

# Control óptimo multifase de sistema fotovoltaico-hidrógeno asistido por red

1.º Michael F. da S. Barbosa    2.º José G. García-Clúa    3.º Gustavo A. de Andrade    4.º Julio E. Normey-Rico  
 Dpto. de Automação e Sistemas    Dpto. de Ing. Química,    Dpto. de Automação e Sistemas    Dpto. de Automação e Sistemas  
 CTC/UFSC    LEICI, UNLP-CONICET    CTC/UFSC    CTC/UFSC  
 Florianópolis, Brasil    La Plata, Argentina    Florianópolis, Brasil    Florianópolis, Brasil  
 michael.fsb@posgrad.ufsc.br    jose.garciaclua@ing.unlp.edu.ar    gustavo.artur@ufsc.br    julio.normey@ufsc.br

**Resumen**—La electrólisis del agua está siendo considerada cada vez con más fuerza a nivel mundial por su potencial para producir H<sub>2</sub> verde si se basa en energías renovables. Este trabajo se enfoca en el control de un electrolizador PEM alimentado con energía solar fotovoltaica asistida por la red eléctrica. Para minimizar dicha asistencia se propone la aplicación de técnicas de control óptimo numérico, en particular la de colocación directa de Hermit-Simpson. Para atender las especificaciones de operación variable del electrolizador se proponen técnicas monofase y multifase, en las cuales se predefinen subintervalos temporales de conmutación de la dinámica y se restringen las variables de optimización para distintas condiciones. Ambos marcos se transforman en un problema NLP, el cual se resuelve empleando el optimizador IPOPT. Los resultados obtenidos permiten analizar y comparar mejoras introducidas no sólo respecto del tiempo de resolución NLP, sino también del volumen de hidrógeno producido, el aprovechamiento de la energía renovable y el consumo de energía de red que se desea minimizar.

**Palabras Claves**—Transcripción directa, control óptimo numérico, hidrógeno verde, electrolizador PEM, energía solar.

## I. INTRODUCCIÓN

Está siendo mundialmente aceptado que el aumento de emisiones antropogénicas de carbono es el principal responsable del calentamiento global y otros cambios climáticos negativos, tales como sequías más frecuentes. Ejemplo de esto es el ambicioso Acuerdo de París firmado para mantener aumentos de temperatura global por debajo de 1,5 °C [1] y un mayor interés en el hidrógeno como vector de energía de cero emisiones netas para lograrlo [2], [3]. Éste puede producirse a partir de diversas fuentes, renovables y no renovables, y con variados costos/emisiones de dióxido de carbono asociadas [4]. Los electrolizadores de membrana de intercambio protónico (PEM) alimentados con energía solar fotovoltaica son tecnologías prometedoras para generar hidrógeno con bajas emisiones [5]. Por su parte, el costo es elevado por una variedad de factores entre los que se destaca el precio de la electricidad utilizada en la electrólisis del agua [4]. En consecuencia, es fundamental

El presente trabajo fue parcialmente financiado por el Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia em Controle e Automação de Processos de Energia (proyecto n° 406477/2022-1), el Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (proyecto n° 403949/2021-1), UNLP (11/I258), CONICET (PIP 112-202001-00331). Los autores también agradecen el apoyo de la CAPES, una entidad del Gobierno Brasileño dedicada a la formación de recursos humanos.

contar con sistemas de control para mejorar la eficiencia en el uso de energía de este proceso.

Los controladores convencionales enfrentan desafíos significativos en la búsqueda de optimización debido a la complejidad de la dinámica no lineal y las discontinuidades en el sistema, especialmente en la variación de la corriente del electrolizador, que opera en dos modos: variable y mantenimiento. En un estudio previo [6] se propuso un controlador predictivo basado en un modelo híbrido lineal (HMPC), lo que resulta en un problema de programación no lineal con variables enteras mixtas (MINLP). Es importante destacar que la inclusión de variables enteras suele aumentar el costo computacional de la solución, un aspecto relevante especialmente en hardware embebido. Una revisión sobre sistemas de producción de hidrógeno [7] muestra que la mayoría de los enfoques de optimización utilizan variables enteras.

En este trabajo se proponen tres problemas de control óptimo (OCP): uno monofase y dos multifase. Las fases se definen como subintervalos en los que difiere la dinámica del sistema y las restricciones de la variable. En los límites de fase la variable de control puede saltar, pero el estado debe ser continuo. Al aplicar multifases se prescinde de variables lógicas que describan los modos de operación del electrolizador. Para resolver numéricamente estos problemas se aplica el método de transcripción directa de Hermit-Simpson [8], que convierte el problema de control óptimo en uno de programación no lineal (NLP), el cual se resuelve a su vez con el optimizador IPOPT (*Interior Point OPTimizer*) [9].

El resto del artículo se organiza como sigue. En la Sección II se describe el sistema en general y su modelo matemático. En la Sección III se formulan los problemas de control óptimo multifase como aporte principal. En la Sección IV se describe la aplicación del método de colocación de Hermite-Simpson para resolver los OCP propuestos. En la Sección V se presentan los resultados de simulación obtenidos con las estrategias de control propuestas. Finalmente, en la Sección VI se elaboran las conclusiones.

