

OBSERVATORIO ASTRONÓMICO DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

DIRECTOR D^r JUAN HARTMANN

CONTRIBUCIONES GEOFÍSICAS. — Tomo II, N° 5

ELEMENTOS NUEVOS

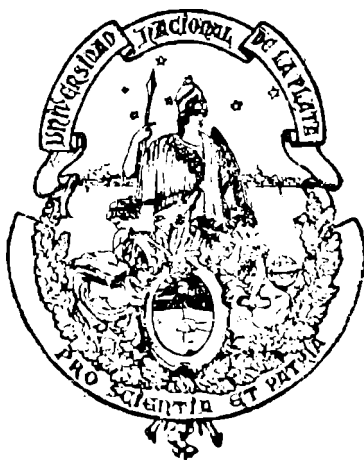
PARA LA

DETERMINACIÓN DE LOS EPICENTROS

POR EL

D^r FEDERICO LÜNKENHEIMER

Jefe de sección y profesor de geofísica en el Observatorio Astronómico



BIBLIOTECA
Facultad de Ciencias
Astronómicas
y Geofísicas
UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA
Inventario 335

LA PLATA

OBSERVATORIO ASTRONÓMICO

—
1928

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

(1928)

PRESIDENTE

DOCTOR RAMÓN G. LOYARTE

VICEPRESIDENTE

INGENIERO JUAN A. BRIANO

SECRETARIO GENERAL

SEÑOR SANTIAGO M. AMARAL

CONSEJO SUPERIOR

Consejeros titulares INGENIERO EVARISTO ARTAZA, INGENIERO AGRÓNOMO ALEJANDRO BÓTTO, INGENIERO JUAN A. BRIANO, DOCTOR EMILIO D. CORTELEZZI, SEÑOR RODOLFO FRANCO, DOCTOR EUGENIO A. GALLI, SEÑOR PASCUAL GUAGLIANONE, DOCTOR JUAN HARTMANN, DOCTOR DAVID LASCANO, DOCTOR ROBERTO LEHMANN-NITSCHÉ, DOCTOR RICARDO LEVENE, SEÑOR CARLOS LÓPEZ BUCHARDO, DOCTOR ALFREDO C. MARCHISOTTI, DOCTOR ALEJANDRO M. OYUELA, DOCTOR ALFREDO L. PALACIOS, DOCTOR AGUSTÍN PARDO, DOCTOR CARLOS A. SAGASTUME, DOCTOR FRANK L. SOLER, DOCTOR LUIS MARÍA TORRES.

Consejeros suplentes DOCTOR RÓMULO D. CARBIA, INGENIERO GUILLERMO C. CÉSPEDES, DOCTOR CÉSAR DÍAZ CISNEROS, DOCTOR ADOLFO ESCUDERO, DOCTOR ENRIQUE HERRERO DUCLOUX, DOCTOR FEDERICO KOPATSCHEK, DOCTOR ARTURO LANUSSE, DOCTOR JUAN JOSÉ NÁGERA, DOCTOR EMILIO E. PIAGGIO, DOCTOR DAVID PINTO, INGENIERO AGRÓNOMO ANTONIO RULLI, SEÑOR AUGUSTO C. SCALA.

Representantes de los estudiantes SEÑORES JOSÉ KATZ y ANDRÉS RINGUELET.

Secretario SEÑOR SANTIAGO M. AMARAL.

OBSERVATORIO ASTRONÓMICO

Director DOCTOR JUAN HARTMANN.

Astrónomo principal INGENIERO BERNHARD H. DAWSON.

Sismólogo DOCTOR FEDERICO LÜNKENHEIMER.

Astrónomos INGENIERO VIRGINIO MANGANIELLO; INGENIERO NUMA TAPIA y AGRIMENSOR HUGO A. MARTÍNEZ.

Meteorólogo SEÑOR VICENTE BLASETTI.

Ayudantes de astronomía SEÑORES MIGUEL AGABIOS y THALES TAPIA.

Calculistas SEÑORES JORGE GARBARINO, IGNACIO EGUIGUREN y MARTÍN DARTAYET.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

OBSERVATORIO ASTRONÓMICO

CONTRIBUCIONES GEOFÍSICAS

TOMO II

(CON DIEZ LÁMINAS)

PUBLICADO POR EL

D^r JUAN HARTMANN

Director del Observatorio Astronómico



LA PLATA

OBSERVATORIO ASTRONÓMICO

—
1928

ÍNDICE DEL TOMO II



1. DOCTOR FEDERICO LÚNKENHEIMER, Resultados sismométricos del año 1925.....	1
2. DOCTOR P. A. LOOS, El terremoto argentino-chileno del 14 de abril de 1927.....	65
3. DOCTOR JUAN HARTMANN, Dos aparatos para facilitar la determinación de los epicentros sísmicos.....	109
4. DOCTOR FEDERICO LÚNKENHEIMER, Método mecánico-gráfico para determinar el epicentro en base de tres observaciones de P.....	121
5. DOCTOR FEDERICO LÚNKENHEIMER, Elementos nuevos para la determinación de los epicentros.....	147



