

ANÁLISIS NUMÉRICO DEL ACOPLAMIENTO AERODINÁMICO ENTRE CUERPOS CILÍNDRICOS PARA APLICACIÓN EN COSECHADORES DE ENERGÍA EÓLICA MEDIANTE VIBRACIONES INDUCIDAS POR VÓRTICES

D. Franco Lopera^{a,b}, M. Valdez^{a,c} y A. Scarabino^{b,d}

^a Instituto de Investigaciones en Energía no Convencional (INENCO, UNSa – CONICET),
Universidad Nacional de Salta, Av. Bolivia 5150, CP A4400FVY, Salta, Argentina.

^b Departamento de Ingeniería Aeroespacial - Facultad de Ingeniería - UNLP
Calle 116 s/n entre 47 y 48 – La Plata (1900) – Buenos Aires – Argentina.

^c Facultad de Ingeniería, Univ. Nacional de Salta, Av. Bolivia 5150, CP A4400, Salta, Argentina.

^d Grupo de Fluidodinámica Computacional - Facultad de Ingeniería - UNLP
Calle 116 s/n entre 47 y 48 – La Plata (1900) – Buenos Aires – Argentina.

Email: danaefrancolop@gmail.com

RESUMEN

En los últimos años ha surgido un creciente interés en los dispositivos de cosecha de energía eólica que aprovechan el movimiento inducido por vórtices. Estos dispositivos representan una posible alternativa a las pequeñas baterías para alimentar dispositivos electrónicos de baja potencia, como sensores inalámbricos y transceptores de radiofrecuencia. En este trabajo, se lleva a cabo un análisis numérico de las vibraciones inducidas por vórtices en un arreglo de dos cuerpos cilíndricos con diferentes restricciones de movimiento inmersos en una corriente de aire. De esta manera, se busca cuantificar el potencial de estas configuraciones para la generación de energía eólica. Se emplea el software OpenFOAM para realizar las simulaciones de dinámica de fluidos computacional (CFD). Se observa que la separación entre los cilindros y el comportamiento del fluido en el espacio entre ellos puede tener un gran impacto sobre la potencia total generada por el sistema, lo que puede resultar en la completa anulación o en un incremento sustancial de dicha potencia. Si bien se requieren pruebas numéricas y experimentales más detalladas, los resultados encontrados en este trabajo pueden ser de gran utilidad para mejorar las posibilidades de generación eléctrica mediante estos mecanismos.

Palabras clave: COSECHA DE ENERGÍA, VIBRACIONES INDUCIDAS POR VÓRTICES, RANS, INTERACCIÓN FLUIDO-ESTRUCTURA

INTRODUCCIÓN

Actualmente, existen numerosas investigaciones enfocadas en el desarrollo de tecnologías para la generación y aprovechamiento energético a pequeña escala [7,3]. Dentro de aquellas orientadas al aprovechamiento de la energía eólica, los dispositivos de recolección de energía eólica mediante el fenómeno de VIM (movimiento inducido por vórtices, por sus siglas en inglés) han ganado relevancia. Estos dispositivos aprovechan los fenómenos aeroelásticos y convierten en electricidad al movimiento oscilatorio que suelen inducir en determinados cuerpos. Gracias a su baja necesidad de mantenimiento y facilidad de miniaturización, los cosechadores tipo VIM representan una alternativa más sostenible a las baterías, especialmente en ubicaciones remotas o de difícil acceso. Sin embargo, la cantidad de energía eléctrica que estos dispositivos pueden generar sigue siendo limitada (del orden de miliWatts), lo que impide considerarlos como una tecnología madura y limita sus posibles aplicaciones [2,5].

Dentro de los movimientos inducidos por flujo, se encuentran las vibraciones inducidas por vórtices (VIV), en las cuales la oscilación de las fuerzas sobre el cuerpo se origina, como su nombre sugiere, debido a la formación y desprendimiento de vórtices generados por la interacción entre el fluido y la estructura [4]. Un ejemplo de estos es el cosechador cilíndrico de tipo VIV, que generalmente consta de una viga en voladizo portando un parche de material piezoeléctrico en su superficie, junto a un cilindro fijo en uno de los extremos. Al exponer esta configuración a un flujo de aire constante, se producen de manera periódica vórtices en la superficie del cilindro, dando lugar a oscilaciones en todo

el sistema. Estas oscilaciones generan flexiones alternas en la viga y, por lo tanto, en el parche piezoeléctrico adherido a la misma. Aprovechando las propiedades intrínsecas de los materiales piezoeléctricos, la deformación del parche resulta en una diferencia de potencial eléctrico que puede ser aprovechada como fuente de energía.

