ASOCIACION ARGENTINA
DE ECONOMIA POLITICA

ANALES | ASOCIACION ARGENTINA DE ECONOMIA POLITICA

LIII Reunión Anual

Noviembre de 2018

ISSN 1852-0022
ISBN 978-987-28590-6-0

Maximización de beneficios con ciclos productivos endógenos y sucesivos

Benito Amaro Ignacio
Egolf Patricia

Maximización de beneficios con ciclos productivos endógenos y sucesivos

Ignacio, Benito Amaro; Patricia, Egolf[1]

Resumen

La fórmula de Faustmann, es una herramienta muy útil para la evaluación de actividades económicas donde su ciclo es endógeno a la maximización de beneficios, por lo que esta herramienta utilizada en el ámbito forestal, también puede ser aplicada a numerosos problemas como pueden ser los sucesivos ciclos de engorde o a la vida útil de un animal destinado a cría en lo que respecta a ganadería. Así también, es posible combinar la actividad forestal en ésta fórmula con actividades de ciclos productivos más cortos, como en el caso de la adaptación a sistemas silvopastoriles (SSP) que se presentará en este trabajo o incluir externalidades como ocurre en otros trabajos que han modificado la fórmula para considerar.

De los múltiples criterios existentes, uno de los criterios más utilizados en el "mundo forestal" para determinar el turno óptimo de corta, es el modelo de Faustmann. La gran ventaja que posee este modelo, es que propone maximizar la rentabilidad privada de una producción forestal optimizando el valor presente del flujo de fondos obtenidos en sucesivos ciclos productivos. El presente estudio busca demostrar como la fórmula de Faustmann es la herramienta indicada a utilizar cuando se quiere maximizar determinando directa o indirectamente la duración del ciclo productivo en un problema que considera una sucesión infinita de ciclos productivos, como serían los casos que se observa en este trabajo (forestal, silvopastoril y ganadero).

Encontrar una herramienta adecuada para evaluar las actividades productivas es una condición necesaria para realizar una correcta evaluación ya sea productiva como de política, y por esta razón, resaltamos la importancia de la aplicación de este modelo en aquellos casos que los ciclos productivos se suceden durante infinitos periodos.

Clasificación JEL: Q12, Q13, D41

Palabras claves: fórmula de Faustmann, ciclos productivos endógenos, ganadería, SSP.

[1] Instituto de Economía de INTA. Correo electrónico: amaro.ignacio@inta.gob.ar.

Introducción

Existen diversos criterios empleados para determinar el turno óptimo de rotación en plantaciones forestales, que abarcan desde criterios biológicos, técnicos, hasta económicos. Una de las técnicas económicas más utilizada en el sector forestal para determinar un turno óptimo de corta es el modelo de Faustmann (1849).

Este modelo propone maximizar la rentabilidad privada de una explotación forestal, optimizando el valor presente del flujo de fondos obtenido en sucesivos ciclos productivos. Para ello supone que la actividad evaluada se desarrolla en infinitos ciclos, manteniéndose en el tiempo como la mejor alternativa de uso de la tierra. Arosa Gómez (1996) enuncia que Faustmann maximiza la renta de la tierra en una situación de equilibrio de largo plazo del bosque de acuerdo a las características de optimalidad del equilibrio competitivo.

La fórmula de Faustmann es una herramienta muy útil para la evaluación de actividades económicas donde su ciclo es endógeno a la maximización de beneficios. Por lo que esta herramienta utilizada en el ámbito forestal también puede ser aplicada a numerosos problemas, como pueden ser los sucesivos ciclos de engorde o a la vida útil de un animal destinado a cría en lo que respecta a ganadería.

Así también, es posible combinar en ésta fórmula la actividad forestal con actividades de ciclos productivos más cortos, como en el caso de la adaptación a sistemas silvopastoriles (SSP) que se presentará en este trabajo o incluir externalidades como ocurre en otros trabajos que han modificado la fórmula para considerar externalidades.

El trabajo se organiza del siguiente modo, en primera instancia se presenta el modelo de Faustmann en la versión realizada por Arosa Gómez (1996) para mostrar cómo se aplica en el ámbito forestal. En una segunda instancia se desarrolla la comparación del modelo de Faustmann con respecto a otras dos alternativas de maximización de beneficios (modelos económicos que resuelven el mismo problema, pero desde diferentes enfoques), aplicado sobre la elección del peso de venta de un animal en engorde. Luego se describe el modelo de Faustmann adaptado a SSP. Y por último, se plantea una discusión sobre esta herramienta y las principales conclusiones.

Modelo de Faustmann

Según Arosa Gómez (1996) el objetivo principal de este enfoque económico consiste en determinar el turno óptimo, es decir, el tiempo óptimo de aprovechamiento de las distintas especies de árboles de forma tal que maximice el valor descontado de los flujos de ingresos menos gastos esperados de la plantación. Se debe aclarar que esta metodología de evaluación sirve tanto para evaluar plantaciones coetáneas (donde todos los arboles tienen la misma edad) como también se aplica en análisis de aprovechamiento de bosques disetáneos (donde los árboles difieren marcadamente en las edades). En masas forestales en las cuales la edad de los árboles no es homogénea, se puede evaluar la dinámica del bosque en base al crecimiento anual promedio ponderado de la masa maderera.

Faustmann se convirtió en un precursor al plantear el análisis tanto del turno óptimo de rotación como el valor esperado de la tierra en función de una actividad productiva. Tal como se plantea y resuelve el modelo, tiene implícito el estado estacionario que se obtendría al emplear optimización dinámica, como lo demuestra Heaps (1984). Por lo que la fórmula original de Faustmann es una maximización intertemporal para obtener el equilibrio, y cuando los parámetros del modelo se modifican se obtiene un nuevo estado estacionario, pero no se observa la transición desde el equilibrio inicial al nuevo equilibrio.