## II. DESCRIPCIÓN DEL MODELO

En esta sección se describen las ecuaciones que modelizan el sistema de producción de hidrógeno bajo estudio, representado en la Figura 1. Éste comprende básicamente un

electrolizador conectado a dos fuentes de energía eléctrica: paneles fotovoltaicos (PV) y la red eléctrica. Ambas fuentes de energía se conectan a través de convertidores de potencia a un bus de tensión continua (DC) y el hidrógeno generado  $f_{H_2}$  se almacena en un tanque. El objetivo del sistema es satisfacer la demanda de hidrógeno  $f_{H_2}^{dm}$ , por ejemplo, por parte de vehículos en una estación de carga.

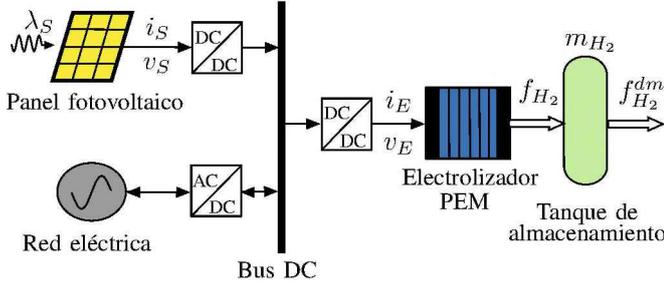


Fig. 1. Diagrama en bloques de sistema fotovoltaico-hidrógeno asistido por red. Adaptado de [6].

### II-A. Panel Fotovoltaico

Los paneles solares por efecto fotovoltaico convierten la radiación solar en energía eléctrica con una eficiencia que puede alcanzar hasta el 90% [10]. El modelo más utilizado en la literatura para predecir su potencia de salida es el de diodo único, que comprende una fuente de corriente eléctrica dependiente de la radiación solar, un diodo y dos resistencias. Suponiendo un panel solar con  $N_{ps}$  módulos en paralelo y  $N_{ss}$  celdas en serie, la relación entre la corriente  $i_s$  y el voltaje  $v_s$  en los terminales depende de la radiación solar  $\lambda_S$  y viene dada por [6]:

$$i_S(v_S, t) = N_{PS} \left[ I_{ph}(\lambda_S) - I_{rs} \left( e^{\frac{v_S}{N_{SS}V_T}} - 1 \right) \right], \quad (1)$$

donde:

$$V_T = \frac{KT_s}{q}, \quad I_{ph} = \lambda_S [I_{sc} + K_L(T_S - T_{SR})],$$

$$I_{rs} = I_{or} \left( \frac{T_S}{T_{SR}} \right)^3 e^{\left[ qE_g \left( \frac{T_S^{-1} - T_{SR}^{-1}}{kA} \right) \right]}.$$

Para determinar más precisamente (1), se va a especificar el patrón de variación de  $\lambda_S$ . Sea  $t \in [t_I, t_f]$ , con  $t_I < t_f$ , el intervalo de tiempo de un día, donde  $t_f - t_I$  es la duración del día. Luego se definen los subintervalos  $[t_I, t_N]$ ,  $(t_N, t_D]$ ,  $(t_D, t_f]$ , donde  $t_N$  representa la salida del sol y  $t_D$  representa la puesta, con la condición de que  $t_I < t_N < t_D < t_f$ , y de tal manera que  $[t_I, t_N] \cup (t_N, t_D] \cup (t_D, t_f] = [t_I, t_f]$ . El subintervalo  $[t_I, t_N]$  se denota como el primer período nocturno,  $(t_N, t_D]$  como el intervalo propio del día, y  $(t_D, t_f]$  como el segundo período nocturno. Nótese que en el equinoccio  $\frac{t_D - t_N}{2} = \frac{t_N + (t_f - t_D)}{2}$ , lo cual va a depender obviamente del período del año. La radiación solar se puede describir, entonces, como:

$$\lambda_S(t) = \begin{cases} s(t), & \text{si } t \in (t_N, t_D], \\ 0, & \text{si } t \in [t_I, t_N] \text{ o } t \in (t_D, t_f], \end{cases} \quad (2)$$

donde  $s : (t_N, t_D] \rightarrow \mathbb{R}_+$  es una función que describe variaciones en la radiación solar durante el día tal que  $\lambda_{S_{min}} \leq s(t) \leq \lambda_{S_{max}} \forall t \in (t_N, t_D]$ , con  $0 < \lambda_{S_{min}} < \lambda_{S_{max}}$ .

El punto de máxima potencia (MPP) de salida del panel fotovoltaico depende de su polarización y condiciones climáticas como temperatura y radiación. Para fijar dicho punto se asume que el sistema cuenta con un algoritmo de seguimiento MPPT [11]. En tal caso la tensión del panel se calcula como [12]:

$$v_S(t) = N_{SS}V_T \left[ W \left( e^{\frac{I_{ph}(\lambda_S)}{I_{rs}}} + e \right) - 1 \right], \quad (3)$$

donde  $W$  es la función de Lambert, la cual debe resolverse mediante métodos numéricos. En este trabajo se utiliza la siguiente aproximación:

$$W(z) = (1 + \epsilon) \ln \left[ \frac{1,2z}{\ln \left[ \frac{2,4z}{\ln(2,4z+1)} \right]} \right] - \epsilon \ln \left[ \frac{2z}{\ln(2z+1)} \right],$$

con  $\epsilon = 0,4586887$ . Esta aproximación garantiza errores numéricos menores que 0,2% para  $x \geq 3 \times 10^{-5}$  [13].

