partial h}{\partial u} + \frac{\partial f}{\partial r} \frac{\partial j}{\partial u} \right) (\bar{u} - u_0),$$

y análogamente para las soluciones aparentes sucesivas

$$u_2 - u_0 = \left(\frac{\partial f}{\partial p} \frac{\partial g}{\partial u} + \frac{\partial f}{\partial q} \frac{\partial h}{\partial u} + \frac{\partial f}{\partial r} \frac{\partial j}{\partial u} \right) (u_1 - u_0)$$

$$u_n - u_0 = \left(\frac{\partial f}{\partial p} \frac{\partial g}{\partial u} + \frac{\partial f}{\partial q} \frac{\partial h}{\partial u} + \frac{\partial f}{\partial r} \frac{\partial j}{\partial u} \right) (u_{n-1} - u_0).$$

Reduciendo las ecuaciones precedentes, obtenemos

$$\Delta u_2 = u_2 - u_0 = \left(\frac{\partial f}{\partial p} \frac{\partial g}{\partial u} + \frac{\partial f}{\partial q} \frac{\partial h}{\partial u} + \frac{\partial f}{\partial r} \frac{\partial j}{\partial u} \right)^2 (\bar{u} - u_0)$$

$$\Delta u_n = u_n - u_0 = \left(\frac{\partial f}{\partial p} \frac{\partial g}{\partial u} + \frac{\partial f}{\partial q} \frac{\partial h}{\partial u} + \frac{\partial f}{\partial r} \frac{\partial j}{\partial u} \right)^n (\bar{u} - u_0),$$

es decir, resulta

$$\lim [\Delta u_n]_{n=\infty} = (\bar{u} - u_0) \lim \left[\left(\frac{\partial f}{\partial p} \frac{\partial g}{\partial u} + \frac{\partial f}{\partial q} \frac{\partial h}{\partial u} + \frac{\partial f}{\partial r} \frac{\partial j}{\partial u} \right)^n \right]_{n=\infty} = 0 \quad \text{para} \quad \left| \frac{\partial f}{\partial p} \frac{\partial g}{\partial u} + \frac{\partial f}{\partial q} \frac{\partial h}{\partial u} + \frac{\partial f}{\partial r} \frac{\partial j}{\partial u} \right| < 1,$$

y el sentido de los símbolos de la fórmula corresponde al mismo criterio que ya antes expresamos en palabras.

Cuando ahora, para encontrar un criterio analítico detallado de la convergencia, quisiéramos substituir los cuocientes diferenciales de la fórmula general, por los términos relativos a la esfera y las demás especializaciones de nuestro problema, no habría mayor dificultad en hacerlo, puesto que se trata de tareas geométricas bien accesibles al cálculo. Los resultados, sin embargo, a que llegásemos serían de poca transparencia; pues resultan muy complicados los términos que representan los cuocientes diferenciales

en cuestión, y es grande la cantidad de las variables independientes (los tres lados del triángulo y los datos $P_2 - P_1$ y $P_3 - P_1$). Las conclusiones generales que pudieran sacarse, serían, por lo tanto, escasas, mientras que la aplicación del criterio a un caso especial constituiría un trabajo voluminoso. Conviene, por consiguiente, más bien no preocuparse en un principio de si converge o no la solución, sino ensayarla y observar la variación de las u respecto a las soluciones aparentes, es decir aplicar el criterio trivial de que la solución converge cuando $|u_3 - u_2| < |u_2 - u_1|$, o también cuando $|t_3 - t_2| < |t_2 - t_1|$. A no ser así, hay que rechazar el procedimiento para aplicar los métodos III o IV (véase pág. 131).

Procediendo en este sentido, se pone en evidencia que el método da buenos resultados dentro de límites bastante amplios. Para triángulos de estaciones hasta algunos millares de kilómetros y distancias epicentrales del mismo orden convergen rápidamente las soluciones (véase el ejemplo pág. 134).

Hasta ahora nos referimos de continuo a las proyecciones p, q, r del triángulo de estaciones sin explicar, como llegamos a su conocimiento. No basta para un método rápido, que exista la posibilidad de calcularlas según los conocidos métodos trigonométricos o geométricos, sino que hay que buscar un procedimiento que dé, en su aplicación práctica, la magnitud buscada después de un mínimo trabajo de cálculo. El método que propondré puede expresarse en la forma del lema siguiente

Encuéntrese sobre la superficie de una esfera un triángulo plano (a, b, c) y en el plano de proyección, otro (p_1, q_1, r_1) cuyo vértice (p_1, q_1) esté situado sobre la perpendicular que pase por (a, b) y cuyo lado p_1 pertenezca al plano vertical que pase por a . El triángulo (p_1, q_1, r_1) puede considerarse como la proyección de un triángulo plano (l_1, m_1, n_1) perteneciente a la superficie de la esfera, de una orientación determinada y de lados generalmente diferentes de a, b y c . Manteniendo constantes las direcciones de l_1, m_1 y n_1 , respectivamente, pero cambiando sus largos hasta que sea $l_2 = a, m_2 = b, n_2 = c$, el triángulo construido en el plano de proyección con las proyecciones p_2, q_2 y r_2 del triángulo (l_2, m_2, n_2) como lados, converge condicionalmente hacia (p_0, q_0, r_0), la proyección del triángulo (a, b, c), cuando (p_2, q_2, r_2) es sometido al mismo procedimiento que (p_1, q_1, r_1), etc. Simbólicamente y bajo reservas

$$\lim [(p_n, q_n, r_n)]_{n=\infty} = (p_0, q_0, r_0).$$

El criterio general de convergencia, a pesar de no ofrecer mayores dificultades su formulación, resulta muy complicado, debido a las numerosas variables independientes, y su aplicación a un caso especial tropezaría con parecidos inconvenientes que los mencionados en otra ocasión (pág. 125). Me limitaré por estas razones, para dar por lo menos una idea del carácter de la convergencia del procedimiento, a analizar la proyección p , cuyas variaciones según las condiciones arriba impuestas, son independientes de las de q y r , de modo que seremos conducidos a relaciones bastante sencillas.

El corte perpendicular de la esfera que comprende todas las p , es un círculo del radio $\rho = R \sin h$, donde R corresponde al radio de la esfera y h a la altitud del vértice del círculo en cuestión. Siendo ν el ángulo de inclinación de a hacia el plano de proyección, $\nu + \Delta\nu_1$ el ángulo correspondiente a $l_1 = a + \Delta a_1$, etc., escribiremos

$$p_0 = a \cos \nu$$

$$p_1 = (a + \Delta a_1) \cos (\nu + \Delta \nu_1)$$

$$p_2 = a \cos (\nu + \Delta \nu_1) = (a + \Delta a_1) \cos (\nu + \Delta \nu_1).$$

De ahí que

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{a}{a + \Delta a_1},$$

e introduciendo los ángulos centrales 2β y $2(\beta + \Delta\beta_1)$ pertenecientes a las cuerdas a y $a + \Delta a_1$, escribiremos :

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2r \operatorname{sen} \beta}{2r \operatorname{sen} (\beta + \Delta\beta_1)}.$$

La figura 1 nos da $\nu = \psi + \beta$, por lo tanto, también $\Delta\nu = \Delta\beta$ y, admitiendo que los incrementos simbolizados por el signo Δ sean grandores pequeños cuyas potencias superiores pueden despreciarse, obtenemos

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\operatorname{sen} \beta}{\operatorname{sen} \beta + \Delta\nu_1 \cos \beta} = \frac{1}{1 + \Delta\nu_1 \cotg \beta}.$$

Por otra parte, considerando el segundo término para p_2 , conseguimos análogamente :

$$\begin{aligned} \frac{p_2}{p_1} &= \frac{(a + \Delta a_2) \cos (\nu + \Delta\nu_2)}{(a + \Delta a_1) \cos (\nu + \Delta\nu_1)} = \frac{2r (\operatorname{sen} \beta + \Delta\nu_2 \cos \beta) (\cos \nu - \Delta\nu_2 \operatorname{sen} \nu)}{2r (\operatorname{sen} \beta + \Delta\nu_1 \cos \beta) (\cos \nu - \Delta\nu_1 \operatorname{sen} \nu)} \\ &= \frac{(1 + \Delta\nu_2 \cotg \beta) (1 - \Delta\nu_2 \operatorname{tg} \nu)}{(1 + \Delta\nu_1 \cotg \beta) (1 - \Delta\nu_1 \operatorname{tg} \nu)}. \end{aligned}$$

Comparando con el primer término para $\frac{p_2}{p_1}$, resulta

$$(1 + \Delta\nu_2 \cotg \beta) (1 - \Delta\nu_2 \operatorname{tg} \nu) = 1 - \Delta\nu_1 \operatorname{tg} \nu,$$

y admitiendo que $\operatorname{tg} \nu \cotg \beta \gg (\Delta\nu_2)^2$

$$\Delta\nu_2 (\cotg \beta - \operatorname{tg} \nu) = -\Delta\nu_1 \operatorname{tg} \nu$$

o

$$\Delta\nu_2 = \Delta\nu_1 \frac{\operatorname{tg} \nu}{\operatorname{tg} \nu - \cotg \beta} = \Delta\nu_1 \frac{1}{1 - \cotg \beta \cotg \nu}.$$