El modelo de Faustmann permite maximizar el ingreso descontado de la madera neto de los costos de producción de infinitos ciclos de producción, considerando una masa forestal compuesta por árboles de la misma edad; asume además precios constantes y una función de producción conocida (Lee Abt y Prestemon, 2003).

Los análisis fueron evolucionando a partir de este primer modelo, pero con las restricciones *in situ* que posee una simplificación de la realidad. Los avances se desarrollaron bajo ciertos supuestos y en función de los diversos recursos empleados por cada autor. Las supuestos más comunes son (Balteiro, L., 1997):

- Masas forestales regulares, esto significa que la masa forestal es uniforme en cuanto a la edad de los árboles (even-aged o forestaciones coetáneas).
- Perfecto conocimiento acerca de la función de producción forestal, como también de los precios de productos e insumos en el futuro y de la tasa de descuento.
- Acceso al mercado de capitales sin restricciones, esto implica que se puede tomar dinero prestado o depositarlo a la tasa de interés de mercado sin limitantes.
- La calidad no es un determinante en la formación de precios de los productos, dado que múltiples factores inciden en este atributo (la madera libre de nudo, por ejemplo, depende de las podas). En este modelo solo se considera el atributo de categoría diamétrica, por lo tanto el precio varía según éste parámetro.
- Mercados competitivos, el precio del producto no está influenciado por el volumen que ofrece el productor.
- El único ingreso forestal que se considera es la venta de madera, descartando así otro tipo de productos (ejemplo:servicios ambientales).
- La producción de madera es función del tiempo y de la silvicultura aplicada.
- Los únicos costos de producción forestal que se consideran son costos de plantación y aprovechamiento.

Además, en muchos casos los riesgos por enfermedades, plagas o incendios no se tienen en cuenta.

El modelo planteado por Faustmann considera: costos iniciales de plantación y acondicionamiento (C), una fecha de tala (T) que es la variable a determinar, un precio de la madera constante P, una función de producciónde las distintas especies forestales $V(t)$. El valor actual del primer ciclo de tala con capitalización instantánea es:

$$K_1 = P * V(T) * e^{-iT} - C$$

Donde:

i: Tasa instantánea de interés.

El valor capitalizado correspondiente al segundo ciclo de tala que se inicia al cabo de “T” años viene dado por la expresión:

$$K_2 = P * V(T) * e^{-2iT} - C * e^{-iT}$$

$$K_2 = e^{-iT} * \left[P * V(T) * e^{-iT} - C\right]$$

$$K_2 = e^{-iT} * K_1 \qquad (4)$$

Análogamente para el tercer ciclo obtendríamos:

$$K_3 = P * V(T) * e^{-3iT} - C * e^{-2iT}$$

$$K_3 = e^{-iT} * \left[P * V(T) * e^{-2iT} - C\right]$$

$$K_3 = e^{-2iT} * K_1$$

En general va a ser:

$$K_n = e^{-iT(n-1)} * K_1$$

En donde el valor capital de una plantación forestal con un horizonte de n ciclos será:

$$K = \left[P * V(T) * e^{-iT} - C\right] * \sum_{j=1}^{n} e^{-iT(j-1)}$$

Siendo $\sum_{j=1}^{n} e^{-iT(j-1)}$ una serie armónica que converge a: $(1 - e^{-iT})^{-1}$

Por lo que el valor capitalizado de la explotación entonces es:

$$K(T) = \frac{\left[P * V(T) * e^{-iT} - C\right]}{(1 - e^{-iT})}$$

Por lo tanto, el objetivo es maximizar la siguiente expresión:

$$\max_T K(T) = \max_T \frac{\left[P * V(T) * e^{-iT} - C\right]}{(1 - e^{-iT})}$$

De realizar esto, él llega a:

$$\frac{P * V'(T)}{P * V(T) - C} = \frac{i}{(1 - e^{-iT})}$$

La expresión de la izquierda es la tasa de crecimiento/incremento de los ingresos por madera, es decir, el valor del producto marginal del bosque con respecto al tiempo. El segundo término posee como numerador la tasa instantánea de descuento, y representa la tasa de variación de los fondos capitalizados; se lo denomina rendimiento financiero relativo.

Desde la perspectiva del costo de oportunidad, puede entenderse como la renuncia de intereses que puede suponer posponer la tala rasa o el aprovechamiento.

Comparación entre diferentes modelos de optimización

Con la intención de observar las diferencias que existen entre la fórmula de Faustmann, y los ya conocidos planteos del problema de maximizar beneficios, se plantea la siguiente comparación entre los modelos de maximización. Para ello, vamos a desarrollar el problema de maximización de beneficios que enfrenta un productor agropecuario dedicado al engorde de ganado vacuno.

Antes de plantear cada uno, es necesario clarificar cuáles son los supuestos que se consideran en modelos ganaderos:

- Costos iníciales en valor presente de adquisición del animal y de la manutención que se le brindara hasta terminarlo ($C(q,k)$).
- La cantidad de días en engorde que requerirá el animal está en función del peso de venta del animal ($T(k)$).
- El precio del animal es constante independientemente de la cantidad de animales que comercialice dado que el productor es tomador de precios, pero si es variable en cuanto al peso del animal $P(k)$.
- Se cumplen los supuestos de competencia perfecta.

