



Universidad Nacional de La Plata
Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas

Tesis para obtener el grado académico de
Doctora en Astronomía

EFFECTOS DE ROTACIÓN EN PROTO-ESTRELLAS
DE NEUTRONES CON MATERIA EXÓTICA

Daniela Curin

Director: Ignacio Francisco Ranea Sandoval

LA PLATA, ARGENTINA
- AGOSTO 2024 -

ERanea
E. Bauer

Índice general

Resumen	xi
1. Introducción	1
1.1. Historia: desde la predicción a la actualidad	1
1.2. Evolución estelar y estrellas de neutrones	4
1.2.1. De la observación a la teoría	6
1.3. Estructura teórica y modelado en capas	9
1.4. Proto-EN: Evolución térmica simplificada vía instantáneas isentrópicas	16
Objetivos y metodología	17
2. Astrofísica en los núcleos de las (proto-) estrellas de neutrones	19
2.1. Microfísica	19
2.1.1. Criterios de estabilidad dinámica	24
2.1.2. El núcleo externo de la EN: materia hadrónica y modelo relativista de campo medio	27
2.1.3. El núcleo interno de la EN: materia de quarks y método del campo correlacionador	29
2.1.3.1. Inclusión de las interacciones vectoriales en el modelo	31
2.1.3.2. Efectos de la superconductividad de color en la materia de quarks	32
2.1.3.3. Diagrama de fases del modelo	35
2.1.3.4. Aproximación a temperatura cero	37
2.2. Macrofísica de ENs: Equilibrio, estabilidad y rotación	38
2.2.1. Estructura estelar para objetos de simetría esférica	38
2.2.2. Masa gravitacional vs masa bariónica	39
2.2.3. Deformabilidad de mareas	42
2.2.4. Estrellas de neutrones rotantes	43
2.2.5. Aceleración inducida por acreción de materia	47
3. Resultados	51
3.1. Proto-Estrellas híbridas isentrópicas y su enfriamiento	51
3.1.1. Análisis del espacio de parámetros del modelo	52
3.1.2. Ecuaciones de estado y transición de fase	53
3.1.3. Estructura estelar y estabilidad dinámica	59
3.2. Estrellas híbridas frías con núcleos superconductores de color	67
3.2.1. Análisis del espacio de parámetros: V_1 , G_2 , K_V , Δ_0	67
3.2.2. Restricciones Astrofísicas	70
3.3. EHs rotantes y sus consecuencias en la estructura	71
3.3.1. Rotación y estabilidad	74

3.4. Aceleración inducida por acreción de materia (<i>accretion-driven-spin-up</i>) . . .	79
3.4.1. Evolución temporal del sistema a partir de los parámetros del modelo	79
4. Resumen, discusión y conclusiones	83
4.1. Proto-EHs y EHs frías estáticas	84
4.2. EH rotantes aisladas y sistemas binarios	87
4.3. Conclusiones para estrellas aceleradas por acreción de materia	88
4.4. Consideraciones finales	89
A. Códigos	93
B. Sistema de ecuaciones no-lineales para la construcción de la EdE híbrida	99
C. Momentos de Fermi para los quarks que se aparean en las fases superconductoras de color	101
C.1. Fase CFL	101
C.2. Fase 2SC+s	105
D. Ecuaciones de Hartle	107
Bibliografía	110

Índice de figuras

1.1.	Jocelyn Bell junto a los señales de pulsos de radio encontrados	2
1.2.	Detecciones de ondas gravitatorias de LIGO-Virgo	4
1.3.	Evolución de las estrellas aisladas en función de su masa inicial	5
1.4.	Primer EN aislada RX J1856.5-3754 en el rango óptico	7
1.5.	Diagrama $P - \dot{P}$ para púlsares	8
1.6.	Representación esquemática de la estructura en capas en el interior de una EH	9
1.7.	Representación del octeto bariónico	12
1.8.	Representación del decuplete bariónico	12
1.9.	Representación esquemática del diagrama de fases de la QCD	14
1.10.	Tipos de quarks apareados según la fase 2SC+s y CFL	15
1.11.	Representación esquemática de la evolución térmica simplificada de una proto- EN vía instantáneas	17
2.1.	Bosquejo de una transición de fase a lo Maxwell (abrupta)	23
2.2.	Bosquejo de una transición de fase a lo Gibbs (suave)	24
2.3.	Tiempo de nucleación y movimiento de elementos en la interfase hadrón-quark	25
2.4.	Diagrama de fases del modelo considerando $\Delta_0 = 50$ MeV	35
2.5.	Diagrama de fases del modelo considerando $\Delta_0 = 100$ MeV	36
2.6.	Relación $M_B - M$ para proto-EHs	41
2.7.	Estrella compacta rotante según la teoría de la relatividad	44
3.1.	Masa máxima de las estrellas en función de Δ_0 y K_v	52
3.2.	Ecuación de estado para las proto-EH del Set 1	55
3.3.	Ecuación de estado para las proto-EH del Set 2	55
3.4.	Perfil de temperatura para proto-EH: Relación entre la temperatura y la den- sidad bariónica	56
3.5.	Poblaciones de partículas en la fase hadrónica a entropía constante, usando la parametrización SW4L para los estadios a y b	57
3.6.	Poblaciones de partículas en la fase hadrónica a entropía constante, usando la parametrización SW4L para los estadios c y d	58
3.7.	Poblaciones de partículas a entropía constante, para los estadios inicial y final, a y d	60
3.8.	Relación masa-radio para las proto-EHs para el set 1	61
3.9.	Relación masa-radio para las proto-EHs para el set 2	62
3.10.	Relación $M_B - M$ para proto-EHs para el set 1	64
3.11.	Relación $M_B - M$ para proto-EHs para el set 2	64
3.12.	Deformabilidad de marea adimensional en función de la masa gravitacional para Set 1.	66

3.13. Deformabilidad de marea adimensional en función de la masa gravitacional para Set 2.	66
3.14. EdE y relación $M - R$ para la fase 2SC+s con $\Delta_0 = 35$ MeV	68
3.15. EdE y relación $M - R$ para la fase CFL con $\Delta_0 = 35$ MeV	68
3.16. EdE y relación $M - R$ para la fase 2SC+s con $K_v = 10$ GeV ⁻²	69
3.17. EdE y relación $M - R$ para la fase CFL con $K_v = 10$ GeV ⁻²	69
3.18. Masa máxima de las estrellas en función de Δ_0 y K_v para 2SC+s	71
3.19. Relación $M - R$ de las EdE seleccionadas con las restricciones observacionales	72
3.20. Deformabilidad de marea adimensional en función de la masa gravitacional	73
3.21. Relación masa-densidad central para estrellas estáticas y con frecuencia de Kepler	75
3.22. Relación masa-radio para estrellas estáticas y con frecuencia de Kepler	76
3.23. Relación masa-momento de inercia para estrellas estáticas y con frecuencia de Kepler	77
3.24. Decaimiento del campo magnético durante el tiempo de acreción	80
3.25. Frecuencia de rotación de la EN y SSHS según el tiempo	81
3.26. Momento de inercia de la EN y SSHS según el tiempo	82
A.1. Esquema del diagrama de flujo del código NeStOR	95
A.2. Esquema del diagrama de flujo del código de rotación	96
A.3. Esquema del diagrama de flujo del código de spin-up	97

Índice de tablas

1.1. Valores aproximados del remanente de un estrella aislada	5
1.2. Resumen esquemático de las distintas manifestaciones observacionales de las ENs	7
1.3. Cualidades de los quarks más livianos	11
1.4. Características de los bariones de octeto bariónico y las resonancias- Δ	11
1.5. Cualidades de los leptones	13
2.1. Parámetros de la parametrización SW4L del RMF	29
2.2. Propiedades de la materia obtenidos para la parametrización SW4L	29
2.3. Combinación de los quarks de color y sabor, asociada a la inclusión de super- conductividad en los núcleos estelares	33
3.1. Conjuntos de parámetros seleccionados del FCM extendido para calcular los modelos estelares en el escenario de proto-EHs.	53
3.2. Estadios de evolución de proto-EH, descritos a partir de la figura 1.11	54
3.3. Estadios de evolución de proto-EH, usando el Set 1 de parámetros del modelo	54
3.4. Estadios de evolución de proto-EH, usando el Set 2 de parámetros del modelo	54
3.5. Set de parámetros elegidos para EHs frías	70
3.6. Frecuencias de Kepler de los objetos fríos estudiados	74
3.7. Resumen de las masas máximas de los objetos con EdE elegidas	77

Acrónimos y siglas

Lista de acrónimos y siglas utilizados en esta tesis (notar que varias siglas corresponden a las utilizadas en el idioma inglés):

- 2SC: Two-Flavor Color superconductivity
- CFL: Color-Flavor Locked superconductivity
- CM: Campo Magnético
- EdE: Ecuación de Estado
- EH: Estrella híbrida
- EN: Estrella de neutrones
- FCM: Método de Campo Correlacionador
- GP: Gran potencial
- IV: Interacciones vectoriales
- LMXB: Binarias de rayos-X de masa pequeña
- NESTOR: *Neutron Star Object Research*
- QCD: Cromodinámica Cuántica
- RMF: Campo Medio Relativista
- SC: Superconductividad de color
- SSHS: Estrellas híbridas estables lentas
- TOV: Tolmann-Oppenheimer-Volkoff
- SW4L: Spinella-Weber 4-sLope

Resumen

A partir de la medición de los púlsares de alta masa, $M_{\text{max}} \gtrsim 2 M_{\odot}$, y de la astronomía multimensajera con ondas gravitacionales, aparecieron nuevos desafíos al desarrollar la ecuación de estado (EdE) que describe la materia densa. De esta forma, surgieron posibilidades de incluir nuevas interacciones entre las partículas que la componen, nuevas partículas como hiperones o incluso la aparición de materia de quarks desconfiada con o sin una fase superconductora de color. En este sentido, en esta tesis analizamos la posibilidad de que algunas estrellas de neutrones (ENs) contengan no solo nucleones, sino también hiperones en el núcleo externo, y que además estén formadas por un núcleo interno de quarks. Nos concentramos en estudiar una posible transición de fase abrupta entre las fases de hadrones y de quarks del núcleo de las estrellas híbridas (EHs), y su influencia en la estabilidad de los objetos. En particular, si dichas transiciones de fase son lentas, surgen ramas extendidas de objetos estables híbridos denominados SSHSs, *slow-stable hybrid stars* que no satisfacen la condición $\partial M/\partial \epsilon_c > 0$.

En esta tesis, proponemos un modelo de evolución térmica de la EN, a partir de instantáneas isoentrópicas, usando, para modelar la materia en la fase de quarks, el Método de Campo Correlacionador (FCM) y el Modelo de campo medio relativista no-lineal para la fase hadrónica.

Para los primeros estadios, donde la entropía por barión es positiva, se trabajó por primera vez con interacciones vectoriales y una fase superconductora de color dentro del FCM: la fase *Color Flavor Locked* (CFL). En esta etapa se deben tener en cuenta los efectos de la temperatura en la estrella, la cual puede llegar hasta unos 90 MeV, y la presencia de neutrinos atrapados en su interior. Para el estadio final de EH fría, se analizó además de la fase superconductora de color CFL, la fase superconductora de color 2SC+s.

En este marco teórico, obtuvimos que la componente más masiva del evento GW190425 podría tratarse de una SSHS.

Por otro lado, estudiamos ENs aisladas rotantes, considerando los objetos ya construidos (con temperatura finita y nula). Cabe destacar que, en esta tesis, se estudian por primera vez las SSHSs en rotación, obteniendo resultados muy interesantes: una configuración con cierta masa bariónica dada, al ser acelerada, exhibe un aumento en su densidad de energía central, efecto inverso al que se espera de las ENs canónicas.

Finalmente, consideramos el proceso de acreción sobre un objeto compacto dentro de un sistema binario, donde su compañera es una estrella tradicional, y analizamos el proceso de aceleración inducida por esta acreción (*spin-up*). De nuestro análisis surgen cantidades potencialmente observables que podrían utilizarse, en el futuro, para distinguir entre EN y SSHS de igual masa, permitiendo, de esta manera poner a prueba la hipótesis de las SSHS.

En el contexto de nuevas mediciones de astronomía multimensajera, esperamos que estos resultados contribuyan a profundizar el conocimiento de la materia densa que compone a las ENs.

Capítulo 1

Introducción

En las estrellas de neutrones, ENs, la materia está sujeta a condiciones extremas: altísimas densidades, altas temperaturas en la etapa de formación y campos magnéticos muy intensos. Por eso son consideradas laboratorios naturales para el estudio de física nuclear y de partículas (Baym et al., 2018), condiciones imposibles de reproducir en laboratorios terrestres con el desarrollo tecnológico actual.

Esta Tesis de Doctorado pretende abordar uno de los principales interrogantes respecto a las ENs: el estado de la materia en su interior. Estudiaremos desde un punto de vista teórico su estructura, estabilidad, composición y evolución térmica simplificada. Además, analizaremos los efectos de la rotación rígida en la estructura estelar.