Por ser, según los términos arriba formulados,

$$\frac{p_2}{p_0} = \frac{\cos (\nu + \Delta\nu_1)}{\cos \nu} = \frac{\cos \nu - \Delta\nu_1 \operatorname{sen} \nu}{\cos \nu} = 1 - \Delta\nu_1 \operatorname{tg} \nu,$$

y

$$\frac{p_2}{p_0} - 1 = \frac{p_2 - p_0}{p_0} = \frac{\Delta p_2}{p_0} = -\Delta\nu_1 \operatorname{tg} \nu,$$

resulta :

$$\Delta p_2 = -\Delta\nu_1 p_0 \operatorname{tg} \nu,$$

y, análogamente,

$$\Delta p_2 = -\Delta\nu_2 p_0 \operatorname{tg} \nu = \frac{\Delta p_2}{\Delta\nu_1} \Delta\nu_2 = \Delta p_2 \frac{1}{1 - \cotg \beta \cotg \nu},$$

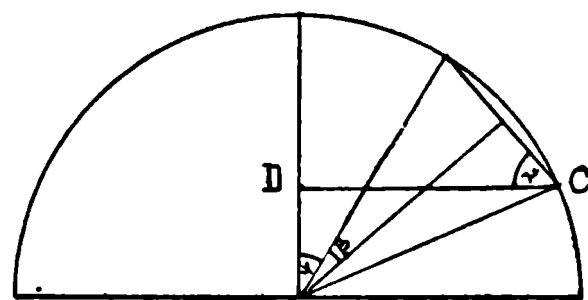


Figura 1

por lo tanto, también

$$\Delta p_1 = \Delta p_2 \frac{1}{1 - \cotg \beta \cotg \nu} = \Delta p_2 \left(\frac{1}{1 - \cotg \beta \cotg \nu} \right)^2 = \Delta p_1 \left(\frac{1}{1 - \cotg \beta \cotg \nu} \right)^3,$$

es decir,

$$\lim [\Delta p_n]_{n=\infty} = \Delta p_1 \lim \left[\left(\frac{1}{1 - \cotg \beta \cotg \nu} \right)^{n-1} \right]_{n=\infty} = 0 \quad \text{para} \quad \left| \frac{1}{1 - \cotg \beta \cotg \nu} \right| < 1.$$

Según el significado que tienen β y ν , estos grandores no pueden asumir signo negativo, de modo que expresamos la condición de convergencia por la desigualdad $\cotg \beta \cotg \nu > 2$.

Señalando con el índice 0 los grandores que se refieren al círculo máximo que pasa por E, tenemos $\beta_0 = \frac{\alpha_0}{2} = \frac{\alpha}{2}$, donde α es el lado correspondiente, del triángulo esférico de estaciones. Cuando ahora con-

sideramos α_0 como variable independiente, tenemos, por lo tanto, convergencia para $\cotg \nu > 2 \operatorname{tg} \frac{\alpha_0}{2}$.

Hay que tener presente, sin embargo, que esta condición es solamente de interés teórico. Para que el procedimiento dé resultados prácticos, es menester que converja rápidamente. El pequeño cuadro 1 que doy a continuación, se refiere, amén del límite teórico, a los casos de que las diferencias Δp converjan como las potencias de $\frac{1}{2}$ ($\cotg \beta \cotg \nu = q = 3$), $\frac{1}{4}$ ($q = 5$) y $\frac{1}{8}$ ($q = 9$).

Cuadro 1

$\alpha_0 \backslash q$	2	3	5	9	$\alpha_0 \backslash q$	2	3	5	9	$\alpha_0 \backslash q$	2	3	5	9	$\alpha_0 \backslash q$	2	3	5	9
	ν					ν					ν					ν			
10°	80°	75°	66°	52°	50°	47°	36°	23°	13°	90°	27°	18°	11°	6°	130°	13°	9°	5°	3°
20	71	62	49	32	60	41	30	19	11	100	23	16	10	5	140	10	7	4	2
30	62	51	37	23	70	36	25	16	9	110	19	13	8	4	150	8	5	3	2
40	54	42	29	17	80	31	22	13	8	120	16	11	7	4	160	5	3	2	1

Cuando a se encuentre sobre un círculo perpendicular del radio $\rho = R \operatorname{sen} h$ (véase pág. 126), obtenemos en base de un cálculo elemental

$$\cotg \beta = \sqrt{\frac{\operatorname{sen}^2 h}{\operatorname{sen}^2 \frac{\alpha}{2}} - 1}.$$

Por ser nuestro criterio por lo demás independiente de ρ , podemos poner $\beta = \frac{\alpha}{2}$, y el cuadro 2 nos proporciona α_0 como función de α y h , de modo que el cuadro 1 sirve también para juzgar la convergencia en este caso.

Cuadro 2

$\alpha \backslash h$	80°	70°	60°	50°	40°	30°	20°	10°	$\alpha \backslash h$	80°	70°	60°	50°	40°	30°	20°	10°
	α_0									α_0							
10°	10°	10°	10°	12°	12°	14°	18°	24°	60°	62°	62°	66°	70°	78°	90°	120°	—
20	20	20	22	22	26	28	34	50	70	72	72	76	82	92	108	158	—
30	30	32	32	34	38	42	52	76	80	82	84	88	94	106	130	—	—
40	40	42	44	46	50	58	72	110	90	92	94	98	108	124	—	—	—
50	50	52	54	58	64	74	92	—									

Pero $\nu = \psi + \beta$ (véase la figura 1, pág. 127), es decir, ν mide también el ángulo que forman las normales que pasan por el centro del arco α_0 , y el vértice del círculo h , respectivamente, de modo que los valores ν , sacados de los cuadros 1 y 2, caracterizan también la posición extrema de dicho centro, para la cual, bajo las condiciones expresadas, converge aún el procedimiento.

La aplicación práctica de todo el método — es decir, la combinación del procedimiento de encontrar la proyección con el de resolver, en el propio sentido, el problema de las tres P — es muy fácil y se hace muy rápido, tomando en cuenta que las circunferencias « t » son simultáneamente curvas de altura z constante sobre el plano de proyección. Es la tabla I que nos proporciona, en su columna correspondiente, z como función de t , con la modificación de que las z allí consignadas se refieren al plano tangencial por N , modificación que acarrea la ventaja de que las z en el campo especial de aplicación del método, es decir, a distancias moderadas de E , asumen valores pequeños, más cómodos para el cálculo rápido. Empezando con cualquier triángulo $(S_1 S_2 S_3)'$ que más o menos corresponde a la proyección buscada — para triángulos de estaciones de dimensiones moderadas y distancias epicentrales del mismo orden sirve inmediatamente el triángulo original $S_1 S_2 S_3$ — leemos, después de buscado en el mapa dibujado en base de la tabla I la primera solución aproximada, los valores t_1 , t_2 y t_3 correspondientes a S_1' , S_2' y S_3' , lecturas que la tabla I transforma en z_1 , z_2 y z_3 . Así tenemos para las tangentes de los ángulos de inclinación

$$\operatorname{tg} \nu_{p_1} = \frac{z_2 - z_1}{p_1} = \frac{\Delta z}{p_1}, \text{ etc.},$$

por lo tanto,

$$p_2 = a \cos \nu_{p_1} = a \frac{p_1}{\sqrt{p_1^2 + (\Delta z)^2}} = \frac{a}{\sqrt{1 + \left(\frac{\Delta z}{p_1}\right)^2}}.$$

El valor $\frac{\Delta z}{p_1}$ puede calcularse directamente con auxilio de una regla logarítmica, o, cuando se trata de un ángulo pequeño de inclinación, y por lo tanto, de un p_1 , solamente poco diferente de a , según la relación $\frac{\Delta z}{p_1} = \frac{\Delta z}{a - (a - p_1)} = \frac{1}{a} \Delta z \left(1 + \frac{a - p_1}{a}\right) = x_1$. El cociente $\frac{1}{a}$ es una constante del triángulo de estaciones, y por tener $\frac{a - p_1}{a}$ solamente el carácter de una corrección, basta conocer su valor aproximado. Calculado así x_1 , se consulta la tabla II que nos proporciona el valor $\epsilon_1 = 100 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + x_1^2}}\right)$

como función de x_1 , es decir, la corrección *siempre negativa, en por ciento*, a aplicar al grandor a . Así nos resulta $p_1 = a - \frac{a\varepsilon_1}{100}$. Una vez determinado análogamente los lados q_1 y r_1 y construido el triángulo

correspondiente, se busca con este triángulo una nueva solución aparente, es decir, se hace en seguida una combinación del método de buscar la proyección y el de buscar la solución del problema principal. En muchos casos este resultado es ya tan bueno que una repetición del procedimiento no conduce a nuevo valor.

Para el eventual cálculo de p_2 , etc., resulta todavía un poco más cómoda la fórmula que expresa el valor de x_2 , la cual, en analogía con el término para x_1 , tendríamos que escribir $x_2 = \frac{1}{a} \Delta z \left(1 + \frac{a - p_2}{a} \right)$.

Pero $a - p_2 = \frac{a\varepsilon_2}{100}$, es decir, nos resulta $x_2 = \frac{1}{a} \Delta z \left(1 + \frac{\varepsilon_2}{100} \right)$, etc.

Conocidos definitivamente t_1 , t_2 y t_3 , se buscan en la tabla IV los valores Δ_1 , Δ_2 y Δ_3 y se construye con auxilio de la proyección estereográfica el epicentro. La prueba de que el resultado encontrado no está afectado de errores, consiste en que los tres círculos descriptos alrededor de S_1 , S_2 y S_3 , respectivamente, se cortan en un solo punto.