OBSERVATORIO ASTRONÓMICO DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

DIRECTOR D^r JUAN HARTMANN

CONTRIBUCIONES GEOFÍSICAS. — Tomo II, N^o 5

ELEMENTOS NUEVOS

PARA LA

DETERMINACIÓN DE LOS EPICENTROS

POR EL

D^r FEDERICO LÚNKENHEIMER

Jefe de sección y profesor de geofísica en el Observatorio Astronómico



LA PLATA

OBSERVATORIO ASTRONÓMICO

—
1928

Imprenta y Casa editora Comi, Perú 684, Buenos Aires

SUMARIO

I. — GENERALIZACIÓN DEL MÉTODO ESTEREOGRÁFICO Y SU APLICACIÓN A VARIOS PROBLEMAS SISMOMÉTRICOS

1. Las deficiencias del método estereográfico común.	151
2. Las ventajas de una serie de centros de proyección a lo largo del Ecuador geográfico de la Tierra.	151
3. Las coordenadas a y h de las estaciones sismográficas respecto a tales centros, y la tabla I.	152
4. El cálculo de d y r con auxilio de la tabla II.	152
5. La especial importancia de los centros 50° W y 100° E, y las tablas II ^{bis} y II ^{ter}	153
6. La reducción de los resultados gráficos a coordenadas geográficas y la tabla III.	154
7. Los elementos estereográficos respecto al polo geográfico Sur y la tabla IV.	154
8. La determinación del epicentro en base de Δ y azimut de una sola estación sismográfica.	155
9. La determinación del epicentro en base de las P de tres estaciones sismográficas con auxilio de las curvas «iso- Δ P» y la tabla V.	156
10. El centro de proyección de la latitud 45° y la tabla VI.	157
11. El centro de proyección de coordenadas arbitrarias (caso general).	158
12. Ejemplos numéricos.	160

II. — EL CÁLCULO TRIGONOMÉTRICO CON AUXILIO DE LA TABLA III

1. El cálculo del epicentro en base de Δ y azimut de una sola estación sismológica.	161
2. El cálculo del epicentro en base de las Δ de dos estaciones.	162
3. El cálculo de Δ entre un epicentro dado y una estación determinada.	163
4. Ejemplos numéricos.	163
5. Consideraciones finales.	164

TABLAS

Tabla I. Coordenadas de las estaciones sismográficas.	167
» II. Valores generales de d y r	177
» II ^{bis} . Valores de d y r relativos a $\varphi_0 = 0^\circ$, $\lambda_0 = 50^\circ$ W.	195
» II ^{ter} . Valores de d y r relativos a $\varphi_0 = 0^\circ$, $\lambda_0 = 100^\circ$ E.	203
» III. Reducción de a y h a φ y λ	209
» IV. Valores de d y r relativos al polo geográfico Sur.	237
» V. Elementos de las iso- Δ P.	243
» VI. Múltiplos de $\frac{\sqrt{2}}{2}$	247

ELEMENTOS NUEVOS

PARA LA

DETERMINACIÓN DE LOS EPICENTROS

I. — Generalización del método estereográfico y su aplicación a varios problemas sismométricos

I

La proyección estereográfica, de mucha aplicación entre los sismólogos por la rapidez de sus resultados, adolece sin embargo, en la forma hasta ahora usada, de cierta deficiencia.

Cuando se trata de combinar las distancias epicentrales de dos observatorios de los cuales uno está situado sobre el hemisferio austral, los grandores d (distancia al polo) y r (radio del círculo de distancia) asumen muchas veces valores tan grandes que es prácticamente imposible efectuar la construcción geométrica. Esta dificultad existe hasta para dos estaciones del mismo hemisferio, cuando una de ellas está ubicada en la región ecuatorial y no es pequeña su Δ correspondiente.

2

Teniendo en cuenta el carácter de las funciones d y r , consiste la causa del inconveniente en el relacionar la casi totalidad de la superficie terrestre con dos de sus puntos, fijos de antemano, a saber los polos geográficos. Las únicas tablas que, según conozco, fueron publicadas hasta ahora como auxilio para esta clase de cálculos, las del doctor Klotz, sólo se limitan a uno de ellos, el polo Norte. Se sugeriría pues, en persecución de esta idea, aumentar la cantidad de los puntos de referencia, y la solución más ideal, para eludir las dificultades en cuestión, se nos presentaría al colocar el centro de proyección en la cercanía inmediata del epicentro supuesto. La relativa complicación del cálculo, sin embargo, que entonces surgiese, tendría por consecuencia que el método perdiese su atractivo principal, la rapidez, y conviene por lo tanto, contentarse con un término medio entre los dos extremos.

Sin más discusión se ve que un centro de proyección, movable a lo largo del Ecuador, ofrece el máximo de ventajas, tanto desde el punto de vista de las regiones epicentrales de especialmente difícil acceso para el viejo método, como con respecto a las exigencias de un rápido cálculo.

3

En cuanto a este último, notamos que efectivamente se simplifican mucho para el Ecuador las conocidas relaciones generales (lemas del coseno y de la cotangente) que existen entre las coordenadas geográficas φ y λ y las del sistema h (altitud) y a (azimut), asumiendo la forma especial de

$$\text{sen } h = \cos \varphi \cos (\lambda - \lambda_0)$$

y

$$\text{tg } a = \text{ctg } \varphi \text{ sen } (\lambda - \lambda_0)$$

donde λ_0 significa la longitud geográfica del centro elegido.

Una vez calculadas h y a , hay que determinar d y r como función de h , efectuar la construcción geométrica, leer las coordenadas h y a , y reducir estas últimas otra vez a coordenadas geográficas, sirviéndose de las fórmulas inversas, de la misma forma que las arriba indicadas.

Podría parecer un tanto complicado el procedimiento, por la doble transformación de coordenadas y el cálculo de d y r , pero se verá enseguida que el trabajo necesario puede reducirse a una insignificancia.