1.1. Historia: desde la predicción a la actualidad

En la década de 1920 a 1930, el descubrimiento de los neutrones y las ENs, se vio solapado por postulaciones, experimentos y observaciones de varios científicos.

En 1920 Lord Ernest Rutherford, un científico neozelandés que había sido estudiante de Joseph Thomson, propuso la existencia de una partícula eléctricamente neutra con masa aproximadamente igual a la del protón (Rutherford, 1920). Postulaba que debía existir alguna partícula en el núcleo atómico que evitase que los protones, cargados positivamente, sufrieran una repulsión entre ellos que desintegrara al mismo.

Por otro lado, a principios de la década del '30 del siglo pasado, Lev Landau, un físico y matemático soviético, aseguraba la existencia de objetos compactos más densos que las enanas blancas en su trabajo *On the theory of stars*. Más aún, afirmaba que en el interior de estos objetos, los núcleos atómicos deberían estar lo suficientemente juntos como para permanecer en contacto.

En el año 1932, el físico inglés James Chadwick (discípulo de Rutherford) descubrió el neutrón (Chadwick, 1932). Poco después, el astrónomo alemán Walter Baade junto con el astrónomo y físico suizo Fritz Zwicky, al investigar un proceso de Supernova propusieron la existencia teórica de las ENs, caracterizándolas con tal nombre. Baade y Zwicky afirmaban que el remanente de un evento de supernova, sería un objeto de radio pequeño donde los neutrones se encuentran muy cercanos (Baade & Zwicky, 1934). Sin embargo, nadie sabía muy bien qué buscar para comprobar su existencia.

En la segunda mitad de la década de 1930, el físico matemático estadounidense Richard Tolman analizó métricas esféricamente simétricas (Tolman, 1939). Simultáneamente, Robert Oppenheimer junto con el físico ruso-canadiense George Volkoff (Oppenheimer & Volkoff, 1939) fueron los primeros en cuestionarse en profundidad la existencia de los objetos compactos pensados por Baade y Zwicky. Ambos trabajos se basaron en calcular las ecuaciones

1. Introducción

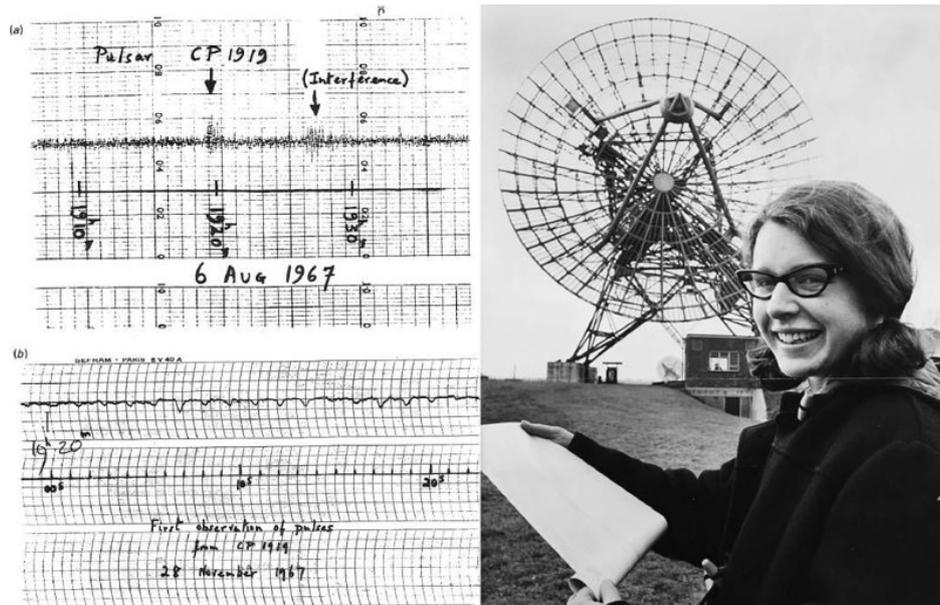


Figura 1.1. La astrofísica norirlandesa Jocelyn Bell de 22 años, junto a los señales de pulsos de radio encontrados. Imagen cortesía de Cavendish Laboratory.

de equilibrio hidrostático relativista para un sistema con simetría esférica. Como resultado se obtuvieron las conocidas ecuaciones de TOV, en honor a las siglas de sus autores.

El resultado más importante de Oppenheimer y Volkoff fue estimar que la masa máxima de una EN podría ser solo de $3/4M_{\odot}$. Para esto modelaron numéricamente la EdE más simple de la materia estelar, usando por un gas de neutrones relativista fuertemente degenerado no interactuante (Haensel et al., 2007). Usando las soluciones analíticas de Tolman, argumentaron que la inclusión de fuerzas repulsivas entre los neutrones no elevaría la masa máxima a valores mucho más altos que $1 M_{\odot}$. La última afirmación es notable, ya que la existencia de fuerzas nucleares repulsivas a altas densidades no se conocía en ese momento, y su afirmación sigue siendo correcta hoy.

Durante años se buscaron evidencias de la existencia de ENs a partir de observaciones de rayos-X sin encontrar ninguna confirmación, considerándolas de esta forma, sólo un objeto teórico.

Años después, Anthony Hewish, un radioastrónomo británico, diseñó en Cambridge un radio-telescopio para investigar quásares¹. En 1967, su estudiante de doctorado, Jocelyn Bell (ver fig. 1.1) observó una fuente variable con período extremadamente constante, con una precisión, para esa época, digna de un reloj atómico, con un período de 1.337 segundos (Glendenning, 2012).

La señal exhibía características distintas tanto de una fuente centelleante como de interferencia antropogénica. Rápidamente se identificó como una señal regular que emanaba de forma consistente de una región específica del cielo. No se conocían fuentes naturales capaces de generar tal señal. Bell y Hewish iniciaron el proceso de descartar diversas fuentes de interferencia humana, entre las que se incluían otros observatorios radioastrómicos, reflexiones de radar en la Luna, señales de televisión, satélites en órbita e incluso posibles efectos originados por la proximidad de un gran edificio de metal corrugado cercano al telescopio. Ninguna de estas fuentes pudo explicar la naturaleza inusual de la señal.

¹Un quasar se define como, bien una galaxia recién nacida o bien aquella fuente de energía que se presenta en el agujero negro del centro de dichas galaxias recién nacidas, caracterizados por ser una fuente astronómica de energía electromagnética, que incluye radiofrecuencias y luz visible.

Dada su velocidad, aparentemente demasiado rápida para ser atribuida a una estrella, Bell y Hewish denominaron en broma a la nueva fuente como *LGM-1* por las siglas en inglés de *pequeño hombre verde*, sugiriendo la posibilidad de una señal enviada por vida extraterrestre. Sin embargo, esta hipótesis fue descartada cuando Bell identificó otra señal similar, con un periodo de 1.2 segundos, proveniente de una ubicación completamente distinta en el firmamento. La probabilidad de que dos grupos alienígenas independientes intentaran comunicarse simultáneamente desde lugares completamente diferentes hizo que la explicación extraterrestre perdiera credibilidad (Haensel et al., 2007).

Treinta y cuatro años después de que Baade y Zwicky sugirieran la existencia de una EN, Bell y Hewish publicaron su descubrimiento al que interpretaron como un objeto compacto pequeño que pulsaba en radio, denominado “púlsar” (Hewish et al., 1968). La combinación de un campo magnético fuerte, no alineado con el eje de rotación estelar, y una rotación veloz, origina un haz de radiación que se proyecta conforme la estrella rota. Desde la Tierra, percibimos este fenómeno como una secuencia de pulsos, análogos a la emisión de luz de un faro.

Otros astrónomos se entusiasmaron con el hallazgo y se unieron a una carrera para descubrir más púlsares y entender qué eran estas extrañas fuentes. Para finales de 1968, se habían detectado docenas de púlsares. El astrofísico austríaco Thomas Gold fue el primero en sugerir que los púlsares son en realidad ENs magnetizadas que rotan rápidamente (Gold, 1968).

Haremos un salto en la historia desde la década de 1970 hasta la actualidad, donde modelos teóricos que podrían ser contrastados con las observaciones de los cientos de púlsares encontrados hasta ese momento. Más aún, las detecciones de púlsares realizadas en los últimos quince años y el comienzo de la astronomía multimensajera, han traído consigo una nueva era en el estudio de las ENs.

Por un lado, la detección de los púlsares PSR J1614-2230 (Demorest et al., 2010) en 2010 y PSR J0348+0432 (Antoniadis et al., 2013) en 2013, han confirmado, con gran precisión, que una EN puede alcanzar una masa $M \sim 2 M_{\odot}$. La masa excepcionalmente alta medida en estos objetos no se había registrado previamente, lo que condujo a la necesidad de reformular los modelos existentes. Desde entonces, se han realizado numerosas mediciones y detecciones relacionadas con las ENs. Es particular, en estos trabajos se establece para el púlsar J1614-2230 que $M = 1.97 \pm 0.04 M_{\odot}$, valor que fue corregido recientemente por el proyecto NANOGrav a $M = 1.908 \pm 0.016 M_{\odot}$ (Arzoumanian & et al., 2018) y que para J0348+0432 que $M = 2.01 \pm 0.04 M_{\odot}$. Años después, en 2020, se detectó un nuevo púlsar de gran masa J0740+6620 (Cromartie & et al., 2020) $M = 2.14^{+0.10}_{-0.09} M_{\odot}$, corregido luego por una medición realizada por Green Bank Telescope y el telescopio Canadian Hydrogen Intensity Mapping Experiment $M = 2.08^{+0.07}_{-0.07} M_{\odot}$ (Fonseca et al., 2021).

Por otro lado, la colaboración LIGO-Virgo ha confirmado numerosas detecciones de ondas gravitacionales, correspondientes a la fusión entre agujeros negros, la fusión de ENs y a sistemas binarios compuestos por una EN y un agujero negro (ver fig. 1.2).

Hasta la fecha, se han detectado ondas gravitacionales por dos eventos de fusión de ENs binarias, GW170817 (Abbott et al., 2018) y GW190425 (Cromartie & et al., 2020). En particular, el evento GW170817 ha podido ser asociado a una contraparte electromagnética, los eventos GRB170817A y AT2017gfo (Abbott et al., 2019). Esta detección multimensajera ha impuesto un nuevo conjunto de restricciones para las masas, radios y su deformabilidad tidal de marea adimensional (Abbott et al., 2018); acotando los radios para una EN con una masa de $1.4 M_{\odot}$ a $R_{1.4} \lesssim 13.76$ km y la deformabilidad de marea adimensional λ en el rango de 70-580 (Tews et al., 2018).

Por último, la puesta en marcha del detector NICER también ha proporcionado observaciones particularmente relevantes en los últimos años. En 2019, dos grupos independientes

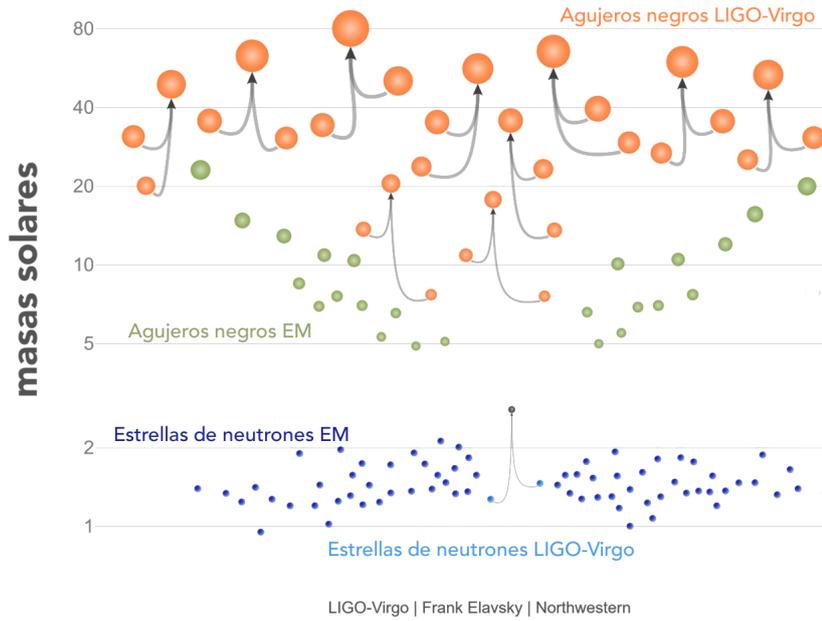


Figura 1.2. Detecciones de ondas gravitatorias de LIGO-Virgo. Se presenta la masa de cada objeto, junto con las masas detectadas de agujeros negros y estrellas de neutrones a través de radiación electromagnética. Imagen traducida de (LIGO/Virgo/Northwestern Univ./Frank Elavsky, 2018).

de la colaboración NICER determinaron la masa y radio de un púlsar aislado por primera vez, PSR J0030+0451, con valores de $1.34^{+0.15}_{-0.16} M_{\odot}$ y $12.71^{+1.14}_{-1.19}$ km (Riley & et al., 2019) y $1.44^{+0.15}_{-0.14} M_{\odot}$ y $13.02^{+1.24}_{-1.06}$ km (Miller & et al., 2019). Pocos meses después, se usó información recopilada con NICER en colaboración con XMM-Newton para determinar el radio de PSR J0740+6620. Dos grupos de investigadores independientes dentro de la colaboración, midieron el radio con valores similares de $13.7^{+2.6}_{-1.5}$ km (Miller et al., 2021) y $12.39^{+1.30}_{-0.98}$ km, con una masa de $2.14^{+0.10}_{-0.09} M_{\odot}$ (Riley et al., 2021).