En cuanto a las cuerdas a , b , c del triángulo de estaciones, es más cómodo que el cálculo trigonométrico, su determinación con auxilio de las coordenadas cartesianas, comunicadas en 1923, 1924 y 1928 por el señor H. H. Turner, Oxford.

Son estas coordenadas en que está basada la tabla III, con la diferencia de que el radio a que se refieren los valores x , y y z de las estaciones sismográficas, es de 400 unidades. Se entiende que las demás tablas están calculadas para el mismo valor fundamental, y lo elegí por razones prácticas. Por una parte, es necesario que las curvas « t' » sean trazadas a suficiente distancia recíproca, para no confundir la vista y para que pequeños errores inevitables en el dibujo no tengan una influencia relativamente grande. Por otra parte, las dimensiones del mapa deben quedar dentro de límites razonables, para que se pueda trabajar con un compás común de vara, usando papel para dibujar, de dimensiones normales.

Un radio de 100 milímetros habría sido demasiado pequeño, porque en este caso, la distancia de las circunferencias de dos círculos « t' » a 0^m1 de intervalo no habría alcanzado un milímetro. Un radio fundamental de 1000 milímetros, sin embargo, habría tenido como consecuencia que para distancias epicentrales de 5000 kilómetros, el radio correspondiente a « t' » llegara a 700 milímetros aproximadamente. El valor de 400 milímetros elude las dos dificultades; los círculos no se aproximan en ninguna parte de la proyección a menos de 4 milímetros aproximadamente, y los radios no sobrepasan 300 milímetros en los casos para que es recomendable el actual método.

En cuanto a la construcción del triángulo de estaciones y su representación mecánica, es más cómodo que el uso continuo del compás y el recorte en papel del triángulo geoméricamente construido, una hoja de papel común de coordenadas circulares. Es muy recomendable para estos fines el papel número 316 1/2 de Schleicher y Schüll, Düren, Rheinland, Alemania, y una hoja delgada de celuloide transparente, como se usa, por ejemplo, para las vidrieras de los automóviles. Sobre el celuloide se dibuja con la punta afilada de un compás un sistema de círculos concéntricos a un milímetro de intervalo. Para hacer bien visibles las circunferencias, puede servir negro de humo o un colorante pulverizado. La división se usa siempre «cara abajo», y su centro representa S_1' . La distancia $S_1'S_2'$ se lee sobre esta misma división, y S_2' se señala con pluma y tinta. Poniendo ahora S_2' sobre el centro del papel común de coor-

denadas circulares, S_3' se determina como intersección del círculo del radio $S_2'S_3'$ (sobre el papel) y $S_1'S_3'$ (sobre el celuloide).

Para tener siempre ante la vista los valores $P_2 - P_1$ y $P_3 - P_1$, se los escribe al lado de S_2' y S_3' , lo mismo que los valores t_1 , t_2 y t_3 que caracterizan la solución aparente encontrada, etc. Antes de señalar el nuevo triángulo, se limpia el celuloide con un trapo un poco humedecido. De vez en cuando conviene darle una limpieza con alcohol para quitar los vestigios de grasa de las manos, los que impiden que la tinta agarre.

III. — Segundo método gráfico

El procedimiento comunicado para la determinación de la proyección de un triángulo converge dentro de límites más amplios que el otro, explicado en primer lugar, que en el propio sentido sirve para resolver el problema de las tres P , en todo caso mejor que la combinación inmediata de los dos métodos, recomendada a fines del capítulo anterior. Puede, por lo tanto, servir el primero para resolver nuestra tarea en base de un método de interpolación, cuando la combinación ya no da resultados. Admitiendo que conozcamos una solución aproximada de nuestro problema — en base de las $S - P$ se la conocerá casi siempre — sabemos también los valores correspondientes de $z_2 - z_1$, $z_3 - z_1$ y $z_3 - z_2$. Estos elementos son suficientes para determinar la verdadera proyección del triángulo de estaciones, según el método en cuestión (pero manteniendo constante $z_2 - z_1$, es decir, $p_1 = \sqrt{a^2 - (z_2 - z_1)^2}$) y relativa a una posición caracterizada por t_1 y $P_2 - P_1$. Efectuada la determinación, conocemos también t_3 , y podemos formar $t_3 - t_1 = k$. Generalmente este último valor no será igual al dato $P_3 - P_1 = C_3$, el que a su vez corresponde a un valor desconocido t de t_1 , en otros términos buscamos $f(t) = C_3$, mientras que conocemos $f(t_1) = k$. Repitiendo el procedimiento para una posición vecina, y por lo demás arbitrariamente elegida, determinamos análogamente $f(t_1') = k'$. Interpolando linealmente, obtenemos

$$t = t_1 + \frac{C_3 - k}{k' - k} (t_1' - t_1).$$

IV. — Método gráfico y numérico

Este método es desde cierto punto de vista el más general entre los comunicados, porque no opera con aproximaciones sucesivas, y tiene la ventaja de dar resultados más rápidos que el método III. Es también de interpolación, pero el argumento interpolador no es $t_3 - t_1$ sino el largo del lado b . Mantenemos, por lo tanto, constantes los lados a y c , y consideramos el lado variable b correspondiente a un triángulo $S_1S_2S_3$, que llene las condiciones $P_2 - P_1 = C_1$ y $P_3 - P_1 = C_2$. Saliendo otra vez de la solución aproximada, tenemos para p_1 y r_1 , las proyecciones de a y c , las mismas relaciones elementales que en el método III, mientras que figura como tercera relación $b_1 = \sqrt{q_1^2 + (z_2 - z_1)^2}$, donde q_1 se mide directamente después de construido S_2' y S_3' .

En cuanto a esta construcción, se la ejecuta sobre el mismo mapa; S_1' es representado por cualquier punto situado sobre « t_1' », donde « t_1' » corresponde a la solución aproximada supuesta; S_2' es el punto

de intersección del círculo « t_2' » = « $t_1' + (P_2 - P_1)$ » = « $t_1 + C_1$ » y otro del radio p_1 ; para S_2 vale lo análogo respecto a « $t_1 + C_2$ » y r_1 . Determinado así b_1 podemos poner $t_1 = f(b_1)$, y repitiendo el procedimiento para una posición vecina, obtenemos $t_1' = f(b_1')$, de modo que resulta para la interpolación lineal

$$t = t_1 + \frac{b - b_1}{b_1' - b_1} (t_1' - t_1).$$

La poca complejidad de este método, permite calcular, sin auxilio gráfico, el valor buscado de t , por ejemplo según las reglas de la geometría analítica. Poniendo el origen del sistema de coordenadas en el polo E, eligiendo como eje X cualquier recta que pasa por E, y siendo ρ_1 el radio del círculo « t_1' », tenemos como coordenadas del punto S_1' $x_1 = \rho_1$, $y_1 = 0$. Los valores x_2 , y_2 , relativos al punto S_2 , se calculan como intersección de un círculo con el centro en S_1 y del radio $p = \sqrt{a^2 - (z_2 - z_1)^2}$ y otro con el centro en el punto (0, 0) y el radio ρ_2 . Es decir, x_2 e y_2 tienen que satisfacer las ecuaciones

$$(x_2 - \rho_1)^2 + y_2^2 = a^2 - (z_2 - z_1)^2$$

$$x_2^2 + y_2^2 = \rho_2^2.$$

De ahí que

$$x_2 = (\rho_1^2 + \rho_2^2 + (z_2 - z_1)^2 - a^2) \frac{1}{2\rho_1} \quad \text{e} \quad y_2 = \sqrt{\rho_2^2 - x_2^2}.$$

Por la simetría alrededor del eje X basta tomar en cuenta el signo + de la raíz. Análogamente se calcula

$$x_3 = (\rho_1^2 + \rho_3^2 + (z_3 - z_1)^2 - a^2) \frac{1}{2\rho_1} \quad \text{e} \quad y_3 = \pm \sqrt{\rho_3^2 - x_3^2}.$$

Respecto al signo de la raíz hay que elegirlo de manera que el largo de

$$b_1 = \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 + (x_2 - x_1)^2}$$

difiere lo mínimo posible de la cuerda b del triángulo de estaciones.

A fin de dar las mayores facilidades para el cálculo, van en la tabla I también los valores ρ^2 y $\frac{1}{2\rho}$; a^2 se conoce ya desde el cálculo de a en base de la tabla III, de modo que, salvo la multiplicación con $\frac{1}{2\rho}$, todas las operaciones aritméticas se hacen con la única ayuda de una tabla de cuadrados.

Cuando excepcionalmente no parezca suficiente la exactitud obtenible con auxilio de la tabla I, calculada para un intervalo de 0.01, puede servir de punto de partida para un cálculo algo más exacto la tabla IV, interpolación de las tablas del doctor Mohorovicic, comunicadas por el doctor Klotz en las *Sismological tables*, página 25. Tiene por argumento independiente el tiempo, en vez de Δ de las tablas comunes, y está calculada a 0.01 de intervalo. Para el cálculo de ρ y z , como figuran en la tabla I, tenemos:

$$\rho = 400 \sin(0.009 \Delta)$$

$$z = 400 (1 - \cos 0.009 \Delta).$$

Se podría pensar también en efectuar el cálculo según los métodos trigonométricos, refiriéndose directamente sobre la esfera, pero las fórmulas a que se llegase serían menos cómodas para el cálculo rápido, debido a que el denominador de dos de los términos resultantes contuviera productos dobles.