Para llegar a este fin, fijé una serie de puntos sobre el Ecuador como centros de proyección, y calculé las coordenadas h y a , relativas a cada uno de dichos centros, para todas las estaciones sismológicas a mi alcance. Estas nuevas coordenadas no tienen ninguna desventaja respecto su manejo en comparación con las coordenadas geográficas, de modo que el cálculo todavía a realizar después de consultado las tablas correspondientes, resulta de elementos de igual comodidad. Figuran en la tabla I dichas coordenadas y abarca la tabla todas las estaciones sismológicas de las listas del señor Turner de marzo de 1923, noviembre de 1925 y marzo de 1928. Elegí como centros de proyección los puntos ecuatoriales entre 150° E y 150° W a 50° de intervalo. Me decidí a esta división, por una parte por la comodidad de las últimas dos cifras que así resultan para λ_0 , por otra parte por la conveniencia de 50° W y 100° E como puntos de referencia para una serie de epicentros (véase pág. 153). Tomando en cuenta que las coordenadas tienen que servir de base para una eventual interpolación de las tablas II y la construcción geométrica respectivamente, las consigné en grados y *centésimos de grados*, no minutos de arco.

4

Los grandores d y r se determinan con auxilio de la tabla fundamental II o las tablas especiales II^{bis} y II^{ter}. Quien quiere calcular una tabla completa para una estación determinada, encuentra los elementos necesarios en la tabla II, después de una sola interpolación al valor de h . En el caso de buscar d y r para una distancia epicentral dada, hay que interpolar también el valor de Δ . Las tablas II contienen d y r con

un posible error de ± 0.01 milímetros, como función de h desde 0° hasta 90° , a 1° de intervalo, y como función de Δ desde 0 hasta 9800 kilómetros, a 200 kilómetros — mejor dicho $1^\circ 8'$ — de intervalo. Este último intervalo me parece más cómodo que el de 250 kilómetros, aplicado por el doctor Klotz.

La precisión de las tablas es más que suficiente en vista de que sería prácticamente imposible dibujar con un error < 0.1 milímetro. Cuando, a pesar de esto, consigné en la tabla también los centésimos, lo hice, por una parte por su utilidad general y para encontrar, interpolando, con bastante exactitud, el próximo décimo correspondiente, por otra parte para facilitar el dibujo de mapas de alta precisión de escala más grande que la comúnmente aplicada (radio del círculo $h = 0^\circ$ igual a 100 mm) para fines regionales. En todo caso hay que tener presente, para evitar exageraciones en el cálculo, los elementos que definen el límite de la precisión de los resultados finales. Una determinación de Δ con un error que no excede ± 10 kilómetros ya debe considerarse como excepcional, cuando se piensa en la dificultad que muchas veces ofrece la lectura exacta de las fases y en los errores posibles que contienen las tablas de Δ como función de $S - P$, haciendo abstracción aún de los caracteres individuales del mismo sismo, como ser la extensión geométrica del foco, la profundidad de este último, etc. A un error de ± 10 kilómetros corresponde, ya en la parte más favorable de la proyección (para pequeños valores de Δ y en la cercanía del centro de proyección) un error en r de casi ± 0.01 milímetro. Esta amplitud crece a medida que aumenta Δ y disminuye h , de manera que al fin alcanza valores de ± 1 milímetro y hasta más. Otro factor que influye en la precisión de la interpolación es el posible error de h . Sirvieron de base para su cálculo, en la mayoría de los casos, las coordenadas consignadas en las citadas listas del señor Turner, con un posible error de ± 0.5 , de modo que el error de h es del mismo orden, hasta ± 0.02 . Examinando en las tablas las diferencias correspondientes a 1° , se ve que para Δ grandes y h pequeñas influirían sobre los centésimos de d y r , los 0.001 de h , despreciados por completo. Por fin hay que pensar en las verdaderas dimensiones y la verdadera forma de la Tierra, para convencerse de que no sirve para nada exagerar la precisión, ni del cálculo ni del dibujo.

Después de lo dicho ya se entiende que *basta en todo caso la interpolación lineal*, siendo los errores que así se cometen, más o menos proporcional a los efectos de los errores que afectan los elementos discutidos de partida.

5

Pasamos ahora a las tablas II^{bis} y II^{ter} que se refieren a los dos centros de especial importancia, mencionados ya arriba, de 50° W y 100° E respectivamente (¹). El primero es muy favorable para la determinación de los epicentros en el Atlántico, el Caribe y la América Central, en base de observaciones sudamericanas, norteamericanas, africanas y europeas, el segundo ofrece muchas comodidades para encontrar los focos de la Molucas, Islas de la Sonda, Filipinas, etc., consultando las observaciones de las estaciones asiáticas, australianas y de la Oceanía. Las tablas contienen d y r , calculadas a 200 kilómetros de intervalo, con una precisión de ± 0.1 milímetro, para los observatorios más conocidos o importantes

(¹) Se entiende que también esta publicación tiene su historia. Efectivamente calculé primero las tablas relativas a dichos centros y después me decidí a la generalización de centros a 50° de intervalo. Para el cálculo de la tabla I habría sido más cómodo un intervalo de 45° .

por su ubicación, de modo que para el cálculo de los epicentros en cuestión y las estaciones tabuladas, el nuevo método es hasta ahí tan rápido como el viejo, consistiendo la única diferencia en la reducción del resultado encontrado, a coordenadas geográficas.

6

Esta reducción se realiza ligero y de memoria con auxilio de la tabla III (argumentos de la primera línea horizontal y primera columna vertical). Contiene esta tabla φ y λ como función de h y a , a un intervalo de 1° de los argumentos, con una aproximación de ± 0.1 . Por el significado de los argumentos de la última línea horizontal y la última columna vertical, lo mismo que de las denominaciones Φ , Ψ , Λ y M (véase págs. 161 y 162).

