Una Caracterización Alternativa de Información en Economía

Mabel Ficosecco
Departamento de Economía
Universidad Nacional del Sur
Bahía Blanca, ARGENTINA
mabelficosecco@yahoo.com.ar

Una Caracterización Alternativa de Información en Economía *

Mabel Ficosecco
Departamento de Economía, Universidad Nacional del Sur

Resumen

Se discutirá el concepto de información en Economía. Comenzamos presentando el modelo prevaleciente, asociado a la hipótesis de la Maximización de la Utilidad Esperada, útil en muchas formas pero también muy limitado, lo que ilustramos con algunos ejemplos. Presentamos, en cambio, la idea de información representada por una estructura modular y dinámica. Tomamos de la Ciencia de la Computación la idea de una base de datos como la estructura adecuada con esas características. La Lógica provee una forma de caracterizar la selección de una base de datos apropiada de los datos del mundo real y las restricciones subyacentes. Estas restricciones configuran realmente la información poseída por un agente. Anomalías en el comportamiento racional así como también actualizaciones no-Bayesianas de la información pueden modelarse por medio de este enfoque, aunque su desarrollo completo aún queda por delante.

Códigos J.E.L.: B4, C0, D8.

* Una versión previa de este trabajo, que resume la tesina de Licenciatura dirigida por Fernando Tohmé, se puede encontrar en Tohmé-Ficosecco (2005).

Abstract

We discuss the concept of information in Economics. We begin by presenting the prevalent model, closely associated with the Maximization of Expected Utility hypothesis, quite useful in many ways but also exhibiting a great number of shortcomings, which we illustrate with some examples. We present, instead, the idea of information as represented by a modular and dynamic structure. We draw from Computer Science the idea of a database as the adequate structure with those features. Logics provides a way of characterizing the selection of an appropriate database up from real world data and underlying constraints. These constraints do actually configure the information held by an agent. Anomalies in rational behavior as well as non-Bayesian information updates can be modeled by means of this approach, although its full development is still ahead.

J.E.L. Codes: B4, C0, D8.

1 Introducción

El concepto de *información* ha demostrado ser al mismo tiempo crucial y elusivo para muchos campos del conocimiento. Esto es particularmente cierto en Economía, donde es bastante obvio que las formas en que los agentes obtienen y usan la información tienen consecuencias en todos los niveles de la vida económica. Mientras que esto ha sido ampliamente aceptado desde el siglo XIX, los teóricos no contaron con una caracterización precisa de “información” hasta la década de 1930. La noción de *conjunto de información* en Teoría de los Juegos, debida a von Neumann y Morgenstern (1943), otorgó un marco conceptual para el análisis subsiguiente del uso de información en Economía.
El fundamento de este marco es la idea de que los agentes racionales tomarán decisiones utilizando, lo más eficientemente posible, la información que tienen disponible. Por lo tanto, deben tener la capacidad de distinguir entre las muchas señales que reciben del entorno en el cual tienen que decidir. En presencia de incertidumbre, los agentes racionales tienen que darle sentido a las señales relacionándolas con sus posibles fuentes. Para hacerlo deben clasificar las circunstancias en las cuales esas señales fueron emitidas. El límite ideal surge cuando cada señal puede asociarse con un solo escenario. En ese caso, un agente racional será capaz de determinar exactamente las alternativas que tiene disponibles y las consecuencias de sus actos. Pero en la mayoría de los casos, las señales no develarán completamente todas las características del entorno en el cual fueron generadas. Aún así, si los agentes pueden particionar el conjunto de situaciones posibles de acuerdo a las señales, puede aplicarse el aparato completo de la teoría de la probabilidad para representar las posibilidades de los resultados alternativos para cada decisión posible.
En términos formales, esta concepción implica representar la información de un agente como un conjunto de mundos posibles, una partición de este conjunto inducida por señales y una distribución de probabilidad sobre esos mundos. Este marco conceptual demostró ser enormemente influyente en todo el dominio de la Teoría Económica. Una gran parte de la Teoría de los Juegos y sus aplicaciones a la Organización Industrial y el estudio de la Información Asimétrica, así como las ideas básicas en los mercados de Arrow-Debreu, se apoyan todos básicamente en esta idea de información. Pero el alto grado de parsimonia incorporado dentro de este formalismo, exhibido claramente en el resultado de Blackwell (1951) mostrando que *más información conduce a mejores decisiones*, indica que la capacidad de esta estructura conceptual puede no cubrir todos los usos intuitivamente aceptables del término “información”.
La investigación en ciencia cognitiva y en Economía Experimental ha mostrado que la noción usual de información parece no utilizarse en todas las instancias del proceso de toma de decisiones. Aunque se carece de un tratamiento teórico completo de estas “anomalías”, un examen informal muestra que muchas de ellas pueden ser racionalizadas apelando a una noción diferente de información. Sostendré que la mejor representación para esas situaciones es como si un agente racional estuviera en una habitación en penumbras con acceso a una base de datos restringida, y tuviera que tomar decisiones, de acuerdo a sus preferencias, utilizando únicamente la información que hay en ella. Esta concepción dista de ser completa, por supuesto, ya que hace caso omiso de otros aspectos del proceso de toma de decisiones, particularmente los factores emocionales. Pero es suficiente para echar luz sobre muchas características relevantes del uso de información por parte de agentes racionales.
El objetivo de este trabajo es doble. Por un lado, se quiere ampliar el alcance de la noción de “información” en Economía para incluir los casos considerados anómalos. Por otro lado, para lograr ese objetivo, se introduce un nuevo formalismo para representar las formas en que los agentes económicos pueden organizar los datos que reciben del mundo real. Se afirma que esta formalización tiene el poder suficiente para proveer un marco conceptual para la representación de muchos usos alternativos de información.

2 Información: la Visión Tradicional

La noción de información deviene relevante en presencia de incertidumbre. Los agentes racionales deben representar las características del ambiente y tomar decisiones con el objetivo de maximizar sus preferencias. Formalmente, esto es representado como la maximización de una función de utilidad *esperada* (Laffont 1999). El resultado arroja la elección de una entre muchas loterías alternativas. Cada *lotería* $a = \langle c, p\rangle$ es precisamente un vector de consecuencias $c = (c_1, \ldots, c_S)$, una para cada *estado de la naturaleza* ù$_S$, para $s = 1, \ldots, S$ y una distribución de probabilidad sobre estos estados. Puesto que en esta versión simplificada se supone que S es finito[1], la distribución de probabilidad es $p = (p_1, \ldots, p_S)$ con $\sum_S p_i = 1$.

Las preferencias sobre loterías se representan por medio de una función de utilidad $U(\cdot)$ continua y no decreciente. Los axiomas de independencia y continuidad de von Neumann y Morgenstern aseguran la existencia de una función de utilidad[2] $u(\cdot)$ sobre consecuencias tal que:

$$U(c, p) = \sum_S p_i u(a_i)$$

Con esta prescripción, $U(a) = U(c, p)$, la utilidad esperada de la lotería $\langle c, p\rangle$ es lineal en p, lo que simplifica su maximización.

Finalmente, una *acción* a es identificada con una lotería $\langle c, p\rangle$, donde cada c_i es la consecuencia, si ocurre el estado ù$_i$, de la acción a. Entonces, el comportamiento de un agente racional enfrentando incertidumbre es representado como la elección de una acción que maximiza $U(\cdot)$.

Aunque este marco conceptual es convincente, debemos tener en cuenta que supone que los estados de la naturaleza son todos conocidos y que sus probabilidades son *objetivas*. A pesar de eso, este formalismo ha sido aplicado durante las últimas cinco décadas para representar el proceso de toma de decisiones aún en casos en los cuales esas condiciones no se satisfacían. Esos usos de la teoría de la utilidad esperada fueron justificados como una aplicación de la teoría de las probabilidades subjetivas (Savage 1954), al diseño de un sistema de apuestas en el cual las probabilidades se convierten en objetivas (Anscombe y Aumann 1963). De hecho, es suficiente suponer que un agente "conoce" el universo completo de estados de la naturaleza $_0$ y la distribución de probabilidades p^0 sobre $_0$. Esta información *a priori* $\langle\ , p\rangle$ es actualizada a partir de la recepción de señales. El proceso de actualización, que se supone Bayesiano, deja intacto $_0$ pero arroja una nueva distribución p^1 que generalmente difiere de p^0. Esta información *a posteriori* $\langle\ _0, p^1\rangle$ es aplicada a la construcción de una función de utilidad esperada $U(\cdot)$ que el agente maximiza.

La misma construcción se obtiene suponiendo que el agente es capaz de particionar $_0$ de acuerdo a la información que tiene disponible[3]. Si la partición *a priori* es $\wp^0$, después de la recepción de señales el agente obtiene una partición *a posteriori* $\wp^1$. En cada caso, si dos estados determinados de la naturaleza ù^i y ù^{ii} no pueden ser distinguidos, deben pertenecer a la misma clase de equivalencia en la partición. En efecto, esta relación de indistinguibilidad determina la partición por medio de una función P : $\wp$, tal que para cada estado de la naturaleza ù, $P($ù$) \subseteq$ y $P($ù$)$ coincide con una de las clases en $\wp$.