Estas restricciones, masas y radios observados de distintas ENs, han planteado un desafío significativo en la tarea de modelar la composición y estructura de estos objetos compactos. En caso de suponer una única EdeE para las ENs, cualquier modelo de materia propuesto como candidato para describir ENs estables debe ser capaz de reproducir necesariamente estos valores.

1.2. Evolución estelar y estrellas de neutrones

Los objetos compactos; enanas blancas, ENs y agujeros negros; son objetos en los cuales los efectos de la relatividad general se vuelven importantes. Éstos, pueden resultar del estadio final de la evolución de una estrella aislada, como se muestra de manera cualitativa en la fig. 1.3); o el remanente de sistemas binarios, cuya evolución de presenta de manera más compleja.

Estos objetos se caracterizan por ser particularmente densos y no presentar reacciones nucleares en su núcleo, por lo que no están soportadas por la presión térmica contra la atracción de la gravedad como lo hacen las estrellas convencionales.

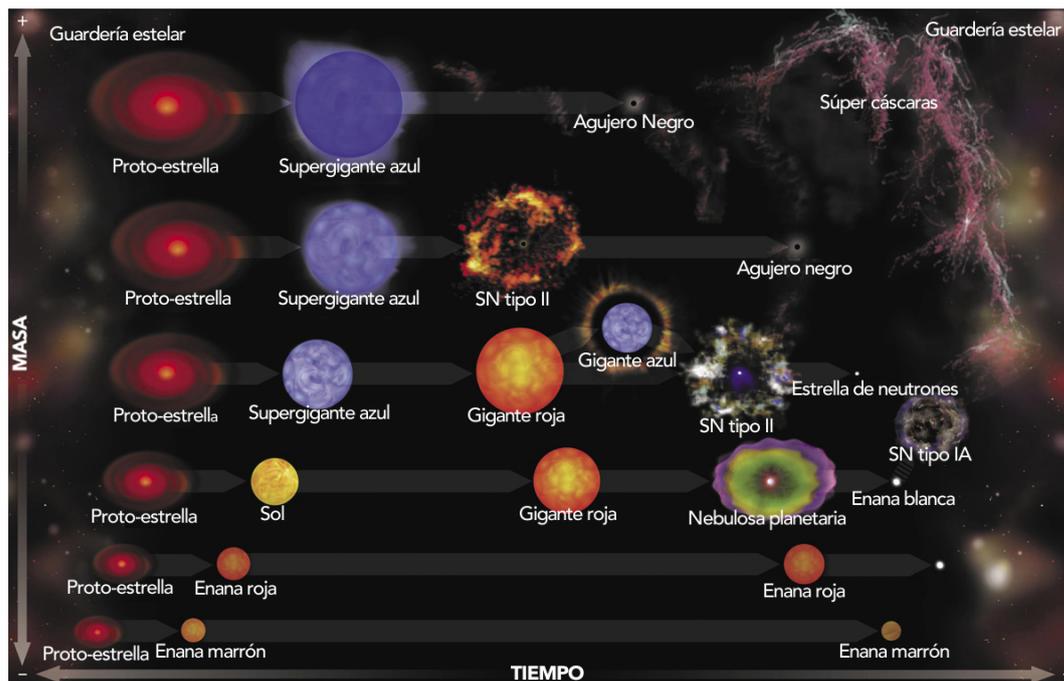


Figura 1.3. Evolución de las estrellas aisladas dependiendo de su masa inicial, desde su formación hasta su muerte. Imagen traducida de la original de (NASA Chandra, 2019).

$M_i [M_\odot]$	Remanente
$M_i \lesssim 10 M_\odot$	Enana blanca
$10 M_\odot \lesssim M_i \lesssim 12 M_\odot$	Estrella de neutrones
$12 M_\odot \lesssim M_i \lesssim 25 M_\odot$	Estrella de neutrones o agujero negro
$M_i \gtrsim 25 M_\odot$	Agujero negro

Tabla 1.1. Valores aproximados de los remanentes de la evolución estelar de una estrella aislada según su masa inicial, M_i .

El remanente de este proceso de evolución depende de las características iniciales de la estrella, principalmente de su masa inicial, M_i , como se muestra en la tabla 1.1, pero además hay otros factores como la metalicidad inicial y velocidad de rotación, entre otros.

Estrellas cuyas masas iniciales son menores a $10 M_\odot$, terminarán como enanas blancas (para más detalles, leer Córscico et al. (2019) y referencias allí mencionadas). Aquellas con $10 M_\odot \lesssim M_i \lesssim 12 M_\odot$, formarán ENs; mientras que para estrellas de masas iniciales entre este valor y hasta $25 M_\odot$, el remanente podría ser tanto una EN como un agujero negro, dependiendo de la metalicidad y velocidad inicial de rotación (Athem Alsabti, 2015).

Las propiedades del remanente están determinadas por la masa del núcleo de helio cuando la estrella muere. Consideramos valores estimativos de la masa inicial de estos objetos, para profundizar en el remanente compacto. A medida que la masa del núcleo de helio aumenta, también lo hace su energía de enlace y entropía. Debido a su mayor entropía, un núcleo de helio más grande también tiene, en promedio, una mayor masa del núcleo de hierro y un gradiente de densidad más superficial alrededor de ese núcleo (Woosley et al., 2002). En consecuencia, tales estrellas son más difíciles de explotar (Fryer, 1999). Incluso en explosiones “exitosas”, donde se genera un fuerte choque hacia afuera, la masa puede caer de nuevo sobre un remanente de EN, convirtiéndolo, en segundos a decenas de horas, en un agujero negro. Así,

distinguiamos agujeros negros que se producen de manera pronta o “directamente” de aquellos hechos por caída retardada. Fryer (1999) ha estimado que la masa del núcleo de helio donde se produce la formación de un agujero negro por caída retardada es de aproximadamente $8 M_{\odot}$ (una estrella de secuencia principal de $25 M_{\odot}$) y que la formación directa de agujeros negros ocurre para núcleos de helio de más de $15 M_{\odot}$ (una estrella de secuencia principal de $40 M_{\odot}$ sin pérdida de masa) (Heger et al., 2003).

Como los procesos de formación de objetos compactos aún están en discusión, también lo están estos valores de masas y metalicidades. Por ejemplo, trabajos como Camenzind (2007) consideran que de la explosión de Supernova tipo II de estrellas de masas $\gtrsim 25 M_{\odot}$, los objetos remanentes serán completamente inestables, es decir, formarán un agujero negro.

De ahora en adelante, nos enfocaremos en las ENs, objeto de estudio de esta Tesis doctoral. En definitiva, una EN es el remanente de un evento Supernova de tipo II, nombrado anteriormente, o bien, el remanente de la fusión de dos ENs (evento llamado “kilonova”) (Ruiter et al., 2019).

Estos objetos compactos son los más densos del universo, con masas de hasta $\sim 1.4 M_{\odot}$ y radios de ~ 13 km (Lattimer & Prakash, 2004). Más aún, su densidad no es su única característica extrema, siendo su temperatura superficial de 10^6 K y períodos de rotación del milisegundo (Glendenning, 2012). Por otro lado, se han discutido tres posibles orígenes para los campos magnéticos (CM) en estos objetos: la hipótesis del campo fósil, también llamada ‘conservación del flujo’ (los CM de la EN son simples remanentes del campo de su progenitor en la secuencia principal), la hipótesis de campos generados por un proceso de dínamo en alguna etapa de la evolución de la estrella progenitora y finalmente el efecto termo-magnético en la corteza de la ENs (Para más detalle de estas hipótesis, ver el trabajo de Spruit et al. (2008)).

Otra característica importante, es que si bien el nombre de estos objetos compactos indica que están compuestos de neutrones, es un nombre puramente histórico, como se explicó en la sección **Historia: desde la predicción a la actualidad**. La composición en los núcleos de estos objetos es uno de los grandes interrogantes que esta tesis pretende discutir.

1.2.1. De la observación a la teoría

La astronomía observacional de ENs abarca todas las bandas del espectro electromagnético en nuestra galaxia y en galaxias satélites cercanas como la Nube de Magallanes (Haensel et al., 2007). Más aún, se extiende hacia el Grupo Local de galaxias e incluso más allá, desde estallidos de rayos X en la galaxia M31 (Haberl & Pietsch, 2005) hasta un sistema binario de rayos-X eclipsante en la galaxia M101 fuera del Grupo Local (Liu et al., 2006).

La evolución y las manifestaciones observacionales de las ENs están reguladas por tres factores principales: Rotación, acreción y CM. A modo de entender los modelos teóricos planteados en esta tesis, presentamos las principales manifestaciones observacionales de las ENs. Además, mencionaremos algunos trabajos teóricos sobre la interpretación de dichas manifestaciones, sabiendo que la misma estrella puede mostrarse de diferentes maneras (Haensel et al., 2007; Potekhin et al., 2014), como se muestra resumidamente en la tabla 1.2. Como puede verse los efectos a menudo se superponen. Por ejemplo, el CM y la rotación afectan el régimen de acreción en una EN y, por lo tanto, su emisión de rayos-X. Por otro lado, una acreción intensa puede acelerar la rotación de la estrella y afectar su CM. En resumen, hay escenarios muy diferentes en la evolución de las ENs (Haensel et al., 2007).

En particular, las ENs aisladas, emiten en el espectro rayos-X blandos, hasta incluso una componente débil en las bandas óptica o ultravioleta. Un subconjunto interesante son las ENs aisladas ubicadas en el centro de remanentes de supernovas, las cuales, en lugar de exhibir el espectro térmico tradicional, presentan un doble espectro térmico con la presencia adicional

Objeto	Manifestación
ENs	Emisión en radio, infrarrojo, óptico, ultravioleta, rayos-X, rayos- γ ; partículas de altas energías; neutrinos; ondas gravitacionales
Púlsares	Emisión en radio, rayos-X clásicos, rayos-X anómalos (AXP), rayos- γ , milisegundos, motorizados por rotación (RPP, por las siglas en inglés de <i>rotation powered pulsar</i>)
Magnetares	AXP y los repetidores de rayos- γ suaves (SGR)
ENs aisladas	Púlsares, objetos centrales compactos en remanentes de supernovas, objetos tenues, objetos antiguos que acumulan medio interestelar, magnetars
ENs binarias	Binarias de rayos-X de gran o baja masa (LMXBs y HMXBs), transitorios de rayos-X suaves (SXTs) y duros, estalladores de rayos-X, púlsares de rayos-X (clásicos), fuentes de oscilaciones cuasi-periódicas (QPOs).

Tabla 1.2. Resumen esquemático de las distintas manifestaciones observacionales de las ENs (Haensel et al., 2007). Es importante de mencionar que un mismo objeto puede pertenecer a más de una categoría.

de un foco caliente. Se postula que esta componente térmica adicional proviene de material del remanente que cae sobre una región específica de la superficie de la EN. En especial, la estrella aislada RX J1856.5-3754, fue la primera en ser observada en la región del espectro visible capturada en 1997 por el telescopio espacial Hubble (ver fig. 1.4).

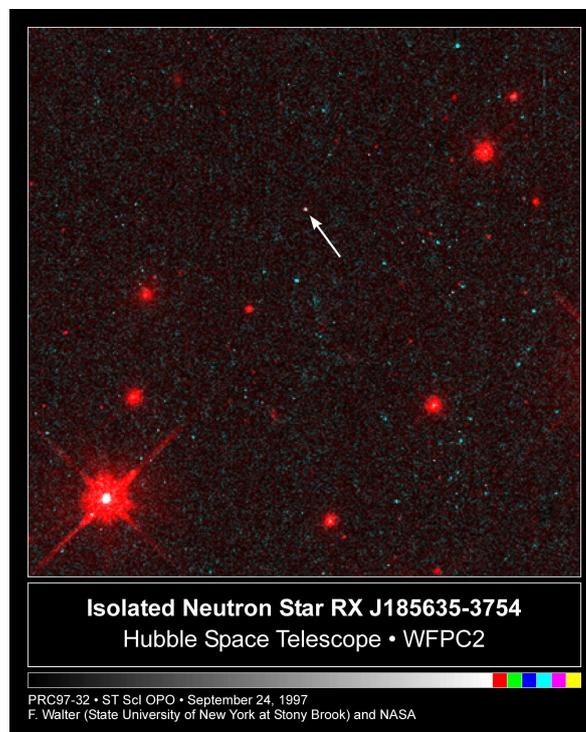


Figura 1.4. Imagen de la EN aislada RX J1856.5-3754 en el rango óptico (primera en el rango visible) tomada por el telescopio espacial Hubble en 1997. Figura tomada de (Walter & Matthews, 1997).

