EL ENFOQUE DISTRIBUCIONAL
DE LOS HECHOS ECONOMICOS

Julio H. G. Olivera

Facultad de Ciencias Económicas
Universidad de Buenos Aires

Introducción

"The course of true love never did run smooth" (W. Shakespeare, A Midsummer Night's Dream, I, 1). Tampoco es suave el curso de la vida económica: hay en ella transiciones bruscas y aun cambios discontinuos. Con frecuencia no bastan los "ajustes marginales" (Meade, 1964, página 6).

El desarrollo económico, en particular, resulta de una combinación de procesos graduales y trayectorias discontinuas. Los ajustes marginales predominan en períodos breves, pero a largo plazo los ajustes estructurales son la fuerza motriz que impulsa el desarrollo económico.

Las funciones diferenciables, herramienta tradicional de la teoría económica, sirven únicamente para describir ajustes marginales. La manera más eficaz de suplir esa deficiencia es el empleo de funciones generalizadas o distribuciones, cuyas propiedades matemáticas han sido investigadas en forma exhaustiva (las fuentes clásicas sobre el tema son Schwartz, 1966, y

Gel'fand y Shilov, 1964).

Tales consideraciones nos decidieron hace una década a iniciar la reformulación de la teoría económica con métodos distribucionales. En la ejecución de ese programa hamos recorrido desde entonces un amplio territorio: conjuntos de producción (1984, 1986), conjuntos de consumo (1988), economías con mercados completos (1990), economías con mercados incompletos y relaciones crediticias (1990), equivalencia entre el núcleo y el equilibrio competitivo (1992).

Nos proponemos ahora extender los métodos distribucionales al estudio del equilibrio social, noción que comprende tanto las operaciones de mercado cuanto las acciones no mercantiles dirigidas a obtener ventajas económicas. El equilibrio de mercado y el equilibrio social no siempre coinciden y pueden diferir en grado apreciable.

Definiciones

Sean dos espacios topológicos X e Y.

Una correspondencia $F: X \to Y$ es una aplicación de punto a conjunto con valor no vacío en cada $x \in X$.

La correspondencia F es semicontinua superiormente si el conjunto

$$\{x \in X: F(x) \subset V\}$$

es abierto en X para todo conjunto abierto V de Y.

La correspondencia $F\colon X \to Y$ tiene <u>secciones inferiores abiertas</u> si el conjunto

$$\{x \in X\colon y \in F(x)\}$$

es abierto para cada $y \in Y$.

Una función $f(x, y)\colon X \times X \to R \cup \{\pm\infty\}$ es <u>0-diagonalmente cuasi cóncava en y</u> si para cualquier conjunto $\{y_1, \ldots, y_m\} \subset X$, y cualquier punto y_C contenido en la cápsula convexa de $\{y_1, \ldots, y_m\}$ se cumple la condición

$$\min_j f(y_C, y_j) \leq 0, \quad j = 1, \ldots, m.$$

Una función $f(x, y)\colon X \times X \to R \cup \{\pm\infty\}$ es <u>0-diagonalmente cuasi convexa en y</u> si $-f(x, y)$ es 0-diagonalmente cuasi cóncava en y (conf. Zhou y Chen, 1988).

Escribiremos clA y coA para indicar la clausura topológica y la cápsula convexa, respectivamente, del conjunto A. Denotaremos clF la correspondencia definida por

$$\mathrm{cl}F(x) = \mathrm{cl}(F(x)).$$

Pasando a las locuciones económicas, el <u>conjunto de agentes</u> es un conjunto numerable I.

Con cada $i \in I$ asociamos X_i, un conjunto no vacío. Sea $X = \prod_{i \in I} X_i$. Una <u>economía</u> Γ se describe mediante una colección de ternas (X_i, A_i, P_i), donde A_i, P_i designan correspondencias de X en X_i.

Un <u>equilibrio</u> <u>social</u> de Γ es un elemento $x^* \in X$ tal que, para cada $i \in I$, valen

$$1)\ x_i^* \in \mathrm{cl} A_i(x^*),$$
$$2)\ P_i(x^*) \cap A_i(x^*) = \emptyset.$$

La interpretación económica es esta: X_i, conjunto de acciones técnicamente posibles para i; A_i, subconjunto de acciones económicamente factibles para i; P_i, subconjunto de acciones estrictamente preferidas por i; x_i^*, acción óptima para i, en el sentido de que i no tiene ninguna alternativa preferida y factible.

