V Reunión de Centros de Investigación Económica

METODOLOGIA DE ANALISIS MULTIVARIADO PARA EL ESTUDIO DEL CRECIMIENTO DE LA FIRMA

Roberto Fattal Jaef

30 OCT 1969

METODOLOGIA DE ANALISIS MULTIVARIADO PARA EL ESTUDIO DEL CRECIMIENTO DE LA FIRMA

I. Introducción

El análisis económico de la firma, y en particular el estudio del crecimiento, plantean exigencias concretas para su implementación mediante instrumentos analíticos reconocidamente viables.

Las insuficiencias reconocidas en el uso de instrumentos tradicionales que debilitan las posibilidades del análisis económico, constituyen la motivación básica para este trabajo que tiene por objetivo fundamentar el empleo de técnicas estadísticas multivariadas para la medición y evaluación del crecimiento observado a nivel de la firma y para toda la industria, como así también temporalmente para cada firma o industria.

II. El crecimiento de la firma

La teoría económica ofrece un tratamiento variado de esta temática, con contribuciones recientes cuyo objetivo es formular modelos de optimización que contemplan la situación real en cuanto a poder y organización de las firmas y que revelan algunas influencias de la "competencia oligopolista" (1), cuando la firma contribuye significativamente a la producción sectorial y principalmente en el sector industrial, por asumir modalidades que tienden a standarizarse a niveles superiores de desarrollo económico.

Los modelos de maximización (2) se han desarrollado tanto en la dirección de maximizar la tasa de crecimiento o rentabilidad, como en la de maximizar la función de utilidad del grupo responsable del control de la firma. Se trata generalmente de modelos de equilibrio estable en los que se comparan tasas de crecimiento exponenciales constantes pertenecientes a diferentes sendas de crecimiento y de los que puede decirse que la condición de equilibrio estable no limita las posibilidades analíticas en este orden.

En nuestro caso, hemos optado por sustituir la prueba empírica de algún modelo particular por la alternativa de medir y analizar los "factores" que influyen en el crecimiento partiendo de un vector de variables observadas pertinentes con la teoría del crecimiento pero no sujetas a relaciones a priori, centrando la tesis en la factibilidad del modelo de Análisis Factorial para satisfacer requerimientos específicos de la cuantificación e interpretación del fenómeno referido. La selección de variables y la bondad de la técnica empleable constituyen problemas básicos a dilucidar.

Para esta etapa del trabajo asumimos que la pertinencia de las variables con la teoría del crecimiento brinda el encuadre conceptual para las variables tipo a utilizar y cuya especificación y fundamentación hemos reservado para la próxima etapa de aplicación de la metodología propuesta.

El tratamiento del vector de observaciones mediante el modelo de Análisis Factorial permite obtener las "variables conceptuales" o "factores" cuya estructura denota cuál o cuáles son las variables observadas de mayor influencia. Estos factores dan lugar a un índice factorial que, valorizado en cada caso, mide el nivel de crecimiento alcanzado.

III. Metodología de Análisis Multivariado

III. 1. Técnicas Alternativas

La existencia de intercorrelaciones entre variables y el problema de la comparabilidad de las mediciones cuando el fenómeno a estudiar es observado en el tiempo, limitan la factibilidad de algunos instrumentos de utilización frecuente.

Teniendo en cuenta que el funcionamiento de la firma definida como un sistema, genera interrelaciones permanentes entre los subsistemas y entre objetivos parciales y globales, es lógico asumir la interdependencia entre las variables concernientes. En este orden, la restricción recae sobre las mediciones basadas en el empleo del modelo de regresión mínimo cuadrática, reconocidamente eficaz para estimaciones insesgadas en sistemas recursivos o en sistemas de relaciones simultáneas (3), pero que en el caso de sistemas interdependientes encuentra en la multicolinearidad una limitación sustancial. Por otra parte este y otros instrumentos implican una necesaria relación a priori entre variables para definir las funciones a estimar.

En cuanto a la comparabilidad temporal de las mediciones es oportuno recordar la naturaleza de los cambios que pueden hacer no comparables dos estados (4):

- Variaciones atribuibles al curso de las interrelaciones económicas.
- Variaciones relacionadas con problemas de definición de variables o modificación del número de variables a utilizar.

Tanto los índices compuestos como los índices vectoriales no satisfacen el conocimiento de las variaciones del primer tipo, cuya significación intrínseca es obvia. Además, los índices compuestos tienen condicionada su aptitud comparativa al número y tipo de los indicadores elegidos, restricción esta que alcanza también a los índices vectoriales, cuya magnitud de desvío respecto a un vector ideal si bien atenúa la restricción, es en sí misma una limitación.