[1] Este marco puede extenderse fácilmente a un número continuo de estados de la naturaleza.
[2] Llamada indistintamente función de Bernoulli o de von Neumann-Morgenstern (Mas-Colell et al. 1995).
[3] Nótese que una medida de probabilidad requiere la definición previa de un ó -algebra de eventos. Una partición del dominio facilita esta tarea.

Cada $E \subseteq$ es denominado *evento*. Si el verdadero estado de la naturaleza es $ù^*$ y $ù^* \in E$, entonces decimos que *E ocurre* o que *E es verdadero*. Si todos los estados que el agente no puede distinguir de $ù^*$ también están en *E*, es decir $P(ù^*) \subseteq E$ decimos que el agente *conoce E*. Si un evento verdadero *E* siempre es conocido por el agente, decimos que *E es auto-evidente*.

La estructura de información que tiene el agente puede ser descripta como $A = \langle \ , \wp, p \rangle$ donde es el conjunto de estados de la naturaleza, $\wp$ es una partición de , y *p* es una medida de probabilidad sobre basada en un ó-algebra definido a partir de $\wp$. Los eventos que son conocidos (aún si no son auto-evidentes) ayudarán al agente a definir con precisión su estructura de información, obligándolo a enfocarse solamente en los estados de la naturaleza que tienen algunas posibilidades de ser verdaderos. La herramienta básica para representar la estructura de información de esta manera es el *operador de conocimiento*, definido como $K(\cdot) : 2 \quad \wp$, el cual dado un evento *E*, arroja todos los estados de la naturaleza en los cuales *E* es conocido. Esto es,

$$K(E) = \{ ù \in \quad : P(ù) \subseteq E \}.$$

Esta caracterización iguala 'conocer un evento' con la familia de todos los estados de la naturaleza en los cuales sería conocido[4]. De esta definición se deduce inmediatamente que un evento auto-evidente es tal que $K(E) = E$. De este hecho resulta que al utilizar $K(\cdot)$ como un concepto primitivo, los eventos auto-evidentes son sus puntos fijos. Más aún, se supone que $K(\cdot)$ verifica las siguientes propiedades, donde *A* y *B* son dos eventos:

1. $K(\ ) = \ $. Es auto-evidente que no hay otros estados de la naturaleza que aquellos que están en .

2. $K(A) \wedge K(B) = K(A \wedge B)$. Conocer *A* y *B* es lo mismo que conocer el evento conjunto $A \wedge B$.

3. $K(A) \subseteq A$. Si el agente conoce *A*, entonces *A* es verdadero.

4. $K\,K(A) = K(A)$. Si el agente conoce *A*, entonces conoce que conoce *A*.

5. $\neg K(A) = K(\neg K(A))$. Si el agente no conoce *A*, entonces conoce que no conoce *A*.

Esta última propiedad, que requiere que los agentes estén tan alertas a las cosas que no ocurren como a aquellas que verdaderamente ocurren, es en realidad extremadamente restrictivo. Por otro lado, sin este requerimiento el proceso de actualización que sigue a la recepción de señales sería mucho más complejo, implicando no solamente la revaloración de las probabilidades sino de todo el conjunto de estados de la naturaleza. En vez de ello, se supone que el agente preserva algunas características centrales de su estructura de información, incluyendo la medida de probabilidad sobre los estados de la naturaleza, *refinando* su partición de . Más precisamente, un refinamiento de una partición desagrega algunos elementos de la misma, arrojando una partición con más elementos, permitiendo enfocarse solamente en aquellos que tienen posibilidades de incluir el verdadero estado de la naturaleza. Mediante una aplicación directa del Teorema de Bayes, la distribución de probabilidades se concentra en aquellos estados que aún son vistos como candidatos a ser el verdadero.

[4] Este es un procedimiento típico en lógica, particularmente para definir una propiedad intensional por su extensión.

Para completar esta caracterización de la forma en la cual la Teoría Económica concibe el uso de la información por parte de un agente racional, tenemos que precisar la forma en la cual las "señales" pueden conducir a una actualización de una partición *a priori*. Si suponemos un espacio de señales Õ, una función medible f : Õ determina una partición de , $\wp$ = {O$_i$: O$_i$ = $f^{-1}(y_i)$ para $y_i \in$ Õ}. Esto significa que el agente, una vez que recibe una señal, determina qué elemento de la partición incluye el verdadero estado de la naturaleza.

Entonces, después de la recepción de una señal y_i, el agente refina[5] su partición, eventualmente particionando un elemento $\hat{O} \in \wp$ como $\hat{O} = O_i$ $\hat{O} \setminus O_i$. De este modo, actualiza la distribución de probabilidad de *p* a *p* , tal que *p* ($\grave{u}$) > 0 para todo $\grave{u} \in O_i$ para el cual *p* ($\grave{u}$) > 0, y $\sum_{\grave{u} \in Oi}$ *p* ($\grave{u}$) = 1. Finalmente, el agente maximiza su utilidad esperada *U*(a) = $\sum_{\grave{u} \in}$ *p* ($\grave{u}$) *u*($c_{\grave{u}}$), donde $c_{\grave{u}}$ es la consecuencia, si $\grave{u}$ es el estado verdadero, de elegir una acción a.

Si dadas dos estructuras de información *A*[1] y *A*[2], después de la recepción de cualquier señal $y \in$ Õ, las acciones óptimas son a$*^1(y)$ y a$*^2(y)$, respectivamente, decimos que *A*[1] es *más valiosa* para el agente que *A*[2], denotado *A*[1] $_{Õ}$ *A*[2] si y sólo si

$$U(a*^1(y)) \quad U(a*^2(y))$$

para una distribución *a priori p* y para toda $y \in$ Õ. El siguiente resultado es fundamental en este marco:

Teorema 1 *(Blackwell 1951) Para cada distribución* a priori *p sobre y cada función de Bernoulli u*(·), *dos estructuras de información A*[1] = ⟨ , $\wp^1$, *p*⟩ *y A*[2] = ⟨ , $\wp^2$, *p*⟩, *son tales que A*[1] $_{Õ}$ *A*[2] *si y sólo si* $\wp^1$ *es un refinamiento de* $\wp^2$.

En otras palabras, si un agente actualiza su información refinando su partición, conocer más implica tomar mejores decisiones. Pero "conocer" más, implica que el conocimiento debe verificar las cinco condiciones dadas anteriormente. Como se dijo, al menos la última parece extremadamente restrictiva.

Consideremos el siguiente ejemplo de esta visión particional de información, donde tiene sólo tres elementos $\grave{u}_1$, $\grave{u}_2$ y $\grave{u}_3$, que representan buena, media y mala calidad respectivamente. La Figura 1 ilustra el caso de un experto que nunca comete un error, pero que no puede distinguir buena calidad de calidad media. La partición asociada con esta estructura de información es {{$\grave{u}_1$, $\grave{u}_2$}, {$\grave{u}_3$}}.

La estructura de información más refinada caracterizada en la Figura 2, asocia una señal diferente a cada calidad: ilustra el caso de un experto que nunca comete errores y que brinda información completa (la estructura de información es "perfecta"). La partición asociada con esta estructura es {{$\grave{u}_1$}, {$\grave{u}_2$}, {$\grave{u}_3$}}.

Con una estructura de información más refinada, el agente decisor puede adaptar mejor su comportamiento y elegir una acción (óptima) que arroja una mayor utilidad esperada.

[5] Dadas dos particiones $\wp$ y $\wp$ decimos que la última es un *refinamiento* de la primera si para cada $O \in \wp$ existe un $O \in \wp$ tal que $O \subseteq O$.

Figura 1

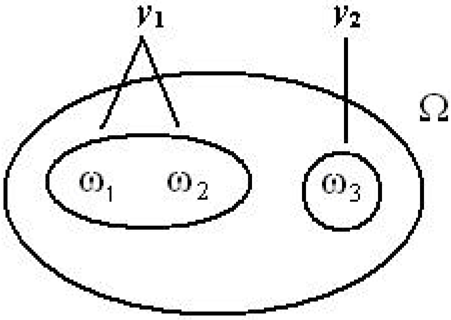
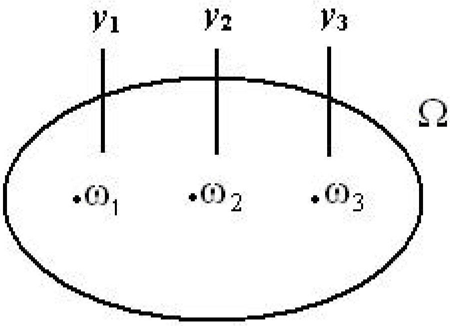


Figura 2



Por otro lado, para un par de particiones $\wp^1$ y $\wp^2$, tales que $\wp^1$ ($\wp^2$) no es más refinada que $\wp^2$ ($\wp^1$), podemos construir un problema de decisión en el cual $\wp^1$ es preferida a $\wp^2$ y otro en el cual $\wp^2$ es preferida a $\wp^1$.
Consideremos el caso ilustrado en la Figura 3. Supongamos que la distribución a priori es uniforme y atribuye una probabilidad de ¼a cada estado de la naturaleza. La estructura 1 no distingue entre $ù_1$ y $ù_2$, mientras que la estructura 2 no distingue entre $ù_3$ y $ù_4$. En un problema de decisión donde la posibilidad de distinguir entre los estados $ù_1$ y $ù_2$ es muy importante, A^2 es preferida a A^1, mientras que en otro problema donde es muy importante distinguir entre $ù_3$ y $ù_4$, A^1 es preferida a A^2.