Modelo de optimización I

El enfoque microeconómico estático, típicamente empleado para maximizar beneficios, plantea el problema de la siguiente forma:

$$\max_{q,k} \pi = p(k) * q * k - C(q,k)$$

Por lo que las condiciones de primer orden (CPO) son:

$$\frac{d\pi}{dq} = p(k) * k - \frac{dC}{dq} C(q,k) = 0$$

$$\frac{d\pi}{dk} = \frac{dp}{dk}(k) * q * k + p(k) * q - \frac{dC}{dk}(q,k) = 0$$

Llegando a las condiciones de equilibrio:

$$p(k) * k = \frac{dC}{dq} C(q,k)$$

$$\frac{dp}{dk}(k) * q * k + p(k) * q = \frac{dC}{dk}(q,k)$$

Modelo de optimización II

Ahora bien, el modelo anterior no considera el problema financiero, por lo que la respuesta típica para incluir el valor tiempo del dinero en estos modelos es:

$$\max_{q,k} \pi = p(k) * q * k * e^{-r*T(k)} - C(q,k)$$

Las CPO orden son:

$$\frac{d\pi}{dq} = p(k) * k * e^{-r*T(k)} - \frac{dC}{dq}(q,k) = 0$$

$$\frac{d\pi}{dk} = \frac{dp}{dk}(k) * q * k * e^{-r*T(k)} + p(k) * q * e^{-r*T(k)} - r * \frac{dT}{dk}(k) * p(k) * q * k * e^{-r*T(k)} - \frac{dC}{dk}(q,k) = 0$$

Las condiciones de equilibrio que se derivan de las CPO son:

$$p(k) * k * e^{-r*T(k)} = \frac{dC}{dq}(q,k)$$

$$[\frac{dp}{dk}(k) * k + p(k) - r * \frac{dT}{dk}(k) * p(k) * k] * q * e^{-r*T(k)} = \frac{dC}{dk}(q,k)$$

Modelo de optimización III

Sin embargo, el modelo II contempla únicamente la maximización de un ciclo productivo y en el caso que la decisión del agente contemple ciclos sucesivos, este planteo no es del todo correcto dado que luego de esta etapa el productor reiniciara el ciclo productivo nuevamente. En este caso la alternativa de optimización adecuada es aquella que considera la sucesión infinita de ciclos productivos, el modelo que Faustmann (1849).

El valor actual del primer ciclo de engorde con capitalización instantánea es:

$$V_1 = P(k) * k * q * e^{-r*T(k)} - C(q,k)$$

Donde:

r: Tasa instantánea de interés.

El valor capitalizado correspondiente al segundo ciclo de engorde que se inicia al cabo de "T" años viene dado por la expresión:

$$V_2 = P(k) * k * q * e^{-2*r*T(k)} - C(q,k) * e^{-r*T(k)}$$

$$V_2 = e^{-r*T(k)} * \left[P(k) * k * q * e^{-r*T(k)} - C(q,k)\right]$$

$$V_2 = e^{-r*T(k)} * V_1$$

Análogamente para el tercer ciclo obtendríamos:

$$V_3 = P(k) * k * q * e^{-3*r*T(k)} - C(q,k) * e^{-2*r*T(k)}$$

$$V_3 = e^{-2*r*T(k)} * \left[P(k) * k * q * e^{-r*T(k)} - C(q,k)\right]$$

$$V_3 = e^{-2*r*T(k)} * V_1$$

En general va a ser:

$$V_n = e^{-r*T(k)*(n-1)} * V_1$$

En donde el valor capital de un planteo de engorde con un horizonte de n ciclos será:

$$V = \left[P(k) * k * q * e^{-r*T(k)} - C(q,k)\right] * \sum_{j=1}^{n} e^{-r*T(k)*(j-1)}$$

Siendo $\sum_{j=1}^{n} e^{-r*T(k)*(j-1)}$ una serie armónica que converge a: $(1 - e^{-r*T(k)})^{-1}$
Por lo que el valor capitalizado de la explotación entonces es:

$$V(q,k) = \frac{\left[P(k) * k * q * e^{-r*T(k)} - C(q,k)\right]}{(1 - e^{-r*T(k)})}$$

Por lo tanto, el objetivo es maximizar la siguiente expresión:

$$\max_{q,k} V(q,k) = \max_{q,k} \frac{\left[P(k) * k * q * e^{-r*T(k)} - C(q,k)\right]}{(1 - e^{-r*T(k)})}$$

De maximizar esto se llega a:

$$\frac{dV(q,k)}{dq} = \frac{p(k) * k * e^{-r*T(k)} - \frac{dC}{dq}(q,k)}{(1 - e^{-r*T(k)})} = 0$$

$$\frac{d\pi}{dk} = \frac{\frac{dp}{dk}(k) * q * k * e^{-r*T(k)} + p(k) * q * e^{-r*T(k)} - r * \frac{dT}{dk} * p(k) * q * k * e^{-r*T(k)} - \frac{dC}{dk}(q,k)}{(1 - e^{-r*T(k)})} - r * e^{-r*T(k)} * \frac{\left[P(k) * k * q * e^{-r*T(k)} - C(q,k)\right]}{(1 - e^{-r*T(k)})^2} = 0$$

Estas condiciones se operan y se obtienen las siguientes condiciones de equilibrio:

$$p(k) * k * e^{-r*T(k)} = \frac{dC}{dq}(q,k)$$

$$\frac{\frac{dp}{dk}(k) * q * k + p(k) * q - e^{r*T(k)} * \frac{dC}{dk}(q,k)}{[P(k) * k * q - C(q,k)]} = \frac{r}{(1 - e^{-r*T(k)})} * \frac{dT}{dk}$$

La expresión de la izquierda es la tasa de incremento de los ingresos por engorde del ganado, es decir, el valor del producto marginal del animal en engorde. El segundo término posee como numerador la tasa instantánea de descuento, y representa la tasa de variación de los fondos capitalizados por engordar un kilogramo más el animal; se lo denomina rendimiento financiero relativo. Desde la perspectiva del costo de oportunidad, puede entenderse como la renuncia de intereses que puede suponer posponer la venta de los animales.