En el presente trabajo, se emplean simulaciones de Dinámica de Fluidos Computacional (CFD) con el propósito de analizar una serie de dispositivos cilíndricos recolectores de energía eólica. Se consideran múltiples configuraciones, variando la distancia entre los cilindros y la restricción del movimiento del cuerpo a barlovento. En un estudio previo se identificó que la potencia generada por el movimiento horizontal es marginal en comparación con la potencia debida al movimiento vertical, una observación válida para todas las distancias analizadas entre los cilindros [1]. Estos hallazgos han permitido concluir que, computacionalmente, resulta más eficiente limitar la oscilación de los cuerpos a la dirección vertical. Además, esta restricción supone mayores facilidades constructivas, sin comprometer la capacidad de generación de potencia de los cosechadores.

DESCRIPCIÓN DEL DOMINIO COMPUTACIONAL

El problema de estudio puede ser simplificado mediante la disposición de dos cilindros en el interior de un dominio fluido rectangular. Se decidió analizar exclusivamente la situación en dos dimensiones, de modo que la profundidad del dominio no tiene relevancia.

La **Figura 1** muestra la disposición de los cilindros y esquematiza el dominio, el cual tiene una longitud de $30 D$ y un ancho de $15 D$. Para este análisis, se utilizaron dos cilindros (A y B) con un diámetro idéntico, $D = 0,02$ m. Al inicio de cada simulación, los cilindros están alineados horizontalmente y separados por una distancia L (entre los centros).

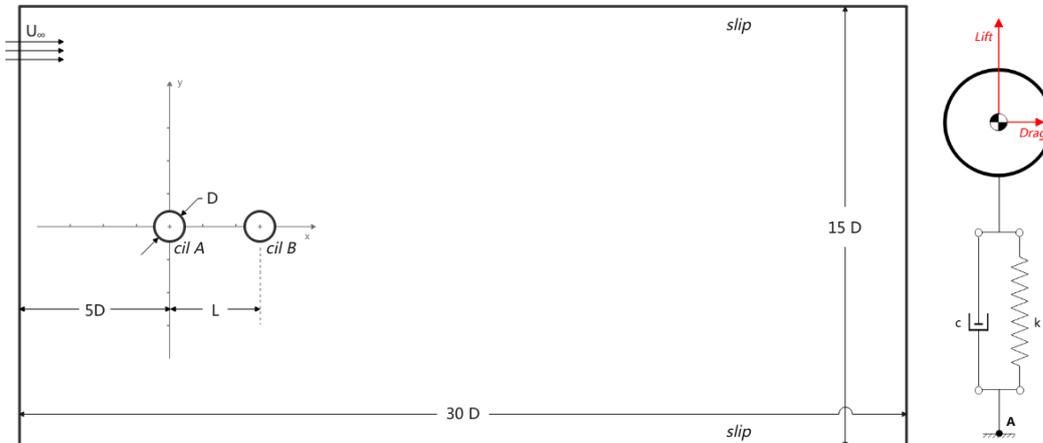


Figura 1. Izquierda - Representación esquemática del dominio computacional y de la geometría del sistema de cilindros para cosecha de energía. Derecha - Modelo estructural de los soportes del cilindro móvil.

El fluido considerado es aire, un fluido newtoniano con una viscosidad cinemática de $\nu = 1 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$. En todas las simulaciones realizadas, se optó por una intensidad de turbulencia del 1%. El flujo turbulento incompresible se simuló mediante la estrategia RAS (Reynolds-Averaged Simulation), haciendo uso del modelo de turbulencia $k-\omega$ SST (Shear Stress Transport). Para cada cilindro se adopta una masa $m = 5$ gr y los mismos valores de rigidez ($k = 180$ N/m) y amortiguamiento ($c = 0,095$ Ns/m, $\zeta=0,05$) en la dirección vertical (y). Esto implica una frecuencia natural $f_n = 30,2$ Hz para los modos de traslación en dicha dirección. Dichos parámetros fueron seleccionados de modo que la traslación del centro de gravedad no superase nunca el 0,6 % del valor del diámetro. Esta decisión está asociada a la deformación de la malla, la cual puede producir que la solución no converja.

Las condiciones del contorno empleadas para la simulación son las que se describen a continuación:

- **Entrada del dominio (inlet):** se impone una corriente uniforme con velocidad $U_\infty = 2,5$ m/s en la dirección horizontal, junto con una condición de gradiente nulo (*zeroGradient*) para la presión. Las

distribuciones de energía cinética turbulenta $k = 9,37 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}^2$ y de la disipación específica de turbulencia $\omega = 2,79 \text{ s}^{-1}$ se adoptan como uniformes. Esto corresponde a una intensidad de turbulencia $I_{turb} = 1\%$ y un Reynolds $Re = 5000$.