PROBLEMA 1: consideremos dos acciones a y b, que en el estado $ù_1$ arrojan $u(a) = 1$ y $u(b) = 0$, mientras que en el estado $ù_2$ las utilidades (de Bernoulli) son $u(a) = 0$ y $u(b) = 1$. Finalmente, en los estados $ù_3$ y $ù_4$ las utilidades son cero para cada acción. Con la estructura de información A^1 tenemos

$$U(1) = ¼ \cdot 1 = ¼$$

pues no distingue entre $ù_1$ y $ù_2$, mientras que con la estructura A^2 tenemos

$$U(2) = ¼ \cdot 1 + ¼ \cdot 1 = ½$$

por lo que A^2 õ A^1.

PROBLEMA 2: supongamos que las acciones a y b arrojan $u(a) = 1$ y $u(b) = 0$ en el estado $\grave{u}_3$, y $u(a) = 0$ y $u(b) = 1$ en $\grave{u}_4$. Finalmente, en los estados $\grave{u}_1$ y $\grave{u}_2$ las utilidades son cero para cada acción. Ahora tenemos para la estructura de información A^1

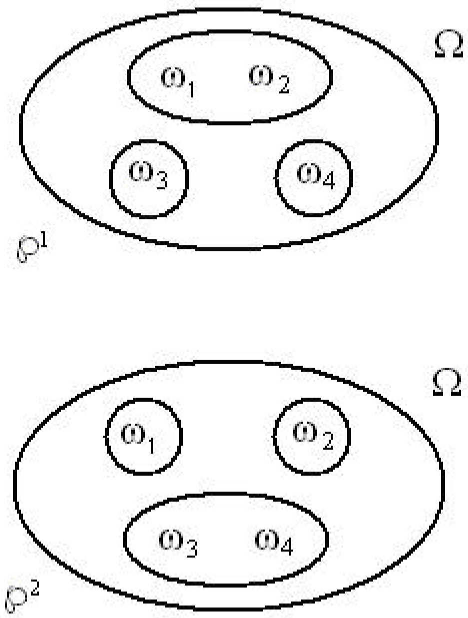
$$U(1) = ¼ \cdot 1 + ¼ \cdot 1 = ½$$

y para A^2 que no distingue entre $\grave{u}_3$ y $\grave{u}_4$ tenemos

$$U(2) = ¼ \cdot 1 = ¼$$

por lo que A^1 õ A^2.

Figura 3



3 Limitaciones de la Visión Tradicional de Información

Para evaluar cuán robusto es el modelo de estructuras de información presentado más arriba, podemos ver qué ocurre si se abandona alguno de los axiomas de $K(\cdot)$. Por ejemplo, el axioma de introspección negativa, que prescribe que $\neg K(A) = K(\neg K(A))$. Supongamos una especificación de $P(\cdot)$ tal que existen dos estados de la naturaleza $\grave{u}_1, \grave{u}_2 \in$, para la cual otro estado $\grave{u}_3$ verifica que $\grave{u}_3 \in P(\grave{u}_1)$, $\grave{u}_3 \in P(\grave{u}_2)$ pero $\grave{u}_1 \notin P(\grave{u}_2)$ y $\grave{u}_2 \notin P(\grave{u}_1)$. Con esta característica, $P(\cdot)$ no determina una partición de . Más aún, el $K(\cdot)$ generado por $P(\cdot)$ no puede satisfacer el axioma de introspección negativa (Geanakoplos 1994).
Los agentes típicamente cometen errores al procesar la información (racionalidad limitada). Frecuentemente olvidan o ignoran información desagradable, o captan solamente el contenido superficial de las señales. Muchos de estos errores muestran que usualmente los agentes no conocen lo que no conocen.
Consideremos un ejemplo en el que sólo hay dos estados de la naturaleza: la capa de ozono se está desintegrando o no, e imaginemos un escenario en el cual la capa de ozono en descomposición emitiese rayos gamma. Los científicos investigarían las causas de los nuevos rayos gamma y deducirían que el ozono se está desintegrando, pero si no hubiese rayos gamma, no notarían su ausencia, ya que nunca podrían haber pensado en buscarlos. Así, podrían incorrectamente tener dudas sobre la condición del ozono. En este ejemplo $= \{\grave{u}_1, \grave{u}_2\}$ y $P(\grave{u}_1) = \{\grave{u}_1\}$ mientras $P(\grave{u}_2) = \{\grave{u}_1, \grave{u}_2\}$. Un agente perfectamente racional que notara lo que no conoce, se daría cuenta al recibir la señal $\{\grave{u}_1, \grave{u}_2\}$ que no recibió la señal $\{\grave{u}_1\}$ que llega siempre que $\grave{u}_1$ es el verdadero estado de la naturaleza, y por lo tanto deduciría que $\grave{u}_2$ debe ser el estado verdadero. Aquí el agente sólo toma el valor aparente de la señal: $K(\{\grave{u}_1\}) = \{\grave{u}_1\}$, $K(\{\grave{u}_2\}) = Ø$ y $K\{\grave{u}_1, \grave{u}_2\}) = \{\grave{u}_1, \grave{u}_2\}$. $K(\cdot)$ no satisface el quinto axioma $\neg K(\{\grave{u}_1\}) = \{\grave{u}_2\} \quad Ø = K \neg K(\{\grave{u}_1\})$.
Ahora consideremos otro ejemplo en el que un médico Q inicialmente asigna igual probabilidad a los cuatro estados de la naturaleza, que describen si cada uno de dos anticuerpos está en la sangre de su paciente (lo que es bueno) o no (lo que es malo). Si ambos anticuerpos están en la sangre, esto es, si el estado es $\grave{u}_1$ = BB, la operación será un éxito y el pago será 3. Pero si cualquiera está ausente, esto es, si el estado es $\grave{u}_2$ = BM, $\grave{u}_3$ = MB o $\grave{u}_4$ = MM, la operación fracasará y tendrá una pérdida de 2.
Supongamos que en su laboratorio sus asistentes están buscando anticuerpos en muestras de sangre. El doctor no se da cuenta de que si un anticuerpo está presente, el laboratorio lo encontrará, mientras que si está ausente, nunca descubrirá en forma concluyente que no está. La Figura 4 ilustra su estructura de información. Como asigna las mismas probabilidades a los estados, para cada una de las señales que podría recibir de los estados verdaderos $\grave{u}_1$, $\grave{u}_2$ y $\grave{u}_3$, el contenido superficial de su información lo induciría a llevar a cabo la operación. (Sólo si el estado verdadero de la naturaleza es $\grave{u}_4$, no obtendrá información de su laboratorio y decidirá no hacer la operación). Sin embargo, si no tuviera laboratorio y no supiera nada sobre qué estado ocurrirá, nunca elegiría hacer la operación. Tampoco lo haría un médico R que puede reconocer si ambos anticuerpos están ausentes o no (la Figura 5 ilustra este caso).
Este ejemplo muestra que cuando los agentes no procesan la información en forma completamente racional, más conocimiento podría ser perjudicial.

Figura 4

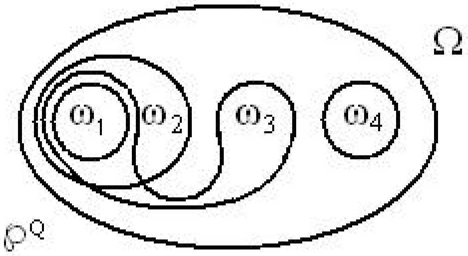
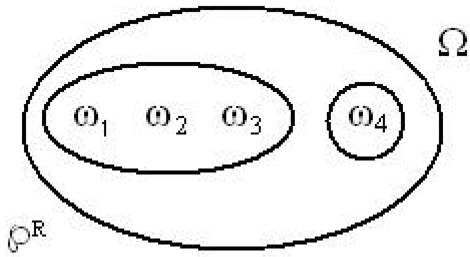


Figura 5



Sin embargo, aún cuando los agentes económicos procesen la información en forma completamente racional, su comportamiento real no responde necesariamente a la caracterización tradicional que proviene del trabajo de von Neumann y Morgenstern. Podemos ver entonces cómo esta visión no-particional de información conduce a violaciones del resultado de Blackwell. Primero consideremos un caso en el cual = $\{\grave{u}_1, \grave{u}_2, \grave{u}_3\}$, pero solamente $\grave{u}_1$ y $\grave{u}_2$ son considerados posibles por el agente, mientras $\grave{u}_3$ es visto como imposible. Aunque no sabe exactamente cuál es el estado verdadero, recibe una señal inicial que interpreta que significa que sus probabilidades son ½ ½ y 0, respectivamente. Esta estructura de información es representada por ^{1}. Ahora supongamos que llega una nueva señal[6] y, obligando al agente a ver $\grave{u}_3$ como una posibilidad, y a actualizar las probabilidades hacia , ¾ y , respectivame nte. Esto equivale a una actualización no-Bayesiana puesto que el Teorema de Bayes no permite pasar la probabilidad de un evento de nula a un valor positivo (véase la Figura 6 para una ilustración).