1. Introducción

Dentro del subgrupo de ENs binarias, se encuentran las ENs acretantes, es decir, aquellas que deben su emisión al material acretado de su compañera. Esto puede dar lugar a binarias de rayos-X de baja masa (LMXB, por sus siglas en inglés), cuando la compañera es una estrella de secuencia principal de baja masa, o bien binarias de rayos-X de gran masa (HMXB, por sus siglas en inglés) cuando la estrella compañera es una estrella de gran masa tipo O o B (Harding, 2013; Potekhin et al., 2014).

En definitiva, las ENs se manifiestan de diversas maneras. Una característica determinante de su posible comportamiento (y cuál será su emisión) parecería ser la intensidad y evolución de su CM (Harding, 2013). En el caso de púlsares rotantes, magnetares y estrellas aisladas, el CM se estima a partir de la variación del período, \dot{P} , asumiendo que la disminución en la velocidad de rotación se debe a la radiación dipolar. En este escenario, el CM dipolar en la superficie resulta, en este caso, (Kaspi & Kramer, 2016),

$$B_{\text{sup}}^{\text{d}} = \left(\frac{3Ic^3 P \dot{P}}{8\pi^2 R^6} \right)^{1/2} \approx 3.2 \times 10^{19} \text{G} (P \dot{P})^{1/2}, \quad (1.1)$$

donde P está en unidades de segundos, \dot{P} en unidades de seg seg^{-1} , y donde I ($\approx 10^{45} \text{ g cm}^2$) y R ($\approx 10^6 \text{ cm}$) son el momento de inercia y el radio de una EN canónica.

Si bien hay otros mecanismos para la medición del CM en otros objetos tales como ENs acretantes o LMXB, exceden al foco de estudio de esta tesis.

A partir de numerosas mediciones del período, P , y su variación temporal, \dot{P} , se pueden desplegar las observaciones sobre el plano $P - \dot{P}$. En la fig. 1.5 se puede observar una de estas representaciones, realizada en el trabajo de (Potekhin et al., 2014). Este diagrama nos invita a analizar alguna de sus características generales.

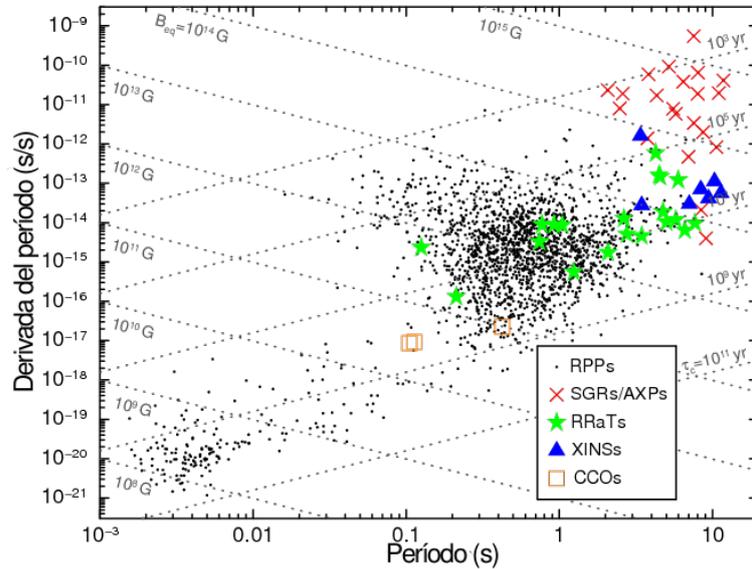


Figura 1.5. Diagrama $P - \dot{P}$ para púlsares. La nube central, en torno a $P \sim 0.5 \text{ s}$, agrupa los púlsares convencionales, la pequeña nube en la esquina inferior izquierda, con $P \sim 3 \text{ ms}$, son los púlsares de milisegundo y la nube dominada por las ENs marcadas con cruces rojas agrupa a las magnetares. Las líneas punteadas muestran las edades en años y la intensidad de los CM. Figura traducida de la original en (Potekhin et al., 2014).

Primero, partir de la estimación de la intensidad del CM superficial, B_{sup} , ec. 1.1, se puede construir el plano $P - B_{\text{sup}}$, representado con líneas punteadas en la fig. 1.5. De esta

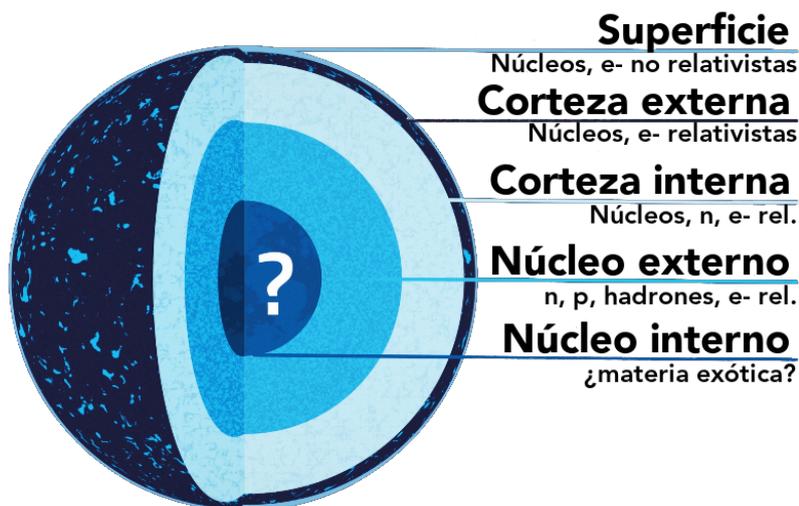


Figura 1.6. Representación esquemática de la estructura interior de una EH. Imagen editada extraída de un video tomado de NASA Nicer (2017) (NASA Nicer, 2017)

forma es claro que las magnetares (estrellas rojas en la figura) se diferencian del resto de las poblaciones, debido a sus CMs superficiales de al menos $10^{14} - 10^{15}$ G.

Otra particularidad que se ve en la fig. 1.5 es una clasificación de las ENs por edades, marcadas a partir de líneas punteadas de edad constante τ_c . Dicha clasificación considera el enfriamiento, el decaimiento del CM y la disminución de la velocidad de rotación. Así, dependiendo del proceso de formación, las ENs podrían comenzar su vida como una magnetar o como un radio-púlsar (Kaspi & Kramer, 2016). En cualquier caso, luego de miles de años, el CM decae y su período de rotación aumenta. A partir de cierto momento, el campo y la velocidad de rotación son lo suficientemente pequeños como para que el efecto púlsar de las ENs desaparezca. Esa región en la fig. 1.5, ubicada en el extremo inferior derecho, es lo que se conoce como *cementerio* de los púlsares, región en la que perderíamos la capacidad de detectarlos (Lorimer & Kramer, 2005). Eventualmente, esta región será el destino de las magnetares y los radio-púlsares aislados. Sin embargo, si la ENs se encuentra en un sistema binario acreta masa de una estrella compañera, la historia evolutiva puede ser distinta. En este caso, ENs que se encuentran en el cementerio podrían aumentar su momento angular como consecuencia de la acreción de material, acelerarse y convertirse en púlsares de milisegundo (Kaspi & Kramer, 2016); esta población, la de la esquina inferior izquierda en la fig. 1.5, son ENs muy viejas, con CMs superficiales muy pequeños, $B_{\text{sup}} \sim 10^8$ G, pero con enormes velocidad de rotación, $P \sim 3$ ms.

1.3. Estructura teórica y modelado en capas

Para calcular la estructura de una EN, se necesita la dependencia de la presión con respecto a la densidad, conocida como ecuación de estado (EdE), en un extenso rango de densidades. Esta tesis está principalmente dedicada a la teoría de la EdE de la materia de ENs y sus consecuencias en la estructura de estas estrellas.

Tradicionalmente, para describir la estructura de una EN se la subdivide en: atmósfera o superficie y cuatro regiones internas principales: la corteza externa, la corteza interna, el

núcleo externo y el núcleo interno, como se muestra en la fig. 1.6.

A medida que se analiza la estrella desde su superficie hacia el centro, los métodos para calcular la EdE cambian. Para las capas superficiales se utilizan teorías de estructura atómica y de plasma. Las capas más profundas de la corteza de la EN requieren una combinación de teoría nuclear y física de plasma, todo ello en regímenes de densidad y temperatura extremos. Finalmente, el núcleo de la estrella de neutrones requiere una teoría de muchos cuerpos de sistemas densos y fuertemente interactuantes, junto con la física de las interacciones fuertes de las partículas elementales, como veremos a lo largo de esta sección.

La superficie y corteza exterior, cuya extensión podría ser de unos 2 km, estarían compuestas por núcleos atómicos en forma de red cristalina, sumergidas en un gas de electrones.

A medida que nos acercamos al núcleo, la densidad aumenta y los electrones se vuelven relativistas. En la corteza interna aumenta la proporción de neutrones libres que comienzan a formar un fluido. Los núcleos desaparecen en la interfaz corteza-núcleo, es decir los núcleos atómicos se disuelven, dejando electrones libres, neutrones, protones u otros hadrones.

La densidad correspondiente a la densidad típica de un núcleo atómico o de saturación nuclear es de $\rho_0 \sim 2.5 \times 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$. El término de *materia densa* describe la materia que se encuentra por encima de este valor, en la cual el núcleo atómico se disuelve dejando un fluido relativista (Shapiro & Teukolsky, 2008). En particular, en el núcleo de las ENs donde la materia puede superar varias veces a ρ_0 , la materia densa toma un rol importante.

En el núcleo interno de la estrella, el estado de la materia es desconocido. Se han propuesto varias hipótesis respecto a la composición del núcleo y la EdE, prediciendo la aparición de nuevos fermiones y/o condensados de bosones. Algunas de estas hipótesis son (Haensel et al., 2007):

1. Hiperonización de la materia: aparición de hadrones con extrañeza (Tolos & Fabbietti, 2020; Logoteta, 2021).
2. Condensación de piones: la aparición de un condensado de bosones de excitaciones tipo pión (Vijayan et al., 2023; Dohi et al., 2022).
3. Condensación de kaones: la condensación de Bose-Einstein de excitaciones tipo kaón (Ma et al., 2022; Tolos & Fabbietti, 2020).
4. Una transición de fase a la materia de quarks compuesta por quarks livianos u , d y s desconfiados, y una pequeña mezcla de electrones. Incluso podría darse una fase superconductora de color en la materia de quarks (Alford, 2001; Brandes & Weise, 2024; Curin et al., 2021).

Los modelos (2) - (4) se llaman a menudo modelos exóticos de materia densa, como veremos en la siguiente subsección.

En este trabajo, modelaremos a las ENs como estrellas híbridas (EHs): estrellas cuyo núcleo interior está formado por materia de quarks rodeado por capas externas (núcleo externo, corteza y superficie) de materia hadrónica. Como se estudia en el modelo (4), consideramos la posibilidad de una transición de fases en el núcleo interior entre materia hadrónica y quarks desconfiados (Lattimer & Prakash (2004); Orsaria et al. (2019); Weber (2005), y sus referencias). En este contexto, es importante dar un breve resumen en relación a las partículas que utilizaremos para caracterizar la estrella. En física de partículas, los quarks son fermiones elementales masivos que interactúan fuertemente, y, que son constituyentes fundamentales de los hadrones.

La estructura de la materia a escala nuclear depende de la interacción fuerte, por lo cual es necesario recurrir a la Cromodinámica Cuántica (QCD, por sus siglas en inglés), teoría que

Quark	Masa [MeV]	Error [MeV]	Spin	Carga eléctrica [e]
u	2.16	+0.49/-0.26	1/2	2/3
d	4.67	+0.49/-0.17	1/2	-1/3
s	93.4	+8.6/-3.4	1/2	-1/3

Tabla 1.3. Masa desnuda \pm error, spin y carga eléctrica de los quarks más livianos (PDG, 2024).

describe este tipo de interacciones entre partículas. La QCD estudia las interacciones entre quarks (fermiones de spin 1/2) y gluones (bosones mediadores de spin 1). Los gluones son las partículas mensajeras de la fuerza nuclear fuerte, encargada de que los quarks se agrupen para formar hadrones y mesones.

Descriptos bajo el Modelo Estándar, los quarks se discriminan según su sabor o *flavor* en inglés: *up*, *down*, *strange*, *charm*, *top* y *bottom* (u , d , s , c , t , b), ordenados según su masa creciente; o según su color: rojo (*red*), verde (*green*) y azul (*blue*) (r, g, b).