Tabla I  
PARÁMETROS DEL MODELO DEL PANEL PV

Descripción	Símbolo	Valor
Constante de Boltzmann	$K$	$1,38 \times 10^{-23}$ J/K
Factor de desviación de celda	$A$	1,6
Carga del electrón	$Q$	$1,6 \times 10^{-19}$ C
Número de paneles en paralelo	$N_{PS}$	8
Número de paneles en serie	$N_{SS}$	300
$I_{rs}$ @ $T_{RS}$	$I_{or}$	2,0793 $\mu$ A
Temperatura de referencia	$T_{SR}$	298 K
Energía de gap del semiconductor	$E_g$	1,1 V
Corriente de corto circuito @ $T_{SR}$	$I_{sc}$	3,27 A
Corriente de corto circuito / Temp.	$K_L$	0,0017 A/K

### II-B. Red Eléctrica y Convertidores

Para los fines de este estudio la red eléctrica se considera una fuente ideal que suministra la energía que no alcanzan a generar los paneles y también absorbe el exceso generado por éstos durante el pico de producción. Asimismo, los convertidores CC/CC y CA/CC se consideran componentes ideales que realizan la conversión de potencia sin retardos ni pérdidas energéticas.

### II-C. Electrolizador

El electrolizador PEM es un convertidor electroquímico que utiliza electricidad para separar el agua en  $O_2$  y  $H_2$  con eficiencias cercanas al 80-90%. El dispositivo opera bajo suministro de corriente continua a la pila electrolítica, la cual exhibe la siguiente diferencia de potencial  $v_E$ , dada por [14]:

$$v_E(i_E) = N_{SE}(V_0 + V_{etd} + V_{ohm} + V_{ion}), \quad (4)$$

donde  $N_{SE}$  es el número de celdas de la pila conectadas en serie;  $V_0$  es el potencial reversible;  $V_{etd}$  es el sobrepotencial de electrodo;  $V_{ohm}$  es el sobrepotencial óhmico; y  $V_{ion}$  es el

sobrepotencial iónico. Los cuatro componentes que dan cuenta del aumento de tensión total pueden representarse como:

$$V_0 = 1,23 - 0,9 \times 10^{-3} (T_E - 298) + 2,3 \frac{RT_E}{4F} \ln (p_{H_2}^2 \cdot p_{O_2}),$$

$$V_{etd} = \frac{RT_E}{F} \left[ \sinh^{-1} \left( \frac{I_E}{2I_c} \right) + \sinh^{-1} \left( \frac{I_E}{2I_c} \right) \right] + \frac{\delta_B}{\sigma_B} I_E,$$

$$V_{ohm} + V_{ion} = \frac{\delta_B}{\sigma_B A_E} I_E,$$

donde  $I_E$  es la densidad de corriente del electrolizador en A/cm<sup>2</sup>, dada por  $I_E = \frac{i_E}{A_E}$ , siendo  $i_E$  la corriente eléctrica del electrolizador, y  $\sigma_B$  es la conductividad de la membrana, dada por:

$$\sigma_B = (0,005139\lambda_E - 0,00326)e^{1268} \left( \frac{1}{303} - \frac{1}{T_E} \right).$$

Los parámetros y constantes utilizadas en el modelo del electrolizador se listan en la Tabla II. La cantidad de H<sub>2</sub> producido puede estimarse mediante  $i_E$  calculando el caudal:

$$f_{H_2}(i_E) = \begin{cases} N_{SE}\eta_F \frac{i_E}{F}, & \text{para } i_E \in [I_E^{\min}, I_E^{\max}] \\ 0, & \text{para } i_E = I_E^{\min} \end{cases} \quad (5a)$$

$$(5b)$$

donde  $\eta_F$  es la eficiencia y  $F$ , la constante de Faraday. Cuando  $i_E$  se encuentra dentro del rango  $[I_E^{\min}, I_E^{\max}]$ , el electrolizador está en modo variable y produce H<sub>2</sub> de la pureza requerida:  $I_E^{\min}$  es el límite mínimo requerido para una operación segura, mientras que  $I_E^{\max}$  es el valor nominal diseñada por el fabricante. Con base en resultados experimentales de [14],  $\eta_F$  se considera prácticamente constante en el rango definido para los fines de la simulación. Cuando  $i_E$  se fija en la corriente de mantenimiento  $I_E^{\min} < I_E^{\min}$ , el electrolizador está en modo de espera y el H<sub>2</sub> producido se ventila por no ser útil. La intermitencia de la fuente de alimentación del electrolizador juega un papel relevante en los efectos de degradación relativos a la eficiencia energética y el ciclo de vida [15]. Este modo evita arranques y paradas frecuentes, y la consiguiente dinámica más lenta de temperatura y presión, confiando una transición más rápida al modo variable y que se asume instantánea para los fines de este estudio.