Para evitar complicaciones y posibles errores, es lo más sencillo entender por a la desviación angular (siempre $< 90^\circ$) del próximo meridiano (de N o S hacia E o W). Las lecturas se hacen, por lo tanto, según el esquema siguiente :

1°	$h = h_1^\circ$	$a = N \ a_1^\circ \ E;$
2°	$h = h_1^\circ$	$a = N \ a_1^\circ \ W;$
3°	$h = h_1^\circ$	$a = S \ a_1^\circ \ E;$
4°	$h = h_1^\circ$	$a = S \ a_1^\circ \ W.$

A estas lecturas corresponden después de reducidos los valores h_1 , a_1 a φ_1 , λ_1 , para un centro ecuatorial de la longitud $\lambda_0^\circ \ E$, la coordenadas geográficas :

1°	$\varphi = \varphi_1^\circ \ N$	$\lambda = (\lambda_0 + \lambda_1)^\circ \ E;$
2°	$\varphi = \varphi_1^\circ \ N$	$\lambda = (\lambda_0 - \lambda_1)^\circ \ E;$
3°	$\varphi = \varphi_1^\circ \ S$	$\lambda = (\lambda_0 + \lambda_1)^\circ \ E;$
4°	$\varphi = \varphi_1^\circ \ S$	$\lambda = (\lambda_0 - \lambda_1)^\circ \ E;$

y para un centro ecuatorial de la longitud $\lambda_0^\circ \ W$

1°	$\varphi = \varphi_1^\circ \ N$	$\lambda = (\lambda_0 - \lambda_1)^\circ \ W;$
2°	$\varphi = \varphi_1^\circ \ N$	$\lambda = (\lambda_0 + \lambda_1)^\circ \ W;$
3°	$\varphi = \varphi_1^\circ \ S$	$\lambda = (\lambda_0 - \lambda_1)^\circ \ W;$
4°	$\varphi = \varphi_1^\circ \ S$	$\lambda = (\lambda_0 + \lambda_1)^\circ \ W;$

relaciones que no necesitan más explicación.

7

La tabla II es, como ya queda demostrado, de una utilidad general y puede servir de base, por ejemplo, para extender las tablas del doctor Klotz a nuevas estaciones del hemisferio boreal no comprendidas en las tablas originales. En vez de la altitud h , entra entonces, para la interpolación, la latitud geográfica φ y todo el cálculo necesario para una estación se efectúa fácilmente en media hora aproximadamente.

Pero no al polo Norte, sino al polo Sud se refiere la tabla IV que se publica en las páginas 237-241 y que está confeccionada en analogía a las tablas II^{bis} y II^{ter}. Comprende todas las estaciones del hemisferio austral, más allá del paralelo 10° S, para facilitar el cálculo de los epicentros típicamente australes, imposibles de determinar en base de las tablas originales citadas.

8

Otra aplicación útil de la tabla II en combinación con la tabla III ofrece el problema de determinar el epicentro en base de Δ y azimut de una estación dada, a la solución del cual no fué aplicada hasta la fecha, según conozco, la proyección estereográfica. El procedimiento que propongo, reduce la tarea en cuestión a la común de las Δ de dos estaciones, y la estación auxiliar fingida, de elementos fáciles de calcular, la constituye uno de los dos puntos de intersección del meridiano con el círculo de distancia del radio Δ que tiene por centro la estación dada.

Las coordenadas de la estación fingida son por lo tanto $\varphi' = \varphi_0 \pm \Delta$, $\lambda' = \lambda_0$ y en cuanto a Δ' , debe de corresponder a la distancia esférica entre (φ', λ') y el punto de intersección del círculo azimutal a con el círculo de distancia Δ arriba aludido. Δ' es, por lo tanto, la base de un triángulo esférico isósceles, dos de cuyos lados son iguales a Δ , mientras que el ángulo encerrado por ellos es de a , de modo que la aplicación del lema del coseno nos proporciona, después de una transformación elemental, $\sin \frac{\Delta'}{2} = \sin \Delta \sin \frac{a}{2}$. La tabla III elude el trabajo de calcular el valor correspondiente. Usando una denominación que se explicará en la página 161 podemos escribir $\Delta' = 2\Psi\left(\Delta, \frac{a}{2}\right)$ o en medida lineal $\Delta' = \frac{2000}{9}\overline{\Psi}\left(\Delta, \frac{a}{2}\right)$.

Los valores d y r , correspondientes a φ' y Δ' , se sacan de la tabla II.

Cuando la estación dada o la estación fingida están caracterizadas por valores pequeños de φ o pertenecen a hemisferios diferentes, tropezaremos con las dificultades expuestas en la página 151. Para vencer estas últimas, podemos servirnos de un centro ecuatorial de proyección, lo que tiene por consecuencia que el meridiano queda substituído por el círculo máximo que pasa por el centro de proyección elegido y la estación dada. Los dos círculos en cuestión forman entre si un ángulo β que se calcula elementalmente en $\text{ctg } \beta = \sin \varphi_0 \text{ ctg } \Delta\lambda$ — donde $\Delta\lambda$ es la diferencia de longitud entre el centro de proyección y la estación — o en la denominación de la página 161 $\beta = 90^\circ - \Lambda(\Delta\lambda, \varphi_0)$. A este ángulo hay que sumar el azimut dado y todos los demás detalles de la determinación se hacen en analogía al caso anterior, reduciendo por fin el resultado expresado en a y h , relativos al centro de proyección, a coordenadas geográficas, con auxilio de la tabla III. Generalmente es más recomendable, sin embargo, aplicar en tales casos el método explicado en el capítulo II página 161.