Ahora bien, lo que nos interesa es comparar cuales son los distintos niveles óptimos que se obtendría de las diferentes condiciones de equilibrio:

Modelo de optimización I: $\begin{cases} p(k) * k = \frac{dC}{dq} C(q,k) \\ \frac{dp}{dk}(k) * q * k + p(k) * q = \frac{dC}{dk}(q,k) \end{cases}$

Modelo de optimización II: $\begin{cases} p(k) * k * e^{-r*T(k)} = \frac{dC}{dq}(q,k) \\ [\frac{dp}{dk}(k) * k + p(k) - r * \frac{dT}{dk}(k) * p(k) * k] * q * e^{-r*T(k)} = \frac{dC}{dk}(q,k) \end{cases}$

Modelo de optimización III: $\begin{cases} p(k) * k * e^{-r*T(k)} = \frac{dC}{dq}(q,k) \\ \frac{\frac{dp}{dk}(k) * q * k + p(k) * q - e^{r*T(k)} * \frac{dC}{dk}(q,k)}{[P(k) * k * q - C(q,k)]} = \frac{r}{(1 - e^{-r*T(k)})} * \frac{dT}{dk} \end{cases}$

En el modelo I, puede observarse que la condición de equilibrio que se deriva de las CPO con respecto a q es la igualdad entre el ingreso marginal de tener en engorde una cabeza mas y el coste marginal que implica mantener dicho animal en engorde. Mientras que en el modelo II y III coincide esta condición de equilibrio, siendo para ambos la igualdad entre el valor presente de los ingresos marginales que generaría tener una cabeza más en engorde y los costos marginales de tener dicha cabeza adicional. Esto implica que si la función de costos presenta rendimientos marginales decreciente en q, a igual valor de k, la cantidad de cabezas optimas que se obtienen del modelo I serán mayores a las que se obtienen del modelo II y III.

Cuando nos detenemos a observar las condiciones de equilibrio de los tres modelos que se derivan de las CPO con respecto a k, podemos observar que son diferentes para los tres óptimos. En el primer modelo, simplemente consiste en igualar el valor marginal de un kilogramo más de engorde en el animal con el costo marginal que tendría generar ese kilogramo extra. En el segundo modelo ocurre algo similar a la lógica con la que se venía trabajando, el equilibrio se obtiene de igualar el valor presente del ingreso marginal de engordar un kilogramo más el animal con respecto al costo marginal que implica realizar esto. Mientras que en el tercer caso se deduce que la condición de equilibrio surge de la igualdad entre el rendimiento financiero relativo del periodo necesario para incrementar el peso del animal en un kilogramo y la tasa de incremento marginal de los ingresos por aumentar en un kilogramo más el peso de venta (esta tasa de incremento marginal seria el cociente entre el valor neto marginal de engordar un kilogramo más el animal en valor del periodo de venta con respecto al margen bruto de la actividad)[2].

De la combinación de las condiciones de equilibrio, lo esperable y probable es que los óptimos de los tres modelos difieran.

Modelo Faustmann adaptado a SSP

Retomando la fórmula de Faustmann original en la versión de Arosa Gómez (1996) que se vio anteriormente, podemos observar la flexibilidad de esta herramienta al permitirnos realizarle una modificación para adaptarla a un sistema silvopastoril (consiste en un sistema donde interactúan la ganadería y la forestación, siendo la ganadería una actividad de ciclo más corto que la forestal).

En un sistema silvopastoril (SSP) la edad de los arboles no es la única variable de interés, la densidad de árboles existente también es una variable determinante porque influye tanto en la producción total maderera como en la capacidad forrajera generada por el sistema. Es por esto que se consideró apropiado incluir a esta variable como un factor de elección que determina el productor.

A continuación, se plantea la adaptación de la fórmula de Faustmann, que tan utilizada es en el sector forestal, de modo que pueda ser empleada para analizar la actividad silvopastoril. En este caso, la decisión del productor no consiste únicamente en optimizar el momento de realizar la tala rasa (T), sino también en decidir sobre la cantidad de árboles por hectárea a implantar (N). Esto se debe a que, la densidad de la plantación (la cantidad de árboles implantados por hectárea) no solo afecta al crecimiento de los árboles, sino también afecta la producción del forraje que crece debajo de la forestación, tal como enuncian diferentes trabajos de Lacorte y Esquivel (2009), Esquivel (2017), Colcombet y otros (2009).

En este modelo, los ingresos de los productores provienen de la capacidad de producción de forraje basado en sus posibilidades de manutención del ganado, y de los ingresos que genera en el año T la venta de madera. En este sentido, se debe aclarar que no se considerarán los raleos porque complejizaría el modelo matemático y para los fines teóricos no tiene sentido, pero si se contemplarían al momento de realizar modelos de simulación.

Con el fin de modelar la dinámica de la plantación y su efecto en el crecimiento del forraje, se recurre al área basal *(B)*. Esta variable está en función del número de árboles implantados en la

[2] Es bruto por qué no considera el costo financiero

hectárea (N) y de la edad del árbol (t). La función de producción de madera, dependerá del área basal ($V(B(t,N))$) al igual que la función de producción de forraje ($F(B(t,N))$), dada la interacción entre árbol y pastura.