Tabla II  
PARÁMETROS DEL MODELO DEL ELECTROLIZADOR

Descripción	Símbolo	Valor
Densidad de corriente anódica	$I_a$	1,0631 μA/cm
Densidad de corriente catódica	$I_c$	1 mA/cm
Constante de Faraday	$F$	96 485,332 89 C/mol
Constante de los gases	$R$	8,314 J/(mol K)
Presión parcial de H <sub>2</sub>	$p_{H_2}$	6,9 bar
Corriente máxima	$I_E^{\max}$	100 A
Espesor de membrana	$\delta_B$	178 μm
Contenido de agua de membrana	$\lambda_E$	21 mol <sub>H<sub>2</sub></sub> /mol <sub>SO<sub>3</sub></sub>
Corriente mínima	$I_E^{\min}$	20 A
Número de celdas	$N_{SE}$	6
Presión parcial de O <sub>2</sub>	$p_{O_2}$	1,3 bar
Área de pila	$A_E$	212,5 cm <sup>2</sup>
Corriente de mantenimiento	$I_E^m$	10 A
Temperatura	$T_E$	298 K

## II-D. Tanque de almacenamiento

El tanque de almacenamiento permite acumular temporalmente el H<sub>2</sub> generado. La acumulación puede expresarse mediante el siguiente balance de masa  $m_{H_2}$  [6]:

$$\dot{m}_{H_2} = f_{H_2} - f_{H_2}^{dm}, \quad (6)$$

donde la tasa del H<sub>2</sub> generado  $f_{H_2}$  ingresa y la del demandado  $f_{H_2}^{dm}$  egresa del tanque. Se trata de un modelo muy simple que sólo pretende establecer el nivel de llenado que debe garantizar la estrategia de control. Con ese propósito no se consideran pérdidas ni consumos de equipos auxiliares tales como válvulas y compresores que pudieran estar asociados al proceso. Como máxima capacidad de H<sub>2</sub> del tanque se establece  $m_{H_2}^{\max} = 205$  g y como valor mínimo deseable  $m_{H_2}^{\min} = 41$  g.

## III. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE CONTROL

El objetivo de la teoría del control óptimo es determinar los parámetros y las secuencias de control a lazo abierto de un sistema que minimicen el costo de una función específica [16]. El OCP multifase bajo estudio se puede expresar en la forma genérica:

$$\begin{aligned} \min_{u(t)} \quad & J(x, u, t) = \sum_{p=1}^{N_p} \int_{t_{i_p}}^{t_{f_p}} L_p(x_p, u_p, t) dt \\ \text{sujeto a} \quad & \dot{x}_p(t) = f_p(x_p(t), u_p(t), t) \quad t \in [t_{i_p}, t_{f_p}], \\ & x_p^{\min} \leq x_p(t) \leq x_p^{\max}, \\ & x_p(t_{f_p}) = x_{p+1}(t_{i_{p+1}}), \\ & x_1(t_{i_1}) = x_0, \\ & t_{f_p} = t_{i_{p+1}}, \end{aligned} \quad (7)$$

donde  $p$  es el índice de una fase,  $N_p$  es el número de fases,  $x_p$  es el estado,  $u_p$  es el control,  $J$  es la función de costo a minimizar,  $L_p$  es el costo de etapa de la fase  $p$ ,  $f_p$  es el lado derecho del sistema de EDO para la fase  $p$ ,  $t_{i_p}$  es el tiempo inicial de la fase  $p$ ,  $t_{f_p}$  es el tiempo final de la fase  $p$  y  $x_0$  es el valor del estado inicial en la primera fase.

El objetivo principal del sistema de producción de H<sub>2</sub> es garantizar un suministro continuo de H<sub>2</sub> que cumpla con la demanda deseada  $f_{H_2}^{dm}$  a bajo costo. Este objetivo se logra controlando la corriente  $i_E$  del electrolizador. En este trabajo se proponen tres estrategias de control, una monofase y dos multifase, con el objetivo de minimizar la energía consumida de la red eléctrica durante un día de operación.

Cabe aclarar que los perfiles de variación  $\lambda_S(t)$  y  $f_{H_2}^{dm}(t)$  del día en el que se desea calcular el control óptimo es necesario conocerlos a priori. Los datos del único día considerado han sido extraídos de [6] para ambos perfiles.

### III-A. OCP Monofase

La estrategia monofase consiste en que el electrolizador esté constantemente activo y genere H<sub>2</sub>. La función de costo está diseñada para reducir la diferencia entre la potencia consumida

por el electrólisis  $P_E$  y la potencia generada por el panel solar  $P_S$ , de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \min_{i_E(\cdot) \in \mathcal{U}_1} & \int_{t_i}^{t_f} (P_E(i_E) - P_S(t))^2 dt, \\ \text{sujeito a} & \dot{m}_{H_2} = f_{H_2} - f_{H_2}^{dm}, \\ & m_{H_2}^{\min} \leq m_{H_2} \leq m_{H_2}^{\max}, \end{aligned} \quad (8)$$

donde  $\mathcal{U}_1$  representa el conjunto de acciones de control restringidas, asegurando que la corriente  $i_E$  se encuentre dentro del rango  $[I_E^{\min}, I_E^{\max}]$  para todo  $t \in [t_i, t_f]$ .

