

Una nota sobre la "Reconsideración de la teoría Ricardiana del Crecimiento" de Dieguez y Sidrauski.

José Luis Nicolini\*

Julio 1994

En Julio de 1962 Hector Dieguez y Miguel Sidrauski publicaban su "Reconsideración de la teoría Ricardiana del Crecimiento".

David Ricardo sostuvo en sus Principios de Economía Política que suponiendo salarios y tecnología constantes y rendimientos decrecientes de la tierra en la producción de bienes salarios, con la acumulación de capital: a) la tasa de beneficio disminuye; b) la participación de la renta de la tierra en el ingreso total aumenta; c) la participación de los beneficios disminuye y d) mas allá de cierto punto en la acumulación, también el total de beneficios comienza a declinar. Consecuentemente, siendo para Ricardo el beneficio el determinante del crecimiento, existe una tendencia hacia un estado estacionario en el largo plazo. Sin duda, esta tendencia puede ser contrarrestada al remover, como lo hace Ricardo, el supuesto sobre tecnología constante.

Una apretada síntesis de la teoría Ricardiana con tecnología y salarios constantes es presentada habitualmente (v.g. Barkai 1959 y Pasinetti 1960) como

---

\* Instituto de Investigaciones Económicas, Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires. Av Cordoba 2122, 1er piso, Buenos Aires (C.P. 1120).

$$(1) \quad Q = f(K)$$

$$(2) \quad K = \rho L \quad c / \rho > 0$$

$$(3) \quad f'(K) > 0$$

$$(4) \quad f''(K) < 0$$

$$(5) \quad \frac{d(Q/K)}{dK} < 0$$

$$(6) \quad R = f(K) - K f'(K)$$

$$(7) \quad B = K [f'(K) - \rho w]$$

$$(8) \quad b = B/K$$

$$(9) \quad \frac{(dK/dt)}{K} = c b$$

#### Variables exógenas

$\rho$  : relación capital trabajo  
 $c$  : propensión a invertir  
 $t$  : tiempo  
 $w$  : tasa de salario

#### Variables endógenas

$b$  : tasa de beneficio  
 $B$  : total de beneficios  
 $K$  : stock de capital  
 $L$  : trabajo empleado  
 $Q$  : producto  
 $R$  : renta de la tierra

La economía produce un único bien homogéneo que es tanto un bien de consumo como de capital (e.g. trigo). Este supuesto no parece modificar la esencia del argumento de Ricardo quien dejó sin resolver las implicancias de considerar

bienes para cuya producción se utilizan distintas relaciones de capital y trabajo.

Salarios constantes no es mas que una simplificación ya que suponer salarios en alza con la acumulación (como lo hace Ricardo en el cap V sobre Salarios, pp. 96-97), solo reforzaría las conclusiones. Dieguez y Sidrauski también adoptan el supuesto simplificador de que toda la tierra ha sido ocupada y solo cabe aumentar la cantidad de capital y trabajo.

La relación fija entre el capital y el trabajo,  $\rho$  en la expresión (5), es un supuesto fuerte. De hecho Dieguez y Sidrauski destacan que Ricardo dió cuenta de la sustitución entre factores de la producción (por ejemplo en el capítulo 31 de los Principios). Por lo tanto "en nuestra formulación del modelo ricardiano [... se debería modificar] el supuesto de coeficientes fijos, revisando de allí en adelante todo el modelo, para verificar si en tales condiciones, siguen siendo validas las conclusiones a las cuales arribamos. Queda así abierta una nueva dirección de análisis..." [pp. 173].

Al combinarse los factores en proporciones fijas, relación (2), la producción se puede expresar en función de uno solo de los factores, por ejemplo el capital, como en la función (1).

La expresión (4) es una de las formas de indicar los rendimientos decrecientes. Dado que la productividad media (5) también decrece se puede establecer que la elasticidad capital del producto es

$$(10) \quad \epsilon_K < 1$$

o sea que el producto crece mas lentamente que el capital.

Dieguez y Sidrauski destacan con claridad que esta formulación (1) a (10) es suficiente para establecer el postulado (a) de que la tasa de beneficio disminuye:

$$\frac{db}{dK} = f''(K) < 0 \quad \Delta \quad \text{se verifica} \quad (a)$$

pero no el postulado (b) de que la participación de la renta de la tierra en el ingreso total aumenta, ya que resulta de signo indefinido la expresión

$$(11) \quad \frac{d(R/Q)}{dK} = f(K)^{-1} [f'(K) (\epsilon_K - 1) - K f''(K)]$$

La formulación presentada tampoco es suficiente para establecer el postulado (c) de que necesariamente la participación de los beneficios disminuye, ya que resulta incierto el signo de

$$(12) \quad \frac{d(B/Q)}{dK} = f(K)^{-1} [K f''(K) - (\epsilon_K - 1) [f'(K) - p w]]$$

como así tampoco el postulado (d) de que mas allá de cierto punto en la acumulación, la masa de beneficios también comienza a declinar, ya que no necesariamente existen valores no infinitos de K que satisfagan

$$(13) \quad \frac{dB}{dK} = f'(K) + K f''(K) - p \cdot w = 0$$

por lo tanto no es posible concluir con Ricardo que necesariamente la acumulación (9) tiende a estacionarse por efecto de la propia acumulación.

Tomando un ejemplo similar al dado por los autores, una función de producción del tipo

$$(14) \quad Q = K^{1/\alpha} + A K \quad \text{con} \quad A = h + \rho w \quad \alpha > 1 \quad \text{y} \quad h > 0$$

verifica el sistema (1) a (10) y, sin embargo, no resulta en (b) ni en (c).