Otra fuente de problemas que se origina en la visión no-particional de información puede ser ilustrada con el mismo ejemplo. Consideremos dos acciones a y b, que en el estado $\grave{u}_1$ arrojan $u(a) = 6$ y $u(b) = 4$, mientras que en el estado $\grave{u}_2$ las utilidades (de Bernoulli) son 4 para cada acción. Finalmente, en el estado $\grave{u}_3$, $u(a) = 4$ mientras $u(b) =$ > 6. Como vemos en la Figura 6, en la estructura de información ^{1} tenemos que

$$5 = ½ \cdot 6 + ½ \cdot 4 = U(a) > U(b) = ½ \cdot 4 + ½ \cdot 4 = 4$$

lo que implica que la decisión óptima es elegir a.

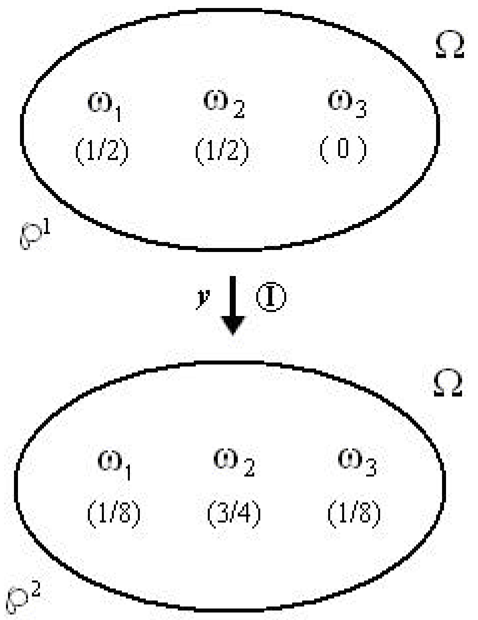
[6] Nótese que esta señal no solamente permite al agente refinar su partición, sino precisamente cambiarla por completo. La propia naturaleza de esta señal viola los supuestos del teorema de Blackwell.

Para la estructura de información ^{2}, en cambio, tenemos que

$$\cdot 4 + \tfrac{3}{4}\, 4 + \quad \cdot \quad = U(b) > U(a) = \cdot 6 + \tfrac{3}{4}\, 4 + \cdot 4 = 4.25$$

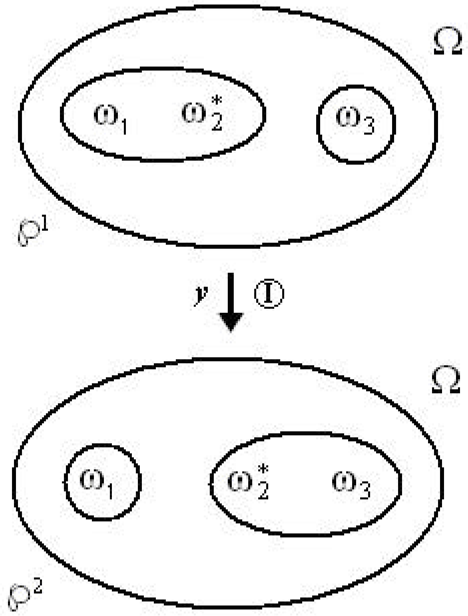
implicando que ahora la acción óptima es b que puede arrojar (basada en el valor concreto de) una utilidad esperada menor que a en ^{1}.

Figura 6



Ahora consideremos otra estructura de información, ^{1}, en la cual dos estados $\grave{u}_1$ y $\grave{u}_2$ son indistinguibles, mientras que $\grave{u}_3$ es perfectamente conocido si ocurre. Si el estado verdadero es o bien $\grave{u}_1$ o $\grave{u}_2$ una acción a arroja una mayor utilidad esperada que otra acción b. En cambio, si el estado verdadero es $\grave{u}_3$, $U(b) > U(a)$. La figura 7 ilustra el caso en el cual una señal y conduce a una nueva estructura de información ^{2}, en la cual ahora $\grave{u}_2$ y $\grave{u}_3$ se vuelven indistinguibles. Ahora, si $\grave{u}_2$ es el estado verdadero ($\grave{u}_2^*$) esto significa que a será elegida en ^{1} y b en ^{2}. Esto implica que una actualización no-particional no necesariamente conducirá a un agente racional a tomar las mismas decisiones.

Figura 7



Los ejemplos anteriores muestran precisamente que la formalización tradicional no es suficientemente flexible para cubrir algunos casos significativos en los cuales los agentes cambian sus opiniones después de aprender hechos nuevos sobre el ambiente en el cual tienen que decidir. Por otro lado, es bien sabido que agentes que por otra parte son racionales, cometen graves errores cuando utilizan valoraciones probabilísticas.[7] Más aún, los resultados experimentales en Economía indican que los agentes tienden a utilizar selectivamente su información. Alguna evidencia apunta hacia una preferencia por la certidumbre sobre el riesgo que no puede ser captada por la hipótesis de la utilidad esperada, como queda evidenciado por la conocida paradoja de Allais. Otros fenómenos como el *efecto marco*, el *efecto anclaje*, *aversión a la pérdida* o *ignorancia racional* muestran que los agentes valoran el presente sobre el futuro, lo conocido sobre lo incierto, y tienden a enfocarse mucho más en las cuestiones en las cuales pueden hacer una diferencia que en cuestiones en las cuales las responsabilidades están diluidas (Rabin 1998).

[7] Lo difundido de muchas variantes de la *falacia del jugador* avalan esto (Paulos 2003).

Todo esto apunta hacia un uso de la información selectivo, enfocado y no-probabilístico. Cualquier alternativa al modelo tradicional debería captar estos aspectos. Un marco conceptual básico que puede lograr esto tiene tres características fundamentales:

> *modularidad*: la estructura de información debería ser lo suficientemente flexible para permitir utilizar partes de ella, independientemente de otras. Esto facilita representar la idea de que un agente puede seleccionar algunos aspectos para enfocarse en ellos y hacer caso omiso de otros.
>
> *totalmente actualizable*: la estructura de información debería, a partir de la recepción de cualquier clase de señal, ser fácilmente modificable tanto en el número de componentes como en las relaciones entre ellos. Esto permite representar casos como los descriptos en los ejemplos previos.
>
> *lingüístico*: la estructura de información debería ser expresada como una serie de postulados, que pueden expresar información tanto cualitativa como cuantitativa. Si un agente quiere utilizar distribuciones de probabilidad, la estructura de información debería permitírselo.

4 Una Concepción de Información como Base de Datos

Como dijimos, el enfoque que aquí se sigue de la información supone que es modular, totalmente actualizable y lingüística. En otras palabras, puede ser representada por medio de una base de datos. Con el objetivo de plantear la caracterización alternativa que buscamos, se requieren algunas definiciones previas:[8]

Definición 1 *Dado un lenguaje de primer orden* L *una estructura es* = ⟨Í, γ, F, Đ⟩, *donde* Í *es un conjunto de elementos individuales;* γ *es una función que asigna un elemento a cada constante de* L, F *es una familia de funciones endomórficas de* Í *hacia* Í *en sí mismo, mientras que* Đ *es un conjunto de relaciones entre los elementos de* Í. *Una interpretación de cualquier conjunto consistente de fórmulas bien-formadas de* L, T(L) *se obtiene a través de una correspondencia de constantes, símbolos de función y símbolos de predicado hacia . Un modelo de* T(L) *es una interpretación donde cada fórmula interpretada es verdadera*.

Una estructura puede ser pensada como una base de datos más las relaciones y funciones que son, implícita o explícitamente, verdaderas en ella. Una interpretación es una estructura asociada a un cierto conjunto de fórmulas bien-formadas (cuando es deductivamente cerrado este conjunto es llamado *teoría*). Si, al sustituir las constantes por elementos en la interpretación y las funciones proposicionales por relaciones en la estructura, todas las fórmulas se hacen verdaderas en la interpretación, la estructura es llamada modelo. Un agente incorporará todas las señales del mundo real que reciba en una cierta estructura que se supone que será el modelo de una teoría o al menos de una parte coherente de una teoría.[9] Tiene que traducir las observaciones a una estructura formal tal que (Levesque 1984):

[8] Para una caracterización precisa de estas nociones véase Shoenfield (1967).
[9] Asimilamos la tarea de organizar la información obtenida del mundo real con la construcción de un modelo, de la manera en que se entiende en Economía (Marostica y Tohmé 2000).

Cada elemento de interés en los datos tiene una representación simbólica.

Para cada relación (simple) en los datos, debe haber una conexión entre los elementos en la representación.