- **Salida del dominio (outlet):** se impone una presión uniforme constante de $0 \text{ m}^2/\text{s}^2$, junto con una condición de velocidad tipo *inletoutlet* con valor 0 de *inlet*. La condición *inletoutlet* se emplea para evitar que el flujo en la salida se dirija hacia el interior del dominio.
- **Superficies superior e inferior del dominio:** se impone la condición de deslizamiento (*slip*) para la velocidad, estableciendo que la componente de la velocidad normal a la superficie es nula. En cuanto a la presión, se aplica una condición de gradiente nulo (*zeroGradient*).
- **Superficies de los cilindros:** se impone la condición de no deslizamiento (*noSlip*), que hace que la velocidad relativa entre el fluido y el sólido sea nula en todos los puntos de la superficie. Para la presión en estas superficies, se aplica la condición de gradiente nulo (*zeroGradient*). En relación a las variables de turbulencia k y ω se emplean las funciones de pared *kqWallFunction* y *omegaWallFunction* respectivamente.

GENERACIÓN DE MALLA DE VOLUMENES FINITOS EN OPENFOAM

Para la generación de la malla se empleó la utilidad *snappyHexMesh* de OpenFOAM. Esta herramienta permite generar mallas hexaédricas que representan adecuadamente los contornos de los cuerpos inmersos en el flujo. La implementación de esta herramienta requiere definir una malla de fondo hexaédrica la cual es sometida a procedimientos de refinamiento, corte y eliminación de celdas superpuestas al volumen de los cuerpos (*castellation*), así como la ajustada colocación de los nodos a las superficies de los cuerpos (*snap*). Finalmente, se añaden capas adicionales de celdas adyacentes a los contornos sólidos para asegurar una adecuada resolución de las capas límites. La **Figura 2** muestra una de las mallas empleadas para una separación específica de los cuerpos.

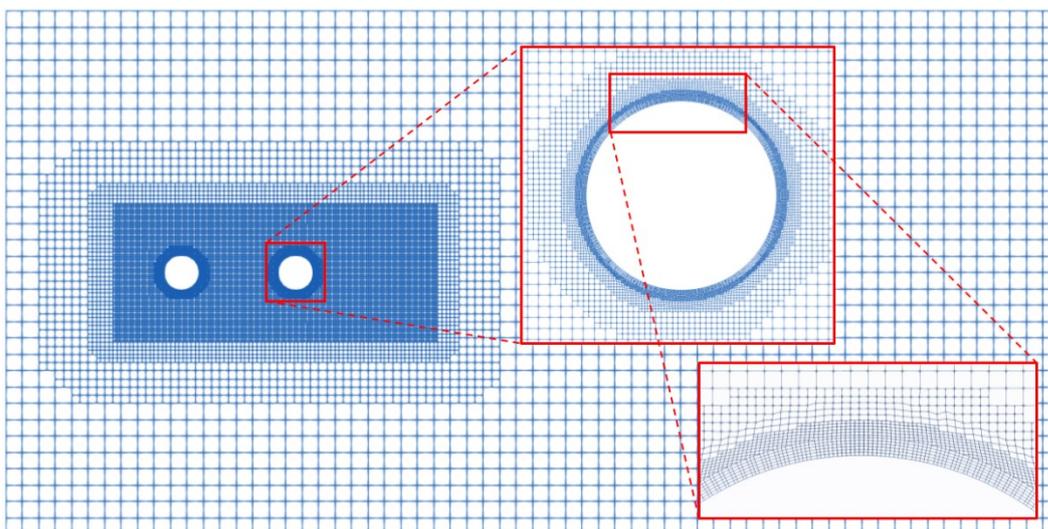


Figura 2: Malla de volúmenes finitos utilizada.

A través de diferentes ensayos de validación y convergencia se determinó la malla más adecuada para cada uno de los 9 valores de separación entre cilindros analizados. En todos los casos la malla de fondo cuenta con 64 celdas de largo y 32 celdas de alto. Esto implica un tamaño de celda uniforme de $\Delta x = \Delta y = 0,46875 D$. En la región donde se encuentran los cilindros se generó una caja de refinamiento de nivel 3; es decir, con celdas $1/64$ veces más pequeñas que las celdas de base. Dicha caja de refinamiento es rectangular y se extiende desde 2D corriente arriba del primer cilindro hasta 4D corriente abajo del segundo. La cantidad total de celdas de las mallas obtenidas fue 17267 para la configuración de un cuerpo y entre 25522 y 30454 para dos cilindros, según la separación entre ellos.

METODOLOGÍA DE SIMULACIÓN

Se analizaron en total 9 valores de separación L/D entre los cilindros: 1,25, 1,17, 2,25, 2,50, 2,75, 3,25, 3,75, 5,0 e infinito (equivalente a un único cilindro) para determinar la influencia de esta separación sobre la potencia neta disponible en el sistema. En todos los escenarios examinados, los cuerpos móviles solo pueden oscilar en la dirección vertical.

El análisis se realizó en dos escenarios:

- **Escenario 1:** El cilindro A actúa como obstáculo fijo generador de vórtices; es decir, está impedido de rotar o trasladarse en cualquier sentido, y el cilindro B es libre de trasladarse en el eje y .
- **Escenario 2:** Ambos cilindros con un grado de libertad, correspondiente a la traslación en el eje y .