Veamos, con (1) (7) y (14):

$$(15) \quad \lim_{K \rightarrow \infty} B = \lim_{K \rightarrow \infty} (\alpha^{-1} K^{1/\alpha} + h K) = \infty$$

Claramente, la función de producción (14) no resulta en el estado estacionario.

Dieguez y Sidrauski, redefinen los rendimientos decrecientes: "Segun esta nueva formulación hay rendimientos decrecientes cuando siendo tal elasticidad [expresión (6)] menor que uno, su valor decrece ante incrementos del factor variable, o sea que

$$(16) \quad \frac{d \epsilon_K}{dK} < 0$$

Así expresada la ley de los rendimientos decrecientes, nos encontramos ante una exigencia mayor, pues en el caso anterior nos limitábamos a exigir de la función de producción que los incrementos absolutos fuesen decrecientes (derivada segunda negativa), en tanto que ahora se ha introducido un requisito adicional: que los incrementos relativos sean decrecientes. Derivando  $\epsilon_K$  respecto de K [la condición (16) se puede expresar también como]

$$(17) \quad \left| \epsilon_{\epsilon_K} \right| > \left| \epsilon_{\epsilon_K} \right|$$

de manera que, para que la elasticidad de producto sea decreciente, el valor absoluto de la elasticidad de la función marginal debe ser mayor que el valor absoluto de la elasticidad de la función media" (pp. 174-5)

Con esta nueva formulación de los rendimientos decrecientes, la función de producción inequívocamente resulta en los postulados Ricardianos (a) (b) y (c). Veamos, teniendo en cuenta que  $\epsilon_K - 1$  es equivalente a la elasticidad de la respectiva curva media  $\epsilon_{m_K}$ , las expresiones (11) y (12) se pueden escribir como

$$(11^*) \quad \frac{d(R/Q)}{dK} = f'(K) f(K)^{-1} [\epsilon_{m_K} - \epsilon_{m_{QK}}]$$

$$(12^*) \quad \frac{d(B/Q)}{dK} = f'(K) f(K)^{-1} [\epsilon_{m_{QK}} - \epsilon_{m_K} b (b + \rho w)^{-1}]$$

La condición (17) permite establecer que las expresiones (11\*) y (12\*) son positiva y negativa respectivamente. Se cumplen entonces no solo (a), sino también (b) y (c).

Si bien la expresión (16) no es condición necesaria<sup>1</sup> para que se verifique  $dB/dK = 0$  (13), sí es una condición suficiente ya que resulta en

$$(18) \quad \lim_{K \rightarrow \infty} (dB/dK) = -\infty \quad \text{con} \quad dB/dK|_0 > 0$$

De hecho la función de producción (14) en el ejemplo "queda descartada, pues su elasticidad no es decreciente" [pp. 192] según lo exige la expresión (16). Si aceptamos de este modo

<sup>1</sup> La condición necesaria es  $\epsilon_{m_{QK}} = - [b/f'(K)]$   
 y la condición suficiente (resultante de  $d^2B/dK^2 < 0$ )  
 es  $|K f''(K)| < |2 f'(K)|$

que los beneficios tienden a decrecer luego de lograr un máximo, se verifica también el postulado (d) y por ende la aseveración Ricardiana de que la economía tiende hacia un estado estacionario.

Finalmente los autores sostienen que según Ricardo el avance tecnológico sería insuficiente para contrarrestar el efecto de los rendimientos decrecientes de la tierra. Al margen de lo controvertido de esta aseveración, es de destacar la actualidad del texto de Dieguez y Sidrauski al afirmar que "a la luz de la experiencia moderna, resulta por cierto exagerado el énfasis puesto por los clásicos en la acumulación de factores como causa determinante del crecimiento, puesto que en verdad es el progreso tecnológico asociado a las nuevas inversiones la causa más importante de la expansión del nivel de ingreso real" [pp 193]. Recién décadas después la corriente principal de la teoría del crecimiento económico incorpora desde distintos ángulos el principio Schumpeteriano de cambio tecnológico endógeno como determinante principal del crecimiento (e.g. Romer 1983 y 1986 y Grossman y Helpman 1991), en respuesta a las dificultades para explicar la realidad del esquema fundado en Solow (1956).

En síntesis, el artículo de Dieguez y Sidrauski es no solo una valiosa contribución a la formulación rigurosa del modelo de crecimiento ricardiano, sino que también alerta acerca de la importancia de un tema que mantendría en zozobra a la teoría del crecimiento económico durante más de una década, esto es el cambio tecnológico endógeno como determinante del crecimiento económico.

## Bibliografía

- Barkai, H (1959) "Ricardo on factor prices and income distribution in a growing economy"; Economica, Agosto.
- Dieguez, Hector L. y Miguel Sidrauski (1962) "Reconsideración de la teoría ricardiana del crecimiento"; Revista de Ciencias Económicas, Año L, Julio-Diciembre, Serie IV, Nro 18; Buenos Aires.
- Grossman, Gene M. and Helpman, Elhanan (1991) Innovation and growth in the global economy; Cambridge: MIT Press.
- Pasinetti, L. L. (1960) "A mathematical formulation of the Ricardian System", Review of Economic Studies, 27 (2).
- Ricardo, David (1821) On the principles of political economy and taxation; Edited by Piero Sraffa, London: CUP.
- Romer, Paul M (1983) "Dynamic competitive equilibria with externalities, increasing returns and unbounded growth", Ph.D. dissertation, University of Chicago.
- (1986) "Increasing returns and long run growth"; Journal of Political Economy, October 1986, 94 (5).
- Solow, Robert M. (1956) "A contribution to the theory of economic growth"; Quarterly Journal of Economics, Feb., 70 (1).