V. — Ejemplos

Antes de entrar en los detalles del cálculo, hay que tener presente que tiene generalmente dos raíces diferentes la solución de nuestro problema. Estas dos raíces se ponen iguales, cuando el valor de $P_2 - P_1 = C_2$ constituye, para $P_2 - P_1 = \text{constante}$, la máxima relativa entre los valores $P_2 - P_1$ compatibles con las condiciones geométricas del problema. A estas conclusiones se llega inmediatamente, cuando, por ejemplo según el método I, se dibuja una curva que representa $P_2 - P_1$ como función de t_1 . Se entiende que los detalles de tal curva dependen del triángulo de estaciones y del valor elegido de $P_2 - P_1$. Su carácter general, sin embargo, es el de la figura 2.

El punto inicial corresponde a $P_2 - P_1 = P_2 - P_1$, es decir, al valor mínimo admisible de $P_2 - P_1$, según lo establecido en el capítulo I. El punto B al valor mínimo t_{mi} de t_1 que según es fácil convencerse, satisface las ecuaciones $\Psi'(x) - \Psi'(a - x) = P_2 - P_1$ y $t_{mi} = \Psi'(x)$, donde Ψ' es la función inversa del hodógrafo $\Delta = \Phi(t)$. L_1 y L_2 representan el caso

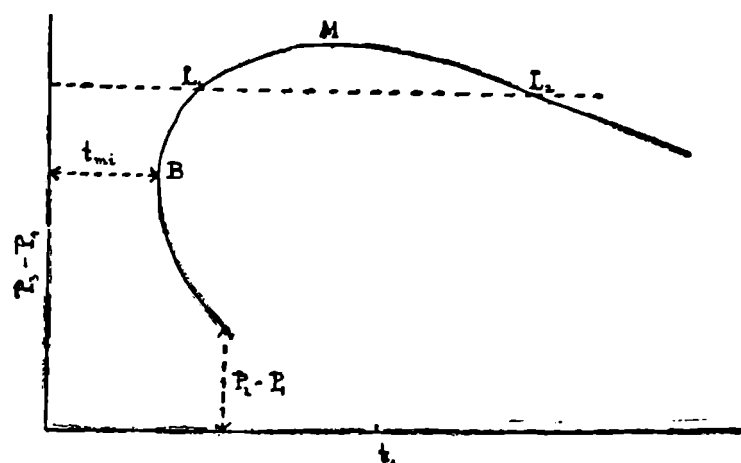


Figura 2

general de las dos soluciones, M la máxima de $P_2 - P_1$ con una sola solución. M corresponde a un epicentro en la estación S_1 , cuando $P_2 - P_1 = \Psi'(a)$ y $P_2 - P_1 = \Psi'(c)$. Respecto a la posición de las máximas relativas puede decirse solamente que la distancia máxima de E a una de ellas es tanto más pequeña cuanto más se acerca al valor dado de $P_2 - P_1 = \Psi'(a)$.

El valor mínimo de los grandores $P_2 - P_1$ y $P_2 - P_1$ es, según lo establecido en el capítulo I $P_2 - P_1 = P_2 - P_1 = 0$, caso a que corresponde un epicentro en los centros situados en la superficie de la esfera, del círculo circunscripto al triángulo de estaciones, es decir, uno sobre el hemisferio proyectado, otro de ubicación antipódica. Este caso representa por lo tanto la distancia máxima entre las dos soluciones. La ley según la cual ellas se acercan, en dependencia de $P_2 - P_1$ y $P_2 - P_1$ es muy complicada y tenemos que limitarnos a enunciar que la distancia máxima posible entre las dos soluciones disminuye a medida que aumenta $P_2 - P_1$, dependiendo los demás detalles, de las condiciones geométricas especiales del problema.

Generalmente se sabrá en base de las $S - P$, cuál de las dos soluciones es la buscada. A no ser así hay que consultar la observación de P efectuada por una cuarta estación.

Pasando ahora a la parte práctica de los cálculos, queremos resolver el problema siguiente

«Determínese el epicentro de un terremoto cuya fase P fué observada en La Plata (1) a las $16^h 37^m 93$, en la Paz (2) a las $16^h 38^m 45$ y en Río de Janeiro (3) a las $16^h 40^m 81$; Δ La Plata 1200-1400 kilómetros aproximadamente».

Tenemos que calcular ante todo las cuerdas a , b y c del triángulo de estaciones La Plata-La Paz-Río de Janeiro.

La tabla III nos proporciona para la cuerda

$$\begin{aligned} \text{La Plata-La Paz : } a^2 &= (\underbrace{142.8 - 174.4}_{31.6})^2 + (\underbrace{-356.0 + 278.0}_{78.0})^2 + (\underbrace{-113.6 + 228.8}_{115.2})^2 \\ &= 999 + 6084 + 13271 = 20354 \\ a &= 142.7 \\ \frac{1}{a} &= 0.007008. \end{aligned}$$

Análogamente obtenemos para las cuerdas :

$$\begin{aligned} \text{La Paz-Río de Janeiro } b^2 &= 28456; \quad b = 168.7; \quad \frac{1}{b} = 0.005928 \\ \text{y Río de Janeiro-La Plata : } c^2 &= 14945; \quad c = 122.3; \quad \frac{1}{c} = 0.008177. \end{aligned}$$

Volviendo a los detalles del problema, éstos se reducen a $P_2 - P_1 = 0^m52$; $P_3 - P_1 = 2^m88$. Procediendo según el método II y sirviéndonos directamente del triángulo (a, b, c) como primera aproximación (p_1, q_1, r_1) , encontramos con auxilio de nuestro gráfico y la tabla I

Número de la estación	t	z	Δt	$\frac{\Delta t}{p_{k-1}}$ etc.	$\varepsilon \%$	ε mm	p_k , etc.
1	2.60	7.0					
			3.2	0.022	-0.02	0	142.7
2	3.12	10.2					
			25.6	0.152	-1.14	-1.9	166.8
3	5.48	35.8					
			28.8	0.235	-2.65	-3.2	119.1
1	2.60	7.0					

La nueva proyección (p_2, q_2, r_2) nos proporciona :

1	2.80	8.2					
			3.6	0.025	-0.03	0	142.7
2	3.32	11.8					
			27.2	0.163	-1.30	-2.2	166.5
3	5.68	39.0					
			30.8	0.259	-3.20	-3.9	118.4
1	2.80	8.2					

y con (p_1, q_1, r_1) encontramos $t_1 = 2^m83$, $t_2 = 3^m35$, $t_3 = 5^m71$, valores que se pueden considerar como definitivos. Las distancias epicentrales son, por lo tanto (tabla IV) $\Delta_1 = 1305$ kilómetros, $\Delta_2 = 1560$ kilómetros y $\Delta_3 = 2850$ kilómetros, y la construcción estereográfica, efectuada con auxilio de las tablas que publicaré en *Contr. Geof.*, II, número 5, nos proporciona un epicentro de las coordenadas geográficas $\varphi = 29^\circ 8' S$, $\lambda = 71^\circ 0' W$, siendo excelente el corte de las tres distancias epicentrales.

Si queremos aplicar el método III, nos fundaremos en la distancia epicentral aproximada observada en La Plata, es decir, sabemos ya de antemano que $t_1 = P_1 - O$ es alrededor de $2^m 80$. Interpolamos, por lo tanto, entre $2^m 70$ y $2^m 90$. Para encontrar la primera proyección aproximada de nuestro triángulo de estaciones, sumamos a $2^m 70$ los valores ΔP , es decir, ponemos $t_1 = 2^m 70$, $t_2 = 3^m 22$ y $t_3 = 5^m 58$, procediendo para el cálculo de p_0 , q_0 y r_0 según el esquema anterior. Así nos resulta $p_0 = 142.7$, $q_0 = 166.7$, $r_0 = 118.8$. Construido el triángulo correspondiente, no buscamos con éste una nueva posición como en el caso II, sino que mantenemos constante t_1 y t_2 y leemos $t_3 = 5^m 53$, es decir, $t_3 - t_1 = 2^m 83$ como función de $t_1 = 2^m 70$. Análogamente encontramos para $t_1 = 2^m 90$ un valor de $t_3 - t_1 = 2^m 90$. La interpolación al valor dado de $P_3 - P_1 = 2^m 88$ nos arroja como solución $t_1 = 2^m 84$, por lo tanto, $t_2 = 3^m 36$ y $t_3 = 5^m 72$, es decir, $\Delta_1 = 1310$ kilómetros, $\Delta_2 = 1565$ kilómetros y $\Delta_3 = 2860$ kilómetros, en buena conformidad con el método II.

Pasamos, por fin, al cálculo según el método IV, tomando por base otra vez los valores $t_1 = P_1 - O = 2^m 70$ y $2^m 90$ respectivamente. La variable dependiente es ahora el lado b y para calcular su largo, aplicamos las fórmulas de la página 132 y la tabla I.