Los supuestos del modelo son:

- ✓ Las funciones de producción de madera y forraje son constantes a lo largo del tiempo.
- ✓ La plantación es homogénea en cuanto a su edad y especie.
- ✓ Los precios de la madera son una función del diámetro de los árboles y junto al precio del forraje son constantes en el tiempo. Estos precios surgen de mercados competitivos.
- ✓ Capacidad de tomar deuda o depositar los fondos sin restricción, a una tasa que es constante e igual para ambas operaciones.
- ✓ Los costos son constantes en el tiempo.
- ✓ Supone que las condiciones de mercado se mantendrán constantes y el sistema silvopastoril siempre será la mejor alternativa productiva.
- ✓ Los únicos ingresos que se contemplan son la venta de madera yel forraje generado.

Por lo tanto, el problema a maximizar por parte del productor será:

$$\max_{\{N,T\}\epsilon R_+} VAN = \frac{P_M(\frac{B(T,N)}{N}) * e^{-iT} * V(B(T,N)) + \int_0^T P_F * F(B(t,N)) * e^{-it} * dt - C(N) - C_F}{1 - e^{-iT}}$$

Donde supondremos que precios tanto de productos como de insumos son constantes, siendo P_M el precio del volumen de madera generado por diámetro[3]. El precio del forraje generado[4] es P_F, el costo de siembra y/o fertilización de una hectárea de forraje es C_F.

De maximizar el problema anterior se obtiene las siguientes condiciones de primer orden (CPO):

$$\frac{\partial VAN}{\partial T} = -i * e^{-iT} * \frac{P_M\left(\frac{B(T,N)}{N}\right) * e^{-iT} * V\big(B(T,N)\big) + \int_0^T P_F * F\big(B(t,N)\big) * e^{-it} * dt - C(N) - C_F}{(1 - e^{-iT})^2}$$
$$+ \frac{\frac{\partial P_M}{\partial \frac{B}{N}}\left(\frac{B(T,N)}{N}\right) * \frac{\frac{\partial B}{\partial T}}{N} * e^{-iT} * V\big(B(T,N)\big) + P_M\left(\frac{B(T,N)}{N}\right) * e^{-iT} * \frac{\partial V\big(B(T,N)\big)}{\partial B} * \frac{\partial B}{\partial T} - i * P_M\left(\frac{B(T,N)}{N}\right) * e^{-iT} * V\big(B(T,N)\big)}{1 - e^{-iT}}$$
$$+ \frac{P_F * F\big(B(T,N)\big) * e^{-iT}}{1 - e^{-iT}} = 0$$

---

[3] Es función del área basal dividido el número de árboles

[4] El precio del forraje (P_F), puede pensarse recurriendo al concepto de costo de oportunidad, como el valor del alquiler del campo que se hubiera necesitado arrendar para mantener la misma cantidad de animales que se pueden sostener con el sistema silvopastoril. Algo a tener en cuenta es entonces que lo conveniente es medir la capacidad forrajera en base a sus posibilidades de manutención ganadera. Por lo que entonces, lo conveniente sería recurrir al concepto de equivalente vaca y tomar éste como unidad de medida.
La unidad equivalente vaca se define como el promedio anual de los requerimientos energéticos conjuntos, en condiciones de pastoreo, de una vaca de 400 kg de peso en equilibrio energético y de un ternero hasta el destete (6 meses de edad y 160 kg de peso) incluyendo los gastos energéticos de gestación (Cocimano et al., 1975). Para observar cuantos animales de otra categoría o especie podrían mantenerse en esas condiciones sólo hay que utilizar tablas de equivalencias ganaderas estandarizadas.

$$\frac{\partial VAN}{\partial N} = \frac{\frac{\partial P_M}{\partial \frac{B}{N}}\left(\frac{B(T,N)}{N}\right) * \left(\frac{\frac{\partial B}{\partial N}}{N} - \frac{B}{N^2}\right) * e^{-iT} * V\big(B(T,N)\big) + P_M\left(\frac{B(T,N)}{N}\right) * e^{-iT} * \frac{\partial V\big(B(T,N)\big)}{\partial B} * \frac{\partial B}{\partial N}}{1 - e^{-iT}}$$

$$+ \frac{\int_0^T P_F * \frac{\partial F(B(t,N))}{\partial B} * \frac{\partial B}{\partial N} * e^{-it} * dt - \frac{\partial C(N)}{\partial N}}{1 - e^{-iT}} = 0$$

De estas CPO, obtengo las siguientes 2 ecuaciones. De la ecuación (14):

$$\frac{i}{1 - e^{-iT}} = \frac{\frac{\partial P_M}{\partial \frac{B}{N}}\left(\frac{B(T,N)}{N}\right) * \frac{\frac{\partial B}{\partial T}}{N} * V\big(B(T,N)\big) + P_M\left(\frac{B(T,N)}{N}\right) * \frac{\partial V\big(B(T,N)\big)}{\partial B} * \frac{\partial B}{\partial T} + P_F * F\big(B(T,N)\big)}{P_M\left(\frac{B(T,N)}{N}\right) * V\big(B(T,N)\big) + \int_0^T P_F * F\big(B(t,N)\big) * e^{-it} * dt - C(N) - C_F}$$

Donde el rendimiento financiero relativo (el término de la izquierda), representa la proporción de la tasa de descuento anual con respecto a la tasa de descuento a la que se valúa la perpetuidad de los ciclos de corta.

El término de la derecha representa el valor marginal del sistema silvopastoril evaluado. Donde, en la parte superior se observa el ingreso marginal generado de postergar un año la tala rasa; estos ingresos se deben tanto al crecimiento de la plantación como al aprovechamiento del forraje que se podrá realizar durante ese periodo. Mientras que en la parte inferior se observan los ingresos por madera en valor del momento de corta, menos los costos de plantación en valor del momento de implantación. Considerando el valor actual neto del sistema ganadero integrado a este sistema silvopastoril como un atenuante de los costos. Este término, no es más que el margen bruto de la madera, sin considerar el valor tiempo.