La determinación de epicentros antipodales no ofrece nuevas dificultades, cuando reemplazamos la estación dada por su antípoda. Las substituciones necesarias son tan elementales que huelga explicarlas.

las *iP* pueden servir para perfeccionar nuestros conocimientos de los epicentros solamente en el caso de que el servicio de hora de los observatorios respectivos se encuentra en excelentes condiciones y que se hacen las lecturas de las fases con la mayor precisión posible.

10

Creo que solo pocos terremotos resistirán a los elementos consignados en las tablas hasta ahora citadas de este trabajo y los comunicados por el doctor Klotz. El único caso de mi práctica, lo constituyen los terremotos del W-Índico, en la región de las islas Crozet. Ahí son grandes las distancias epicentrales de casi todas las estaciones sismológicas cuyas observaciones son de fácil acceso, es decir, de los observatorios más conocidos sudeuropeos, sudamericanos, australianos y asiáticos. Lo mismo podría ocurrir para sismos con foco en el Pacífico al E de Nueva Zelandia. En tales casos convendría efectivamente un centro de proyección entre el Ecuador y el polo Sud, y es lo más natural fijar su latitud en 45° y elegir su longitud entre los valores λ_0 para los que está calculada la tabla I. Tenemos entonces :

$$\begin{aligned}\operatorname{sen} h &= \frac{\sqrt{2}}{2} (\operatorname{sen} \varphi + \cos \varphi \cos (\lambda - \lambda_0)) \\ \operatorname{ctg} a &= \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{sen} (\lambda - \lambda_0)} - \operatorname{ctg} (\lambda - \lambda_0) \right).\end{aligned}$$

Para las estaciones y valores λ_0 a que se refiere la tabla I ya se conocen los ángulos («*a*» y «*h*» de dichas tablas) que corresponden al producto y el cociente de los términos en cuestión, y denominándolos *H* y *A* (para distinguirlos de *h* y *a* arriba), tenemos :

$$\begin{aligned}\operatorname{sen} h &= \frac{\sqrt{2}}{2} (\operatorname{sen} \varphi + \operatorname{sen} H) \\ \operatorname{ctg} a &= \frac{\sqrt{2}}{2} (\operatorname{ctg} A - \operatorname{ctg} (\lambda - \lambda_0)).\end{aligned}$$

Para efectuar rápidamente las multiplicaciones necesarias, confeccioné la tabla VI en que figuran las múltiples de $\frac{\sqrt{2}}{2}$ desde 0.001 hasta 1.000 y en una tabla auxiliar desde 1.00000 hasta 1.00099. La columna «0» lleva por los demás 7 decimales en vez de los regulares 5, para dar a los productos con las cotangentes el mismo grado de precisión cuando éste se juzgue oportuno tal vez para otros fines.

Después de buscado en la tabla II los valores *d* y *r*, correspondientes a *h*, y hecha la construcción geométrica, se reduce el resultado encontrado por medio de las fórmulas inversas. Tenemos, entonces :

$$\begin{aligned}\operatorname{sen} \varphi &= \frac{\sqrt{2}}{2} (\operatorname{sen} h + \operatorname{sen} \Phi) \\ \operatorname{ctg} (\lambda - \lambda_0) &= \frac{\sqrt{2}}{2} (\operatorname{ctg} \Lambda - \operatorname{ctg} a),\end{aligned}$$

donde Φ y Λ se sacan de la tabla III como función de *h* y *a* del resultado.

II

Podemos tratar por fin, también el problema general de un centro de proyección de las coordenadas φ_0, λ_0 . Entonces tenemos :

$$\text{sen } h = \text{sen } \varphi_0 \text{ sen } \varphi + \cos \varphi_0 \cos \varphi \cos (\lambda - \lambda_0)$$

y

$$\text{ctg } a = \cos \varphi_0 \frac{\text{tg } \varphi}{\text{sen } (\lambda - \lambda_0)} - \text{sen } \varphi_0 \text{ ctg } (\lambda - \lambda_0).$$

En base del método explicado en el capítulo *El cálculo trigonométrico con auxilio de la tabla III*, página 161 y usando las denominaciones allá introducidas, podemos escribir

$$\text{sen } h = \text{sen } \Psi (\varphi_0, \varphi) + \text{sen } \Phi (\Phi^* (\varphi_0, \varphi), \Delta \lambda)$$

y

$$\text{ctg } a = \text{tg } \Lambda (\Lambda (\varphi, \Delta \lambda), \varphi_0^*) - \text{tg } \Lambda (\Delta \lambda, \varphi_0).$$

Para la reducción del resultado vale análogamente

$$\text{sen } \varphi = \text{sen } \Psi (\varphi_0, h) + \text{sen } \Phi (\Phi^* (\varphi_0, h), a)$$

$$\text{ctg } (\lambda - \lambda_0) = \text{tg } \Lambda (\Lambda (h, a), \varphi_0^*) - \text{tg } \Lambda (a, \varphi_0).$$

Se entiende que de estos cálculos que tienen por base la tabla III no puede esperarse la precisión que distingue los valores de las tablas I y II, puesto que en aquella tabla figuran solamente grados y décimos de grados, pero generalmente va a ser suficiente el grado de exactitud. Por más detalles respecto a los signos de los términos anteriores para argumentos $> 90^\circ$ y < 0 , véase también lo expuesto en el capítulo arriba citado.