Así tenemos :

$$x_1 = (\rho_1^2 + \rho_2^2 + (z_2 - z_1)^2 - a^2) \frac{1}{2\rho_1} = [6000 + 8670 + \overbrace{(11.0 - 7.6)^2}^{3.4} - 20350] \underbrace{0.006453}_{10}$$

$$= \underbrace{(14680 - 20350)}_{-5670} 0.006453 = -36.6,$$

y

$$y_1 = \sqrt{\rho_1^2 - x_1^2} = \sqrt{8670 - 1340} = \sqrt{7330} = 85.6.$$

Análogamente calculamos

$$x_3 = (\rho_1^2 + \rho_3^2 + (z_3 - z_1)^2 - c^2) \frac{1}{2\rho_1} = 131.8 \quad \text{e} \quad y_3 = \sqrt{\rho_3^2 - x_3^2} = 105.4,$$

por lo tanto, resulta

$$b_1 = \sqrt{(x_3^2 - x_1^2) + (y_3 - y_1)^2 + (z_3 - z_1)^2} = 161.6.$$

Calculando según el mismo esquema para $P_1 = 2^m 90$, obtenemos $b_1' = 166.7$. La interpolación al valor dado de $b = 168.7$ nos proporciona la magnitud buscada $t_1 = P_1 - O = 2^m 82$ y sirviéndonos todavía de un valor b_1'' como función de $t_1 = 2^m 80$, nos resulta el valor definitivo de $t_1 = 2^m 83$, en buena conformidad con los resultados de los métodos II y III.

TABLAS

TABLA I (1)

t	Δ	ρ	z	ρ^2	$\frac{I}{2\rho}$	t	Δ	ρ	z	ρ^2	$\frac{I}{2\rho}$
m	km	mm	mm	mm ²	mm ⁻¹	m	km	mm	mm	mm ²	mm ⁻¹
0.5	195	12.3	0.2	151	0.0408	4.5	2156	132.9	22.7	17660	0.003763
0.6	243	15.3	0.3	234	0.0328	4.6	2211	136.1	23.9	18530	0.003674
0.7	290	18.2	0.4	331	0.0274	4.7	2265	139.3	25.1	19410	0.003589
0.8	338	21.2	0.6	451	0.0236	4.8	2321	142.6	26.3	20340	0.003506
0.9	386	24.2	0.7	588	0.0206	4.9	2376	145.8	27.5	21270	0.003429
1.0	433	27.2	0.9	740	0.01839	5.0	2432	149.1	28.8	22240	0.003353
1.1	480	30.1	1.1	907	0.01659	5.1	2489	152.4	30.2	23240	0.003280
1.2	527	33.1	1.4	1094	0.01512	5.2	2547	155.8	31.6	24270	0.003209
1.3	575	36.1	1.6	1302	0.01386	5.3	2605	159.2	33.0	25330	0.003141
1.4	621	39.0	1.9	1518	0.01283	5.4	2664	162.6	34.5	26430	0.003076
1.5	668	41.9	2.2	1754	0.01194	5.5	2724	166.0	36.1	27540	0.003013
1.6	715	44.8	2.5	2010	0.01115	5.6	2785	169.4	37.7	28710	0.002951
1.7	763	47.8	2.9	2290	0.01045	5.7	2846	172.9	39.3	29900	0.002892
1.8	810	50.8	3.2	2580	0.00983	5.8	2908	176.4	41.0	31130	0.002834
1.9	858	53.8	3.6	2890	0.00930	5.9	2972	180.0	42.8	32420	0.002777
2.0	906	56.7	4.0	3220	0.008813	6.0	3035	183.6	44.6	33690	0.002724
2.1	953	59.6	4.5	3560	0.008382	6.1	3100	187.2	46.5	35030	0.002672
2.2	1001	62.6	4.9	3920	0.007982	6.2	3165	190.8	48.4	36390	0.002621
2.3	1049	65.6	5.4	4300	0.007622	6.3	3232	194.4	50.4	37810	0.002571
2.4	1097	68.6	5.9	4700	0.007289	6.4	3299	198.1	52.5	39250	0.002524
2.5	1145	71.6	6.5	5120	0.006987	6.5	3371	202.0	54.8	40820	0.002475
2.6	1193	74.5	7.0	5550	0.006710	6.6	3446	206.1	57.2	42470	0.002426
2.7	1241	77.5	7.6	6000	0.006453	6.7	3521	210.1	59.6	44150	0.002380
2.8	1290	80.5	8.2	6480	0.006211	6.8	3598	214.2	62.2	45900	0.002334
2.9	1339	83.5	8.8	6980	0.005987	6.9	3678	218.4	64.9	47710	0.002289
3.0	1387	86.5	9.5	7480	0.005782	7.0	3758	222.6	67.7	49570	0.002246
3.1	1436	89.5	10.1	8000	0.005588	7.1	3838	226.8	70.5	51440	0.002205
3.2	1486	92.5	10.8	8560	0.005404	7.2	3918	230.9	73.4	53320	0.002165
3.3	1536	95.6	11.6	9130	0.005232	7.3	3998	235.0	76.3	55220	0.002128
3.4	1586	98.6	12.4	9730	0.005069	7.4	4080	239.2	79.4	57200	0.002091
3.5	1637	101.7	13.2	10350	0.004915	7.5	4162	243.3	82.5	59180	0.002055
3.6	1687	104.8	14.0	10980	0.004773	7.6	4246	247.4	85.7	61230	0.002021
3.7	1738	107.8	14.8	11630	0.004639	7.7	4330	251.6	89.0	63280	0.001988
3.8	1789	110.9	15.7	12300	0.004508	7.8	4414	255.6	92.4	65350	0.001956
3.9	1840	114.0	16.6	13000	0.004386	7.9	4500	259.8	95.8	67490	0.001925
4.0	1892	117.1	17.5	13720	0.004269	8.0	4586	263.9	99.4	69630	0.001895
4.1	1944	120.2	18.5	14460	0.004158	8.1	4673	268.0	103.0	71800	0.001866
4.2	1996	123.4	19.5	15220	0.004053	8.2	4760	272.0	106.7	73960	0.001839
4.3	2049	126.5	20.5	16010	0.003952	8.3	4848	276.0	110.5	76180	0.001812
4.4	2103	129.7	21.6	16820	0.003854	8.4	4938	280.1	114.4	78440	0.001785

(1) Los valores de las columnas « ρ^2 » y « $\frac{I}{2\rho}$ » no están calculados con los valores de la columna « ρ » sino que constituyen el resultado del cálculo directo.

<i>t</i>	Δ	<i>ρ</i>	<i>z</i>	<i>ρ</i> ²	$\frac{1}{2\rho}$	<i>t</i>	Δ	<i>ρ</i>	<i>z</i>	<i>ρ</i> ²	$\frac{1}{2\rho}$
m	km	mm	mm	mm ²	mm ⁻¹	m	km	mm	mm	mm ²	mm ⁻¹
8.5	5031	284.2	118.5	80770	0.001759	11.0	7602	372.0	252.9	138350	0.001344
8.6	5123	288.2	122.7	83080	0.001735	11.1	7714	374.5	259.4	140230	0.001335
8.7	5215	292.2	126.9	85400	0.001711	11.2	7828	377.0	266.2	142100	0.001326
8.8	5309	296.2	131.2	87760	0.001688	11.3	7940	379.2	272.8	143820	0.001318
8.9	5405	300.2	135.7	90140	0.001665	11.4	8056	381.5	279.7	145530	0.001311
						11.5	8172	383.6	286.7	147150	0.001303
9.0	5500	304.2	140.2	92510	0.001644	11.6	8287	385.6	293.7	148690	0.001297
9.1	5595	308.0	144.8	94860	0.001623	11.7	8402	387.5	300.6	150140	0.001291
9.2	5690	311.8	149.4	97210	0.001604	11.8	8518	389.2	307.7	151480	0.001285
9.3	5787	315.6	154.2	99580	0.001584	11.9	8635	390.8	315.0	152760	0.001279
9.4	5887	319.4	159.2	102020	0.001565						
9.5	5988	323.2	164.3	104430	0.001547	12.0	8754	392.4	322.2	153950	0.001274
9.6	6090	326.9	169.5	106850	0.001530	12.1	8870	393.7	329.4	155010	0.001270
9.7	6193	330.6	174.8	109300	0.001512	12.2	8988	395.0	336.7	155990	0.001266
9.8	6297	334.2	180.2	111690	0.001496	12.3	9108	396.1	344.1	156880	0.001262
9.9	6400	337.7	185.7	114050	0.001481	12.4	9228	397.0	351.6	157660	0.001259
						12.5	9348	397.9	359.1	158340	0.001257
10.0	6506	341.2	191.3	116460	0.001465	12.6	9468	398.6	366.6	158880	0.001254
10.1	6611	344.6	197.0	118780	0.001451	12.7	9590	399.2	374.3	159330	0.001253
10.2	6718	348.0	202.8	121100	0.001437	12.8	9712	399.6	381.9	159680	0.001251
10.3	6826	351.3	208.7	123420	0.001423	12.9	9834	399.9	389.6	159900	0.001250
10.4	6935	354.5	214.7	125690	0.001411						
10.5	7045	357.6	220.8	127930	0.001398	13.0	9957	400.0	397.3	160000	0.001250
10.6	7154	360.7	227.1	130090	0.001386						
10.7	7265	363.7	233.4	132240	0.001375						
10.8	7376	366.5	239.8	134320	0.001364						
10.9	7488	369.3	246.2	136350	0.001354						

TABLA II

$$\varepsilon = 100 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \right)$$