III. 2. <u>El modelo de Análisis Factorial</u>

El modelo factorial permite explicar un fenómeno complejo descripto por múltiples variables, mediante un número menor de variables o factores comunes que constituyen conjuntos de influencia independientes. Cada uno revela altas correlaciones con algunas variables que le otorgan significación. Cada una de éstas puede expresarse como función de los factores determinados. Su formulación es:

$$Z = AF + U$$

siendo:

Z = vector (n x 1) de variables originales standarizadas

A = matriz (n x m) de coeficientes factoriales

F = vector (m x 1) de factores

U = vector (n x 1) de error

F y U se consideran incorrelacionados, siendo $F \sim N(0,I)$,

$U \sim N(0,V)$ y V: matriz diagonal

A tiene asociada una matriz de correlaciones

$$R = AA' + V$$

en la que los elementos de la matriz A son los coeficientes factoriales cuyos valores nos permitirán formar los Indices Factoriales.

El procedimiento para extraer los factores comunes, llamado método de Componentes Principales es el que sugerimos utilizar. Teniendo como base un vector de variables observadas se trata de obtener un nuevo vector mediante una transformación ortogonal del vector dado con especiales atributos en términos de variancias. De esta transformación se obtienen los Componentes Principales que son combinaciones lineales independientes de variables aleatorias. La reducción de la dimensión del espacio sin pérdida de información resulta de centrar el estudio en las combinaciones lineales de mayor variancia. Por ser independientes entre sí, superan las dificultades que implica la interrelación. La primer componente representa la combinación lineal de máxima variancia. El número de las sucesivas componentes depende de las exigencias que cada caso plantea respecto a la significación de sus variancias.

Formalizando la presentación de este procedimiento, consideramos dada una matriz X de n variables aleatorias observadas para p firmas de una industria en determinado momento o período;

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} \cdots\cdots\cdots x_{1p} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_{n1} \cdots\cdots\cdots x_{np} \end{bmatrix}$$

Si por $\sum$ se define su matriz de variancias y covariancias, y si el vector de las medias es nulo, $F = \beta' X$ representa las componentes principales o variables transformadas sujetas a:

$$\beta' \beta = 1 \qquad (\cdot)$$

que es la condición de ortonormalidad del vector de los coeficientes.

Es decir que para cada componente debemos hallar un vector que satisfaga la condición procedente.

Debemos entonces maximizar la función:

$$\varphi_1 = \beta' \Sigma \beta - \lambda (\beta' \beta - 1)$$

que derivada respecto a β redulta:

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial \beta} = 2 \Sigma \beta - 2 \lambda \beta$$

De ello surge:

$$(\Sigma - \lambda I) \quad 2\beta = 0$$

y siendo $\beta \neq 0$ por la condición (.), queda

$$|\Sigma - \lambda I| = 0$$

que constituye una matriz singular en la que λ_i (variancia) representa raíces de un polinomio de grado n con un orden decreciente: $\lambda_1 \geqslant \lambda_2 \geqslant \lambda_3 \cdots$ $\cdots \geqslant \lambda_m \geqslant 0$ Por definición, la primer componente tendrá una variancia λ_1:

$$(\Sigma - \lambda_1 I) \beta = 0$$

donde la $\beta^{(1)}$ que la verifique, da la primer componente que es:

$$F_1 = \beta^{(1)'} X$$

La reiteración del procedimiento permite obtener una componente F_2 hallando una combinación lineal normalizada no correlacionada con F_1^* cuya variancia es λ_2 .

La condición de no correlación entre las componentes se cumple si:

$$\beta' \beta^{(1)} = 0$$

La función a maximizar será en este caso:

$$\varphi_2 = \beta' \Sigma \beta - \lambda (\beta \beta - 1) - 2 V_1 \beta \Sigma \beta^{(1)}$$

Este proceso puede repetirse en forma reiterativa para las restantes componentes.

Cada componente principal correlacionada con las variables originales observadas genera coeficientes de correlación que sirven para identificar las variables subyacentes o factores del crecimiento de la firma. El número de factores depende de las exigencias sobre la variancia de los componentes, o sea, de la proporción de la variación en las variables explicada por cada componente.

Se determina entonces una matriz de coeficientes factoriales (matriz A en el modelo a partir de la cual es posible calcular los índices factoriales cuyo número es el de los factores identificados y que proporcionan la base para estimar el valor de cada firma con respecto a cada factor considerado.

La forma genérica del índice es:

$$I h_j = \sum_{i=1}^{n} a_{ij} X_i \qquad \begin{array}{l} (i = 1, \ldots\ldots\ldots n) \\ (j = 1, \ldots\ldots\ldots m) \\ (h = 1, \ldots\ldots\ldots p) \end{array}$$

$$i > j$$

siendo su interpretación la siguiente: para cada una de las h (h = 1....p) firmas es posible calcular los a_{ij} que son coeficientes de correlación de las i (i = 1, 2, ...n) variables originales con cada Factor F_j (j = 1...m) que es una combinación lineal de dichas variables obtenido en la forma considerada.