Particularmente, en el escenario astrofísico de ENs, los quarks involucrados son los más livianos: u , d y s (para mayor detalle, ver tabla 1.3). Si bien últimamente se ha considerado la posibilidad de que el quark c aparezca en el interior de ENs (por ejemplo, ver el artículo de Jiménez & Fraga (2020)), en este trabajo no lo tendremos en cuenta.

Existen dos categorías principales de hadrones: los mesones, formados por un par quark-antiquark que poseen propiedades de bosones, y los bariones, compuestos por tres quarks y caracterizados como fermiones.

Barión	Masa [MeV]	Spin	Carga eléctrica [e]	Isospin I_3	Quarks
n	939.6	1/2	0	-1/2	udd
p	938.3	1/2	+1	1/2	uud
Λ	1115.7	1/2	0	0	uds
Σ^-	1197.4	1/2	-1	-1	dds
Σ^0	1192.6	1/2	0	0	uds
Σ^+	1189.4	1/2	+1	1	uus
Ξ^-	1321.7	1/2	-1	-1/2	dss
Ξ^0	1314.9	1/2	0	1/2	uss
Δ^-	1232	3/2	-1	-3/2	ddd
Δ^0	1232	3/2	0	-1/2	udd
Δ^+	1232	3/2	+1	1/2	uud
Δ^{++}	1232	3/2	+2	3/2	uuu

Tabla 1.4. Masa, spin, carga eléctrica y quarks constituyentes de los bariones considerados en esta tesis: el octeto bariónico y las resonancias- Δ . Valores tomados de (Tanabashi et al., 2018).

Los bariones más livianos, aquellos formados solo por los quarks más livianos, son los nucleones: neutrones y protones. Sin embargo, otros hadrones, en orden creciente de masa, como los hiperones o las resonancias Δ , también podrían estar presentes en la EN. Los neutrones, protones e hiperones conforman el *octeto bariónico*, el cual es el conjunto de los bariones conformados por los quarks u y d y s , con spin 1/2 (ver fig. 1.7). Dentro de este conjunto se pueden separar el neutrón y el protón, conformados solo por quarks u y d , del resto de las partículas del octeto, los denominados hiperones, bariones que contienen al menos un quark s , razón por la cual también son llamados los "bariones extraños". Las resonancias Δ , con-

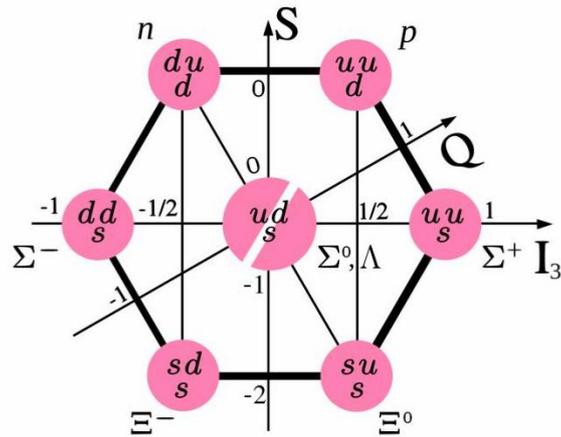


Figura 1.7. Representación del octeto bariónico: bariones formados por quarks u , d y s de spin $1/2$. Las partículas se disponen en el eje vertical de acuerdo con su grado de extrañeza, S (número de quarks s constituyentes), y en el eje diagonal según su carga eléctrica Q . Además, el eje vertical sirve como indicador de la masa de las partículas, organizadas de las más livianas a las más masivas, de arriba hacia abajo. Imagen tomada de (Wikimedia Commons, 2015a)

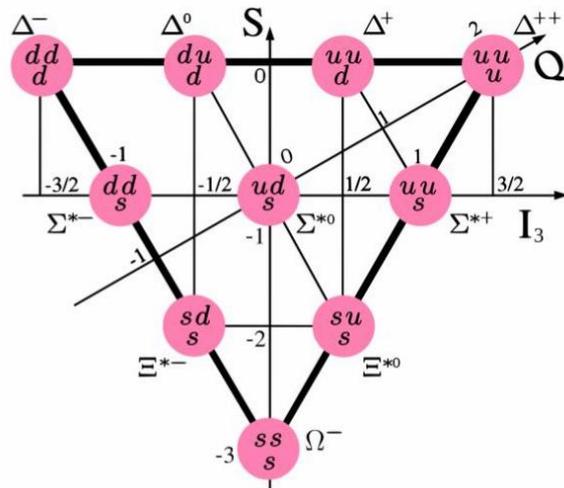


Figura 1.8. Decuplete bariónico, descrito de igual manera que en fig. 1.7. Imagen tomada de Wikimedia Commons (2015b).

formadas solo por quarks u y d , son los cuatro bariones más livianos del *decuplete bariónico*, compuesto por los bariones conformados por los quarks u y d con spin $3/2$ (ver fig. 1.8). En particular, las resonancias Δ^+ y Δ^0 se clasifican como los estados excitados de mayor masa del neutrón y protón, respectivamente, dado que están conformados por los mismos quarks constituyentes. Para más información sobre los bariones, se encuentra disponible la tabla 1.4 con las características principales de estos.

El único tipo de partícula que nos queda por describir son los leptones. A estas partículas las consideraremos en todo el rango de densidades estudiadas de las EHs, ya que están presentes en las relaciones de equilibrio- β dentro de estas estrellas.

La QCD postula que las partículas estables serán aquellas caracterizadas por su “color blanco” o neutras de color. En el contexto de las interacciones fuertes, el color de un quark

Leptón	Masa [MeV]	Spin	Carga eléctrica [e]
e^-	0.511	1/2	-1
μ	105.6	1/2	-1
ν_e	0	1/2	0

Tabla 1.5. Masa, spín, carga eléctrica de los leptones utilizados en este trabajo. La masa de los neutrinos electrónicos, ν_e , fue considerada nula, de acuerdo al Modelo Estándar de partículas. Valores tomados de [Tanabashi et al. \(2018\)](#).

puede tomar uno de tres valores o cargas de color, los tres quarks que conforman los bariones deben tener tres colores distintos; mientras que para el caso de los mesones, conformados por dos quarks, se exige que los quarks presenten un color y su correspondiente anti-color presente la carga de color de su anti-quark. Esta misma propiedad de neutralidad de color es la responsable de generar el confinamiento, es decir que partículas con carga de color no-blanco, como quarks o gluones, no pueden existir en la naturaleza de manera aislada (confinamiento), a menos que se den condiciones extremas de temperatura o densidad ([Forshaw, 1997](#)). Además de esta propiedad de confinamiento, la QCD tiene la propiedad de libertad asintótica, la cual implica que, en el rango de alto momento transferido, los quarks se comportan como partículas casi libres. Por el contrario, en el régimen de bajos momentos trasferidos o confinamiento ($\gtrsim 1$ GeV), la QCD es altamente no lineal y los quarks no pueden ser separados indefinidamente, ya que la energía de interacción entre ellos aumenta con la distancia.

En el estudio de muchas propiedades hadrónicas, tales como sus masas, constantes de acoplamiento, etc, el rango de interés es justamente el de bajos momentos. Por lo tanto, si bien se conoce la teoría fundamental que describe toda la dinámica del sistema, para procesos físicos de bajas energías resulta muy difícil obtener información útil partiendo en forma directa de ella. Por esta razón, se han desarrollado diversos métodos aproximados para estudiar dichos procesos. Entre ellos está la “QCD en red” o *Lattice QCD*, que intenta resolver numéricamente las ecuaciones de movimiento en un espacio-tiempo discreto. Sin embargo, de todos modos se presentan serios problemas, como la inclusión de un potencial químico finito. Por ello, aún con este método es necesario hacer aproximaciones. Otra opción es el uso de modelos efectivos: se busca un lagrangiano simplificado que contenga (algunas) características principales de la QCD a bajas energías, como por ejemplo sus simetrías (ver [Orsaria et al. \(2019\)](#) y referencias en el artículo).

En la fig. 1.9 se muestra esquemáticamente el diagrama de fases descrito por la QCD. Cada región representa el régimen al que está sometida la materia. En regiones donde la temperatura o el potencial químico son suficientemente grandes, cuando nos alejamos lo suficiente desde el centro hacia los extremos de los ejes del diagrama de fases, la teoría se puede trabajar perturbativamente y se pueden obtener resultados a partir de cálculos rigurosos y de primeros principios.

En regiones de temperaturas y potenciales químicos suficientemente pequeños, a pesar de las complicaciones para operar con las expresiones teóricas, se pueden realizar experimentos en laboratorios, como los colisionadores de iones pesados. Los colisionadores de iones pesados en el Laboratorio Nacional de Brookhaven (Colisionador de Iones Pesados Relativista [RHIC]) y en el CERN (Organización Europea para la Investigación Nuclear, Gran Colisionador de Hadrones [LHC]) investigan el diagrama de fase de QCD a altas temperaturas y pequeños potenciales químicos ([Schmitt, 2010](#)). Estos experimentos y numerosos estudios teóricos sugieren que en este régimen, la materia sufriría una transición de fase a la materia de quarks denominada *crossover* ([Orsaria et al., 2019](#)). Las futuras instalaciones de iones pesados en el GSI en Darmstadt (Instalación para Investigación de Antiprotones e Iones [FAIR]) y en

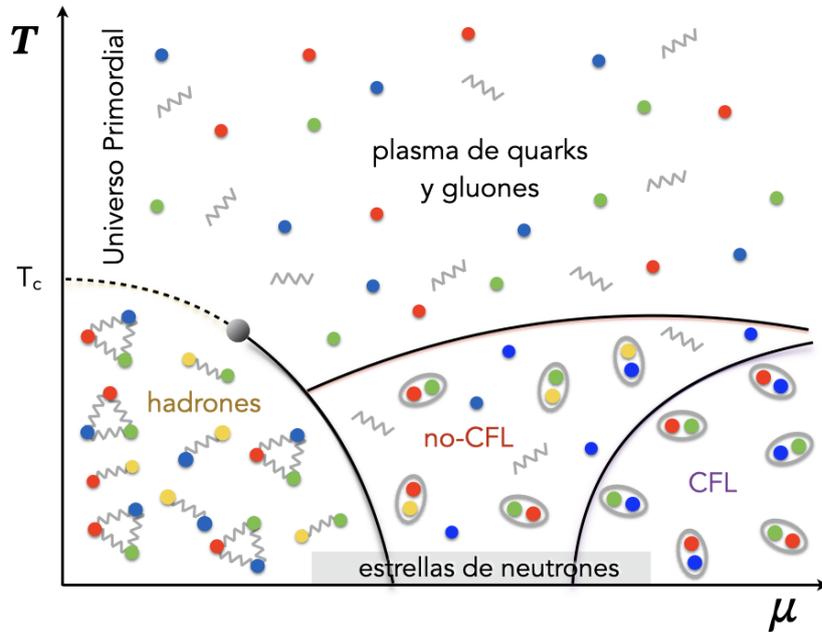


Figura 1.9. Representación esquemática del diagrama de fases de la QCD.

el Instituto Conjunto para la Investigación Nuclear en Dubna (Instalación Colisionadora de Iones Basada en Nucleones [NICA]) explorarán el diagrama de fase de QCD a temperaturas moderadas (Schaffner-Bielich, 2020). Además, la materia de QCD caliente y densa también puede estudiarse investigando el universo temprano, que pasa por el diagrama de fase de QCD a lo largo del eje de temperatura a un potencial químico cero, alcanzando una temperatura crítica de $T_c \sim 155$ MeV en un tiempo de aproximadamente de 10^{-5} s después del Big Bang (Guenther, 2020; Schaffner-Bielich, 2020).

En cambio, la región de altas densidades y temperaturas bajas (donde se encontrarían las ENs) aún resulta una zona incierta del diagrama de fases, debido a la imposibilidad de explorar estos regímenes en laboratorios y por las dificultades operacionales propias de la QCD. Bajo este régimen, podría ocurrir una transición de fase y, justamente, la posibilidad de analizar el comportamiento de la materia se encuentra en el estudio del interior de las ENs. De esta manera, explorar la EdE de las ENs nos permite explorar las interacciones fuertes en condiciones extremas imposible de realizar, al menos hasta el momento, por laboratorios terrestres.

Para potenciales químicos aún mayores y temperaturas bajas, el diagrama de fases de la QCD predice una fase superconductor de color (Alford et al., 2008; Alford & Rajagopal, 2002). En términos teóricos, una fase superconductor de color es un estado en el que los quarks cercanos a la superficie de Fermi, donde los fermiones se encuentran en los niveles más bajos de energía disponibles, se correlacionarían en pares de Cooper (Bardeen et al., 1957). Los quarks cercanos a la superficie de Fermi son prácticamente libres, con interacciones débiles entre ellos (Alford et al., 2008). Estas condiciones garantizarían la superconductividad de color para densidades lo suficientemente grandes como habría en el núcleo interno de las EHs.