Existen correspondencias uno a uno entre relaciones y conexiones, y entre elementos en los datos y en la representación.

Esta representación de la información del mundo real, que denotamos como Λ aún así puede ser desordenada e incoherente. Un agente racional tiene que depurar Λ con el objetivo de lograr una representación implícita consistente de las señales, como la que está dada por la siguiente definición:

Definición 2 *Dado un conjunto de estructuras* $\{ {}_i^C \}_{i\in I}$ *donde* I *es un conjunto de índices, seleccionados para verificar un conjunto de restricciones* C*, la* base de datos de información *surge de la elección de una de ellas, digamos* **, por comparación con* Λ.

En palabras, dada una clase de restricciones, como por ejemplo las que verifican *consistencia*, *simplicidad*, *plausibilidad*, etc. pueden existir varias (aunque suponemos solamente un número finito) estructuras posibles que pueden explicar las observaciones en bruto en Λ. *Depurar* Λ, es elegir una de ellas.
En general, las restricciones representan todas las propiedades que un agente quiere encontrar incorporadas dentro de la base de datos de información, para darle sentido a las señales recibidas. Dado C, el conjunto de estructuras que lo verifican se define de la siguiente manera:

Definición 3 *Una restricción* c_j *define un conjunto de estructuras en el cual es verificada,* $\{ {}_i \}_{i\in I_j}$ *(donde* I_j *es un conjunto de índices correspondientes a esta restricción). Entonces,* $C = \{c_j\}_{j\in J}$ *define un conjunto de estructuras* $\{ {}_i^C \}_{i\in I} = {}_{j\in J}\{ {}_i \}_{i\in I_j}$.

En general, el número de restricciones es reducido para asegurar que el conjunto de estructuras posibles sea no vacío. La comparación de las estructuras con los datos determina un orden sobre $\{ {}_i^C \}_{i\in I}$:

Definición 4 *Dada* Λ*, y dos estructuras posibles* ${}_j$, ${}_l$ *decimos que* ${}_j$ ${}_l$ *si y sólo si* **WFF** $({}_\mathbf{j})$ $\subseteq$ **WFF** $({}_\mathbf{l})$ *, donde* **WFF** $(\cdot)$ *es el conjunto de fórmulas bien-formadas correspondiente a una estructura dada y* *es un operador* de satisfacción.

Para completar esta definición, tenemos que dar una caracterización del operador de satisfacción . Nótese que si hubiésemos utilizado solamente la intersección de la teoría de conjuntos habríamos dejado de lado la cuestión de comparar Λ con las estructuras potenciales. Puesto que Λ puede consistir precisamente en una base de datos de observaciones numéricas, una estructura cualitativa puede no arrojar ni siquiera una sola de esas observaciones y aún así ser significativa. Con el objetivo de abordar esta cuestión, debemos considerar cada relación R implícita en Λ. Luego considerar la colección de conjuntos de observaciones en Λ, denotado 2^Λ. Entonces, una aplicación del Axioma de Elección para conjuntos finitos arroja que:

Definición 5 *Una proposición* ë$_R$ satisface Λ *si y sólo si para cada subfamilia finita de conjuntos en* Λ *existe una elección* S *tal que para cada* $a, b \in S \subseteq 2^\Lambda$*,* R (a, b).

Consideremos entonces, la familia de las proposiciones ë$_R$ para todas las relaciones R definidas sobre Λ. Cada una de estas fórmulas se obtiene abstrayéndola de las observaciones. Pero entonces:

Definición 6 *Dada una estructura* , **WFF** ( ) = {ë$_R$ **:** ë$_R$ }*, donde es la relación clásica de consecuencia semántica*.

Esto es, **WFF** ( ) consiste en aquellas ë$_R$ que son satisfechas por , y pueden ser vistas como fórmulas bien-formadas compartidas por la familia de observaciones y la teoría para la cual es un modelo. Finalmente, la relación entre estructuras simplemente arroja para cada par de estructuras, $_j$, $_l$ una preferencia por la estructura, digamos $_l$, que satisface no solamente las mismas fórmulas que $_j$ sino también algunas más. Nótese que la clase de las fbfs ë$_R$ determina, tanto como las estructuras candidato, el orden resultante.

Una vez que el agente obtiene una base de datos de información preliminar, tiene la capacidad de llevar a cabo dos operaciones sobre ella: preguntar y actualizar. Los operadores correspondientes son:

Pregunta: **q** : **WFF** (L) × * {**SÍ, NO, NO SABE**}

Actualización: **p** : × * { $_i\}_{i \in I}$.

La operación preguntar **q** precisamente "formula una pregunta" (una fórmula bien-formada en L) a la base de datos de información * y arroja una respuesta, ya sea *SÍ, NO o NO SABE*, implicando que la pregunta es verdadera, falsa o que no hay suficiente información para dar una respuesta precisa. Por otro lado, la operación actualizar **p** extrae nuevas señales de Λ y en comparación con la base de datos de información actual arroja una nueva. Se mostrará inequívocamente que la forma en la cual está definida **p** puede permitir un cambio modular de * (el cual constituye un caso particular de una "nueva" base de datos).
Las características de un operador de pregunta como **q** son muy conocidas, particularmente para las bases de datos relacionales.[10] Una pregunta que admite alguno de esos tres valores siempre tiene una respuesta en una base de datos finita. Por otro lado, la actualización es una operación más compleja, que implica o bien introducir o bien eliminar (o ambas al mismo tiempo) tanto constantes como fórmulas de la base de datos, sin violar las restricciones incorporadas en su diseño. Solamente para ciertos casos pueden darse garantías de finalización (Abibebotoul, Hull y Vianu 1994).[11]

[10] Minker (1988) trata extensamente el uso de la programación lógica para las bases de datos, y particularmente el lenguaje *DATALOG*, que actualmente es un criterio estándar en el área.
[11] Este tema está relacionado muy de cerca con el cambio de teorías en lógica (AGM 1985).

En nuestro marco conceptual, la finalización de **q** se sigue inmediatamente de la caracterización de primer orden de *. Para ver cómo se comporta la actualización, representada por **p**, señalemos primero el siguiente resultado:

Proposición 1 *Existe una estructura maximal* * *en el conjunto* $\{\ {}_i^C\}_{i\in I}$ *ordenada según* .

Demostración: *En primer lugar se mostrará que es un orden parcial, esto es que verifica las siguientes propiedades*:

Reflexividad: *puesto que* **WFF** ($_{\mathbf{i}}$) $\subseteq$ **WFF** ($_{\mathbf{i}}$) *entonces* $_i$ $_i$.

Transitividad: *si* $_j$ $_l$ *y* $_l$ $_k$ *entonces* **WFF** ($_{\mathbf{j}}$) $\subseteq$ **WFF** ($_{\mathbf{l}}$) *y* **WFF** ($_{\mathbf{l}}$) $\subseteq$ **WFF** ($_{\mathbf{k}}$) . *Por transitividad de* $\subseteq$ *se sigue que* **WFF** ($_{\mathbf{j}}$) $\subseteq$ **WFF** ($_{\mathbf{k}}$) *esto es que* $_j$ $_k$.

Puesto que suponemos que es finita, $\langle\{\ {}_i^C\}_{i\in I},\ \rangle$ *es acotado*: *para cualquier* $_i$ *tal que* $\subseteq$ **WFF** ($_{\mathbf{i}}$) *no existe otro* $_l$ *tal que* $_i$ $_l$. *Por lo tanto, haciendo uso del Lema de Zorn se sigue que* $\langle\{\ {}_i^C\}_{i\in I},\ \rangle$ *tiene un elemento maximal*.

Un caso trivial de estructura maximal * surge cuando * Λ. Esto es, cuando todas las observaciones en la base de datos se satisfacen en la estructura. Pero, como se dijo, esto no solamente es difícil de encontrar, sino que también es indeseable, si la base de datos incluye observaciones ruidosas y por lo demás imprecisas.
Hasta ahora, **p** puede arrojar cualquiera de muchas estructuras. Pueden obtenerse condiciones suficientes de unicidad si se incluyen ciertas restricciones en C:

Definición 7

$\mathbf{c}^{\mathbf{min}}$ *(* **Minimalidad** *): dadas dos estructuras* $_i$, $_j$ *, tales que* **WFF** ($_{\mathbf{i}}$) $\subseteq$ **WFF** ($_{\mathbf{j}}$) *y* **WFF** ($_{\mathbf{j}}$) $\not\subset$ **WFF** ($_{\mathbf{i}}$) *, elegir* $_i$.

$\mathbf{c}^{\mathbf{comp}}$ *(* **Completitud c.r.a** Λ *): dadas dos estructuras* $_i$, $_j$ *, donde* $\Lambda \subseteq$ **WFF** ($_{\mathbf{i}}$) *pero* $\Lambda \not\subset$ **WFF** ($_{\mathbf{j}}$) *, elegir* $_i$.