Dado el movimiento de los cilindros, fue necesario adoptar una estrategia de malla dinámica que permita ajustar la malla a las deformaciones inducidas por esta dinámica. En este contexto, se seleccionó la técnica *morphing mesh*. Para agilizar la convergencia de las simulaciones hacia un estado estacionario periódico (si este existe), se inicializaron los campos de velocidad, presión y turbulencia utilizando los resultados de simulaciones RAS previas, las cuales se realizaron con mallas más gruesas. Inicialmente, se empleó el solver *simpleFoam*, diseñado para resolver flujos incompresibles y turbulentos en estado estacionario. Se realizaron 3000 iteraciones para obtener condiciones iniciales adecuadas para las simulaciones no estacionarias. Luego, se utilizó el solver *pimpleFoam*, que combina elementos de los algoritmos SIMPLE y PISO para el análisis de flujos transitorios. Esto permitió incorporar el movimiento de los cilindros debido a las cargas aerodinámicas, lo que requirió un solver adicional para calcular la deformación de la estructura que sostiene al cilindro (ver Figura 1). Las simulaciones se llevaron a cabo con un paso de tiempo de $\Delta t = 10 \times 10^{-5}$, pero se utilizó la opción *maxCo* para limitar el número CFL máximo a 0,9, lo que resultó en pasos de tiempo variables durante la simulación, oscilando entre 4×10^{-5} y 5×10^{-5} una vez que el sistema alcanzó una solución periódica estacionaria.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El campo de velocidad plenamente desarrollado (magnitud de la velocidad en un instante de tiempo) para diferentes valores de la distancia adimensional entre los centros de los cilindros (L/D) se presenta en la **Figura 3**. Se observa que las simulaciones capturaron correctamente las calles de vórtices generadas por los cilindros, así como la dinámica del flujo en el espacio intermedio que se forma entre ellos. La distribución y tamaño de las celdas en las mallas empleadas se determinó mediante un estudio de convergencia y validación, garantizando su adecuación al problema en estudio.

En lo que respecta a los dispositivos cosechadores de energía eólica tipo VIV, es habitual emplear transductores piezoeléctricos para convertir la deformación inducida por el viento en la estructura en energía eléctrica aprovechable. La generación de potencial eléctrico y la potencia subsiguiente están directamente relacionadas con la magnitud de la deformación experimentada por el material piezoeléctrico. No obstante, es pertinente señalar que en este estudio no se incorporaron modelos de los componentes piezoeléctricos. En su lugar, se procedió a estimar la potencia mecánica transferida por el fluido a cada cilindro móvil.

La potencia mecánica disponible, es decir, la potencia desarrollada por las fuerzas del fluido al mover un cilindro, se calcula mediante la **Ecuación 1**. Para el caso de dos cilindros móviles, la potencia total resultante se configura como la suma de las contribuciones individuales de cada cilindro, tal y como se expone en la **Ecuación 2**.

$$P = F_x \cdot \dot{x} + F_y \cdot \dot{y} \quad (1)$$

$$P_{Total} = P_A + P_B = (F_x \cdot \dot{x} + F_y \cdot \dot{y})_A + (F_x \cdot \dot{x} + F_y \cdot \dot{y})_B \quad (2)$$

Para estudiar la potencia mecánica disponible, se empleó el dominio de la frecuencia mediante la aplicación de la Transformada Rápida de Fourier (FFT). Con el propósito de facilitar la comparativa, se procedió a adimensionalizar la amplitud de la potencia, tomando como punto de referencia la

potencia máxima lograda en la configuración con un solo cilindro ($L/D = \infty$). Este enfoque permite evaluar de manera precisa las proporciones de aumento o disminución en la potencia generada, en relación con la situación de un único cosechador. La frecuencia, por su parte, se adimensionaliza utilizando la frecuencia natural del modo de vibración vertical del sistema masa-resorte-amortiguador.