A diferencia de un superconductor eléctrico, la materia superconductor de color se presenta en muchas variedades, cada una de las cuales es una fase separada de la materia. En términos fenomenológicos, una fase superconductor de color, rompe algunas de las simetrías

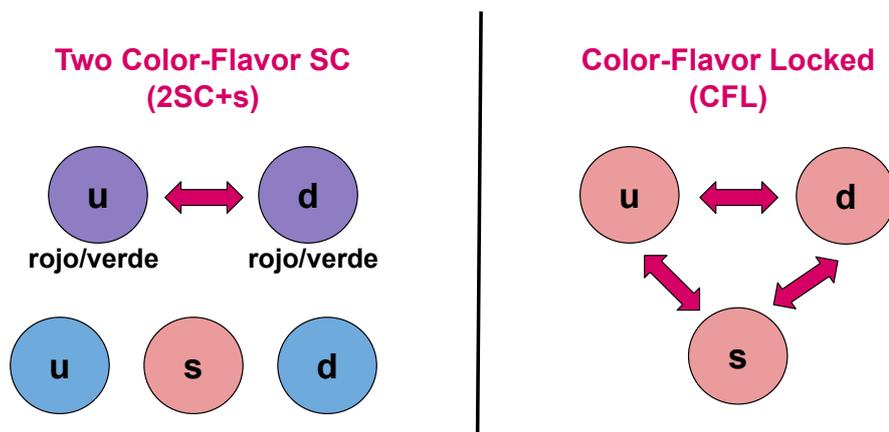


Figura 1.10. Se muestra como se aparean los quarks según la fase de SC considerada. Los círculos rosas representan los quarks de los tres colores, los celestes los quarks azules y los violetas los rojos y verdes. Para densidades intermedias, la fase predominante es la 2SC o 2SC+s que se grafica en el panel izquierdo. Los quarks azules nunca forman pares en esta fase. Para la fase CFL, panel derecho, todos los quarks u , d y s forman pares entre sí, independientemente de su color.

de la teoría subyacente.

En este trabajo, nos enfocaremos en describir dos fases superconductoras de color: 2SC+s (donde 2SC corresponde al acrónimo para *Two Flavor Color*) y *Color Flavor Locked* (CFL) (Alford & Rajagopal, 2002). La primera ocurriría a densidades intermedias, donde los únicos quarks que forman pares son los u y d , mientras que el quark s no lo hace, pues su masa es un orden de magnitud mayor. Otra posibilidad se da a densidades intermedias, conocida como 2SC+s, donde los quarks *strange* son tratados como un gas de fermiones masivos y libres (Alford & Rajagopal, 2002; Alford et al., 1999; Ranea-Sandoval et al., 2017; Curin et al., 2021). Los quarks azules nunca forman pares en esta fase, combinándose solamente los verdes y rojos. A densidades aún mayores, la masa del quark s se hace despreciable, dando lugar a la otra fase superconductoras de color estudiada: CFL (ver fig. 1.10). Los quarks que forman pares o di-quarks, poseen el mismo momento común de Fermi, formando un *gap* superconductor, Δ , que reduce la energía total del sistema. Por supuesto, la fuerza y forma de la interacción de los quarks determinan el valor de Δ , y también su dependencia con el potencial químico. Careciendo de un cálculo preciso para Δ , que podría ser tan alto como aproximadamente 100 MeV, lo mantendremos como un parámetro libre en el caso del tratamiento de la materia a temperatura cero, como plantea Lugones & Horvath (2003). Para el caso de la materia a temperatura finita, usaremos la forma funcional $\Delta(T)$, como plantea Paulucci & Horvath (2008).

En resumen, según los diferentes modelos, la materia densa puede contener nucleones, hiperones, condensados de piones o kaones, quarks desconfiados o la mezcla de estos componentes. En el siguiente capítulo, analizaremos algunas de estas posibilidades. Finalmente, comparamos los modelos teóricos de ENs con observaciones y formulamos restricciones actuales sobre la EdE que resultan de esta comparación.

1.4. Proto-EN: Evolución térmica simplificada vía instantáneas isoentrópicas

Una proto-EN constituye el remanente compacto luego de la secuencia evolutiva de una estrella de masa intermedia, inmediatamente después de una explosión supernova (Wosley et al., 2002). Este estado proto-EN resulta ser transitorio y dura unos pocos segundos, donde la difusión de neutrinos y el enfriamiento juegan un papel muy importante. Para estudiar las proto-EN, utilizaremos estados isoentrópicos a lo largo del tiempo t , desde el primer instante de su formación, es decir, luego del evento de Supernova tipo II.

Al concluir la fase final de la vida de la gigante roja, su núcleo colapsa durante 0.5 a 1 segundo, resultando en un rebote que origina la onda de choque desencadenante de la supernova. Milisegundos después, y de manera simultánea con la explosión de la estrella, el núcleo, rico en leptones, alcanza el equilibrio hidrostático, dando lugar a la formación de la proto-EN. Durante decenas de segundos este objeto evoluciona, a través de su enfriamiento y desleptonización, hasta alcanzar el estado de EN fría. La mayoría de la energía perdida durante este proceso se emite durante este proceso *lento* de enfriamiento y desleptonización y no durante la *rápida* instancia previa de colapso y explosión. De hecho, del total de la energía liberada durante el proceso de formación de la EN, $E_{\text{lib}} \sim 10^{53}$ erg, solo una muy pequeña parte está asociada a la supernova, $E_{\text{lib}} \sim 10^{51}$ erg (Lattimer & Prakash, 2004; Potekhin, 2010).

Una vez que alcanza el equilibrio hidrostático, la proto-EN puede ser descrita en forma aproximada por estadios isoentrópicos característicos que mostramos en la fig: 1.11, traducida del original de (Prakash et al., 2001). Si bien dedicaremos esta sección a describirlos en profundidad, podemos resumirlos en las siguientes etapas: (1) Inmediatamente después del paso de una onda de choque a través del manto exterior de la proto-EN, la estrella contiene un núcleo sin impactar, de baja entropía, con una masa de aproximadamente $0.7 M_{\odot}$ en el cual los neutrinos están atrapados. El núcleo está rodeado por un manto de baja densidad, alta entropía ($5 < s < 10$) que está acumulando materia del núcleo de hierro exterior que cae a través de la onda de choque y también perdiendo energía rápidamente debido a capturas de electrones y emisión de neutrinos térmicos. El manto se extiende hasta la onda de choque en un radio de aproximadamente 200 km antes de una eventual explosión. (2) Después de unos pocos segundos, la acreción se vuelve despreciable y la onda de choque se desprende del envoltorio estelar. Este proceso será dominado por la difusión de neutrinos, ν , lo cual primero resulta en la disminución en la población leptónica y seguidamente en enfriamiento repentino. (3) El objeto continúa contrayéndose alcanzando así su máximo de temperatura. Los neutrinos ya no están presentes, por lo cual la proto-EN empieza a producir muones y a enfriarse. Durante decenas de segundos este objeto evoluciona, a través de su enfriamiento y desleptonización, hasta alcanzar el estado de EN fría.

La EN recién formada, etapa donde no hay acreción (etapa (2) de a fig: 1.11) comienza con una entropía por barión $s \sim 1$ (en unidades de la constante de Boltzmann) y con una población de neutrinos atrapados, $Y_{\nu} \neq 0$. La abundancia de neutrinos está determinada por abundancia total de leptones, que se conserva localmente dentro de la estrella, $Y_l \approx 0.4$. Este estadio es dominado por la difusión de neutrinos, pero dado que su camino libre medio es mucho menor que el radio de la estrella, se mantienen atrapados en su interior. Además, los neutrinos inhiben la presencia de muones. Por lo tanto, esta primer etapa queda caracterizada por:

$$s \approx 1, Y_{L_e} \equiv \frac{n_e + n_{\nu_e}}{n_B} \sim 0.4, Y_{L_{\mu}} \equiv \frac{n_{\mu} + n_{\nu_{\mu}}}{n_B} = 0. \quad (1.2)$$

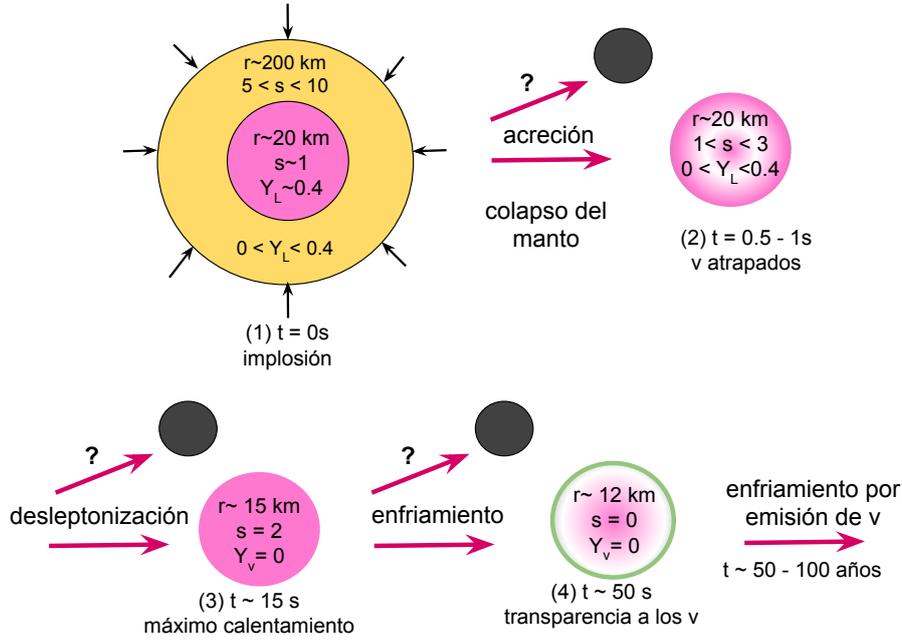


Figura 1.11. Representación esquemática de la formación evolución térmica de una proto-EN, donde r corresponde al radio, s la entropía por barión (en unidades de la constante de Boltzmann), abundancia leptónica Y_l y abundancia de neutrinos Y_ν . En particular, describiremos el estadio (2) en adelante. Diagrama traducido y adaptado de (Prakash et al., 2001).

Durante los primeros ~ 15 segundos, la difusión de neutrinos desleptoniza la materia estelar y calienta la estrella, alcanzando así su máximo de temperatura. El material estelar tendrá una entropía por barión de $s \approx 2$. El camino libre medio de los neutrinos comienza a aumentar, volviéndose mucho más grande que el radio de la estrella y la materia se vuelve transparente a los neutrinos, que logran escapar de la estrella. En estos momentos, la EN comienza a producir muones, reduciendo el número de electrones. Así, esta segunda etapa queda descrita por:

$$s \approx 2, Y_{\nu_e} \equiv \frac{n_{\nu_e}}{n_B} = 0, Y_{\nu_\mu} \equiv \frac{n_{\nu_\mu}}{n_B} = 0. \quad (1.3)$$

El proceso de desleptonización continúa y, luego de algunos minutos, la proto-estrella se enfría y la entropía por barión decrece, finalmente, a $s = 0$ (etapa (4) de la fig: 1.11). Esta etapa puede ser caracterizada según

$$s = 0, Y_{\nu_e} \equiv \frac{n_{\nu_e}}{n_B} = 0, Y_{\nu_\mu} \equiv \frac{n_{\nu_\mu}}{n_B} = 0. \quad (1.4)$$

El objeto resultante, luego de estas tres etapas, es una EN fría y estable.

Objetivos y metodología

En resumen, el estudio de las ENs procura esclarecer muchos interrogantes respecto a materia densa y exótica en su interior, que en la actualidad no podemos determinar en laboratorios o experimentos terrestres.

La investigación de la estructura de las ENs relaciona fuertemente la astronomía, física nuclear y física de partículas. En esta Tesis de Doctorado, se estudia el comportamiento de la

materia sometida a presiones y/o densidades extremadamente altas (varias veces la densidad de saturación nuclear ρ_0), usando una combinación de modelos efectivos de física nuclear y física de partículas a temperatura cero y a temperatura finita.

Para esto, describimos las ENs aisladas como EHs y consideramos la posibilidad de una transición de fase hadrón-quark en su interior. De esta forma, buscamos analizar la EdE de la materia, restringiéndola a datos observacionales, a partir de modelos semi-analíticos y códigos numéricos, que representan la física de esos objetos.

Este trabajo está ordenado de la siguiente forma: en el **Capítulo 2**, explicaremos características microscópicas y macroscópicas de la física de las ENs, a modo de mostrar la parte técnica del modelo.

El siguiente capítulo, **Capítulo 3**, está dedicado a los resultados de este trabajo. Comenzaremos con el estudio de proto-EN, en la sección **3.1**, correspondiente a los primeros minutos de la existencia de las ENs, cuya temperatura es tan elevada que no podemos utilizar la aproximación a temperatura nula. Con este abordaje, analizaremos los procesos evolutivos estelares por enfriamiento y desleptonización, a partir de estudio de estadios isoentrópicos. En la siguiente sección **3.2**, planteamos el caso de ENs aisladas ya formadas y frías. Al simplificar el escenario con la aproximación de $T = 0$, es posible hacer una buena evaluación de la influencia de las interacciones vectoriales y superconductividad de color en el núcleo de estos objetos. Este trabajo corresponde a la primer mitad del doctorado, cuyos resultados fueron publicados en **Curin et al. (2021)**. Finalmente, en la sección **3.3** estudiaremos el efecto de la rotación en las proto-ENs y ENs aisladas. Además, consideraremos la aceleración de esta rotación en el caso de pares binarios de estrellas acretales.