Para mayor claridad de lo dicho en este capítulo y para demostrar prácticamente la aplicación de las tablas, quiero dar algunos ejemplos concretos.

Empecemos con un problema del tipo más común :

«Determínese el epicentro del terremoto atlántico del día 13 de octubre de 1925 en base de las observaciones de Cartuja, Georgetown, La Paz, La Plata, Río de Janeiro y Uccle».

Tenemos según estas observaciones y utilizando la tabla II^{bis}, que nos da directamente d, r y a :

	P	S	S — P		d	r	a
Cartuja	17 ^h 48 ^m 70	55 ^m 33	6 ^m 63	4920	66.1	55.2	N 43°7 E
Georgetown	47.51	53.86	6.35	4610	50.0	45.9	N 29.4 W
La Paz	47.90	53.62	5.72	3930	23.8	33.5	S 46.4 W
La Plata	49.27	56.16	6.89	5205	39.0	48.8	S 11.2 W
Río de Janeiro	47.38	52.57	5.19	3410	22.8	28.8	S 15.7 E
Uccle	50.13	57.90	7.77	6185	99.7	88.6	N 33.5 E

Después de efectuada la construcción geométrica nos resulta como epicentro, un punto en el cuadrante NE de las coordenadas $d = 10.0$, correspondiente a $h = 78^{\circ}5$ (tabla II, columna «0 km»), $a = N 34^{\circ}7$ E. La tabla III nos da, en la página 155, los valores correspondientes de las coordenadas geográficas: $\varphi = 9^{\circ}4$ N, $\lambda = \lambda_0 + 6^{\circ}6$ E $= (50^{\circ} - 6^{\circ}6)$ W $= 43^{\circ}4$ W.

Veamos a que epicentro habríamos sido conducidos, fundándonos exclusivamente en la observación platense de azimut (S $154^{\circ}3$ E) y Δ (5205 km $= 46^{\circ}8$). Procediendo según el método de la página 155, eligimos (para evitar una estación fingida situada sobre el hemisferio boreal) $\varphi' = 34^{\circ}9 + 46^{\circ}8 = 81^{\circ}7$. Para la distancia epicentral correspondiente obtenemos el valor $\Delta' = 2\Psi(46^{\circ}8, 76^{\circ}7)$, es decir, según la tabla III página 222, $\Delta' = \frac{2000}{9} \cdot 45^{\circ}2 = 10045$ kilómetros. Extrapolando la tabla II página 194 para estos valores de φ' y Δ' encontramos $d' = 14.7$, $r' = 101.6$, y sacando los datos para La Plata de la tabla IV página 239, la construcción geométrica nos proporciona $\varphi = -8^{\circ}0 = 8^{\circ}0$ N, $\lambda = 39^{\circ}5$ W.

Si se trata de una estación sismológica que no figura en la tabla II^{bis} aplicaremos las tablas I y II. Supongamos que tal estación sea Lima y que allí se haya observado $\Delta = 4925$ kilómetros. Consultando la tabla I, encontramos página 169, segunda columna, línea «Lima», $h = 60^{\circ}57$; $a = S 64^{\circ}85$ W. El último valor nos servirá directamente en el ulterior cálculo del epicentro, mientras que utilizemos h para encontrar d y r con auxilio de la tabla II. Tenemos página 186, columnas «4800 kilómetros» y «5000 kilómetros», líneas «60°» y «61°»

$$d = 31.35 - 0.57 \cdot 1.12 + \frac{125}{200} \cdot 0.43 = 31.0$$

$$r = 42.92 - 0.57 \cdot 0.23 + \frac{125}{200} \cdot 2.03 = 44.1.$$

Veremos ahora como se calcula el epicentro en el caso de un centro de proyección de $\varphi = 45^{\circ}$. Tomemos por base el terremoto del 26 de abril de 1925, observado en Batavia ($\Delta 6310$ km) y La Plata ($\Delta 9030$ km), el que tuvo su epicentro en el Índico. Sean las coordenadas del polo de proyección $\lambda = 45^{\circ}$ S, $\varphi = 50^{\circ}$ E. La tabla I nos da entonces, usando las denominaciones de la relación correspondiente, página 157, $H = 32^{\circ}95$, $A = S 82^{\circ}63$ E, $\varphi = 6^{\circ}18$ S, $\lambda = 106^{\circ}83$ E. Por lo tanto resulta en base de la relación aludida:

$$\text{sen } h = \frac{\sqrt{2}}{2} (0.10765 + 0.54391) = \frac{\sqrt{2}}{2} (0.65156) = (\text{tabla VI, pág. 249}) 0.46033 + 0.00040 = 0.46073,$$

es, decir, $h = 27^{\circ}43$. Ahora calculamos d y r como en el ejemplo anterior y obtenemos $d = 88.0$, $r = 83.0$. El azimut a se calcula análogamente (véase pág. 157):

$$\text{ctg } a = \frac{\sqrt{2}}{2} (0.12934 - 0.65363) = \frac{\sqrt{2}}{2} (-0.52429) = -(0.37052 + 0.00021) = -0.37073$$

$$a = N 69^{\circ}66 \text{ E.}$$

Para La Plata se realiza un cálculo análogo y obtenemos $h = 13^{\circ}07$, $d = 258.1$, $r = 261.8$, $a = S 53^{\circ}0$ W.