De la CPO (2) se obtiene:

$$\frac{\partial P_M}{\partial \frac{B}{N}}\left(\frac{B(T,N)}{N}\right) * \left(\frac{\frac{\partial B}{\partial N}}{N} - \frac{B}{N^2}\right) * e^{-iT} * V\big(B(T,N)\big) + P_M\left(\frac{B(T,N)}{N}\right) * e^{-iT} * \frac{\partial V\big(B(T,N)\big)}{\partial B} * \frac{\partial B}{\partial N}$$

$$+ \int_0^T P_F * \frac{\partial F\big(B(t,N)\big)}{\partial B} * \frac{\partial B}{\partial N} * e^{-it} * dt = \frac{\partial C(N)}{\partial N}$$

Esta ecuación lo que muestra es que los ingresos marginales que se generaran por un árbol más por hectárea, deben ser iguales al costo marginal de implantar dicho árbol más.

Resultados y discusión

Lee Abt and Prestemon (2003) realizan una reseña histórica de cómo fue el desarrollo de esta fórmula, partiendo de analizar Faustmann original y las modificaciones que fueron surgiendo. Faustmann es reconocido como el autor que desarrolló esta fórmula, pero observan que queda olvidada en el tiempo hasta que en 1957 Gaffney la redescubre en Estados Unidos (Gaffney 1957). Luego en 1976 llega el segundo redescubrimiento en Estados Unidos de esta fórmula por parte de Samuelson (1976).

Mientras que Hartman fue el primero en abordar los productos no maderables (Hartman 1976). Binkley, utilizando un marco de producción familiar, incorporó las características del propietario en el marco de decisión (Binkley 1981). Otros documentos que usan el modelo de producción doméstica incluyen Max y Lehman (1988) y Dennis (1989, 1990). Varios artículos utilizan métodos de control óptimos, como Heaps (1984) que ha demostrado que convergen al modelo de Faustmann en el estado estacionario.

Algunos de los trabajos abordan directamente la incorporación de los modelos de Faustmann en los análisis de mercado (por ejemplo, Binkley 1993, Brazee y Mendelsohn 1988). Swallow and

Wear (1993) y Tahvonen y Salo (1999) abordan varios rodales, incluidos los problemas de adyacencia.

El modelo tradicional de Faustmann asume el terreno descubierto y determina la longitud de rotación de una plantación que maximiza los ingresos de madera descontados menos los costos de producción de madera, para la primera y todas las rotaciones posteriores, asumiendo precios constantes y una función conocida de producción de madera. Estos modelos de Faustmann neotradicionales pueden incluir costos de insumos (por ejemplo, Hyde 1980, Nautiyal y Williams 1990), valores distintos de madera (por ejemplo, Hartman 1976), precios estocásticos (por ejemplo, Norstrom 1975) o riesgo de producción (por ejemplo, Martell 1980). Otro tipo de modelo de Faustmann neotradicional aborda la gestión de edades desiguales, que está en el espíritu de Faustmann, pero debe derivarse y probarse de manera diferente (por ejemplo, Adams y Ek 1974).

Al comparar la fórmula de Faustmann con los otros dos modelos podemos notar como para los tres modelos es esperable que los tres óptimos sean diferentes dado que las combinaciones de las condiciones de equilibrio son cuasi diferentes. Obviamente cada uno de estos métodos tiene su particular importancia dadas las características del bien que se está analizando el mercado. El modelo I es ideal para problemas estáticos donde no requiere contemplar el valor tiempo, o la duración del ciclo productivo es fija y por ende el valor del paso del tiempo en si no afecta a la maximización (estará implícito dentro de las variables precio o costo). El modelo II da solución al problema que requiere considerar el valor tiempo de modo tal de elegir perfectamente el ciclo de vida del proyecto, pero no requiere pensar en que ocurrirá después de terminar dicho ciclo. Mientras el modelo III, Faustmann, lo que hace es maximizar considerando que se producirá en infinitos ciclos productivos; por lo que el ciclo que sale de este modelo es importante no solo para maximizar los beneficios hoy como ocurre en el modelo II, sino para maximizar intertemporalmente los beneficios obtenidos.

Luego de observar las comparaciones entre modelos, volvamos a la aplicación al modelo silvopastoril para analizar la validez de los supuestos detrás de esta fórmula. Una pregunta valida que puede hacerse es ¿bajo qué condiciones se cumplen las implicancias o predicciones del modelo planteado para SSP, dado los supuestos realizados? Por lo que a continuación rebatiremos los supuestos del modelo:

- ✓ Las funciones de producción de madera y forraje son constantes a lo largo del tiempo. Esto puede interpretarse como la esperanza de la función de producción de madera. Lo cual implica que los datos a utilizar serían los que surgen de la esperanza condicional a las variables conocidas en el modelo.
- ✓ La plantación es homogénea en cuanto a su edad y especie. Este supuesto puedeser reemplazado por un índice ponderado de la edad promedio de la plantacióny las especies que la constituyen, de modo tal que permita modelar la dinámica de una plantación en base al comportamiento de este índice.
- ✓ Los precios de madera consisten en una función determinada por el diámetro de los árboles y junto al precio del forraje son constantes en el tiempo. Pueden entenderse como los precios esperados en el futuro, los cuales además son transparentes y elásticos por el supuesto de mercados competitivos, no permitiendo la intervención del agente en su modificación.
- ✓ Capacidad de tomar deuda o depositar los fondos sin restricción, a una tasa que es constante e igual para ambas operaciones. Este supuesto, es muy importante, dado que es uno de los principales sustentos y no es realista que la tasa a la que toma prestado dinero sea la misma que a la que reinvierte; al igual que puede no ser realista considerar que va a disponer de los fondos necesarios sin limitaciones. A pesar de esta limitación, la herramienta es muy útil para determinar el valor del activo óptimo intertemporalmente.
- ✓ Los costos son constantes en el tiempo. Este es un supuesto similar al de los precios constantes, y parte de suponer que la esperanza de los costos es constante. Conjeturar