Para los tres abordajes distintos, usaremos modelos teóricos específicos ya testeados para cada fase de la materia. Para la materia hadrónica, utilizamos el modelo Relativista de Campo Medio (**Müller & Serot, 1996; Typel & Wolter, 1999**); y para la fase de quarks un modelo efectivo de la QCD, el Método de Campo Correlacionador (**Simonov & Trusov, 2007a; Nefediev et al., 2009; Mariani et al., 2017**), los cuales serán descritos con más detalle en el capítulo **2**. Luego de la construcción de la EdE, integraremos las ecuaciones relativistas de equilibrio hidrostático (ecuaciones de TOV) a modo de calcular la estructura de las ENs. Este proceso permite construir familias de EHs estables. Además, a partir de las soluciones de equilibrio para objetos compactos en rotación, calcularemos propiedades macroscópicas de nuestros modelos estelares como la masa gravitacional, la masa bariónica, los radios ecuatorial y polar, el momento de inercia, etc. y compararemos con datos observacionales actuales de ENs.

Esto nos dará la posibilidad de testear nuestros resultados teóricos con los datos de observaciones astronómicas para los objetos rotantes y estáticos.

Finalmente, en el **Capítulo 4**, se muestran las conclusiones finales para los diferentes abordajes teóricos presentados, y se discuten posibles trabajos futuros.

Capítulo 2

Astrofísica en los núcleos de las (proto-) estrellas de neutrones

En este capítulo discutiremos la microfísica y la macrofísica de las ENs así como el marco teórico en el cual se inserta esta tesis. Como se mencionó en la [Introducción](#), la densidad dentro de una estrella compacta puede ser varias veces la densidad de saturación nuclear, lo que convierte a estos objetos en excelentes laboratorios astrofísicos para analizar la materia bariónica ultra-densa. Una descripción adecuada de las propiedades microscópicas de las ENs es el ingrediente clave para modelar con precisión estos objetos. Todas las características observables (macroscópicas) de estos objetos, como masa, radio, momento de inercia, temperatura, están fuertemente correlacionadas con su composición y EdE.

Este capítulo está dividido en dos grandes secciones: una encargada de estudiar la microfísica del sistema, sección [2.1](#), y la otra de la macrofísica, sección [2.2](#).

Finalmente, es importante aclarar que a lo largo de esta tesis utilizamos el sistema de unidades naturales, es decir: $k_B = c = \hbar = 1$.

2.1. Microfísica

Como su nombre lo indica, la microfísica trabaja con las partículas que componen la materia de las ENs y sus interacciones. Usaremos modelos que describan las partículas que las componen, como quarks, hadrones y leptones. Como ya adelantamos en la [Introducción](#), modelaremos a las ENs como EHs, considerando una fase de quarks y otra de hadrones.

Construiremos una EdE para la materia de la estrella, es decir, la dependencia de la presión, P , respecto a la densidad de energía, ϵ : $P = P(\epsilon)$ (o viceversa). Estas cantidades se deducen a partir de elementos de termodinámica y mecánica estadística, por lo cual presentaremos un pequeño resumen y definiciones al respecto.

Los potenciales termodinámicos, funciones que representan la energía definidas por las variables que describen un sistema, son aquellos que poseen la propiedad de alcanzar valores mínimos en los estados de equilibrio del sistema. A través de las derivadas parciales de estos potenciales, es factible obtener diversas cantidades termodinámicas relevantes, incluyendo a la EdE ([Balian et al., 2006](#)).

La mecánica estadística es la encargada de relacionar la dinámica de las partículas (nivel microscópico) y la termodinámica, que se centra en las propiedades observables de los sistemas a gran escala. Nos basaremos en ella para describir la materia de la cual están compuestos nuestros objetos de estudio: las ENs.

Dado que no tenemos cantidades fijas de partículas ni energías determinadas, debemos utilizar el ensamble gran canónico, y describiremos el comportamiento de las poblaciones de

partículas mediante el *gran potencial* (GP), Ω . En este ensamble, las variables del GP son la temperatura, T , los potenciales químicos de todas las especies de partículas consideradas, μ_i , y el volumen, V . En esta tesis, trabajaremos con las cantidades normalizadas por unidad de volumen, es decir: $\tilde{\Omega} = \Omega/V$; que se puede expresar como:

$$\tilde{\Omega}(T, \mu_i) = \Omega/V = -P = - \sum_i P_i, \quad (2.1)$$

con P presión total del sistema y P_i la presión de una especie de partícula calculada como la de un gas de Fermi:

$$P_i = \frac{T}{\pi^2} \gamma_i \int dp p^2 [\ln(f_+(p)) + \ln(f_-(p))], \quad (2.2)$$

donde $\gamma_i = 2J_B + 1$ es el factor de degeneración según la especie y

$$f_{\pm}(p) \equiv 1 + \exp\left(\frac{-E_i(p) \mp \mu_i}{T}\right), \quad (2.3)$$

donde $f_+(p)$ representa partículas y $f_-(p)$ las antipartículas y $E_i(p) = \sqrt{p^2 + m_i^2}$.

De la ec. 2.2, es posible encontrar otras cantidades tales como la densidad numérica de la partícula de especie i , n_i , y la densidad de entropía, s_i .

$$n_i = N_i/V = -\frac{\partial \tilde{\Omega}}{\partial \mu_i} = \frac{1}{\pi^2} \gamma \int dp p^2 \left[\frac{f_-(p) - 1}{f_-(p)} - \frac{f_+(p) - 1}{f_+(p)} \right], \quad (2.4)$$

y

$$s_i = S/V = -\frac{\partial \tilde{\Omega}}{\partial T} = \frac{P_i}{T} + \frac{1}{\pi^2} \gamma \int dp \frac{p^2}{T} \left[\frac{(f_-(p) - 1)(E_i(p) + \mu_i)}{f_-(p)} + \frac{(f_+(p) - 1)(E_i(p) - \mu_i)}{f_+(p)} \right]. \quad (2.5)$$

A partir de la relación de Euler (Callen, 1985), se obtiene fácilmente la densidad de energía del sistema, ϵ , como

$$\epsilon = E/V = -P + sT + \sum_i n_i \mu_i. \quad (2.6)$$

Para el caso de las ENs, nos interesa evaluar las condiciones necesarias para que ocurra una transición de fase en el núcleo de estos objetos, en la interfase donde los hadrones se rompen en sus componentes fundamentales: los quarks. Dicha transición es predicha por la QCD en entornos de alta temperatura o densidad, por lo cual, prestaremos especial atención al comportamiento de la interfaz hadrón-quark y su velocidad de conversión.

Para construir la transición de fase dentro de la EN, definiremos primero la energía libre de Gibbs, G , pues para que exista una transición de fase, es necesario que ésta coincida ambos lados de la interfaz:

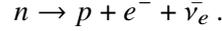
$$G(P, T, N_i) = U + PV - TS = \sum_i N_i \mu_i. \quad (2.7)$$

Por otro lado, en el escenario astrofísico en el que estamos trabajando, existen vínculos entre las variables termodinámicas que acotan los grados de libertad del problema. Estos vínculos están dados, por condiciones de equilibrio (Shapiro & Teukolsky, 2008), tales como el equilibrio- β , la conservación del número bariónico y la neutralidad de carga eléctrica local.

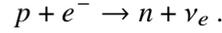
El equilibrio- β es el nombre que se da equilibrio químico dado por las reacciones entre partículas debido a la interacción débil. Este describe al equilibrio químico entre los procesos

de producción y decaimiento de partículas β (electrones y positrones). Estos procesos están relacionados con la conversión de protones en neutrones y viceversa. En el equilibrio- β , la tasa de producción de electrones (o positrones) a través de estos procesos es igual a la tasa de captura y aniquilación de electrones (o positrones), y su correspondiente neutrino (o anti-neutrino) electrónico. En otras palabras, las tasas de reacciones que involucran partículas- β son tales que no hay cambios netos en las concentraciones de electrones y positrones (junto con respectivos neutrinos/anti-neutrino) en el núcleo estelar.

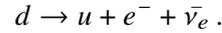
Para el caso canónico en el contexto de ENs, donde los bariones involucrados son los protones y neutrones, esta reacción resulta en el decaimiento β^- ; un tipo de desintegración radiactiva en la cual un neutrón se transforma en un protón, emitiendo un electrón llamado electrón- β , representado como e^- y un anti-neutrino electrónico $\bar{\nu}_e$, dada por la reacción



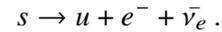
Este proceso puede ocurrir en núcleos inestables, como el de las enanas blancas (Schaffner-Bielich, 2020). Esta reacción ocurre cuando el electrón tiene suficiente energía cinética para compensar la diferencia de masa de neutrones y protones, que es $m_n - m_p = (939.57 - 938.28) \text{ MeV} = 1.29 \text{ MeV}$, emitiendo un electrón. Por otro lado, la reacción inversa, en el decaimiento β^- inverso (β^+) o captura electrónica, se presenta como



El decaimiento β^- inverso o captura electrónica, es un proceso que ocurre muy eficientemente al momento de la formación del objeto compacto, produce la desleptonización y neutronización de este objeto y que, más allá de motivos históricos, justifica el nombre *estrella de neutrones*. En términos de los quarks constituyentes u y d , el proceso β^- resulta



El mismo proceso puede ocurrir considerando el quark s (Schmitt, 2010),



Además, dicho proceso impone relaciones entre los potenciales químicos de las partículas involucradas. Para el caso de la materia hadrónica los potenciales químicos se relacionarán como:

$$\mu_B = q_B \mu_{e^-} + \mu_n, \quad (2.8)$$

con μ_B , μ_{e^-} y μ_n potenciales químicos del barión, electrón y neutrón respectivamente, y q_B la carga eléctrica bariónica.

En el caso de la materia de quarks, partículas constituyentes de los hadrones, consideramos los potenciales químicos μ_i , donde el subíndice i representa a los quarks u , d , s y a los leptones e^- y ν , (Prakash et al., 1997):

$$\mu_u = \frac{1}{3}\mu_B - \frac{2}{3}\mu_{e^-} + \frac{2}{3}\mu_\nu, \quad (2.9)$$

$$\mu_d = \mu_s = \frac{1}{3}\mu_B + \frac{1}{3}\mu_{e^-} - \frac{1}{3}\mu_\nu. \quad (2.10)$$

Las otras condiciones que se imponen para estos objetos fueron ya mencionadas: la conservación del número bariónico y la neutralidad de carga eléctrica local en toda la estrella.

2. Astrofísica en los núcleos de las (proto-) estrellas de neutrones

La condición de conservación de número bariónico se expresa mediante la relación

$$\sum_i q_{b,i} n_i = n_B, \quad (2.11)$$

donde $q_{b,i}$ carga eléctrica bariónica de la partícula i , de manera que la suma es sobre todas las especies de bariones o quarks presentes y donde se define la densidad numérica bariónica, n_B .

La neutralidad de carga eléctrica se expresa mediante la relación

$$\sum_i q_{b,i} n_i + \sum_l q_{e,l} n_l = 0, \quad (2.12)$$

con $q_{e,l}$ carga de los leptones presentes. Así, la primera suma también es sobre todas las especies de bariones o quarks presentes y la segunda suma es sobre los leptones.

En este trabajo, incluimos los leptones más livianos y abundantes: el electrón, e^- , el muón, μ , y el neutrino electrónico, ν_e (ver tabla 1.5 para más detalles). En este caso, realizamos el tratamiento termodinámico a través del modelo de gas de Fermi tradicional, considerando fermiones sin interacción. El GP para una especie específica de leptón l y de masa m_l será el planteado anteriormente en la ec. 2.2, con $\gamma = 2$ como factor de degeneración para el caso léptónico.

Finalmente, la presión leptónica total, P_L , será la suma de las presiones de todas las especies de leptones consideradas,

$$P_L = \sum_l P_l. \quad (2.13)$$

Utilizando las restricciones dadas por equilibrio- β , neutralidad de carga eléctrica y conservación del número bariónico para nuestras poblaciones de partículas, la ecuación que describe la energía libre de Gibbs, ec. 2.7, podría reescribirse como:

$$G(P, T, N_i) = \mu_B N_B + \mu_{\nu_e} N_L, \quad (2.14)$$

donde $N_L = N_e + N_{\nu_e}$ es el número de leptones electrónicos, considerando en la materia la presencia de neutrinos y ausencia de muones.