$\mathbf{c}^{\mathbf{conc}}$ *(* **Concordancia c.r.a** Λ *): una determinada estructura es elegida si para cada* ë$_{\mathrm{R}}$ *derivado de* Λ *, ya sea* ë$_{\mathrm{R}}$ *o* $\neg$ ë$_{\mathrm{R}}$ *pertenecen a* **WFF** ( ).

Entonces tenemos el siguiente resultado:

Proposición 2 *Si* $\{\mathbf{c}^{\mathbf{min}}, \mathbf{c}^{\mathbf{comp}}\} \subseteq C$ *y el conjunto de estructuras posibles no tiene otras restricciones, existe solamente una* ** *que las verifica*.

Demostración: *Hay dos casos a considerar*. *Si* $\{\ {}_i^C\}_{i\in I}$ = Ø *entonces podemos definir* **= Ø, *que es trivialmente único*. *Si* $\{\ {}_i^C\}_{i\in I}$ Ø, *de acuerdo a* $\mathbf{c}^{\mathbf{comp}}$, $\Lambda \subseteq$ **WFF** ($_{\mathbf{i}}^C$) *para toda* $i \in I$. *Por otro lado, de acuerdo a* $\mathbf{c}^{\mathbf{min}}$ *hay una* $_i^C$ *tal que* $\Lambda \subseteq$ **WFF** ($_i^C$). *Como una de las estructuras posibles es una tal que* Λ = **WFF** ( ) *podemos definir* $^{**} \equiv$, *que es único*.
En forma similar:

Proposición 3 *Si* $\{\mathbf{c}^{\mathbf{min}}, \mathbf{c}^{\mathbf{conc}}\} \subseteq C$ *y el conjunto de estructuras posibles es no restringido,* ** *es único.*

Esto es, si las restricciones son o bien minimalidad y completitud o bien minimalidad y concordancia, tenemos lo siguiente:

Proposición 4 *Dada una nueva señal* ë *sumada a* Λ, *si* $\{\mathbf{c}^{min}, \mathbf{c}^{conc}\} \subseteq C$ *o* $\{\mathbf{c}^{min}, \mathbf{c}^{comp}\} \subseteq C$, $\mathbf{p}$ ($\cdot$, $\cdot$) *es tal que*

$$\mathbf{p}\,(\text{ë},\ ^{*}) = \ ^{**}.$$

Esto vale solamente en algunos casos restringidos en los que el resultado está determinado únicamente por **p**. Por el contrario, el operador de actualización es *no-determinístico*. En otro caso, nada asegura en el formalismo que **p** sea una función *monótona*, esto es que

* **p** (ë, *), puesto que * puede no seguir teniendo elementos en común con Λ si las nuevas señales obligan a descartar todas las visiones que se sostenían previamente sobre la situación. Más aún, aunque este no fuera el caso, puede surgir una incomparabilidad porque * se superpone en alguna forma con Λ, mientras que **p** (ë, *) lo hace en otra forma, sin estar uno estrictamente contenido en el otro.
Aún con estos condicionamientos, es fácil verificar que los ejemplos que se plantearon en la Sección 3 pueden insertarse dentro de este marco. Supongamos un lenguaje formal L en el cual hay "nombres" para los estados de la naturaleza, digamos $\{w_i\}_{i\geq 1}$, "nombres" de elementos en el intervalo [0,1], cada uno denotado $\boldsymbol{n}$, y una función $\boldsymbol{P}: \{w_i\}_{i\geq 1} \quad \{w_i\}_{i\geq 1}$. Supongamos también dos funciones proposicionales de aridad 2, ***Prob*** tal que para cada w y $\boldsymbol{n}$, ***Prob*** (w, $\boldsymbol{n}$) es una fórmula bien-formada,[12] y ***In*** tal que para w y w , ***In*** (w, ***P***(w)) es una fórmula bien-formada. Entonces una interpretación inicial está dada por $_0 = \langle$Í$_0$, γ_0, F$_0$, Ð$_0\rangle$, donde Í$_0$ = **[0,1]** es la clase de estados de la naturaleza unida con el intervalo numérico unitario; γ es tal que $\gamma_0(w)$ = ù para un nombre w de un estado de la naturaleza, mientras que para un nombre $\boldsymbol{n}$ de $n \in$ [0,1], $\gamma_0(\boldsymbol{n}) = n$. Por otro lado, F$_0$ consiste solamente en la correspondencia de posibilidades, P : , que arroja P(ù) $\subseteq$. Finalmente, Ð$_0$ = {*Prob*, *In*}, donde *Prob*($\cdot$) es una relación que, para un estado de la naturaleza ù arroja un número $n \in$ [0,1], tal que *Prob* (ù) = n si la probabilidad subjetiva asignada a ù por el agente es efectivamente n. Por otro lado, dados dos estados de la naturaleza ù y ù , *In*(ù, P(ù)) es la relación 'ù $\in$ P(ù)'. Consecuentemente, una fórmula ***Prob***(w_i, $\boldsymbol{n}$) es interpretada en $_0$ como *Prob*($\gamma_0(w)$) = $\gamma_0(\boldsymbol{n})$, esto es como *Prob*(ù) = n, mientras que para ***In***(w, ***P***(w)) la interpretación es *In*($\gamma_0(w)$, P($\gamma_0(w$))), esto es ù $\in$ P(ù).
En el caso representado en la Figura 6, dadas las señales del mundo real recibidas por el agente, este intentará encontrar una representación $^1{}_0$ tal que **WFF** ($^{\mathbf{1}}{}_{\mathbf{0}}$) $_{\mathbf{1}}$ maximice sujeto a C. Si suponemos que Λ_1 es representada como ^{1} en la Figura 6, bajo C = $\{\mathbf{c}^{min}, \mathbf{c}^{comp}\}$ tenemos que $^1{}_0$ es tal que:[13]

[12] Continuamos, en este caso en el dominio proposicional, aunque casos más complicados podrían involucrar cuantificadores.
[13] Nótese que $ù_3$ no está considerado aquí, ya que ni siquiera es concebido por el agente. La Figura 6 lo incluye, con una probabilidad cero, precisamente para mostrar claramente la transición no-Bayesiana.

$$\textbf{WFF}\ (\ ^{\mathbf{1}}{}_{\mathbf{0}})\quad _{\mathbf{1}} =$$

$$\{\boldsymbol{In}(w_1, \boldsymbol{P}(w_2)), \boldsymbol{In}(w_2, \boldsymbol{P}(w_1)), \boldsymbol{Prob}(w_1, ½), \boldsymbol{Prob}(w_2, ½)\}.$$

Luego de la recepción de la señal y, $\Lambda_1 = \Lambda_1 \quad \{y\}$ puede ser representada como ^{2} en la Figura 6. Entonces, el operador de actualización **p** (y, $^{1}{}_{0}$) arroja una nueva estructura $^{1}{}_{1}$ que maximiza también sujeto a $C = \{\mathbf{c}^{\mathbf{min}}, \mathbf{c}^{\mathbf{comp}}\}$, verificando que:

$$\textbf{WFF} (\ ^{\mathbf{1}}{}_{\mathbf{1}}) \quad _{\mathbf{1}} =$$

$$\{\boldsymbol{In}(w_1, \boldsymbol{P}(w_2)), \boldsymbol{In}(w_1, \boldsymbol{P}(w_3)),$$

$$\boldsymbol{In}(w_2, \boldsymbol{P}(w_1)), \boldsymbol{In}(w_2, \boldsymbol{P}(w_3)), \boldsymbol{In}(w_3, \boldsymbol{P}(w_1)), \boldsymbol{In}(w_3, \boldsymbol{P}(w_2)),$$

$$\boldsymbol{Prob}(w_1, \quad), \boldsymbol{Prob}(w_2, 3/4), \boldsymbol{Prob}(w_3, \quad)\}.$$

Una construcción similar ayuda a ilustrar la transición desde $^{2}{}_{0}$ correspondiente a una Λ_2 representada por ^{1} en la Figura 7, hacia **p** (y, $^{2}{}_{0}$) = $^{2}{}_{1}$ luego de la recepción de la señal y. Esto es:

$$\textbf{WFF} (\ ^{\mathbf{2}}{}_{\mathbf{0}}) \quad _{\mathbf{2}} =$$

$$\{\boldsymbol{In}(w_1, \boldsymbol{P}(w_2)), \boldsymbol{In}(w_2, \boldsymbol{P}(w_1)),$$

$$\boldsymbol{In}(w_3, \boldsymbol{P}(w_3))\}$$

mientras que

$$\textbf{WFF} (\ ^{\mathbf{2}}{}_{\mathbf{1}}) \quad _{\mathbf{2}} =$$

$$\{\boldsymbol{In}(w_1, \boldsymbol{P}(w_1)), \boldsymbol{In}(w_2, \boldsymbol{P}(w_3)),$$

$$\boldsymbol{In}(w_3, \boldsymbol{P}(w_2))\}.$$

En cualquiera de estos dos ejemplos el operador de pregunta es fácil de describir. Consideremos $^{2}{}_{1}$ y dos fórmulas bien-formadas en el lenguaje, $A \equiv \boldsymbol{In}(w_1, \boldsymbol{P}(w_2))$ y $B \equiv \boldsymbol{In}(w_1, \boldsymbol{P}(w_1))$. Es fácil verificar que **q** (A, $^{2}{}_{1}$) = *NO*, mientras que **q** (B, $^{2}{}_{1}$) = *SÍ*. Como cada una de $^{1}{}_{0}$, $^{1}{}_{1}$, $^{2}{}_{0}$ y $^{2}{}_{1}$ valida un número finito de fórmulas bien-formadas, una pregunta arrojará una respuesta *SÍ* o *NO*.[14]

[14] Si permitimos cuantificadores en las fórmulas, la decidibilidad ya no está asegurada, a menos que las fórmulas estén restringidas a ser cláusulas de Horn (Minker 1988).