### III-B. OCP Multifase

A diferencia del monofase, el enfoque multifase implica que el electrolizador funcione en dos modos distintos: en espera (o mantenimiento) y activo (o variable). En el primero, el electrolizador requiere potencia fija y no genera  $H_2$ . Además, el consumo de energía es menor que en el segundo. Para resolver un OCP multifase, es necesario incluir en la formulación el número de fases y su secuencia. Se propusieron dos OCP, cada uno con una secuencia de fases diferente: I en espera y activo; II en espera, activo y en espera. A continuación se presenta la formulación I:

$$\begin{aligned} \min_{i_E(\cdot) \in \mathcal{U}_2, t_{f_1}} & \int_{t_{i_1}}^{t_{f_1}} (P_E(I_E^m) - P_S(t))^2 dt + \\ & \int_{t_{i_2}}^{t_{f_2}} (P_E(i_E) - P_S(t))^2 dt \\ \text{sujeito a} & \dot{m}_{H_2} = -f_{H_2}^{dm} \quad \forall t \in [t_{i_1}, t_{f_1}], \\ & \dot{m}_{H_2} = f_{H_2} - f_{H_2}^{dm} \quad \forall t \in [t_{i_2}, t_{f_2}], \\ & m_{H_2}^{\min} \leq m_{H_2} \leq m_{H_2}^{\max}, \\ & t_{i_1} < t_{f_1} = t_{i_2} < t_{f_2}, \end{aligned} \quad (9)$$

donde  $t_{f_1}$  es el tiempo final de la primera fase y  $\mathcal{U}_2$  es un conjunto de control restringido que asegura que  $i_E$  permanezca en  $I_E^m$  durante toda la fase de espera  $[t_{i_1}, t_{f_1}]$  y esté dentro del rango operativo  $[I_E^{\min}, I_E^{\max}]$  durante la fase activa  $[t_{i_2}, t_{f_2}]$ .

En la formulación II, sea  $\mathcal{T}_{on}$  el intervalo de tiempo que pertenece a  $[t_{i_2}, t_{f_2}]$  para la fase activa y  $\mathcal{T}_{st}$  el intervalo de tiempo que pertenece a  $[t_{i_1}, t_{f_1}] \cup [t_{i_3}, t_{f_3}]$  para la fase de espera. La función de costo se define de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \min_{\substack{i_E(\cdot) \in \mathcal{U}_3, \\ t_{f_1}, t_{f_2}}} & \int_{t_{i_1}}^{t_{f_1}} (P_E(I_E^m) - P_S(t))^2 dt + \\ & \int_{t_{i_2}}^{t_{f_2}} (P_E(i_E) - P_S(t))^2 dt + \\ & \int_{t_{i_3}}^{t_{f_3}} (P_E(I_E^m) - P_S(t))^2 dt, \\ \text{sujeito a} & \dot{m}_{H_2} = f_{H_2} - f_{H_2}^{dm} \quad \forall t \in \mathcal{T}_{on}, \\ & \dot{m}_{H_2} = -f_{H_2}^{dm} \quad \forall t \in \mathcal{T}_{st}, \\ & m_{H_2}^{\min} \leq m_{H_2} \leq m_{H_2}^{\max}, \\ & t_{i_1} < t_{f_1} = t_{i_2} < t_{f_2} = t_{i_3} < t_{f_3}, \end{aligned} \quad (10)$$

donde el conjunto de control restringido  $\mathcal{U}_3$  asegura que la corriente del electrólisis  $i_E$  permanezca constante en  $I_E^m$  durante la fase de espera,  $t \in \mathcal{T}_{st}$ , y esté dentro del rango operativo durante la fase activa,  $t \in \mathcal{T}_{on}$ .

### IV. DESCRIPCIÓN DEL ALGORITMO

En esta sección se aborda el método numérico empleado para resolver los OCP de la Sección III. La metodología adoptada se basa en las técnicas descritas en [17] y [8], enfocándose en una faceta específica: la colocación directa. En particular, utilizamos el método de colocación Hermite-Simpson (HSC) como eje central de este enfoque. La idea principal de la colocación directa es aproximar la dinámica en tiempo continuo del sistema al discretizar la trayectoria en una secuencia de puntos o intervalos de tiempo discretos. Esto implica introducir un conjunto de variables de decisión que representen el estado y las entradas de control en momentos discretos. Las ecuaciones diferenciales en tiempo continuo son reemplazadas por restricciones algebraicas que aseguran la coherencia de la trayectoria discretizada. Mediante la colocación directa, los OCP de (7) pueden convertirse en NLP de la forma:

$$\begin{aligned} \min & j(\mathbf{w}), \\ \text{sujeito a} & \mathbf{g}^{\min} \leq \mathbf{g}(\mathbf{w}) \leq \mathbf{g}^{\max}, \\ & \mathbf{w}^{\min} \leq \mathbf{w} \leq \mathbf{w}^{\max}, \end{aligned} \quad (11)$$

donde  $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^n$  son las variables de optimización con límites inferior y superior,  $\mathbf{w}^{\min}$  y  $\mathbf{w}^{\max}$ ,  $j : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  es la función objetivo, y  $\mathbf{g} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  son las restricciones no lineales generales. Las funciones de restricción,  $\mathbf{g}(\mathbf{w})$ , tienen límites inferior y superior,  $\mathbf{g}^{\min}$  y  $\mathbf{g}^{\max}$ .

Para ejecutar este enfoque, se desarrolló un algoritmo en MATLAB utilizando el marco de optimización numérica CasADi [18] y IPOPT [9]. Los archivos de código relacionados con la implementación del algoritmo están disponibles en el repositorio en línea <https://github.com/michaelfsb/moc-spheg>.

