



Autofuerzas sobre partículas escalares en espacio-tiempos de cuerdas cósmicas

M.C. Tomasini¹, E. Rubín de Celis^{1,2} & C.M. Simeone^{1,2}

¹ *Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, UBA, Argentina*

² *Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, Argentina*

Contacto / ctomasini@df.uba.ar

Resumen / En este trabajo se analiza la autofuerza sobre partículas asociadas con campos escalares en el espacio-tiempo de cuerdas cósmicas. El estudio de los fenómenos que afectan a partículas escalares es de interés en cosmología ya que varios modelos suponen que en sus orígenes el Universo sufrió un proceso de expansión acelerada. En estos modelos la energía que impulsa la expansión surge de ciertas transiciones de fase que involucran partículas de spin cero, clásicamente representadas por campos escalares. En estas etapas iniciales podrían haberse generado defectos lineales denominados cuerdas cósmicas las cuales son posibles semillas para la formación de estructuras. El espacio tiempo alrededor de una cuerda cósmica de la clase más sencilla adoptaría una geometría cónica. En el presente análisis veremos que aún si la cuerda y las partículas de su entorno se encuentran en reposo relativo las cargas podrían experimentar una autofuerza como resultado de las modificaciones que una geometría de fondo que no es globalmente plana induce sobre el campo de las cargas. Las geometrías de fondo se construyen matemáticamente pegando dos subvariedades cónicas mediante el formalismo de thin-shells. Como desarrollo ulterior a lo estudiado en trabajos previos, analizaremos la relación entre cotas teóricas sobre los valores de los parámetros que se deducen a nivel de la acción y las restricciones que surgen de la condición de no divergencia de los coeficientes del desarrollo del campo escalar.

Abstract / In this work the self-force on particles associated with scalar fields in the spacetime of cosmic strings is analyzed. The study of the phenomena that affect scalar particles is of interest in cosmology since various models assume that in their origins the Universe underwent a process of accelerated expansion. In these models the energy that drives inflation arises from certain phase transitions that involve zero spin particles, which are classically represented by scalar fields. In these initial stages, linear defects called cosmic strings, which are possible seeds for the formation of structures, could have been generated. The spacetime around a cosmic string of the simplest class would adopt a conical geometry. In the present analysis we will see that even if the string and the particles in its environment are at relative rest, the charges could experience a self-force as a result of the modifications that a background geometry that is not globally flat induces on the charge field. The background geometries are mathematically constructed by pasting two conical submanifolds using the thin-shells formalism. Besides, as a further development beyond that studied in previous works, we will carry out an analysis of the relation between theoretical bounds on the values of the parameters obtained at the level of the action, and specific restrictions coming from the condition of no divergence of the coefficients of the scalar field expansion.

Keywords / early universe — large-scale structure of universe

1. Introducción

En este trabajo se analiza la autofuerza sobre partículas asociadas con campos escalares en espacio-tiempos localmente idénticos a los que se relacionan con cuerdas cósmicas locales o “de gauge”; más precisamente, se estudia la autofuerza en espacio-tiempos con simetría axial compuestos por distintas regiones cónicas separadas por capas delgadas de materia normal o exótica (Tomasini et al., 2018), (Tomasini et al., 2019). El estudio de los fenómenos que afectan a partículas escalares es de interés en cosmología ya que varios modelos suponen que en sus orígenes el Universo sufrió un proceso de expansión acelerada o inflación. En estos modelos la energía que impulsa la inflación surge de ciertas transiciones de fase que involucran partículas de spin cero, las cuales se encuentran clásicamente representadas por campos escalares. En las etapas iniciales de expansión y

enfriamiento del Universo podrían haberse generado defectos lineales denominados cuerdas cósmicas las cuales serían posibles semillas para la formación de estructuras. El espacio-tiempo alrededor de una cuerda cósmica de la clase más sencilla adoptaría una geometría cónica y estaría caracterizado por el siguiente elemento de línea:

$$ds^2 = -dt^2 + dr^2 + \rho^2(r)d\phi^2 + dz^2$$

donde $0 < r < \infty$, $-\infty < z < \infty$ y $0 < \phi < 2\pi$. La función perfil es $\rho(r) = \omega r$ y el parámetro $0 < \omega \leq 1$ define el defecto de ángulo $\delta = 2\pi(1 - \omega)$ que es la diferencia entre el valor de la circunferencia en un espacio-tiempo plano y su valor en un espacio-tiempo cónico. Debido a que la geometría asociada al espacio-tiempo de una cuerda de este tipo presenta defecto de ángulo, se introducen modificaciones sobre el campo asociado a las cargas. Como resultado, aún si la cuerda y las partículas en su entorno se encuentran en reposo relativo las