5 Ejemplos: Apuestas y Limones

Es relativamente fácil representar cualquier "anomalía" en el comportamiento de un agente racional como una consecuencia de su estructura de información. Consideremos la Falacia del Jugador, que puede ser ilustrada con el ejemplo usual del lanzamiento de una moneda. Supongamos que la moneda es justa y por ello tanto cruces (T) como caras (H) tienen una probabilidad de ½ y este es el único dato (Λ) que tiene el agente sobre la situación. Entonces, $_0$ será tal que maximice bajo algunas restricciones. Supongamos que C = {$\mathbf{c}^{\mathbf{fair}}$, $\mathbf{c}^{\mathbf{min}}$}, donde $\mathbf{c}^{\mathbf{fair}}$ es una condición que requiere que las alternativas deben mantener un equilibrio:

> $\mathbf{c}^{\mathbf{fair}}$ (**Equidad**): una estructura dada es elegida si es tal que $Prob(T \in \boldsymbol{S}) = Prob(H \in \boldsymbol{S})$, donde $\boldsymbol{S}$ es la unión de la teoría de conjuntos de todas las secuencias factibles (esto es con probabilidad positiva) de tiradas, para un resultado O (H o T).

Se sigue que $_0$ verificará:

$$\textbf{WFF} (\ _0) \quad =$$

$$\{\boldsymbol{Prob}(\boldsymbol{T}, ½), \boldsymbol{Prob}(\boldsymbol{H}, ½)\}$$

Ahora supongamos que el agente observa que H salió en dos tiradas consecutivas de la moneda, un hecho que unido a que la moneda es justa constituye Λ . $_1$ tiene que maximizar sujeto a C = {$\mathbf{c}^{\mathbf{fair}}$, $\mathbf{c}^{\mathbf{min}}$}. Esto es:

$$\textbf{WFF} (\ _1) \quad =$$

$$\{\boldsymbol{Prob}(\{\boldsymbol{T}, \boldsymbol{T}, \boldsymbol{T}\}, \mathbf{0}), \boldsymbol{Prob}(\{\boldsymbol{T}, \boldsymbol{T}, \boldsymbol{H}\}, \mathbf{0}), \boldsymbol{Prob}(\{\boldsymbol{T}, \boldsymbol{H}, \boldsymbol{H}\}, \mathbf{0}),$$

$$\boldsymbol{Prob}(\{\boldsymbol{T}, \boldsymbol{H}, \boldsymbol{T}\}, \mathbf{0}), \boldsymbol{Prob}(\{\boldsymbol{H}, \boldsymbol{T}, \boldsymbol{H}\}, \mathbf{0}), \boldsymbol{Prob}(\{\boldsymbol{H}, \boldsymbol{T}, \boldsymbol{T}\}, \mathbf{0}),$$

$$\boldsymbol{Prob}(\{\boldsymbol{H}, \boldsymbol{H}, \boldsymbol{T}\}, \boldsymbol{X}), \boldsymbol{Prob}(\{\boldsymbol{H}, \boldsymbol{H}, \boldsymbol{H}\}, \boldsymbol{Y})\}$$

donde $X + Y = 1$, pero $X > Y$. Para ver por qué esto es así, primero nótese que $\mathbf{c}^{\mathbf{min}}$ obliga a elegir aquellas s en las cuales solamente las series de tiradas que son consistentes con las observaciones tienen probabilidad positiva. Esto es, estructuras en las cuales los dos primeros resultados consecutivos son H. Por otro lado, $\mathbf{c}^{\mathbf{fair}}$ requiere que $Prob(T \in \boldsymbol{S})$, debiera ser igual a $Prob(H \in \boldsymbol{S})$. Pero entonces, $\boldsymbol{S} = \{H, H, H, H, H, T\}$ ya que las secuencias factibles son solamente $\{H, H, T\}$ y $\{H, H, H\}$. Por lo tanto, de acuerdo a $\mathbf{c}^{\mathbf{fair}}$, $Prob(T \in \boldsymbol{S})$ debe ser más alta que la frecuencia de T en $\boldsymbol{S}$. Haciendo uso de este hecho, se sigue que $Prob(\{H, H, T\}) >$ ½ [15]

Podemos ver que una vez aceptada * se convierte en racional (esto es consistente con las preferencias) comportarse de formas que de otro modo no son consideradas "racionales". El agente, frente a la oportunidad de jugar al azar por H o bien por T en la tercera tirada de la moneda, estaría dispuesto a apostar su dinero por T, ya que quiere maximizar sus ganancias y cree que la probabilidad de T excede a la de H. No hay nada irracional en este

[15] Nuevamente en este caso, la finitud de * hace completamente decidible al operador de pregunta **q**.

comportamiento aunque restricciones como **c**^{min} o **c**^{fair} no serían aplicadas por alguien familiarizado con la Teoría de la Probabilidad, pero la habilidad matemática nunca ha sido un supuesto en la Teoría Económica.

Fenómenos relacionados pueden ser analizados en términos similares a la Falacia del Jugador. La carga recaería sobre las restricciones, que deberían suponerse como características fundamentales en el comportamiento del agente, al mismo nivel que las preferencias.

Como un ejemplo más cercano a la corriente principal en Teoría Económica, consideremos una situación de *información asimétrica*, esto es, una en la que varios agentes interactúan y algunos están más informados que otros (MWG 1995). Esta asimetría ayuda a explicar por qué determinados mercados no son completos. La señal distintiva de esta incompletitud es la ausencia de precios para ciertos bienes, indicando que no son comerciados, aún si existen agentes que podrían estar interesados en comprarlos.

El ejemplo clásico de un mercado incompleto (debido a asimetrías de información) es el mercado para autos usados (*limones*) (Akerlof 1970). La evidencia informal muestra que en las playas de estacionamiento de los vendedores solamente se ofrecen autos de media a baja calidad. No hay un mercado organizado para autos usados de alta calidad. Los únicos intercambios de este tipo de vehículos son transacciones individuales propietario-comprador que no definen un precio de mercado. La explicación de Akerlof puede ser expuesta en términos simples. Comienza con el hecho de que, puesto que los vendedores conocen mejor la calidad de un auto, pueden ocultar esta información a los potenciales compradores y afirmar que los autos que ellos venden son de alta calidad. Los compradores, a su vez, saben eso, y están dispuestos a pagar solamente el precio de autos de baja calidad. Los vendedores, siendo conscientes de esto, venden solamente autos para los cuales los precios aceptados por los compradores arrojan un beneficio. Esto significa que los autos de alta calidad no serán comerciados.

Este argumento puede ser representado fácilmente en nuestro marco conceptual. Consideremos que los datos recibidos por el comprador durante su negociación con el vendedor están resumidos en $\Lambda^b = \{p_0, \mathbf{a}\}$, donde p_0 es el precio pedido por un auto potencial y $\mathbf{a}$ es una variable de "actitud", resumiendo la extravagancia y auto-confianza del vendedor. Supongamos que las restricciones para el comprador son C^b = {**c**^{hed}, **c**^{min}}, donde:

> **c**^{hed} (**Diversificación de Riesgo**) **:** una estructura dada es elegida si sus afirmaciones aceptadas aseguran la minimización de posibles pérdidas.

En nuestro caso **c**^{hed} equivale a elegir los posibles escenarios en los cuales la calidad del auto asegura una pérdida mínima. Esto equivale a una * en la cual la calidad supuesta del auto es baja, $q_0 = q^L$. Entonces, el precio que el comprador está dispuesto a pagar por él, $p(q_0)$, verifica que $p(q_0)$ p_0. Si $p(q_0) = p_0$ el comprador acepta y compra el auto. De lo contrario, es racional para el comprador proponer una contra-oferta, $p_1 < p(q_0)$. El vendedor aceptará la oferta solamente si p_1 $p(q^*)$, donde q^* es la calidad real del auto (perfectamente conocida para él). Si ese no es el caso, puede pedir un precio p_2, tal que $p_1 < p_2$ p_0.

El comprador, nuevamente a causa de **c**^{hed}, debe pedir un precio p_3 tal que p_1 p_3 $p(q_0)$. Pero, puesto que el otro criterio utilizado en la elección de * es **c**^{min}, se sigue que $p_1 = p_3 = p(q_0)$.[16] Si ese es el caso, la negociación fracasa y el auto no es comerciado.

[16] Porque un modelo en el cual estos precios difieren involucra un número mayor de fórmulas verdaderas.