<i>x</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
0.0	0.00	0.00	— 0.02	— 0.04	— 0.08	— 0.12	— 0.18	— 0.24	— 0.32	— 0.40
0.1	— 0.50	— 0.60	— 0.71	— 0.83	— 0.97	— 1.11	— 1.25	— 1.41	— 1.58	— 1.76
0.2	— 1.94	— 2.13	— 2.33	— 2.54	— 2.76	— 2.99	— 3.22	— 3.46	— 3.71	— 3.96
0.3	— 4.22	— 4.49	— 4.76	— 5.03	— 5.32	— 5.62	— 5.92	— 6.22	— 6.52	— 6.84
0.4	— 7.15	— 7.48	— 7.80	— 8.13	— 8.47	— 8.81	— 9.15	— 9.50	— 9.85	—10.20
0.5	—10.55	—10.91	—11.28	—11.65	—12.01	—12.38	—12.75	—13.12	—13.49	—13.87
0.6	—14.25	—14.63	—15.01	—15.39	—15.78	—16.16	—16.54	—16.92	—17.31	—17.69
0.7	—18.08	—18.46	—18.84	—19.23	—19.61	—20.00	—20.38	—20.77	—21.15	—21.53
0.8	—21.91	—22.29	—22.67	—23.05	—23.43	—23.80	—24.18	—24.56	—24.93	—25.30
0.9	—25.67	—26.04	—26.41	—26.77	—27.13	—27.50	—27.86	—28.22	—28.58	—28.94

TABLA III

	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>		<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>
Aachen	+251.6	+ 26.8	+309.6	Coire (Chur)	+269.6	+ 45.2	+292.0
Abisko	+139.6	+ 47.6	+371.6	Colombo	+ 70.0	+390.8	+ 48.0
Accra	+398.0	— 1.2	+ 38.4	Colima	— 90.0	—369.2	+124.8
Açores	+285.2	—137.2	+244.8	Cork	+244.0	— 36.4	+314.8
Adelaide	—246.0	+216.8	—229.2	Czernowitz	+239.2	+116.4	+298.8
Agana (Guam.)	—317.6	+224.4	+ 93.2	De Bilt	+244.8	+ 22.0	+315.6
Agram	+268.0	+ 76.8	+286.8	Dehra Dun	+ 71.6	+337.6	+202.0
Akita	—236.0	+197.6	+256.6	Del Ebro	+302.8	+ 2.8	+261.6
Alger	+320.0	+ 17.2	+239.6	Denver	— 79.6	—297.6	+255.6
Alicante	+313.6	— 2.8	+248.0	Dyce (Aberdeen)	+216.4	— 8.0	+336.4
Almería	+319.6	— 13.2	+240.0	Edinburgh	+224.0	— 12.4	+331.2
Amboina	—246.8	+313.6	— 25.6	Ekaterinburg	+107.2	+190.8	+334.8
Andalgalá	+142.4	—324.4	—185.2	Entebbe	+337.6	+214.8	+ 0.4
Ann Arbor	+ 32.4	—294.0	+269.2	Eskdalemuir	+227.2	— 12.8	+328.8
Apia	—384.4	— 55.6	— 95.6	Fanning Isl.	—374.0	—138.8	+ 28.0
Ascension	+384.0	— 98.0	— 55.2	Feldberg (Taunus)	+253.2	+ 37.6	+307.2
Athènes	+289.2	+127.2	+246.0	Fernando Noronha ..	+336.8	—214.0	— 26.8
Baku	+196.4	+233.2	+259.2	Fiji	—375.6	+ 13.2	—136.8
Balboa Heights	+ 71.6	—388.8	+ 62.4	Florence	+283.2	+ 56.4	+276.8
Baltimore	+ 71.6	—301.2	+253.2	Fordham	+ 84.0	—290.4	+261.6
Barcelona	+299.6	+ 11.2	+264.8	Frankfurt (Feldberg) ..	+253.2	+ 37.6	+307.2
Batavia	—115.2	+380.4	— 43.2	Georgetown	+ 69.6	—303.2	+251.2
Beirut	+270.4	+192.8	+223.2	Gihu	—237.6	+223.2	+231.6
Belgrad	+266.0	+ 99.2	+282.0	Gorje	+267.6	+ 67.2	+289.6
Bergen	+196.8	+ 18.4	+348.0	Göttingen	+245.2	+ 43.2	+313.2
Berkeley	—168.8	—266.8	+245.6	Granada	+318.0	— 20.0	+241.6
Bermuda	+143.6	—306.0	+214.0	Graz	+262.4	+ 72.8	+292.8
Besançon	+270.4	+ 28.4	+293.6	Grenoble	+280.4	+ 28.0	+284.0
Bidston	+238.0	— 12.8	+321.2	Guildford	+250.4	— 2.4	+312.0
Bombay	+111.6	+361.6	+129.6	Hakodate	—230.8	+188.8	+266.4
Breslau	+240.4	+ 73.6	+311.2	Halifax	+126.8	—255.2	+281.2
Budapest	+255.6	+ 88.4	+294.8	Hamburg	+234.0	+ 41.2	+322.0
Buffalo	+ 56.4	—287.6	+272.0	Harvard Univ.	+ 95.6	—279.6	+269.6
Cabo Verde	+350.4	—156.0	+113.6	Haselmere	+251.2	— 3.2	+311.2
Calcutta	+ 10.8	+369.2	+153.2	Hawaii	—342.8	—158.0	+133.2
Capetown	+314.8	+105.2	—223.2	Heidelberg	+257.6	+ 38.0	+303.6
Cartuja	+318.0	— 20.0	+241.6	Helwan	+296.4	+180.4	+199.2
Chacarita	+172.4	—280.8	—227.2	Hohenheim	+260.4	+ 42.4	+300.8
Cheb	+250.8	+ 55.2	+306.8	Hokoto	—180.8	+319.2	+159.6
Cheltenham	+ 70.8	—304.0	+250.4	Hong-Kong	—151.6	+337.6	+152.0
Chicago	+ 12.4	—298.0	+266.4	Honolulu	—345.6	—139.2	+145.6
Christchurch (N. Z.)	—287.6	+ 37.2	—275.6	Hukuoka	—216.0	+253.6	+221.2
Chur	+269.6	+ 45.2	+292.0	Hyderabad	+ 76.4	+374.0	+120.0
Cipolletti	+116.0	—288.8	—251.6	Innsbruck	+266.0	+ 53.6	+294.0
Cocos	— 46.8	+388.0	— 84.4	Irkutsk	— 60.4	+237.2	+316.4
Coimbra	+302.4	— 44.8	+258.4	Ithaka	+ 68.8	—287.2	+270.0

	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>		<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>
Ivigtut.....	+128.4	-143.6	+350.4	Mobile	+ 10.8	-344.0	+204.0
Jamaica.....	+ 86.8	-370.4	+123.2	Moncalieri	+280.4	+ 38.0	+282.8
Jena	+247.2	+ 50.8	+310.4	Monte Cassino	+291.2	+ 71.6	+264.8
Jinsen	-188.8	+255.2	+243.6	Mostar.....	+276.8	+ 89.2	+274.4
Johannesburg.....	+316.8	+168.8	-176.4	Mukaiyama.....	-243.6	+198.0	+247.6
Jugenheim	+255.6	+ 38.8	+305.2	München	+261.2	+ 53.6	+298.0
Kagosima	-221.6	+258.8	+209.6	Nagano	-239.2	+214.0	+238.8
Kakioka.....	-248.0	+206.8	+255.6	Nagasaki	-215.6	+258.4	+216.4
Kingston.....	+ 86.8	-370.4	+123.2	Nagoya	-238.8	+223.2	+230.4
Kew	+249.2	- 1.2	+312.8	Napoli	+293.2	+ 74.4	+261.6
Kobe	-233.2	+232.0	+227.6	Neuenburg (Neufchatel)...	+270.8	+ 32.8	+292.4
Kóbenhavn	+220.0	+ 48.4	+330.4	Newport	+253.2	- 5.6	+309.6
Kodaikanal.....	+ 85.6	+384.4	+ 71.2	Niigata.....	-238.4	+206.8	+245.6
Königsberg.....	+215.6	+ 80.8	+326.8	Nördlingen	+258.8	+ 48.0	+301.2
Ksara	+269.2	+194.8	+222.8	Northfield	+ 85.6	-274.0	+278.8
Kucino	+177.6	+138.4	+330.8	Numadu	-243.2	+212.8	+235.6
Kyoto	-234.4	+228.4	+230.0	Oaxaka	- 45.2	-380.0	+117.2
Lai bach.....	+268.8	+ 69.6	+288.0	Ootomari.....	-218.4	+166.0	+290.8
La Paz.....	+142.8	-356.0	-113.6	Osaka	-234.4	+230.8	+227.6
La Plata	+174.4	-278.0	-228.8	Ottawa.....	+ 69.2	-272.4	+284.8
La Quiaca.....	+152.4	-337.6	-150.8	Oxford.....	+247.6	- 5.6	+314.4
Lawrence	- 28.4	-309.6	+251.6	Padova	+274.8	+ 57.6	+284.8
Le Mans	+267.6	+ 0.8	+297.2	Paisley.....	+224.0	- 17.2	+331.2
Lemberg	+235.6	+105.2	+305.6	Paris	+263.2	+ 11.6	+301.2
Leningrad.....	+172.8	+100.8	+346.4	Perth.....	-148.0	+305.6	-211.6
Lick	-166.8	-270.8	+242.8	Phu-Lien	-106.8	+358.4	+142.0
Lima	+ 87.6	-381.2	- 83.6	Piatigorsk.....	+210.0	+196.4	+278.0
Limerick.....	+240.0	- 36.8	+318.0	Pilar	+150.0	-305.6	-210.0
Lisboa	+308.0	- 49.6	+250.0	Pisa.....	+284.8	+ 53.6	+275.6
Ljubljana	+268.8	+ 69.6	+288.0	Plymouth	+254.4	- 18.4	+308.0
Loyola.....	- 0.8	-346.8	+199.6	Point Loma	-154.0	-299.2	+216.0
Macbasi.....	-244.4	+210.8	+237.2	Pola	+275.2	+ 68.0	+282.0
Makeyevka	+210.8	+164.8	+297.6	Pompeii.....	+293.2	+ 76.0	+261.2
Malabar.....	-120.0	+378.4	+ 50.4	Port au Prince.....	+115.2	-361.2	+127.2
Málaga	+319.6	- 24.8	+239.2	Porto Rico	+158.0	-245.6	+124.8
Malta	+313.6	+ 81.2	+234.4	Potsdam	+238.0	+ 55.2	+316.8
Manila	-199.2	+332.0	+100.8	Prag	+248.8	+ 64.0	+306.8
Manzanillo	- 93.6	-366.4	+130.4	Puebla	- 54.0	-374.4	+130.4
Maron	-144.8	+369.2	- 52.8	Pulkowo.....	+174.0	+101.6	+345.6
Marseilles	+290.0	+ 27.2	+274.4	Puy de Dôme.....	+278.8	+ 14.4	+286.4
Matuyama.....	-225.6	+244.0	+222.8	Ravensburg	+264.8	+ 44.8	+296.4
Mauritius	+199.6	+318.0	-137.6	Reykjavik	+161.6	- 65.2	+360.0
Mazatlán	-104.0	-352.8	+157.6	Rio de Janeiro	+268.8	-252.0	-155.6
Melbourne.....	-258.8	+181.6	-245.2	Río Tinto	+314.0	- 36.4	+244.8
Mendoza	+124.0	-312.0	-217.2	Riverview	-291.2	+160.4	-222.8
Merida.....	+ 2.4	-373.6	+143.2	Rocca di Papa	+291.2	+ 65.6	+266.4
Milano	+276.8	+ 44.8	+285.2	Roma.....	+290.8	+ 64.4	+267.2
Mito.....	-248.4	+204.8	+237.2	St. Anne.....	+ 92.4	-254.8	+294.4
Mizusawa	-241.6	+194.8	+252.4	St. Boniface.....	- 31.2	-255.2	+306.4