La construcción geométrica nos da $h = 67^\circ 5$, $a = S 43^\circ 0 E$ aproximadamente (los círculos no se cortan) y la reducción a coordenadas geográficas se hace en analogía al cálculo recién efectuado. Buscamos primero los ángulos auxiliares Φ y Λ , como funciones de h y r con auxilio de la tabla III, página 228, columna « 67° » y « 68° » respectivamente, línea « 43 », y tenemos, después de interpolado, $\Phi = 16^\circ 3$, $\Lambda = 15^\circ 8$. Por lo tanto en base de las fórmulas página 157

$$\text{sen } \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2} (0.924 + 0.281) = 0.653 + 0.199 = 0.852; \quad \varphi = 58^\circ 4 S$$

$$\text{ctg } (\lambda - \lambda_0) = \frac{\sqrt{2}}{2} (3.53 - 1.07) = 1.74; \quad \lambda - \lambda_0 = 29^\circ 9 E; \quad \lambda = (50^\circ + 29^\circ 9) E = 79^\circ 9 E.$$

Por fin queremos calcular un epicentro con auxilio de las curvas iso- ΔP , suponiendo que no exista un mapa estereográfico, con círculos de distancia dibujados ya, pero que se conozcan los valores aproximados de las distancias epicentrales en base de las observaciones S — P. Queremos tratar como ejemplo el terremoto del 14 de abril de 1927, registrado en La Paz, La Plata y Río de Janeiro. Como datos se nos ofrecen los valores

	P	Δ
La Plata (1)	6 ^h 25 ^m 89	1070 km
La Paz (2).....	27.22	1805
Río de Janeiro (3).....	28.79	2770

por lo tanto,

$$\Delta P_{2,1} = 1^m 33$$

$$\Delta P_{3,1} = 2^m 90.$$

Tomando por base los valores $\Delta_1 = 1000$ kilómetros, 1200 kilómetros y 1400 kilómetros respectivamente, la tabla V nos proporciona las distancias epicentrales correspondientes Δ_1 y Δ_2 , mientras que la tabla IV permite determinar los valores d y r para las estaciones y Δ en cuestión.

Así obtenemos :

La Plata			La Paz			Río de Janeiro		
Δ_1	d_1	r_1	Δ_2	d_2	r_2	Δ_3	d_3	r_3
km	mm	mm	km	mm	mm	km	mm	mm
1000	52.6	10.0	1654	76.7	20.5	2488	70.2	29.0
1200	52.8	12.0	1865	77.3	23.2	2733	71.0	32.0
1400	53.0	14.1	2082	77.9	26.1	2989	72.0	35.4

Ahora se construyen los puntos de intersección (r_1 , r_2) de los círculos de distancia que figuran en la misma línea del cuadro, y uniéndolos por una curva, se obtiene la iso- ΔP 1^m33 La Plata-La Paz, y así mismo se dibuja la iso- ΔP 2^m90 La Plata-Río de Janeiro. Su intersección nos proporciona las coordenadas del epicentro $\varphi = 30^\circ 0$; $\lambda = 65^\circ 8 W$ (en poca conformidad con las S — P y los hechos macrosísmicos, debido a una probable equivocación en la hora de P de Río de Janeiro).

nos proporciona la tabla III también el valor de $\text{arc sen}(\text{sen } x \text{ sen } y)$ y $\text{arc tg}(\text{tg } x \cos y)$. Para evitar en este caso la formación de los complementos de los ángulos respectivos, los puse en la última línea y columna de la tabla, y los ángulos así definidos los denominé $\Psi^*(x, y)$ y $M(x, y)$ (Ψ^* y M de las tablas). También pueden sacarse, entre otros, los ángulos $\text{arc sen}(\text{sen } x \cos y)$, $\text{arc tg}(\text{ctg } x \cos y)$ y $\text{arc tg}(\text{tg } x \text{ sen } y)$. En tales casos señalé con un asterisco los argumentos en cuestión ($\Phi(x, y^*)$, $\Lambda(x^*, y)$ etc.), los que se leen en la última línea y la última columna.

Volviendo ahora a nuestro problema y usando las denominaciones explicadas nos resulta

$$\text{sen } \varphi = \text{sen } \Psi^*(\varphi_0, h) + \text{sen } \Phi(\Phi^*(\varphi_0, h), a)$$

y

$$\text{ctg}(\lambda - \lambda_0) = \text{tg } \Lambda(\Lambda(h, a), \varphi_0^*) - \text{tg } \Lambda(a, \varphi_0).$$

Cuando $a > 90^\circ$, es preciso reducirlo a un ángulo $< 90^\circ$, en base de las relaciones $\text{sen}(90 + \alpha) = (90 - \alpha)$, etc. Para no tener que formar el complemento de α , proveemos al exceso de un * , y en cuanto a los signos, en que influye también $h < 0^\circ$ ($\Delta > 90^\circ$), tenemos el esquema siguiente :

	$\text{sen } \Psi^*(\varphi_0, h)$	$\text{sen } \Phi(\Phi^*(\varphi_0, h), a)$	$\text{tg } \Lambda(\Lambda(h, a), \varphi_0^*)$	$\text{tg } \Lambda(a, \varphi_0)$
1° $a < 90^\circ$; $h > 0$	+	+	+	—
2° $a < 90^\circ$; $h < 0$	—	+	—	—
3° $a > 90^\circ$; $h > 0$	+	—	+	+
4° $a > 90^\circ$; $h < 0$	—	—	—	+

2

Para completar nuestras consideraciones queremos tratar también el caso general, cuando conocemos Δ_1 y Δ_2 de dos estaciones E_1 y E_2 de las coordenadas geográficas φ_1, λ_1 y φ_2, λ_2 respectivamente. El primer paso a dar consiste entonces en calcular la distancia d entre E_1 y E_2 .