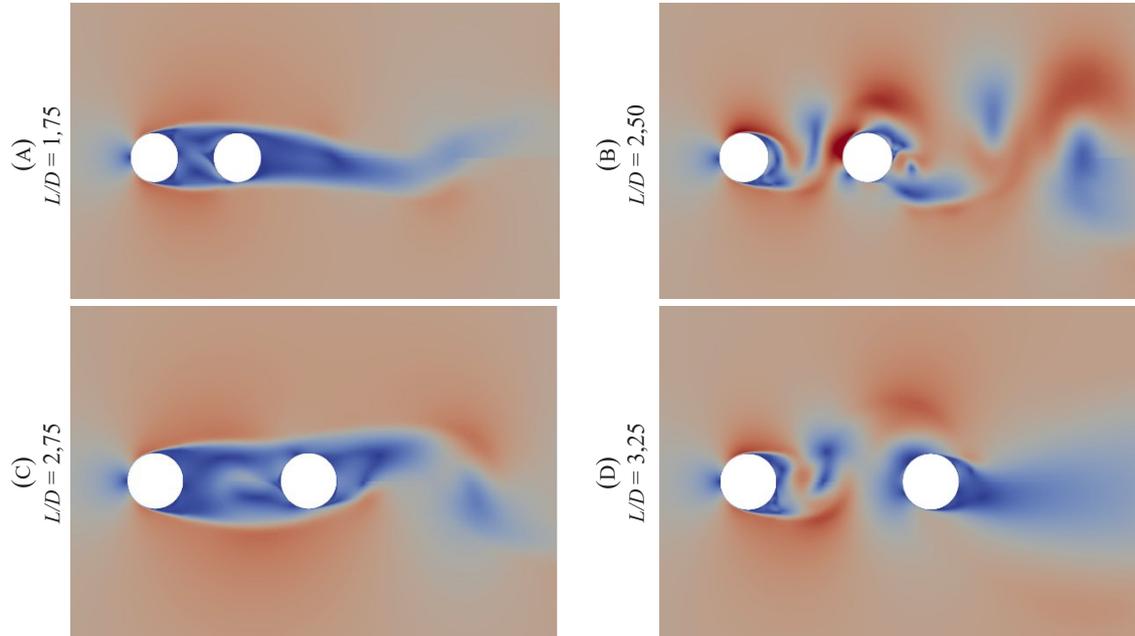


Figura 3: Campo de velocidad con flujo desarrollado - Caso: Cilindros A y B móviles

Escenario 1. Un cilindro fijo y un cilindro cosechador móvil

En esta sección se analizan los resultados obtenidos para las simulaciones realizadas en el escenario 1. En la **Figura 4** se observan los resultados obtenidos al aplicar la FFT a la potencia desarrollada por el movimiento del Cilindro B. Los gráficos expuestos abarcan seis de los nueve valores de L/D estudiados. Cabe señalar que la escala vertical, correspondiente a la potencia adimensional, difiere en cada uno de los sub-gráficos presentados. En el eje horizontal se presenta la frecuencia adimensional en escala logarítmica; los límites de este eje se mantienen constantes para todos los sub-gráficos.

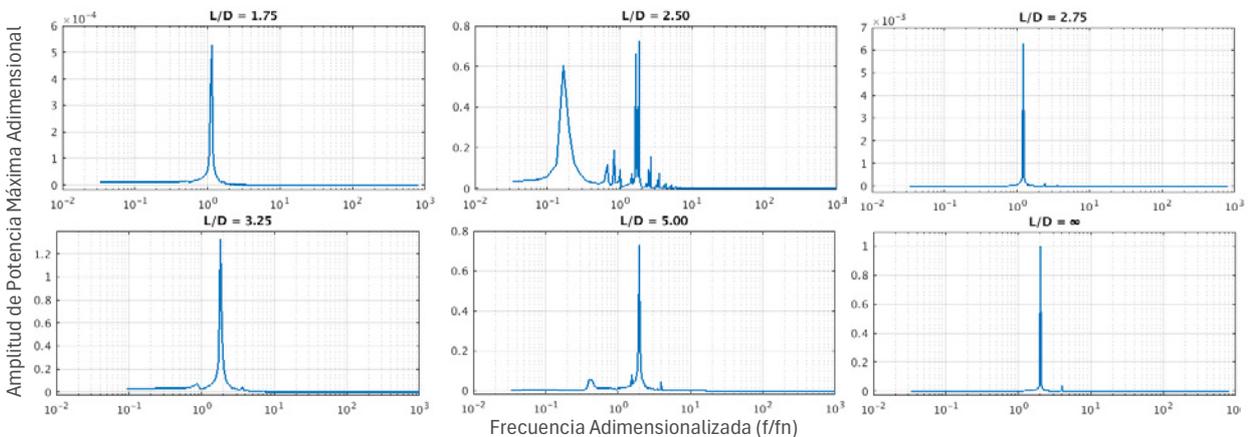


Figura 4: FFT de la Potencia para diferentes valores de L/D - Caso: Cilindro B móvil.

En la mayoría de los casos, se constata la presencia de una única frecuencia predominante, con algunos picos de amplitud considerablemente menor, los cuales es plausible que sean resultado del ruido propio de la simulación. No obstante, en el caso particular de $L/D = 2,50$, se advierte una mayor incidencia de ruido en comparación con las demás instancias, además de la aparición de tres picos de

amplitudes equiparables, dos de los cuales son prácticamente coincidentes. Se conjetura que el comportamiento observado se corresponde con la transición entre dos regímenes de flujo identificados por Zdravkovich [6]: régimen de revinculación completa y régimen bi-estable.