que los precios de los productos y costos son constantes, en realidad es lo mismo que suponer precios relativos permanecen invariables en el tiempo.
- ✓ Las condiciones de mercado se mantendrán constantes y el sistema silvopastoril permanecerá como la mejor alternativa productiva. Este supuesto, es el más fuerte y a simple vista rebatible. Sin embargo, si se conociera hoy que existe una actividad superadora, aplicando teoría de juegos, esto sería un “juego repetido en infinitas etapas” donde una paga siempre más que la otra. En este caso convendría realizar la actividad superior desde la primera instancia y no elegir esta misma actividad en períodos posteriores. Dado que el sistema silvopastoril sería la actividad predominante[5] dentro del segmento de actividades conocidas , este supuesto es válido e irrebatible.
- ✓ Los únicos ingresos que se contemplan son la venta de madera y la producción de forraje ganadero. Esto si bien es verdad, el modelo permite la introducción de otros tipos de ingresos como adicionales, siempre y cuando estos ingresos no dependan de N y T, ya que en ese caso sería necesario considerarlos incorporándolos al modelo para la obtencióndel óptimo.

Cuando se compara el óptimo entre el caso forestal puro y de un SSP, en primera instancia debemos notar que el modelo original de Faustmannno considera la densidad de plantación, aunque desarrollos posteriores sí (Teeter yCaulfield1991).Por lo tanto, para realizar esta comparación suponemos que también se elige el N óptimo en el análisis de plantaciones forestales, de modo tal que se puedan presentar las diferencias en las CPO de cada modelo.

Al observar el problema a resolver, a simple vista se percibe que si fuera forestal puro, el término$\int_0^T P_F * F(B(t,N)) * e^{-it} * dt - C_F$ no sería parte del problema, y el problema forestal tendría la siguiente forma $\max_{\{N,T\}\epsilon R_+} VAN = \frac{P_M(\frac{B(T,N)}{N}) * e^{-iT} * V(B(T,N)) - C(N)}{1-e^{-iT}}$. Por lo que las condiciones de equilibrio serian:

- De la CPO 1, $\frac{i}{1-e^{-iT}} = \frac{\frac{\partial P_M}{\partial \frac{B}{N}}\left(\frac{B(T,N)}{N}\right) * \frac{\frac{\partial B}{\partial T}}{N} * V\big(B(T,N)\big) + P_M\left(\frac{B(T,N)}{N}\right) * \frac{\partial V(B(T,N))}{\partial B} * \frac{\partial B}{\partial T}}{P_M\left(\frac{B(T,N)}{N}\right) * V\big(B(T,N)\big) - C(N)}$
- Dela CPO 2,$\frac{\partial P_M}{\partial \frac{B}{N}}\left(\frac{B(T,N)}{N}\right) * \left(\frac{\frac{\partial B}{\partial N}}{N} - \frac{B}{N^2}\right) * e^{-iT} * V\big(B(T,N)\big) + P_M\left(\frac{B(T,N)}{N}\right) * e^{-iT} * \frac{\partial V(B(T,N))}{\partial B} * \frac{\partial B}{\partial N} = \frac{\partial C(N)}{\partial N}$

Puede observarse modificaciones sustanciales en las fórmulas a partir de las cuales se deriva el óptimo, siendo lo más probable que sean diferentes entre modelos, de ser iguales sería una mera coincidencia.Se debe tener en cuenta que la tasa de interés en ambos modelos debe ser distinta dado el riesgo inherente a ambos modelos (forestal y silvopastoril), es muy probable que la tasa de interés de la actividad silvopastoril sea menor a la forestal. Debido a que el sistema silvopastoril es la unión de dos actividades generadoras de ingresos que proporcionan mayor estabilidad del flujo de fondos, el riesgo en esta actividad será menor al que se enfrenta la actividad forestal. Es importante destacar que, mayor será la diferencia entre las tasas mientras menor sea la correlación entre los ingresos de las actividades ganadera y forestal en el sistema.

Conclusiones

De los múltiples criterios existentes, uno de los criterios más utilizados en el “mundo forestal” para determinar el turno óptimo de corta, es el modelo de Faustmann. La gran ventaja que posee este modelo, es que propone maximizar la rentabilidad privada de una producción forestal

[5]Una actividad es predominante cuando es la más conveniente, a criterio del productor, para desarrollar en su predio.

optimizando el valor presente del flujo de fondos obtenidos en sucesivos ciclos productivos. Como lo demostró Heaps (1984) el resultado que se obtiene de la fórmula de Faustmann es el equilibrio de estado estacionario que se obtiene de resolver un problema de optimización dinámica.

El presente estudio busca demostrar como la fórmula de Faustmann es la herramienta indicada a utilizar cuando se quiere maximizar determinando directa o indirectamente la duración del ciclo productivo en un problema que considera una sucesión infinita de ciclos productivos, como serían los casos que se observa en este trabajo (forestal, silvopastoril y ganadero). Las tres alternativas vistas, también permitieron ver lo dúctil de esta herramienta al permitirnos observar:

- La fórmula más simple en la versión forestal (donde es más habitual verlo aplicado), donde el problema de maximización permite determinar directamente la duración del ciclo.
- La fórmula aplicada a engorde de animales que presentamos, donde se determina indirectamente la duración del ciclo productivo, y además luego se utiliza para comparar con otros modelos de maximización de beneficios.
- La fórmula aplicada al modelo silvopastoril, donde podemos observar como la incorporación de actividades productivas complementarias de ciclo menor es posible.