Cuando existe una representación numérica de las preferencias, puede hacerse una caracterización distinta pero equivalente del equilibrio social. Sea una función

$$u_i : X \to [-\infty, +\infty]$$

tal que

$$u_i(y) > u_i(x) \quad \text{si y solo si} \quad y \in P_i(x).$$

Agregamos a la notación los siguientes símbolos:

$$A = \prod_{i \in I} A_i,$$

$$X_{-j} = \prod_{i \in I \setminus \{j\}} X_i,$$
$$x_{-j} \in X_{-j}.$$

Una economía Γ se especifica ahora mediante una colección de ternas (X_i, A_i, u_i) y un equilibrio social de Γ es un elemento $x^* \in X$ que satisface los requisitos:

$$1)\ x_i^* \in \mathrm{cl}A_i(x^*),$$
$$2)\ u_i(x^*) \geq u_i(x^*_{-i}, x_i),$$

para todo $x_i \in A_i(x^*)$ y cada $i \in I$.

Este concepto de equilibrio social procede de Borglin y Keiding (1976).

Teorema de existencia

Comprobaremos aquí la existencia de equilibrio social empleando métodos distribucionales. Haremos la verificación sin apartarnos por lo demás de las hipótesis normales en la teoría moderna del equilibrio económico.

LEMA 1. Sea $\Gamma = \{(X_i, A_i, P_i)\}_{i \in I}$ una economía donde, para cada i,

a) X_i es un subconjunto no vacío, compacto, convexo y metrizable de un espacio vectorial topológico localmente convexo;

b) $A_i(x)$ es convexo para todo $x \in X$;

c) $\mathrm{cl}A_i$ es semicontinua superiormente;

d) A_i y P_i tienen secciones inferiores abiertas;

e) $x_i \notin coP_i(x)$ para todo $x \in X$.

En tal caso, Γ posee un equilibrio social.

Demostración: V. Yannelis y Prabhakar (1983).

TEOREMA 1. Sea $\Gamma = \{(X_i, A_i, P_i)\}_{i \in I}$ una economía donde, para cada i,

a) X_i es un subconjunto no vacío, cerrado, acotado y convexo del espacio de distribuciones D';

b) valen los supuestos b-e del lema 1.

En tal caso, Γ posee un equilibrio social.

Demostración: D' es un espacio vectorial topológico localmente convexo. Puesto que tiene la propiedad de Heine-Borel, todo subconjunto cerrado y acotado de D' es compacto. Además, siendo D' un espacio de Hausdorff bornológico, todo subconjunto acotado está contenido en un subespacio vectorial normable y, por lo tanto, metrizable. La tesis del teorema resulta de estos hechos y del lema 1.

OBSERVACION 1. Las características del espacio de distribuciones hacen innecesario estipular directamente que X_i sea compacto, propiedad que por sí misma carece de justificación económica. En cambio es natural pedir que sea cerrado y acotado, pues si los recursos fueran ilimitados el problema económico no se plantearía.

Pasando ahora a la descripción alternativa del equilibrio social, supongamos que las preferencias pueden representarse numéricamente. Introducimos la función $U_i: X \times X \to [-\infty, +\infty]$ definida por la regla

$$U_i(x, y) = u_i(x) - u_i(x_{-i}, y_i).$$

De tal manera,

$$P_i(x) = \{ y_i \in X_i : U_i(x, y) < 0 \} .$$

Por consiguiente, P_i tiene secciones inferiores abiertas si y solo si los conjuntos

$$\{ x \in X : U_i(x, y) < 0 \}$$

son abiertos para cada $y \in X$. Menos obvia es la siguiente proposición.

LEMA 2. Las propiedades:

a) U_i es 0-diagonalmente cuasi convexa en y,

b) $x_i \notin coP_i(x)$,

son equivalentes.