	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>		<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>
St. Helena.....	+382.8	— 38.4	—109.6	Tiflis.....	+212.0	+210.4	+266.0
St. Louis.....	— 1.2	—312.4	+249.6	Tokyo.....	—248.0	+210.0	+233.2
Samoa.....	—384.4	— 55.6	— 95.6	Toledo.....	+306.4	— 21.6	+256.4
San Fernando.....	+320.0	— 34.8	+237.6	Toronto.....	+ 53.2	—284.4	+276.0
Santa Clara.....	—168.0	—269.6	+243.2	Tortosa.....	+302.8	+ 2.8	+261.6
Santiago de Chile.....	+110.4	—315.0	—220.4	Toyooka.....	—229.6	+230.8	+232.8
Sapporo.....	—228.8	+182.4	+273.2	Travnik.....	+277.6	+ 88.4	+274.0
Sarajevo.....	+273.6	+ 91.2	+277.2	Trieste.....	+271.6	+ 66.4	+286.0
Saskatoon.....	— 66.4	—237.2	+315.2	Trinidad.....	+187.6	—345.6	+ 74.0
Scoresby Sund.....	+124.0	— 50.0	+377.2	Tsingtau.....	—283.2	+279.2	+235.6
Seychelles.....	+228.4	+327.2	— 28.4	Tucson.....	—120.4	—316.0	+213.6
Sendai.....	—243.6	+198.4	+247.6	Tukubasan.....	—247.6	+207.2	+236.4
Shide.....	+253.2	— 5.6	+309.6	Tyosi.....	—252.0	+204.8	+233.6
Simla.....	+ 76.0	+334.0	+206.8	Uccle.....	+252.0	+ 19.2	+310.0
Sinj.....	+276.8	+ 82.8	+276.4	Upsala.....	+191.6	+ 60.8	+346.0
Sitka.....	—154.8	—152.8	+335.6	Venezia.....	+274.0	+ 60.0	+284.8
Sofia.....	+270.0	+116.4	+271.2	Vera Cruz.....	— 40.4	—375.6	+131.6
Spokane.....	—124.4	—239.2	+295.6	Victoria.....	—146.0	—222.0	+299.2
Stonyhurst.....	+235.6	— 10.0	+323.2	Vieques.....	+158.0	—345.6	+124.8
Strasbourg.....	+262.4	+ 35.6	+300.0	Washington.....	+ 69.6	—303.2	+251.2
Sucre.....	+158.4	—343.6	—130.4	Wellington.....	—299.2	+ 27.2	—264.0
Sumoto.....	—233.2	+234.0	+225.6	West Bromwich.....	+243.2	— 8.4	+317.6
Suva (Fiji).....	—380.0	+ 10.8	—124.4	Wien.....	+255.6	+ 75.2	+298.4
Sydney.....	—291.2	+160.0	—222.8	Zagreb.....	+268.0	+ 76.8	+286.8
Tacubaya.....	— 60.4	—372.4	+132.8	Zante.....	+300.0	+101.2	+244.4
Taihoku.....	—189.6	+308.8	+169.2	Zi-Ka-Wei.....	—178.4	+292.0	+207.2
Tashkent.....	+106.4	+281.2	+264.0	Zürich.....	+268.0	+ 40.4	+294.4

TABLA IV

<i>m</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	km	km	km	km	km	km	km	km	km	km
0.5	195	200	205	210	214	219	224	229	234	239
6	243	248	252	257	261	266	271	276	281	286
7	290	295	300	305	310	314	319	324	328	333
8	338	342	347	352	357	361	366	371	376	381
9	386	391	396	400	405	409	414	419	423	428
1.0	433	438	442	447	452	457	461	466	471	475
1	480	485	490	494	499	504	508	513	518	522
2	527	532	537	541	546	551	556	561	565	570
3	575	579	584	589	594	599	603	608	612	617
4	621	626	631	636	641	645	650	655	659	664

<i>m</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	km	km	km	km	km	km	km	km	km	km
1.5	668	673	677	682	687	692	697	701	706	711
6	715	720	725	730	734	739	744	749	754	759
7	763	768	772	777	781	786	791	796	801	806
8	810	815	820	825	829	834	839	843	848	853
9	858	862	867	872	877	881	886	891	896	901
2.0	906	910	915	920	925	929	934	939	943	948
1	953	958	962	967	972	977	981	986	991	996
2	1001	1006	1010	1015	1020	1025	1030	1034	1039	1044
3	1049	1054	1059	1063	1068	1073	1078	1082	1087	1092
4	1097	1101	1106	1111	1116	1121	1126	1130	1135	1140
5	1145	1150	1154	1159	1164	1169	1174	1179	1183	1188
6	1193	1198	1202	1207	1212	1217	1221	1226	1231	1236
7	1241	1246	1251	1256	1261	1266	1270	1275	1280	1285
8	1290	1294	1299	1304	1309	1314	1319	1324	1329	1334
9	1339	1343	1348	1353	1358	1362	1367	1372	1377	1382
3.0	1387	1392	1397	1401	1406	1411	1416	1421	1426	1431
1	1436	1441	1446	1451	1456	1461	1466	1471	1476	1481
2	1486	1491	1496	1501	1506	1511	1516	1521	1526	1531
3	1536	1541	1546	1551	1556	1561	1566	1571	1576	1581
4	1586	1591	1596	1601	1606	1611	1616	1622	1627	1632
5	1637	1642	1647	1652	1657	1662	1667	1672	1677	1682
6	1687	1692	1697	1703	1708	1713	1718	1723	1728	1733
7	1738	1743	1748	1753	1758	1764	1769	1774	1779	1784
8	1789	1794	1799	1804	1809	1815	1820	1825	1830	1835
9	1840	1845	1851	1856	1861	1866	1871	1876	1882	1887
4.0	1892	1897	1903	1908	1913	1918	1923	1928	1933	1938
1	1944	1949	1955	1960	1965	1971	1976	1981	1986	1991
2	1996	2002	2007	2012	2017	2023	2028	2033	2038	2044
3	2049	2055	2060	2065	2071	2076	2081	2086	2092	2097
4	2103	2108	2114	2119	2124	2129	2135	2140	2145	2151
5	2156	2162	2167	2173	2178	2184	2189	2195	2200	2205
6	2211	2216	2222	2227	2233	2238	2244	2249	2255	2260
7	2265	2271	2276	2282	2287	2293	2298	2304	2310	2315
8	2321	2326	2332	2338	2343	2348	2354	2359	2365	2370
9	2376	2382	2387	2393	2398	2404	2410	2415	2421	2426
5.0	2432	2437	2443	2449	2454	2460	2466	2471	2477	2483
1	2489	2494	2500	2506	2511	2517	2523	2529	2535	2541
2	2547	2553	2558	2564	2570	2575	2581	2587	2593	2599
3	2605	2611	2617	2623	2629	2635	2641	2647	2653	2658
4	2664	2670	2676	2682	2688	2694	2700	2706	2712	2718
5	2724	2730	2736	2742	2748	2755	2761	2767	2773	2779
6	2785	2791	2797	2803	2810	2816	2822	2828	2834	2840
7	2846	2852	2859	2865	2871	2877	2883	2889	2896	2902
8	2908	2915	2921	2927	2934	2940	2946	2952	2959	2965
9	2972	2978	2984	2991	2997	3003	3009	3016	3022	3029