En el gráfico superior de la **Figura 5** se presenta la frecuencia (f/f_n) en la cual se localiza el máximo pico de Potencia (en naranja) y del coeficiente de sustentación (en lima). Para todos los valores de L/D analizados, la frecuencia principal de oscilación de la potencia fue aproximadamente igual a dos veces la frecuencia principal de oscilación del coeficiente de sustentación. Esta última frecuencia (la del CI) fue la misma para ambos cuerpos. Por ende, el régimen de desprendimiento/revinculación de vórtices generó diferencias en la amplitud de la fuerza desarrollada en cada cilindro, pero en los dos fluctúa con la misma periodicidad. En la Figura 5 se presenta también la variación de la amplitud máxima de potencia en función de la separación entre los cilindros. La mayor potencia se obtuvo para $L/D = 3,25$; no obstante, este pico fue apenas 1% superior al alcanzado en el caso de un solo cilindro.

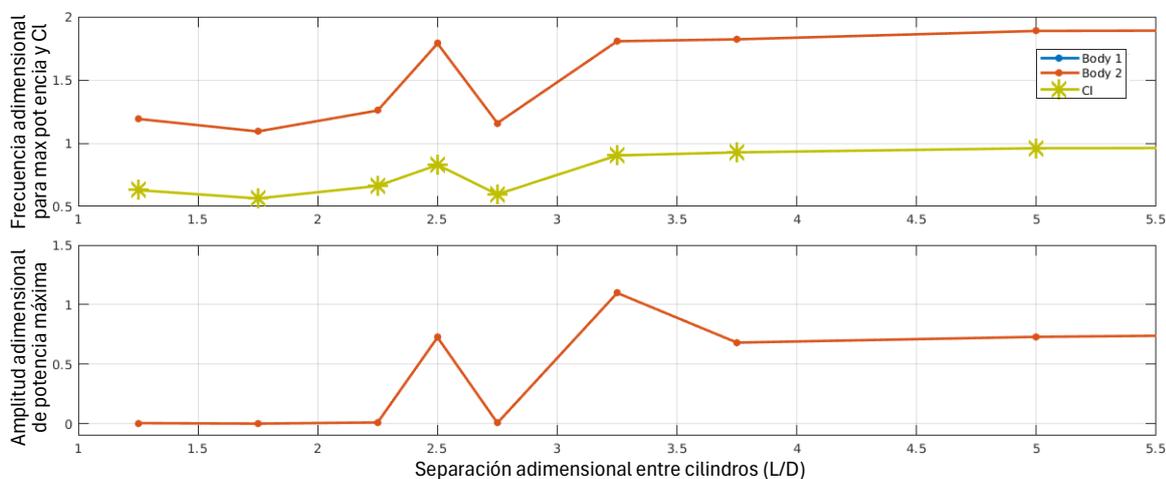


Figura 5: Amplitud y frecuencia del máximo pico de potencia para L/D - Cilindro B móvil

Escenario 2. Dos cilindros móviles

En este apartado se presentan los resultados correspondientes al escenario 2. Se analizó la influencia que tiene la separación entre dichos cuerpos sobre la potencia disponible para ser transformada en electricidad. Además, se realizaron comparaciones con los resultados obtenidos en la sección anterior.

En la **Figura 6** se presentan los espectros de frecuencia de la Potencia para diferentes separaciones. Se diferencié la potencia generada por el movimiento del Cilindro A (en azul), del Cilindro B (en rojo) y la potencia total del sistema (en amarillo). Los niveles de ruido fueron mucho menores que los observados en el apartado anterior. Todos los espectros de frecuencia de la potencia tienen un pico principal perfectamente diferenciado. Los mayores niveles de ruido se observan para $L/D=2,50$.

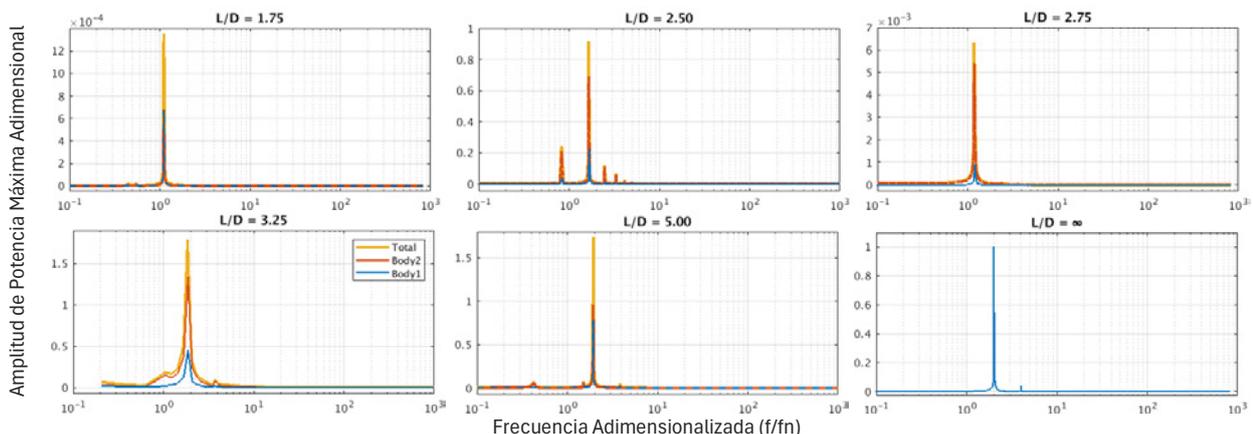


Figura 6: FFT de Potencia para diferentes valores de L/D - Cilindros A y B móviles