Demostración: En primer lugar, a implica b: v. Tian, 1992, página 383. Recíprocamente, dada b, si U_i no fuera 0-diagonalmente cuasi convexa en y tendríamos

$$\max_j U_i(y_C, y_j) < 0,$$

es decir

$$\max_j (u_i(y_C) - u_i((y_C)_{-i}, (y_j)_i) < 0,$$

$j = 1,\dots,m$. Por lo tanto,

$$u_i(y_C) < u_i((y_C)_{-i}, (y_j)_i)$$

para todo j. De tal modo,

$$(y_j)_i \in P_i(y_C)$$

$j = 1,\dots,m$. Luego

$$(y_C)_i \in coP_i(y_C),$$

en contradicción con la premisa.

OBSERVACION 2. La hipótesis usual de convexidad de las preferencias es condición suficiente respecto a las propiedades consideradas.

TEOREMA 2. Sea $\Gamma = (X_i, A_i, u_i)_{i \in I}$ una economía donde, para cada i,

a) X_i es un subconjunto no vacío, cerrado, acotado y convexo del espacio de distribuciones D';

b) $A_i(x)$ es convexo para todo $x \in X$;

c) clA_i es semicontinua superiormente;

d) A_i tiene secciones inferiores abiertas;

e) los conjuntos $\{x \in X: U_i(x, y) < 0\}$ son abiertos para cada $y \in X$;

f) U_i es 0-diagonalmente cuasi convexa en y.

En tal caso, Γ posee un equilibrio social.

Demostración: El resultado surge inmediatamente del lema 2 y del teorema 1.

Conclusiones

Las distribuciones o funciones generalizadas permiten tratar analíticamente tanto los ajustes marginales cuanto los ajustes estructurales del proceso económico. A menudo los cambios de estructura entrañan operaciones no mercantiles. El equilibrio social, que además de las transacciones de mercado refleja las acciones extramercantiles de los individuos y grupos, puede diferir del equilibrio de mercado. Cuando uno y otro divergen la consecuencia es un estado crónico de desequilibrio, que se manifiesta alternada o conjuntamente como desequilibrio de mercado y desequilibrio social.

(Nota: Una versión anterior de este trabajo ha sido aceptada para publicación en los Anales de la Academia Nacional de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. El autor se complace en agradecer los valiosos comentarios de sus colegas de la Universidad de Buenos Aires, Profesores Dres. S. E. Trione, A. Larotonda y C. Segovia Fernández. La responsabilidad, sin embargo, le incumbe exclusivamente.)

Referencias

Borglin, A. y H. Keiding, 1976. Existence of equilibrium actions and of equilibrium: A note on the new existence theorems, Journal of Mathematical Economics 3, 313-316.

Gel'fand, I.M. y G.E. Shilov, 1964. Generalized functions. Trad. de E. Saletan, N. York.

Meade, J., 1964. Trade and welfare, Londres.

Olivera, J.H.G., 1984. Producción y tiempo: teoría distribucional, Anales de la Academia Nacional de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales 36, 93-95.

Olivera, J.H.G., 1986. Conjuntos de producción distribucionales, Anales de la Academia Nacional de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales 38, 49-56.

Olivera, J.H.G., 1988. Conjuntos de consumo distribucionales, Anales de la Academia Nacional de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales 40, 213-216.

Olivera, J.H.G., 1990a. Economías distribucionales, Revista de la Unión Matemática Argentina 35, 105-109.

Olivera, J.H.G., 1990b. Economías distribucionales y puntos fijos grassmannianos, Anales de la Academia Nacional de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales 42, 141-142.

Olivera, J.H.G., 1992. Economías distribucionales con un continuo de agentes, Anales de la Academia Nacional de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales 43, 81-86.

Schwartz, L., 1966. Théorie des distributions, París.

Tian, G., 1992. Existence of equilibrium in abstract economies with discontinuous payoffs and non-compact choice spaces, Journal of Mathematical Economics 21, 379-368.

Yannelis, N.C, y N.D. Prabhakar, 1983. Existence of maximal elements and equilibria in linear topological spaces, Journal of Mathematical Economics 12, 233-245.

Zhou, J.X. y G. Chen, 1988. Diagonal convexity conditions in convex analysis and quasi-variational inequalities, Journal of Mathematical Analysis and Applications 132, 213-225.