Finalmente, concluimos que esta herramienta (la fórmula de Faustmann) nos permite realizar una mejor evaluación de los problemas que requieren de una determinación endógena del ciclo productivo en la maximización de beneficios cuando las actividades productivas se repiten en ciclos sucesivos. Consideramos que hallar una herramienta adecuada para evaluar las actividades productivas es una condición necesaria para realizar una correcta evaluación ya sea productiva como de política, y por esta razón, resaltamos la importancia de la aplicación de este modelo en aquellos casos que los ciclos productivos se suceden durante infinitos periodos.

Bibliografia

Adams, D.M., y EK, A.R., 1974. Optimizing the management of uneven-aged forest stands. Can. J. For. Res. 4:274-287.

Balteiro, L. D., 1997. Turno forestal económicamente óptimo: Una revisión. Economía Agraria, n.º 180, pp. 181-224.

Binkley, C.S. 1981. Timber supply from private forests. New Haven, CT: Yale Univ. School of Forestry & Environmental Studies Bull. No. 92.

Binkley, C.S. 1993. Long-run timber supply: price elasticity, inventory elasticity, and the use of capital in timber production. Nat. Res. Mod. 7(2):163-181.

Brazee, R.J., y Mendelsohn, R. 1988. Timber harvesting with fluctuating prices. For. Sci. 34:359-372.

Cocimano M., A. Lange y E. Menvielle., 1975. Estudio sobre equivalencias ganaderas. Producción Animal, 4:161-190.

Colcombet, L.; Pachas, N. y Carvallo, A., 2009. Evolución de sistemas silvopastoriles de Pinuselliottii – Brachiariabrizantha y Penisetumpurpureum en predios de pequeños productores en el NE de Misiones, Argentina". 1er. Congreso Nacional de Sistemas Silvopastoriles.

Dennis, D.F. 1989. An economic analysis of harvest behavior: integrating forest and ownership characteristics. For. Sci. 35(4):1088-l 104.

Dennis, D.F. 1990. A probit analysis of the harvest decision using pooled time-series and cross-sectional data. J. Environ. Econ. Manage. 18:176-187.

Esquivel, J. I., 2017. Sistemas silvopastoriles: un aporte a la ganadería carbono neutro. XXXI JornadasForestales de Entre Rios.

Faustmann, M. 1849. On the determination of the value which forest land and immature stands possess for forestry. Institute Paper 42 (1968), M. Gane, ed. Oxford: Commonwealth Forestry Institute, Oxford University.

Gaffney, M.M. 1957. Concepts of financial maturity of timber and other assets. Agric. Inf. Ser. 62. Raleigh: North Carolina State College. 10.5 pp.

Godsey, Larry, D. et al, 2009.Agroforestry Economics and Policy. En: North American Agroforestry: An Integrated Science and Practice, 2nd edition, H.E. Garrett (Ed.).American Society of Agronomy, 677 S. Segoe Rd., Madison, WI 53711, USA.

Gómez, C. A., 1996. "Modelos y técnicas de optimización forestal". Cuadernos de Estudios Empresariales n°6; Servicio de Publicaciones UCM, Madrid

Hartman, R. 1976. The harvesting decision when a standing forest has value. Econ. Inq. 14:52-58.

Heaps, T., 1984. The forestry maximum principle. Journal of Economic Dynamics and Control, 7:131-151. North-Holland

Hyde, W.F. 1980. Timber Supply, Land Allocation, and Economic Efficiency. Baltimore, MD: Johns Hopkins University Press. 254~.

Lacorte, S. M. y Esquivel, J. I., 2009. Sistemas silvopastoriles en la Mesopotamia Argentina. Reseña del conocimiento, desarrollo y grado de adopción. 1er. Congreso Nacional de Sistemas Silvopastoriles.

Lee Abt, K. y Prestemon, J. P., 2003. Optimal stand managment. En: Sills, O. E. y Lee Abt, K. (Eds), Forest in a market economy, traditional and neotraditional solutions; Springer Science, pp 41-56.

Martell, D.L. 1980. The optimal rotation of a flammable forest stand. Can. J. For. Res. 10:30-34.

Max, W., y Lehman D.E. 1988. A behavioral model of timber supply. J. Environ. Econ. Manage. 15(1):71-86.

Nautiyal, J. C., y Williams J. S. 1990. Response of optimal stand rotation and management intensity to one-time changes in stumpage price, management cost, and discount rate. For. Sci. 36:212-223.

Norstrom, C.J. 1975. A stochastic model for the growth period decision in forestry. Swed. J. Econ. 77:329-337.

Perez Navarro, J.; Pastor, J; Cerda Tena, E. (2004). Teoría de Juegos, Madrid, Pearson Prentice hall.pp. 424-432.

Swallow, S.K., y Wear D.N. 1993. Spatial interactions in multiple-use forestry and substitution and wealth effects for the single stand. J. Environ. Econ. Manage. 25: 103-120.

Tahvonen, O. y Salo S. 1999. Optimal forest rotations with in situ preferences.J. Environ. Econ. Manage.37(1):106-l 28.

Teeter, L. D. y caulfield, J. P. (1991): Stand density management strategies under risk: effects of stochastic prices.

Xabadia, A. y Goetz, R. U., 2008.The optimal selective logging Regime and the Faustmann Formula. Barcelona Economics Working Paper Series. Working Paper nº 353.