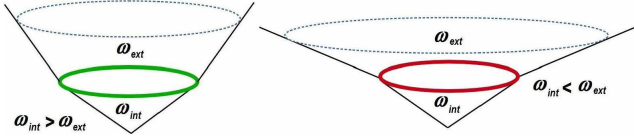


Figura 1: Geometrías construidas mediante el formalismo de thin-shells a partir de variedades cónicas asociadas con cuerdas cósmicas de gauge. A la izquierda las geometrías cónicas se unen en una cáscara de materia ordinaria y a la derecha, en una cáscara de materia exótica.

cargas podrían experimentar una autofuerza (Poisson et al., 2011). La ecuación de campo para una partícula acoplada a un campo escalar estático en esta métrica es

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left[\rho(r) \frac{\partial}{\partial r} \right] - \rho(r) \left[\left(\frac{n}{\rho(r)} \right)^2 + \eta^2 \right] \right\} \chi_n(k, r) = -\delta(r - r') + \rho(r) \xi R(r) \chi_n(\eta, r)$$

donde r' es la posición de la partícula cuya carga q es fuente del campo escalar Φ , $\chi_n(\eta, r)$ es la parte radial de la solución para el modo n y el autovalor k , $\eta = \sqrt{k^2 + m^2}$, m es la masa de la partícula, $\rho(r)$ es la función perfil, R es el escalar de curvatura y ξ es la constante de acoplamiento entre el campo escalar y la curvatura del espacio-tiempo.

En el presente análisis consideramos la autofuerza sobre partículas escalares en geometrías que se construyen matemáticamente pegando dos sub-variedades cónicas, una interior y otra exterior, mediante el formalismo de thin-shells (Israel, 1966). Las geometrías resultantes comprenden dos regiones separadas por cáscaras muy delgadas cuya naturaleza dependerá del defecto de ángulo de las subregiones que se ensamblan: si $\omega_{int} > \omega_{ext}$ la cáscara estará formada por materia ordinaria mientras que si $\omega_{ext} > \omega_{int}$ se tratará de una cáscara de materia exótica (figura 1).

2. Análisis de la autofuerza

En las figuras 2 y 3 se resumen algunos de los principales resultados del análisis realizado. Las distancias están adimensionalizadas como r/r_i de modo que la cáscara que separa a las dos sub-variedades se ubica en $r/r_i = 1$. Los gráficos a la izquierda corresponden a un campo escalar sin masa y a la derecha, a un campo escalar masivo. En la figura 2 se ha graficado la autofuerza en un espacio-tiempo formado por una sub-variedad interior minkowskiana con $\omega_{int} = 1$ y una sub-variedad exterior cónica con $\omega_{ext} = 0, 9$, separadas por una cáscara de materia ordinaria. La autofuerza se anula cuando $r \rightarrow 0$ debido a la simetría de la geometría. En las proximidades de la cáscara la autofuerza es siempre divergente. Para $\xi < 1/4$ la autofuerza tiende a aproximar la partícula hacia la cáscara mientras que si $\xi > 1/4$ tiende a alejarla. Cuando $\xi > 1/4$ la intensidad de la autofuerza aumenta con valores crecientes de la constante de acoplamiento. En el caso del campo escalar masivo la intensidad de

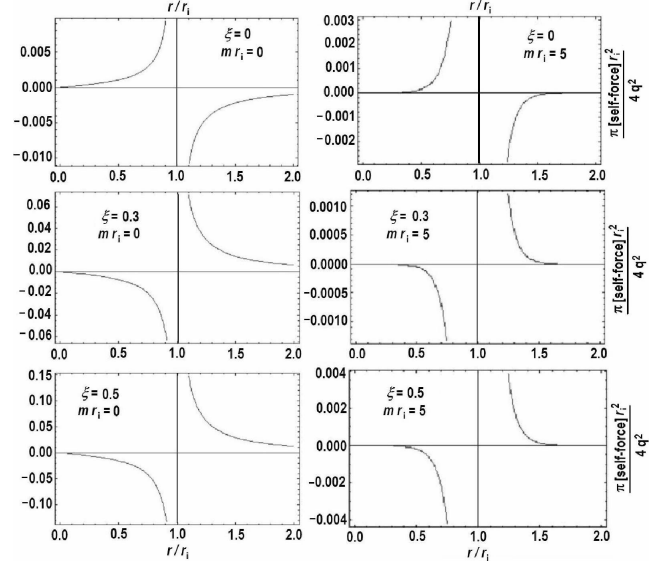


Figura 2: Gráficos de autofuerza en un espacio tiempo formado por una sub-variedad interior con $\omega_{int} = 1$ y una sub-variedad exterior $\omega_{ext} = 0, 9$, separadas por una cáscara de materia ordinaria. Los gráficos a la izquierda corresponden a un campo escalar sin masa y a la derecha a un campo escalar masivo.