Por otro lado, la evidencia acumulada por el vendedor de autos usados es $\Lambda^s = \{\{\langle p, \mathbf{vendido}\rangle\}_{p \quad \mathbf{p}}, \{\langle p, \neg\mathbf{vendido}\rangle\}_{p>\mathbf{p}}\}$, es decir que los autos son vendidos si el precio pedido es bajo ($p \quad \mathbf{p}$). Entonces, su * obtenida de acuerdo a C^s = {$\mathbf{c}^{\mathbf{hed}}$, $\mathbf{c}^{\mathbf{min}}$} (las mismas restricciones que las del comprador) sustentará la afirmación de que un auto será vendido y arrojará un beneficio si su calidad (y consecuentemente su precio) es baja. Esto lo inducirá a poner a la venta solamente autos de baja calidad.

Mientras que esto muestra que los argumentos tradicionales en Economía de la Información pueden ser planteados en nuestro marco conceptual, la visión de base de datos de la información permite representar escenarios alternativos. Por ejemplo consideremos un comprador bastante ingenuo, que utiliza como una restricción $\mathbf{c}^{\mathbf{con}}$ en lugar de $\mathbf{c}^{\mathbf{hed}}$, donde:

> $\mathbf{c}^{\mathbf{con}}$ (**Confianza**) **:** una estructura dada es elegida si sus afirmaciones aceptadas están fuertemente respaldadas por un individuo más informado.

En nuestro caso esto significa que, puesto que el precio alto p_0 está acompañado por un fuerte respaldo (la variable de actitud $\mathbf{a}$), * incluirá la afirmación de que la calidad del auto es alta, esto es, $q_0 = q^H$. Esto inducirá al comprador a comprar el auto al precio pedido.

Un vendedor, enfrentará entonces diversas respuestas a su altos precios solicitados, esto es, $\{\langle Prob, p, \mathbf{vendido}\rangle : p > \mathbf{p}\}$ (lo que significa que con probabilidad $Prob$ venderá un auto por el cual pidió un precio no-bajo). Si sus restricciones son nuevamente C^s = {$\mathbf{c}^{\mathbf{hed}}$, $\mathbf{c}^{\mathbf{min}}$}, pondrá a la venta autos de calidad si $Prob > ½$, porque esto le asegura más q ue salir hecho.

Esto muestra que muchas anomalías en la interacción entre agentes también pueden ser representadas en nuestro marco conceptual.

6 Trabajo Futuro

En términos lógicos,[17] * es la *extensión*, extraída de Λ de la información *intensional* en C. Como se dijo, las restricciones se suponen dadas, tanto como las preferencias de un agente racional. Develar su rol en el proceso de toma de decisiones es un paso hacia la comprensión del comportamiento económico. Sin embargo, queda un gran trabajo pendiente por realizarse antes de declarar resuelta la cuestión. Las siguientes son algunas líneas de investigación futura que podrían perfeccionar en gran parte la discusión de este trabajo:

- La elucidación de las restricciones parece una tarea difícil. Aún así, por ingeniería reversa de las anomalías, pueden hallarse candidatos (como nuestro propio $\mathbf{c}^{\mathbf{fair}}$).

- Dos agentes pueden exhibir diferentes respuestas a la misma situación decisional. No pueden obtenerse prescripciones generales de las restricciones que puedan ser aplicadas en contextos similares. Pero, aún así, una mejor comprensión de las posibilidades (y su proporción en la población general) puede arrojar mejores herramientas descriptivas y predictivas.

[17] Stigum (1990) da una discusión detallada de las diferencias entre caracterizaciones intensionales y extensionales. El enfoque que propusimos aquí sigue una tradición en Lógica, que apunta a elucidar principios intensionales y representarlos en forma extensional.

Una posibilidad que debe considerarse seriamente es que incluso los criterios pueden cambiar luego de la recepción de nuevas señales del mundo real. Este fenómeno podría abordarse como un proceso de *aprendizaje*. Aún así, meta-criterios subyacentes pueden dirigir la forma en que un agente aplica o modifica sus criterios. Alternativamente, podrían aplicarse argumentos evolutivos, de acuerdo a los cuales el *enquistamiento* de ciertos criterios puede verse como el resultado de un proceso de supervivencia del más apto.

Contextos más complejos e interactivos involucran otros agentes, y por lo tanto la * del agente i debe incorporar creencias sobre su comportamiento, que a su vez pueden ser el resultado de expectativas sobre el comportamiento de sí mismo, conduciendo a una caracterización circular. Esto equivale a considerar una base de datos con características auto-referenciales, que requiere una definición más compleja que la dada en este trabajo.

Por último, es importante analizar este formalismo en términos de su complejidad computacional. En los casos simples que se presentaron, las bases de datos no solamente son finitas sino pequeñas. Pero uno puede sospechar que la complejidad de las búsquedas que implementa el operador de pregunta **q** o aquellas correspondientes al operador de actualización **p** pueden no ser polinomiales en el tamaño de la pregunta o de la base de datos, respectivamente. Mientras que los problemas de **q** ya son bien conocidos, las propiedades computacionales de **p** aún deben ser descubiertas. Nótese que la clase de bases de datos que verifican un conjunto de restricciones dado puede ser potencialmente infinita. Puesto que la complejidad de las búsquedas podría dificultar la aplicabilidad del enfoque, puede que tengamos que definir los operadores de la base de datos en términos de procedimientos *heurísticos* en vez de algorítmicos.

Para finalizar, este programa de investigación debería conducir a una Teoría Económica de la Información ampliada, que incluya como un caso particular los modelos tradicionales. Como fue discutido, encontramos que la Lógica Matemática y la Ciencia Computacional pueden proveer herramientas adecuadas para alcanzar este objetivo.

Referencias

Abibebotoul, S.; Hull R. y Vianu, V. (1995): *Foundations of Databases*, Addison-Wesley, New York.

Akerlof, G. (1970): The Market for ‘Lemons’: Quality Uncertainty and the Market Mechanism, *Quarterly Journal of Economics* **84**: 488-500.

Alchourron, C.; Gärdenfors, P. y Makinson, D. (**AGM**) (1985): On the logic of theory change. Partial meet contraction and revision functions, *Journal of Symbolic Logic* **50**: 510-530.

Antoniou, G. (1997): *Nonmonotonic reasoning*, MIT Press, Cambridge (MA).

Anscombe, F. and Aumman, R. (1963): A Definition of Subjective Probability, *Annals of Mathematical Statistics* **34**: 199-205.

Blackwell, D. (1951): Comparison of Experiments, in Neymann, J. (ed.) *Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, University of California Press, Berkeley (CA).

Dubois, D. and Prade, H. (1987): Properties of measures of information in evidence and possibility theories, *Fuzzy Sets and Systems* 24 (2): 161-182.

Geanakoplos, J. (1994): Common Knowledge, in Aumman, R. and Hart, S. (eds.) *Handbook of Game Theory* **II**, Elsevier, Amsterdam.

Hodges, W. (1993): *Model Theory*, Cambridge University Press, Cambridge (UK).

Kolany, A. (1993): On the Logic of Hypergraphs, in Gottlob, G., Leitsch, A. and Mundici, D. (eds.), *Computational Logic and Proof Theory* (*Lecture Notes in Computer Science* **713**), Springer-Verlag, Berlin.

Kripke, S. (1963): A Semantical Analysis of Modal Logic I, *Zeitschrift für Mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik* **9**: 67-96.

Laffont, J.-J. (1999): *The Economics of Uncertainty and Information*, MIT Press, Cambridge (MA).

Levesque, H. (1984): Foundations of a Functional Approach to Knowledge Representation, *Artificial Intelligence* **23**: 155-212.

Libkin, L. (2004): *Elements of Finite Model Theory*, Springer-Verlag, Berlin.

Macho-Stadler, I. and Pérez Castrillo, D. (1997): *An Introduction to the Economics of Information: Incentives and Contracts*, Oxford University Press, Oxford (UK).

Marostica, A. and Tohmé, F. (2000): Semiotic Tools for Economic Model Building, *Journal of Economics and Management* **4**: article 3.

Mas Colell, A.; Whinston, M. and Green, J. (**MWG**) (1995): *Microeconomic Theory*, Oxford University Press, New York.

Minker, J. (1988): *Foundations of Deductive Databases and Logic Programming*, Morgan Kaufmann, Los Altos (CA).

Paulos, J. A. (2003): *A Mathematician Plays the Stock Market*, Basic Books, New York.

Rabin, M. (1998): Psychology and Economics, *Journal of Economics Literature*, **XXXVI**: 11-46.

Savage, L. (1954): *Foundations of Statistics,* John Wiley and Sons, New York.

Shoenfield, J. (1967): *Mathematical Logic*, Addison-Wesley, New York.

Stigum, B. (1990): *Towards a Formal Science of Economics*, MIT Press, Cambridge (MA).

Tohmé, F. and Ficosecco, M. (2005): Information in Economic Theory: A Database-like Characterization, *Journal of Economics and Management* **8**: article 3.

von Neumann, J. and Morgenstern, O. (1943): *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press, Princeton (NJ).