### V. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

Esta sección presenta los resultados de los controladores propuestos utilizando el modelo descrito por las ecuaciones (1)-(6), con un tiempo de muestreo de 1 min, durante 24 horas de operación, es decir,  $t \in [0, 24]$ . Los parámetros del modelo del electrolizador dados en la Tabla II se extrajeron de [14] y [19]. Los límites de corriente se basaron en el análisis de equipos de potencia similares. Los parámetros del modelo del panel fotovoltaico, junto con las mediciones reales de radiación solar y demanda de  $H_2$ , se extrajeron de [6]. Los datos de radiación solar incluyeron  $t_N \approx 6,2$  h y  $t_D \approx 18,2$  h, siendo consistentes con valores reales.

La masa inicial de  $H_2$  considerada en el tanque  $m_{H_2}(0)$  fue 164 g (80%), y la corriente inicial del electrolizador  $i_E(0)$ , 30 A. El OCP fue transcritto como un NLP utilizando una cuadrícula con 42 intervalos espaciados linealmente, 14 intervalos por fase del enfoque de múltiples fases. Las variables del NLP fueron estimadas inicialmente como la mediana de los valores límite de las variables de estado y control, y los tiempos finales de las fases  $t_{f_1}$  y  $t_{f_2}$  fueron establecidos en

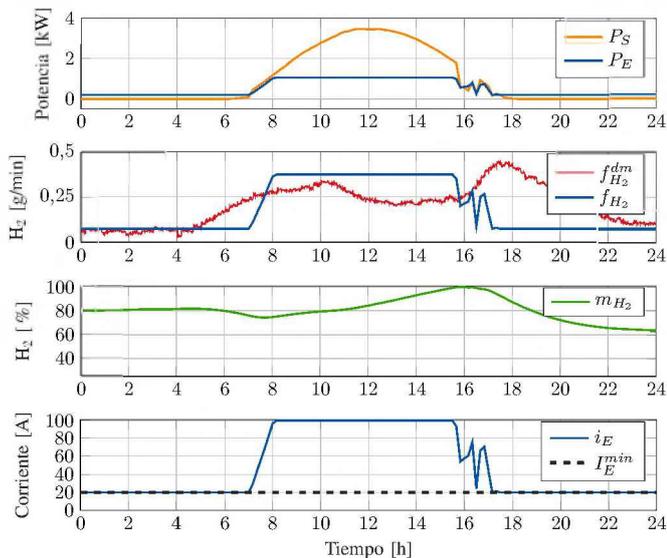


Fig. 2. Resultados del enfoque monofase con el electrolizador siempre activo.

8 h y 16 h, respectivamente. Las simulaciones se realizan con una computadora con procesador Intel® Core™ i5-11400F (12M de caché, 2.60 GHz) y 32 GB de RAM con el sistema operativo Windows 11 Home.

V-A. Resultados del enfoque monofase

La Fig. 2 muestra los resultados de simulación bajo el control óptimo (8). El electrolizador operó en modo variable a lo largo del día. Se observa que la corriente del electrolizador se mantuvo en el valor mínimo de  $I_E^{min}$  durante  $t \in [0, 7] \cup [17, 3 24]$ . En esta configuración, el sistema produjo 265,05 g de  $H_2$ , equivalente a  $3,23 \text{ Nm}^3$ , mientras consumía 2,82 kWh de energía de la red. Se destaca que el sistema devolvió 13,30 kWh de energía a la red. El NLP fue abordado mediante 16 iteraciones de IPOPT, con un tiempo de cálculo promedio de 65 ms.

V-B. Resultados del enfoque multifase

Los resultados de simulación para el control óptimo (9), mostrados en la Fig. 3, indican que la primera fase concluyó en  $t_{f1} = 6,92\text{h}$ , con la variable de control  $i_E$  mantenida de manera constante en  $I_E^m$  tanto en las fases iniciales como finales. La producción de  $H_2$  del sistema totalizó 242,56 g ( $2,96 \text{ Nm}^3$ ), acompañada por un consumo de energía de 2,30 kWh de la red eléctrica. Además, el sistema aportó 13,03 kWh de energía a la red. El NLP se resolvió en 17 iteraciones, con un tiempo medio de 89 ms. De manera similar, para el control óptimo (10) presentado en la Fig. 4, la primera fase finalizó en  $t_{f1} = 7,20 \text{ h}$ , y la segunda fase concluyó en  $t_{f2} = 16,27 \text{ h}$ . La variable de control  $i_E$  mantuvo el valor constante  $I_E^m$  tanto en las fases iniciales como finales. La producción de  $H_2$  alcanzó 195,04 g ( $2,38 \text{ Nm}^3$ ), mientras que el consumo de energía de la red llegó a 1,37 kWh. Además, el sistema suministró 13,49 kWh de energía a la red. El NLP requirió 32 iteraciones y tuvo un tiempo medio de cálculo de 181 ms.

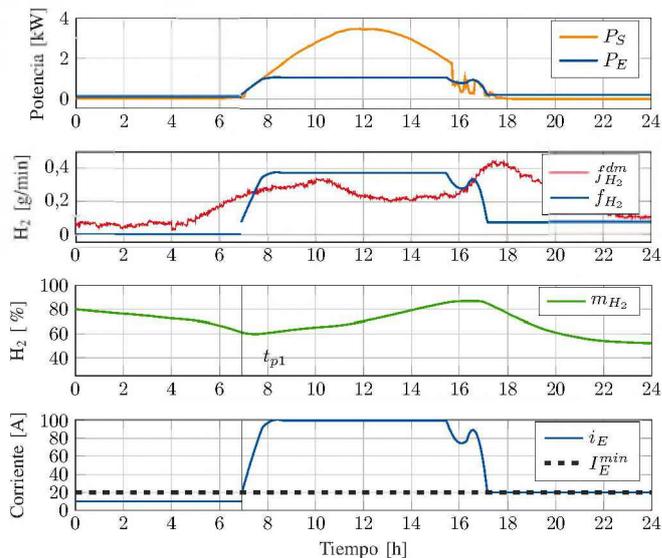


Fig. 3. Resultados del enfoque multifase con el electrolizador en mantenimiento al comienzo y luego activo a partir de  $t_{f1}$ .