la fuerza se ve atenuada en un factor e^{-mr}/r . Si bien el gráfico muestra una única combinación de geometrías interiores y exteriores, la dependencia de la autofuerza con el factor e^{-mr}/r se verifica independientemente de la geometría (Tomasini et al., 2018).

En la figura 3 se ha graficado la autofuerza para un campo escalar en un espacio tiempo formado por una sub-variedad interior cónica con $\omega_{int} = 0.9$ y una sub-variedad exterior minkowskiana con $\omega_{ext} = 1$, separadas por una cáscara de materia exótica. En la sub-variedad interior la autofuerza tiende a llevar la partícula hacia la singularidad ubicada en $r = 0$. Del mismo modo que en el caso de la figura 2, el signo de la autofuerza se invierte en $\xi = 1/4$ haciéndose divergente en el entorno de la cáscara y atenuándose en un factor e^{-mr}/r cuando aumenta el valor de la masa (Tomasini et al., 2019).

3. Divergencias y cotas sobre los parámetros

La ecuación de campo que resulta de variar la acción de un campo escalar de masa M en el espacio-tiempo plano es

$$\{\square - M^2\}\Phi = -4\pi\mu(x)$$

donde \square denota el operador de D'Alembert y μ es la densidad de la carga. Sólo es dable considerar $M^2 \geq 0$ para evitar una masa imaginaria. El caso que nos interesa aquí es el de un campo escalar con masa m en un espacio-tiempo curvo. Aplicando el principio variacional sobre la correspondiente acción se obtiene la ecuación de campo

$$\{\square - \xi R - m^2\}\Phi = -4\pi\mu(x)$$

donde \square es la expresión del operador de D'Alembert asociado con la métrica $g_{\mu\nu}$ que describe la geometría

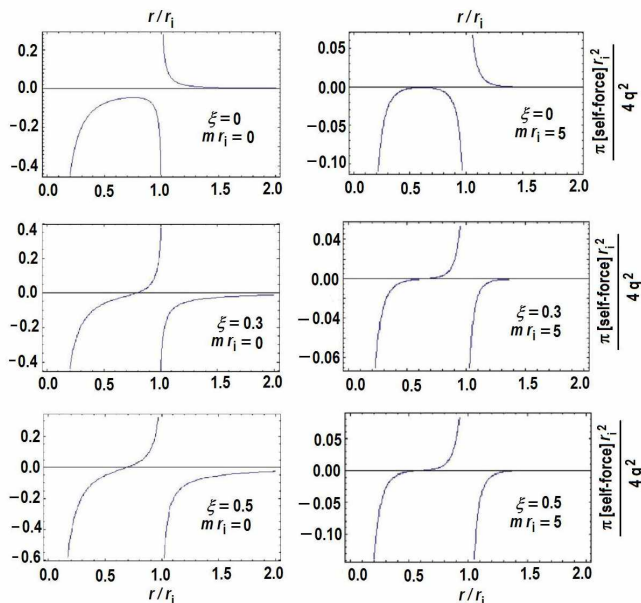


Figura 3: Gráficos de autofuerza en un espacio tiempo formado por una subvariedad interior con $\omega_{int} = 0.9$ y una subvariedad exterior $\omega_{ext} = 1$, separadas por una cáscara de materia exótica. Los gráficos a la izquierda corresponden a un campo escalar sin masa y a la derecha a un campo escalar masivo.