En la **Figura 7** se presentan gráficos resumen con la variación respecto a L/D de los resultados obtenidos para la FFT de la potencia; el gráfico superior presenta la frecuencia principal (f/f_n) de oscilación de potencia y Cl; el gráfico inferior, la amplitud adimensional del pico máximo de potencia. En todos los casos analizados, la frecuencia principal de oscilación de las variables medidas fue la misma para ambos cuerpos. En general, se observa que la potencia producida por el cilindro corriente abajo (Cilindro B) es mayor que la obtenida para el cilindro delantero (Cilindro A); excepto para $L/D \leq 2,25$ en donde la potencia disponible es nula. Es evidente, además, que conforme se incrementa la distancia entre los cilindros, la potencia engendrada por ambos tiende a igualarse con la correspondiente al caso de un único cilindro. Esto se atribuye a la gradual disminución del efecto de acoplamiento aerodinámico entre los cuerpos. En consecuencia, los valores máximos de potencia total se alcanzan para la máxima separación entre cilindros ($L/D = 5$). En este punto, la potencia individual (adimensional) se aproxima a 1 Watt/Watt, resultando en una potencia total de alrededor de 2 Watt/Watt; es decir, el doble de la potencia generada en el caso $L/D = \infty$.

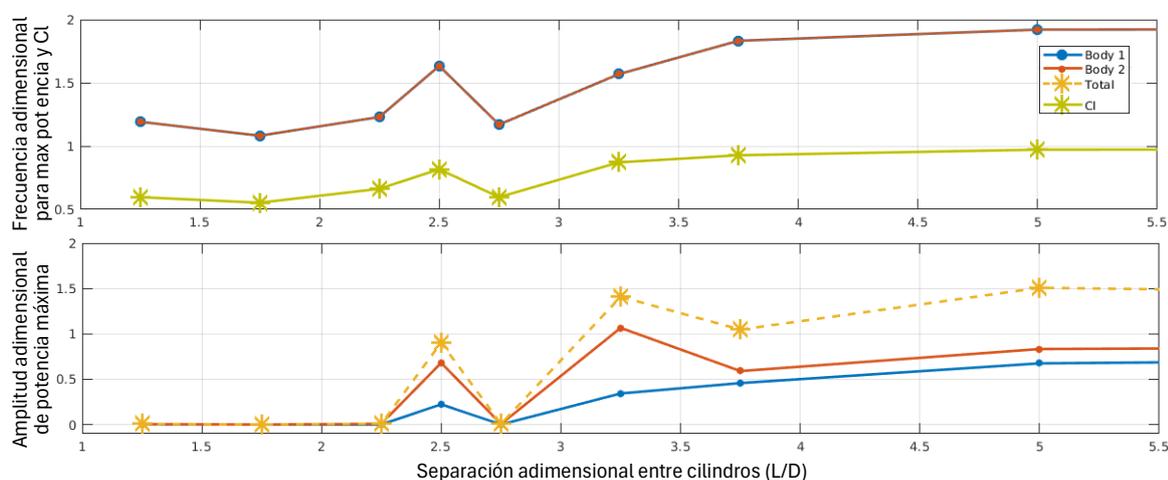


Figura 7: Amplitud y frecuencia del máximo pico de potencia para L/D – Cil. A y B móviles.

La **Figura 3** presenta los campos de velocidad correspondientes a diversos intervalos de separación entre los cuerpos en estudio. Estas instantáneas fueron capturadas en un momento arbitrario cuando el flujo alcanza su desarrollo total. En la primera columna (A y C), se aprecia la ausencia de vórtices en el espacio intermedio entre los cilindros. En su lugar, se forma una estela que rodea ambos cilindros y la velocidad de la corriente decrece hasta aproximarse a cero en su interior. Este escenario se correlaciona con la virtual anulación de la potencia aprovechable del sistema (ver Figura 7). Esta dinámica, reconocida como revinculación de la capa límite [6], se manifiesta en todas las instancias en las que la potencia disponible se aproxima a cero ($L/D = 1,25, 1,75, 2,25, 2,75$), incluso en las configuraciones en las cuales solo el cilindro B es capaz de oscilar en sentido vertical.

En contraste, en la segunda columna (B y D) de la **Figura 3**, se distingue una pequeña calle de vórtices en el espacio entre cilindros. Además, para $L/D=2,5$ se observa un patrón de vórtices mucho más definido corriente abajo del Cilindro B.