Tenemos, poniendo otra vez $\lambda_2 - \lambda_1 = \Delta\lambda$

$$\cos d = \text{sen } \varphi_1 \text{ sen } \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos \Delta\lambda,$$

y resulta en analogía al cálculo anterior :

$$\cos d = \text{sen } \Psi^*(\varphi_1, \varphi_2) + \text{sen } \Phi(\Phi^*(\varphi_1, \varphi_2), \Delta\lambda).$$

Para $\Delta\lambda > 90^\circ$ se pone negativo el segundo sumando y tenemos que substituir $\Delta\lambda = 90 + \alpha$ por α^* . Cuando las dos estaciones no pertenecen al mismo hemisferio, se pone negativo el primer término. Ahora calculamos el azimut β_1 de d . Leemos directamente en el triángulo correspondiente :

$$\text{sen } \beta_1 = \text{sen } \Delta\lambda \frac{\cos \varphi_2}{\text{sen } d} = \text{cosec } d \text{ sen } \Phi(\varphi_2, \Delta^*\lambda).$$

Cuando se mide el azimut desde el meridiano hacia E y W, queda siempre positivo el seno, es decir, no hay que preocuparse de los signos.

Para decidir si $\beta_1 \gtrless 90^\circ$, tenemos el criterio de que $\beta_1 > 90^\circ$ cuando

$$\varphi_1 > M(\varphi_1, \Delta\lambda) \quad (\text{tabla III}),$$

como fluye de una relación elemental.

El ángulo γ_1 entre d y Δ_1 calculamos también en base del lema del coseno y nos resulta

$$\cos \gamma_1 = \operatorname{cosec} \Psi(d, \Delta_1) (\cos \Delta_1 - \sin \Phi(d, \Delta_1)).$$

Los signos en el caso de ángulos $> 90^\circ$ se juzgan por la fórmula primitiva :

$$\cos \gamma_1 = \frac{\cos \Delta_1 - \cos d \cos \Delta_1}{\sin d \sin \Delta_1},$$

es decir, el factor $\operatorname{cosec} \Psi(d, \Delta_1)$ queda siempre positivo, $\cos \Delta_1$ se pone negativo para $\Delta_1 > 90^\circ$ y $\sin \Phi(d, \Delta_1)$ cambia de signo cuando d o Δ_1 (no las dos simultáneamente) $> 90^\circ$.

Ahora tenemos dos posibilidades para el azimut $\alpha_1 = \beta_1 \pm \gamma_1$, pero generalmente ya se sabrá de antemano cual de los dos signos hay que tomar en consideración. El cálculo de las coordenadas se efectúa ahora como indicado al principio de este capítulo.

3

Otro cálculo muchas veces necesario es el de determinar la distancia epicentral entre un epicentro conocido (φ, λ) y una estación dada (φ_0, λ_0) , pero es idéntico al cálculo de d entre dos estaciones. Tenemos, por lo tanto,

$$\cos \Delta = \sin \Psi(\varphi_0, \varphi) - \sin \Phi(\Phi^*(\varphi, \Delta\lambda), \varphi_0),$$

con las reservas respecto a los signos arriba discutidas.

4

Para dar un ejemplo de este método de calcular, queremos determinar el epicentro del terremoto atlántico del día 13 de octubre de 1925, en base de las observaciones de La Plata (1) y Cartuja (2). Tenemos los datos siguientes :

$$\left. \begin{array}{ll} \varphi_1 = 34^\circ 9' \text{ S} & \lambda_1 = 57^\circ 9' \text{ W} \\ \varphi_2 = 37^\circ 2' \text{ N} & \lambda_2 = 3^\circ 4' \text{ W} \end{array} \right\} \Delta\lambda = 54^\circ 5' \quad \begin{array}{ll} \Delta_1 = 5205 \text{ km} & h_1 = 43^\circ 2' \\ \Delta_2 = 4900 \text{ km} & \end{array}$$

Cálculos

$$1^\circ \quad \cos d = -\sin \Psi(34^\circ 9', 37^\circ 2') + \sin \Phi((\Phi^* 34^\circ 9', 37^\circ 2'), 54^\circ 5');$$

TABLA I

1. Coordenadas h y a de las estaciones sismográficas, relativas a centros de proyección $\varphi_0 = 0^\circ$, $\lambda_0 = 0^\circ$, 50° W, 100° W, 150° W, 150° E, 100° E y 50° E.
2. Coordenadas geográficas de las estaciones sismográficas.

(Para mayor comodidad del lector y a fin de evitar confusiones, indique todos los nombres de las estaciones en su idioma original, y cuando éste último no se escribe con letras romanas, aplique la transcripción o traducción de que se sirven en sus publicaciones las mismas estaciones.)

TABLA II

Valores de d y r para distancias epicentrales desde 0 hasta 9800 kilómetros y altitudes desde 90° hasta 0°

TABLA II^{bis}

Valores de d y r para 49 estaciones sismográficas de los dos hemisferios, relativos a un centro de proyección
 $\varphi_0 = 0^\circ$, $\lambda_0 = 50^\circ$ W

TABLA II^{ter}

Valores de d y r para 35 estaciones sismográficas de los dos hemisferios, relativos a un centro de proyección
 $\varphi_0 = 0^\circ$, $\lambda_0 = 100^\circ$ E

TABLA III

Reducción de las coordenadas h y a a coordenadas geográficas, simultáneamente tabla auxiliar
para cálculos trigonométricos