<i>m</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	km	km	km	km	km	km	km	km	km	km
6.0	3035	3042	3048	3055	3061	3068	3075	3081	3087	3094
1	3100	3107	3113	3120	3127	3133	3140	3146	3152	3159
2	3165	3172	3179	3185	3192	3199	3205	3212	3219	3225
3	3232	3239	3245	3252	3259	3265	3272	3279	3285	3292
4	3299	3306	3313	3320	3327	3334	3341	3349	3356	3364
5	3371	3379	3386	3394	3401	3409	3416	3424	3431	3439
6	3446	3454	3461	3469	3476	3484	3491	3499	3506	3514
7	3521	3529	3536	3544	3551	3559	3566	3574	3582	3590
8	3598	3606	3614	3622	3630	3638	3646	3654	3662	3670
9	3678	3686	3694	3702	3710	3718	3726	3734	3742	3750
7.0	3758	3766	3774	3782	3790	3798	3806	3814	3822	3830
1	3838	3846	3854	3862	3870	3878	3886	3894	3902	3910
2	3918	3926	3934	3942	3950	3958	3966	3974	3982	3990
3	3998	4006	4014	4022	4030	4038	4047	4056	4064	4072
4	4080	4089	4097	4106	4114	4122	4130	4138	4146	4154
5	4162	4170	4178	4187	4196	4204	4213	4222	4230	4238
6	4246	4254	4263	4271	4280	4288	4296	4304	4313	4322
7	4330	4338	4346	4354	4363	4371	4380	4389	4397	4405
8	4414	4423	4431	4440	4449	4457	4466	4474	4483	4491
9	4500	4509	4517	4526	4534	4543	4551	4560	4569	4577
8.0	4586	4594	4603	4611	4620	4629	4637	4646	4655	4664
1	4673	4682	4690	4699	4708	4717	4726	4734	4743	4751
2	4760	4769	4778	4787	4796	4804	4813	4822	4830	4838
3	4848	4857	4866	4875	4884	4893	4902	4911	4920	4929
4	4938	4948	4957	4966	4975	4985	4994	5003	5012	5022
5	5031	5040	5049	5058	5068	5077	5086	5095	5105	5114
6	5123	5132	5142	5151	5160	5169	5178	5188	5197	5206
7	5215	5225	5234	5243	5253	5263	5272	5282	5291	5300
8	5309	5318	5328	5338	5348	5357	5366	5375	5385	5395
9	5405	5414	5423	5432	5442	5452	5462	5471	5480	5490
9.0	5500	5509	5518	5528	5537	5547	5557	5566	5575	5585
1	5595	5605	5614	5623	5632	5642	5652	5662	5671	5680
2	5690	5700	5710	5720	5729	5738	5748	5758	5768	5777
3	5787	5797	5807	5817	5827	5837	5847	5857	5867	5877
4	5887	5897	5907	5917	5927	5937	5947	5957	5968	5978
5	5988	5998	6008	6018	6028	6038	6049	6060	6070	6080
6	6090	6100	6110	6120	6131	6142	6152	6162	6172	6182
7	6193	6203	6213	6223	6234	6245	6255	6265	6275	6286
8	6297	6307	6317	6327	6337	6347	6358	6368	6379	6389
9	6400	6411	6422	6432	6442	6453	6463	6474	6485	6495
10.0	6506	6517	6527	6537	6547	6558	6569	6580	6590	6600
1	6611	6622	6633	6643	6653	6664	6675	6685	6696	6707
2	6718	6729	6740	6750	6760	6771	6782	6793	6804	6815
3	6826	6837	6847	6858	6869	6880	6891	6902	6913	6924
4	6935	6946	6957	6967	6978	6989	7000	7011	7022	7033

<i>m</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	km	km	km	km	km	km	km	km	km	km
10.5	7044	7055	7066	7077	7087	7098	7109	7120	7131	7142
6	7154	7165	7176	7187	7198	7209	7220	7231	7242	7254
7	7265	7276	7287	7298	7309	7320	7331	7342	7354	7365
8	7376	7387	7398	7409	7420	7432	7443	7454	7465	7477
9	7488	7500	7511	7522	7534	7545	7556	7567	7578	7590
11.0	7602	7613	7624	7636	7647	7658	7669	7680	7692	7703
1	7714	7725	7737	7748	7760	7771	7782	7794	7805	7817
2	7828	7840	7851	7862	7873	7884	7896	7907	7918	7929
3	7940	7952	7963	7974	7986	7998	8010	8022	8034	8045
4	8056	8068	8080	8091	8102	8114	8126	8138	8149	8160
5	8172	8183	8194	8206	8218	8229	8240	8252	8264	8276
6	8287	8298	8310	8322	8334	8345	8357	8368	8380	8391
7	8402	8414	8425	8437	8448	8460	8472	8483	8494	8506
8	8518	8530	8542	8553	8564	8576	8588	8600	8611	8623
9	8635	8647	8658	8670	8682	8694	8706	8718	8730	8742
12.0	8754	8765	8776	8788	8800	8812	8824	8836	8847	8858
1	8870	8882	8894	8906	8918	8930	8942	8954	8965	8976
2	8988	9000	9012	9024	9036	9048	9060	9072	9084	9096
3	9108	9120	9132	9144	9156	9168	9180	9192	9204	9216
4	9228	9240	9252	9264	9276	9288	9300	9312	9324	9336
5	9348	9360	9372	9384	9396	9408	9420	9432	9444	9456
6	9468	9480	9492	9504	9516	9528	9540	9553	9566	9578
7	9590	9602	9614	9626	9638	9651	9664	9676	9688	9700
8	9712	9724	9736	9749	9762	9774	9786	9798	9810	9822
9	9834	9847	9860	9872	9884	9896	9908	9920	9932	9944
13.0	9957	9970	9982	9994	10006	10018	10030	10043	10056	10068
1	10080	10093	10106	10118	10131	10144	10156	10168	10180	10193
2	10206	10218	10230	10243	10256	10268	10280	10293	10306	10318

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

(1928)

PRESIDENTE

DOCTOR RAMÓN G. LOYARTE

VICEPRESIDENTE

INGENIERO JUAN A. BRIANO

SECRETARIO GENERAL

SEÑOR SANTIAGO M. AMARAL

CONSEJO SUPERIOR

Consejeros titulares INGENIERO EVARISTO ARTAZA, INGENIERO AGRÓNOMO ALEJANDRO BOTTO, INGENIERO JUAN A. BRIANO, DOCTOR EMILIO D. CORTELEZZI, SEÑOR RODOLFO FRANCO, DOCTOR EUGENIO A. GALLI, SEÑOR PASQUAL GUAGLIANONE, DOCTOR JUAN HARTMANN, DOCTOR DAVID LASCANO, DOCTOR ROBERTO LEHMANN-NITSCHÉ, DOCTOR RICARDO LEVENE, SEÑOR CARLOS LÓPEZ BUCHARDO, DOCTOR ALFREDO C. MARCHISOTTI, DOCTOR ALEJANDRO M. OYUELA, DOCTOR ALFREDO L. PALACIOS, DOCTOR AGUSTÍN PARDO, DOCTOR CARLOS A. SAGASTUME, DOCTOR FRANK L. SOLER, DOCTOR LUIS MARÍA TORRES.

Consejeros suplentes DOCTOR RÓMULO D. CARBIA, INGENIERO GUILLERMO C. CÉSPEDES, DOCTOR CÉSAR DÍAZ CISNEROS, DOCTOR ADOLFO ESCUDERO, DOCTOR ENRIQUE HERRERO DUCLOUX, DOCTOR FEDERICO KOPATSCHEK, DOCTOR ARTURO LANUSSE, DOCTOR JUAN JOSÉ NÁGERA, DOCTOR EMILIO E. PIAGGIO, DOCTOR DAVID PINTO, INGENIERO AGRÓNOMO ANTONIO RULLI, SEÑOR AUGUSTO C. SCALA.

Representantes de los estudiantes SEÑORES JOSÉ KATZ Y ANDRÉS RINGUELET.

Secretario SEÑOR SANTIAGO M. AMARAL.

OBSERVATORIO ASTRONÓMICO

Director DOCTOR JUAN HARTMANN.

Astrónomo principal INGENIERO BERNHARD H. DAWSON.

Sismólogo DOCTOR FEDERICO LÜNKENHEIMER.

Astrónomos INGENIERO VIRGINIO MANGANIELLO; INGENIERO NUMA TAPIA Y AGRIMENSOR HUGO A. MARTÍNEZ.

Meteorólogo SEÑOR VICENTE BLASETTI.

Ayudantes de astronomía SEÑORES MIGUEL AGABIOS Y THALES TAPIA.

Calculistas SEÑORES JORGE GARBARINO, IGNACIO EGUIGUREN Y MARTÍN DARTAYET.