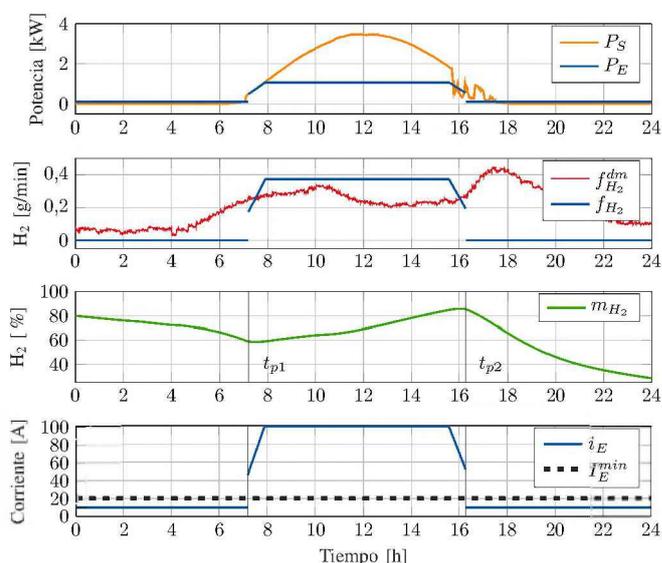


Fig. 4. Resultados del enfoque multifase con el electrolizador en mantenimiento al comienzo, activo en  $t_{f1}$  y nuevamente en mantenimiento en  $t_{f2}$ .

V-C. Discusión

Las estrategias propuestas en la Sección III resultaron efectivas para controlar el sistema de producción de  $H_2$  verde descrito en la Sección II. Los resultados de simulación se resumen en la Tabla III y el comportamiento a lo largo del tiempo se muestra en las Figs. 2, 3 y 4.

Los tres controladores propuestos pudieron satisfacer la demanda del sistema sin violar las restricciones de operación, tanto de la corriente del electrolizador como de la capacidad del tanque de almacenamiento. El primer control óptimo, monofase, mantiene el electrolizador en modo activo. Los otros dos, multifase, consideran dos modos de operación

Tabla III  
ÍNDICES DE DESEMPEÑO DE LOS CONTROLADORES

Índice	Monofase	Multifase I	Multifase II
Energía electrolizador	12,51 kWh	12,21 kWh	10,81 kWh
Energía red (suministro)	2,82 kWh	2,30 kWh	1,37 kWh
Energía red (absorción)	13,30 kWh	13,03 kWh	13,49 kWh
Producción H <sub>2</sub>	265,05 g	242,56 g	195,04 g
Custo/kWh de H <sub>2</sub>	21g/kWh	20g/kWh	18g/kWh
Nivel del tanque	63,68 %	52,03 %	28,38 %
Iteraciones	16	17	32
Tiempo resolución NPL	65 ms	89 ms	181 ms

del electrolizador: el de mantenimiento y el variable. Como resultado de la estrategia monofase, se genera más H<sub>2</sub> y se mantiene un nivel más estable, pero se consume más energía de la red eléctrica. Esto se debe al hecho de que el electrolizador continúa produciendo H<sub>2</sub> útil incluso por la noche,  $[t_I, t_N] \cup (t_D, t_F]$ . En contraste, las estrategias multifase producen más H<sub>2</sub> por kilovatio-hora consumido de la red eléctrica. Las estrategias de múltiples fases tienen menos emisiones de carbono dependiendo de las emisiones de carbono asociadas con la energía de la red.

En cuanto al tiempo necesario para resolver el problema, la solución monofase fue más rápida que la multifase debido a la mayor cantidad de variables y restricciones en el enfoque multifásico. Sin embargo, todos los tiempos estuvieron por debajo de 181 milisegundos en una computadora de escritorio, lo que es suficientemente corto para permitir una evaluación frecuente de la solución durante el día. Esto nos brinda la posibilidad de cerrar el bucle de control y aplicar un horizonte deslizante, convirtiendo así el OCP en un controlador predictivo (MCP).

Se encontró que la solución de problemas multifase depende en gran medida del valor inicial estimado para los tiempos finales de las fases,  $t_{f_1}$  y  $t_{f_2}$ . La solución no convergió para algunas suposiciones debido a la naturaleza no lineal del sistema. Como método para estimar  $t_{f_1}$  y  $t_{f_2}$  antes de calcular la solución de problemas multifase, se observó que es conveniente utilizar los valores de la resolución del problema monofásico en los cuales la corriente del electrolizador  $i_E$  cambia o supera el valor mínimo  $I_E^{min}$ . Esto ayuda a establecer un punto de partida más adecuado para la estrategias multifase.