Al comparar los resultados obtenidos en ambos escenarios (con uno y dos cilindros móviles) no se observan diferencias sustanciales. De hecho, las curvas que representan la potencia generada por el movimiento del cilindro B se superponen o presentan una magnitud similar. Esta falta de disparidades notorias probablemente se debe a la restricción en el desplazamiento vertical de los cilindros, lograda mediante la imposición de una elevada rigidez elástica en la estructura. Es plausible, entonces, que una constante elástica menor, y en consecuencia una mayor amplitud en el movimiento de los cuerpos, dificulte la revinculación de la capa límite, propicie la generación de vórtices en el espacio intermedio entre los cilindros y repercuta en los parámetros aerodinámicos del sistema, incrementando así la potencia disponible.

CONCLUSIONES

Este estudio exploró el potencial para la generación de energía eléctrica de un arreglo conformado por dos cuerpos cilíndricos dispuestos en tándem y sumergidos en un flujo de aire. Se introdujeron variaciones en las limitaciones relativas al movimiento y la separación de estos cuerpos. Los análisis de casos específicos examinaron, a un número de Reynolds $Re=5000$, las implicancias de modificar la distancia entre los cilindros dentro del intervalo $1,25 \leq L/D \leq 4$. Se investigaron dos situaciones de movimiento distintas: permitiendo sólo el desplazamiento vertical del cilindro a sotavento y habilitando el movimiento vertical de ambos cilindros.

En los escenarios con un cuerpo fijo y otro móvil, el cilindro ubicado a barlovento desempeñó el papel de un generador de vórtices, y se procuró evaluar el impacto de su presencia en la potencia mecánica disponible en el cosechador situado en posición sotavento. En los casos que involucraban dos cuerpos móviles, ambos cilindros capturaban energía del flujo, y se llevó a cabo un análisis con el propósito de identificar los efectos del acoplamiento aerodinámico entre ellos. Se buscó determinar las configuraciones más convenientes para la optimización de la generación de energía eléctrica.

Los resultados obtenidos respaldan la noción de que el acoplamiento aerodinámico y las vibraciones inducidas por los vórtices generados por ambos cuerpos influyen significativamente en la potencia generada por el sistema. Se observó que estos fenómenos de interacción muestran un potencial beneficioso en situaciones caracterizadas por valores específicos en la separación entre los cuerpos.

Se constató que la formación de una única corriente de vórtices y una zona de estancamiento del fluido en la brecha entre los cilindros tiene correlación con la anulación de la potencia mecánica disponible. Asimismo, para valores de $L/D > 3,25$, los efectos del acoplamiento aerodinámico entre los cilindros, y la potencia generada por cada uno de ellos tendió a asemejarse a la de un cilindro individual.

La restricción en la rigidez estructural, que limitó la oscilación a menos del 0.6% del radio en un cosechador VIV, posibilita la extrapolación de resultados dentro del régimen lineal, asumiendo la linealidad del modelo estructural. Sin embargo, este estudio permitió evaluar la capacidad del mecanismo de deformación de la malla, y se anticipa que investigaciones futuras se enfocarán en acercarse a la rigidez esperada en un cosechador real y explorar en mayor profundidad la influencia de los parámetros estructurales en la potencia disponible. Además, la incorporación de más cuerpos móviles con distribuciones diversas permitiría adentrarse en la posibilidad de construir "campos de cosechadores VIV". Tanto los resultados obtenidos como la literatura consultada sugieren que, bajo las condiciones adecuadas, la interacción entre cosechadores podría conducir a un aumento sustancial de la potencia disponible.

REFERENCIAS

1. D. Franco Lopera, M. Valdez y S. Preidikman: Simulación Computacional de la Interacción Aerodinámica entre Cuerpos Inmersos para Aplicaciones de Cosecha de Energía del Viento. *Mecánica Computacional*, 2021, Vol 38, pp. 281-1288.
2. A. Nechibvute, A. Chawanda y P. Luhanga: Piezoelectric Energy Harvesting Devices: An Alternative Energy Source for Wireless Sensors; *Smart Materials Research*, 2012, ID 853481.
3. J.M. Ramírez: A coupled formulation of fluid-structure interaction and piezoelectricity for modeling a multi-body energy harvester from vortex-induced vibrations; *Energy Conversion and Management*, 2021, Vol. 249.
4. A. Rostami y M. Armandei: Renewable energy harvesting by vortex-induced motions: Review and benchmarking of technologies; *Renew. and Sust. Energy Rev.*, 2017, Vol 70, pp. 193–214.
5. X. Wu y D.W. Lee: Miniaturized piezoelectric energy harvester for battery-free portable electronics; *Int J Energy Res.*, 2019, Vol 43, pp. 2402–2409.
6. M. Zdravkovich: Flow induced oscillation of cylinders; *Journal of Sound and Vibration*, 1985, Vol. 101, No. 4, pp. 511–521.
7. S. Zhou y J. Wang: Dual serial vortex-induced energy harvesting system for enhanced energy harvesting; *AIP Adv*, 2018. Vol 8(7)