de fondo, R es la correspondiente curvatura escalar, ξ es la constante de acoplamiento entre la curvatura y el campo Φ y μ tiene el mismo significado de más arriba. La analogía formal con las ecuaciones del campo en el espacio-tiempo plano nos permitiría afirmar que el problema tiene sentido si se cumple la condición $\xi R + m^2 \geq 0$. En el caso de un campo escalar no masivo la condición anterior se reduce a $\xi R \geq 0$. La relación general entre el escalar de curvatura y el tensor de energía-impulso es $R = -8\pi T$. Convencionalmente para la materia ordinaria es $T \leq 0$ de modo que R es positivo. En ese caso estamos a salvo de inconsistencias si la constante de acoplamiento cumple $\xi > 0$. Si admitimos la posibilidad de materia exótica entonces $T > 0$ y se evitan problemas si se cumple $\xi < 0$. Análogamente, para el campo escalar masivo el planteo del problema no tiene patologías si se cumple $\xi \geq m^2/R$ para fuentes de materia ordinaria y $\xi \leq m^2/R$ ($R < 0$) para fuentes de materia exótica. En variedades asociadas con cáscaras de materia el escalar de curvatura viene dado por $R = -2\kappa\delta(\sigma)$ donde σ es la coordenada normal a la superficie, definida de forma tal que la misma se sitúa en $\sigma = 0$, y κ es la traza en el salto del tensor de curvatura extrínseca sobre la cáscara que es negativa para cáscaras de materia ordinaria y positiva para cáscaras de materia exótica. En este caso las condiciones que aseguran la consistencia del planteo se traducen en las correspondientes relaciones entre ξ y κ a un lado y otro de las cáscaras. En general R tomará valores diferentes en cada punto del espacio, y podrá ser tanto positivo como negativo o nulo. Por lo tanto, las relaciones entre ξ y κ serán mucho menos sencillas que las expuestas arriba. En los casos en que R tenga globalmente un único signo, las relaciones generales encontradas antes consti-

tuyen cotas de seguridad. Cuando, en cambio, se tiene un R que no es globalmente único las relaciones son más complejas: si la cáscara que separa las dos regiones está formada por materia ordinaria se tiene una cota inferior para ξ mientras que si la cáscara está compuesta por materia exótica se tiene una cota superior. En la práctica, estas condiciones aparecen como restricciones que emergen para evitar divergencias en los coeficientes de los desarrollos en serie del campo. Estas cotas resultan menos restrictivas que las enunciadas antes ya que los ejemplos estudiados involucran varias regiones y, por lo tanto, varios signos para el escalar de curvatura. Los resultados específicos pueden resumirse así:

- Se encontraron valores críticos ξ_c^n de la constante de acoplamiento para los cuales el n -ésimo modo del desarrollo presenta una divergencia.
- El acoplamiento crítico ξ_c^0 determina en general el borde de la región de estabilidad: $\xi > \xi_c^0$ es un rango estable para configuraciones con $\kappa < 0$, mientras que aquellas con $\xi < \xi_c^0$ son estables si $\kappa > 0$.
- Una región de estabilidad se agranda al incrementar el producto entre la masa del campo y el radio de la cáscara: $\xi_c^n \sim m/\kappa$ para $m r_i \gg 1$.
- El rango de estabilidad se reduce si la masa del campo escalar es pequeña en comparación con la recíproca del radio de la cáscara; el dominio “seguro” toma valores positivos de ξ si $\kappa < 0$, o valores negativos si $\kappa > 0$.

4. Conclusiones

Hemos analizado la autofuerza sobre campos escalares masivos y no masivos en espacio-tiempos cónicos con simetría cilíndrica. La geometría se ha construido matemáticamente mediante el formalismo de thin-shells. En virtud de la acción que la geometría ejerce sobre el campo de las partículas, en una variedad cónica siempre aparece una autofuerza cuyas características dependen del defecto de ángulo de las sub-variedades involucradas, del valor que adopta la constante de acoplamiento y de la masa de las partículas. El signo de la autofuerza se invierte para el valor $\xi = 1/4$ de la constante de acoplamiento. Independientemente de la geometría, para el campo escalar masivo la autofuerza se ve atenuada en un factor e^{-mr}/r . Por otro lado, hemos analizado las restricciones sobre los parámetros que surgen a nivel de la acción y de la condición de no divergencia de los coeficientes del desarrollo del campo. Hemos visto que los últimos imponen condiciones menos restrictivas que las que podrían deducirse de la consistencia del planteo general, y que la razón se asocia con la existencia de diferentes regiones en las geometrías de fondo.

Referencias

- Israel W., 1966, Nuovo Cimento B, 44, 1
Poisson M., Pound A., Vega I., 2011, Living Rev. Relativity, 79, 206
Tomasini M.C., Rubín de Celis E., Simeone C.M., 2018, EPJC, 78, 149
Tomasini M.C., Rubín de Celis E., Simeone C.M., 2019, EPJC, 79, 206