## VI. CONCLUSIONES

En este trabajo se presentaron y evaluaron tres estrategias de control óptimo para un sistema de producción de H<sub>2</sub> basada en energía solar fotovoltaica. La naturaleza intermitente de esta fuente renovable, que no está disponible durante la noche, plantea un desafío que es abordado investigando la viabilidad del enfoque de múltiples fases, las cuales pueden manejar diferentes modos de operación del electrolizador PEM. En base a los resultados de simulación obtenidos con las estrategias de control propuestas, se demuestra que un enfoque de múltiples fases es factible y efectivo para gestionar las condiciones operativas variables de un electrolizador PEM. Al considerar el modo de operación de mantenimiento y emplear un método de transcripción directa de múltiples fases, queda eliminada

la necesidad de definir variables lógicas para cada modo de operación.

En el futuro, se pretende ampliar la comprensión y aplicación de estrategias de control óptimo en la producción de H<sub>2</sub> basada en múltiples fuentes renovables, incorporando hardware incrustado de bajo costo y análisis económicos que incluyan el precio de compra-venta de energía de red en la función de costo. Esta línea de investigación promete mejorar la eficiencia, escalabilidad e implementación de sistemas de producción de H<sub>2</sub> verde, fomentando prácticas de energía sostenible y contribuyendo a un horizonte más limpio.

## REFERENCIAS

- [1] UNFCCC, "The Paris Agreement," 2020.
- [2] IEA, "Global Hydrogen Review 2022," Tech. Rep., 2022.
- [3] Hydrogen Council, "Hydrogen for Net-Zero: A Critical Cost-Competitive Energy Vector," Tech. Rep., 2021.
- [4] M. Yu, K. Wang, and H. Vredenburg, "Insights into low-carbon hydrogen production methods: Green, blue and aqua hydrogen," *International Journal of Hydrogen Energy*, vol. 46, no. 41, pp. 21261–21273, 2021.
- [5] X. Liu, J. Zou, R. Long, Z. Liu, and W. Liu, "Variable period sequence control strategy for an off-grid photovoltaic-pem electrolyzer hydrogen generation system," *Renewable Energy*, vol. 216, p. 119074, 2023.
- [6] G. A. de Andrade, P. R. Mendes, J. G. García-Clúa, and J. E. Normey-Rico, "Control of a grid assisted PV-H2 production system: A comparative study between optimal control and hybrid mpc," *Journal of Process Control*, vol. 92, pp. 220–233, 2020.
- [7] J. A. Riera, R. M. Lima, and O. M. Knio, "A review of hydrogen production and supply chain modeling and optimization," *International Journal of Hydrogen Energy*, vol. 48, no. 37, pp. 13731–13755, 2023.
- [8] M. Kelly, "An introduction to trajectory optimization: How to do your own direct collocation," *SIAM Review*, 2017.
- [9] A. Wächter and L. T. Biegler, "On the implementation of an interior-point filter line-search algorithm for large-scale nonlinear programming," *Mathematical programming*, vol. 106, pp. 25–57, 2006.
- [10] K. Mertens, *Photovoltaics: Fundamentals, Technology, and Practice*. Wiley, 2018.
- [11] R. B. Bollipo, S. Mikkili, and P. K. Bonthagorla, "Hybrid, optimal, intelligent and classical pv mppt techniques: A review," *CSEE Journal of Power and Energy Systems*, vol. 7, no. 1, pp. 9–33, 2020.
- [12] G. A. de Andrade, J. G. García Clúa, P. R. Mendes, and J. E. Normey-Rico, "Optimal control of a grid assisted photovoltaic-hydrogen production system," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 52, no. 1, pp. 1012–1017, 2019, 12th IFAC Symposium on Dynamics and Control of Process Systems, including Biosystems DYCOPS 2019.
- [13] E. I. Batzelis, G. Anagnostou, C. Chakraborty, and B. C. Pal, "Computation of the lambert w function in photovoltaic modeling," in *ELECTRIMACS 2019: Selected Papers-Volume 1*. Springer, 2020, pp. 583–595.
- [14] L. Valverde, F. Rosa, A. del Real, A. Arce, and C. Bordons, "Modeling, simulation and experimental set-up of a renewable hydrogen-based domestic microgrid," *International Journal of Hydrogen Energy*, vol. 38, no. 27, pp. 11672–11684, 2013.
- [15] V. Martínez Lopez, H. Ziar, J. Haverkort, M. Zeman, and O. Isabella, "Dynamic operation of water electrolyzers: A review for applications in photovoltaic systems integration," *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 182, p. 113407, 2023.
- [16] D. E. Kirk, *Optimal control theory: an introduction*. Courier Corporation, 2004.
- [17] J. Betts, *Practical Methods for Optimal Control and Estimation Using Nonlinear Programming*, 2nd ed., ser. Advances in Design and Control. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2010.
- [18] J. A. E. Andersson, J. Gillis, G. Horn, J. B. Rawlings, and M. Diehl, "CasADi – A software framework for nonlinear optimization and optimal control," *Mathematical Programming Computation*, vol. 11, no. 1, pp. 1–36, 2019.
- [19] L. Valverde Isorna, "Gestión de energía en sistemas con fuentes renovables y almacenamiento de energía basado en hidrógeno mediante control predictivo," Ph.D. dissertation, Universidad de Sevilla, Sevilla, 2013. [Online]. Available: <https://idus.us.es/handle/11441/52296>