Concretamente, un Indice Factorial:

$$I_{11} = a_{11} x_1 + a_{21} x_2 + \ldots\ldots + a_{n1} x_n$$

es el índice estimado para la firma 1 con respecto al Factor 1 (j = 1) y su valor es una medida de nivel y expresa cuál es la influencia de cada variable medida por su coeficiente. Cada índice se individualizará con la o las variables que más pesan en el valor que asume. Así, puede resultar un índice en el que prevalecen variables de mercado, etc. Pero el número de ellos está limitado por lo expresado sobre el porcentaje de variación de las variables utilizadas que es explicado por cada factor. Si hallamos p. ej., que el Factor 1 explica el 75% de las variaciones y nos manifestamos satisfechos, habrá un solo índice factorial para cada firma que mide el fenómeno global llamado crecimiento, el que estará influido por las variables de mayor coeficiente factorial. Si, en cambio hay que valorizar más de un índice, el índice de crecimiento para cada firma será el valor de una función lineal del tipo:

$$Z_h = \sum_{j=1}^{m} \alpha_j I_{h_j}$$

en la cual las variables son los índices factoriales medidos en la h-ésima firma cuando el crecimiento se considera explicado por más de un factor (en el sentido del análisis factorial).

El valor de Z en tal caso, es el de un índice de crecimiento que mide el nivel alcanzado por cada unidad del universo bajo estudio perteneciente a una industria y que han sido analizados partiendo de un vector de variables pertinentes con la teoría del crecimiento de la firma.

La estimación de los coeficientes α_j si el número de los I_j es elevado, demandará un nuevo análisis factorial. Si en cambio, su número es escaso, se calcularán por una regresión múltiple.

En un enfoque alternativo, el análisis es factible para una firma o para la industria en diversos momentos o intervalos de su horizonte económico, en cuyo caso el conjunto de índices de crecimiento, tanto si se trata de un único índice factorial como si se trata de índices del tipo z, representa una serie cronológica del nivel de crecimiento alcanzado, con propiedades satisfactorias para la comparabilidad de las situaciones.

IV. Conclusiones

Desde el punto de vista de la teoría de Análisis Factorial podemos remarcar los siguientes aspectos por su relación a las exigencias del análisis económico:

. satisface las exigencias del tratamiento de fenómenos explicados por variables interrelacionadas.

. permite asimismo utilizar instrumentos diferentes para el estudio de sistemas recursivos e interdependientes.

. no supone hipótesis a priori sobre las relaciones entre variables.

. Asimismo verifica la comparabilidad deseada para los siguientes casos:

. en el tiempo para cada firma.

. entre firmas, calculando el índice para toda la industria a partir de un vector de observaciones en t_o.

. entre firmas en el tiempo, repitiendo el análisis anterior para sucesivos períodos.

. Además satisface requerimientos instrumentales para diversas situaciones de decisión; en el caso concreto de la medición y análisis del crecimiento de la firma ofrece una alternativa más general y amplia que la permitida por otras herramientas cuya utilización admite los reparos que hemos señalado.

Dr. Roberto Fattal Jaef

Instituto de Investigaciones Económicas
Facultad de Ciencias Económicas,Comerciales y Políticas
Universidad Nacional de Rosario

(1) GALBRAITH, K. The New Industrial State, (N.York,1967)

MARRIS, R. The Economic Theory of Managerial Capitalism, (London: Macmillan,1966)

(2) MARRIS, R. "Aportaciones Recientes a la Teoría del crecimiento de la Empreda", El Trimestre Económico Vol. XXXV, Nº 138 (1968,269-284)

(3) HAAVELMO, T. Opina que el "Método Tradicional" es de ecuación única y proporciona estimaciones sesgadas al emplearlo para relaciones simultáneas.

(4) BURGII,W., FUNES,J.A. "Análisis de situaciones económicas" Primeras Jornadas sobre Técnicas Matemáticas en la Industria, el Comercio y la Administración Pública.

BIBLIOGRAFIA

ANDERSON, T.W. An Introduction to Multivariate Analysis. (London, Chapman and Hall, Limited,1958)

BAUMOL, W. "The Theory of expansion of the Firm" The American Economic Review, Vol. LII, Nº 5. (1962,1078-1087)

CYERT,R.M., GEORGE, K.D. "Competition, Growth and Efficiency", The Economic Journal, Vol.LXXIX,Nº 313 (1969-23-41)

FARRAR, D., GLAUBER, R. "Multicollinearity in Regression Analysis. The Problem Revisited" The Review of Economic and Statistics", Vol.LXIX,Nº 1. (1967-92-107)

KENDALL, A. Course in Multivariate Analysis. (London, Charles Griffin, 1957).

STOWE, H. Econometría y Teoría Macroeconómica. (Madrid, Aguilar, 1962)

WOLD, H. Análisis de la Demanda. (N. York, J.Wiley y Sons, 1953)