Además, definimos a la energía de Gibbs por unidad de mol como:

$$g = \mu_B + \mu_{\nu_e} Y_L, \quad (2.15)$$

donde $Y_L = N_L/N_B$ es la abundancia leptónica.

En el escenario astrofísico de ENs, la QCD plantea la posibilidad de que exista una transición de fase en el núcleo de la estrella. Mayormente, se cree que esta transición es a primer orden. En el caso de una transición de fase de primer orden, la primer derivada de la energía libre de Gibbs se vuelve discontinua. Consecuentemente, las cantidades termodinámicas que surgen como derivadas primeras de este potencial termodinámico, como la entropía o el volumen, experimentan un salto abrupto durante la transición de fase. De la misma manera, las propiedades asociadas a las segundas derivadas del potencial, como el calor específico, divergen en la transición de fase. En este escenario, ambas fases estén en equilibrio químico, térmico y mecánico [Glendenning \(2012\)](#):

$$g_1 = g_2, \quad T_1 = T_2, \quad P_1 = P_2;$$

donde los subíndices se refieren a las dos interfases consideradas: fase 1 y fase 2.

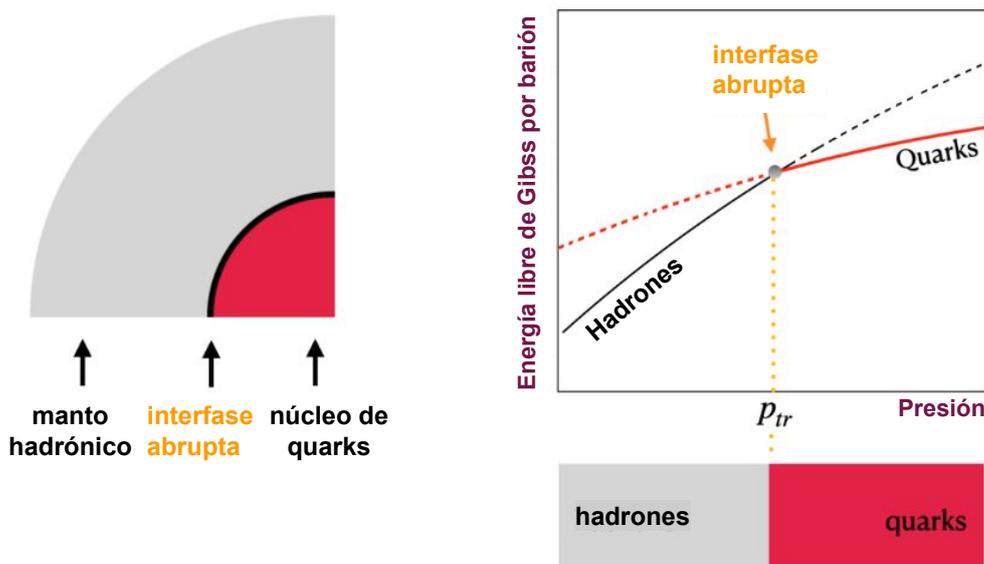


Figura 2.1. Bosquejo del interior de una estrella híbrida y representación esquemática de la energía libre de Gibbs por barión en el caso de una transición de fase abrupta. Figura traducida de (Lugones & Grunfeld, 2021).

Como se adelantó en la sección **Objetivos y metodología** de la **Introducción**, trabajaremos con proto-ENs y luego con ENs ya formadas, en las cuales puede usarse la aproximación de temperatura nula. Para estrellas frías, el estudio de dicha transición de fase se reduce a:

$$\mu_1 = \mu_2, P_1 = P_2. \quad (2.16)$$

Finalmente, para modelar el comportamiento de la interfaz hadrón-quark (tensión superficial y velocidad de reacciones de conversión) nos basaremos en estudios teóricos previamente realizados.

La tensión superficial entre ambas fases, ha sido intensamente estudiada y comparada con diferentes modelos teóricos (ver por ejemplo Lugones & Grunfeld (2021); Maruyama et al. (2007); Voskresensky et al. (2003)). Sin embargo, su valor aún se encuentra en discusión, de manera tal que no podemos definir el escenario favorecido en la posible ocurrencia de una transición de fase hadrón-quark.

Existen estudios teóricos que indican que si la tensión superficial tiene un valor mayor al crítico con un valor estimado en $\sigma_{HQ} \sim 70 \text{ MeV}/\text{fm}^{-2}$, se vería favorecida una transición de fase de tipo abrupta que separa ambos tipos de materia. Dicha transición puede modelarse con el formalismo de Maxwell, en la cual las cargas eléctrica y bariónica se conservan localmente pero ocurre una discontinuidad en la densidad de energía. (Mariani & Lugones, 2024; Lugones & Grunfeld, 2021; Voskresensky et al., 2003; Endo, 2011; Wu & Shen, 2019). Este caso se muestra esquemáticamente en la fig. 2.1.

En el caso contrario, donde $\sigma_{HQ} \lesssim 70 \text{ MeV}/\text{fm}^{-2}$, se esperaría una transición de fase de Gibbs (suave), en la cual la densidad de energía y la presión aumentan de manera monótona a medida que la densidad se incrementa entre la fase de hadrones y la fase de quarks puras (ver fig. 2.2). Además, la neutralidad de carga eléctrica se conserva globalmente, de manera que en esta fase los hadrones y quarks tienen un fondo de leptones compartido. (ver, por ejemplo, Refs. Mariani & Lugones (2024); Lugones & Grunfeld (2021); Maslov et al. (2019); Weber et al. (2019), y respectivas referencias).

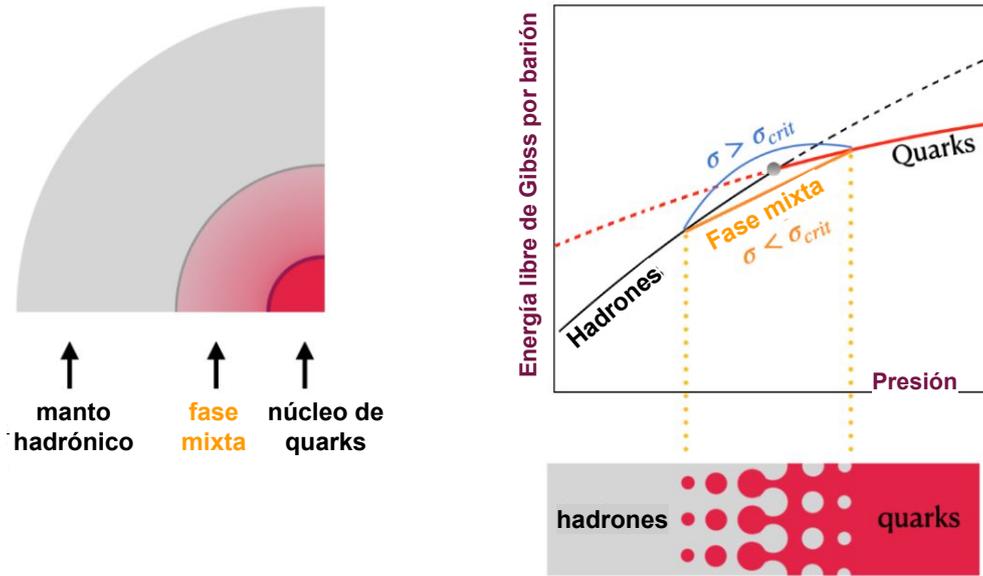


Figura 2.2. Bosquejo del interior de una estrella híbrida y representación esquemática de la energía libre de Gibbs por barión en el caso de una transición de fase suave, creando así una fase mixta. Figura traducida de (Lugones & Grunfeld, 2021).

Ambos formalismos han sido repetidamente estudiados en la literatura astrofísica, como puede verse por ejemplo en [Bhattacharyya et al. \(2010\)](#); [Constantinou et al. \(2023\)](#); [Yasutake et al. \(2011\)](#) y referencias allí mencionadas.

En esta tesis, asumimos que el escenario en el cual ocurre una transición de fase abrupta (construcción de Maxwell astrofísica) en el interior de las ENs ([Alford et al., 2015](#); [Voskresensky et al., 2003](#); [Ranea-Sandoval et al., 2016](#)). Para construir la EdE híbrida bajo el formalismo de Maxwell, primero se debe calcular la presión de transición $P = P_{tr}$, como se muestra en la fig. 2.1. Por otro lado, se desarrollan independientemente una de otra las EdE hadrónica y de quarks. La parte hadrónica de la EdE estará presente en densidades de energía menores a la que ocurre la transición de fase. Luego habrá un salto en densidad de energía donde ocurre la transición de fase y finalmente se pega la EdE de quarks para densidades mayores, obteniendo así una EdE híbrida.

2.1.1. Criterios de estabilidad dinámica

La estabilidad de una estrella en equilibrio hidrostático puede ser determinada a través del análisis de la respuesta de la estrella a perturbaciones radiales ([Chandrasekhar, 1964](#)). Cuando una estrella *estable* es perturbada, los elementos de fluido a lo largo del interior de la estrella oscilan alrededor de su posición de equilibrio, comprimiéndose y expandiéndose periódicamente. Por el contrario, pequeñas perturbaciones crecen indefinidamente en el caso que la estrella sea *inestable*, dando lugar al colapso del objeto o a su ruptura.

En el caso particular de EHs, a modo de determinar su estabilidad se debe analizar los elementos de fluido en el vecindario de la interfase hadrón-quark. La transición de fase hadrón-quark es un mecanismo complejo que involucra interacciones fuertes, efectos de superficie y de curvatura. Por lo cual, un elemento de fluido oscilando alrededor de la presión de transición no necesariamente experimentará una transición de fase, sino que dependerá de la velocidad de conversión de la materia.

El concepto de conversión lenta y rápida está vinculado a la relación entre dos escalas de

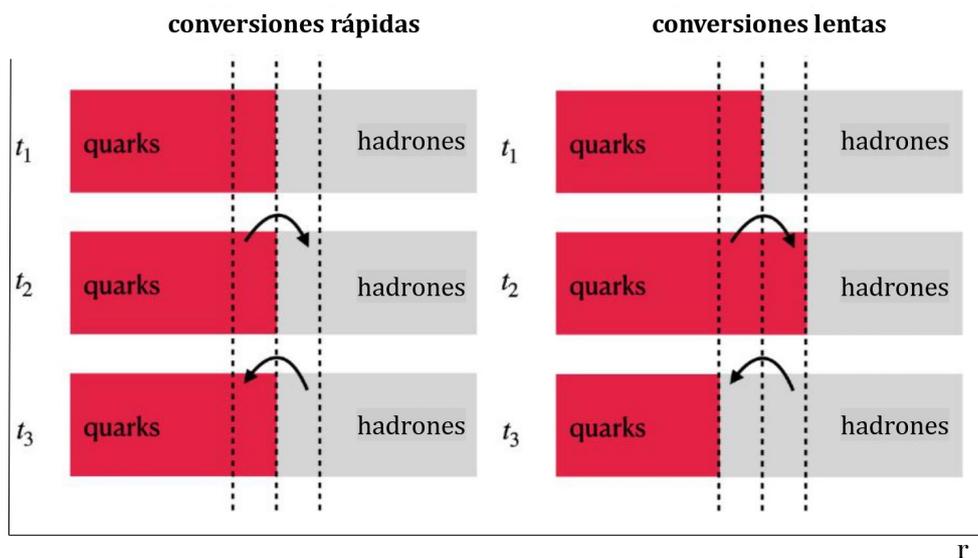


Figura 2.3. La oscilación radial mueve los elementos de volumen, entre la interfase hadrón-quark. Si la transformación de hadrones a quarks desconfiados (o viceversa) es rápida, el elemento traspasará la interfase ya convertido en otro estado. Si la transformación es lo suficientemente lenta, la interfase se correrá y puede que no haya una transición. Figura traducida de [Lugones & Grunfeld \(2021\)](#).

tiempo muy diferentes: el tiempo de nucleación, es decir, el tiempo característico durante el cual un elemento de fluido hadrónico (quark) se convierte en materia de quarks (hadrónica), y el tiempo característico de las oscilaciones de los elementos de fluido. En cuanto a este último, los elementos de fluido ubicados cerca de la interfaz de transición oscilan hacia regiones de mayor (menor) presión a medida que la oscilación estira y comprime la materia en la estrella. La conversión hadrón-quark es lenta (rápida) si el tiempo de nucleación es mucho mayor (menor) que el asociado con las oscilaciones en la interfaz que separa las dos fases, como puede observarse en la fig. 2.3.

Las transiciones de fase lentas implican que los elementos de volumen en la interfase se estiren y se compriman sin cambiar de fase. Las transiciones rápidas, en cambio, implican una conversión cuasi inmediata de una fase a otra de los elementos de volumen en la vecindad de la interfase. Cuando se introduce este tipo de procesos en contextos estelares, el tipo de transición de fase afectará el comportamiento del valor del radio de la estrella donde se ubica la interfase hadrón-quark. En el caso de transiciones lentas, el valor del radio de la interfase oscila junto con las oscilaciones de la estrella. En el caso de las transiciones rápidas, justamente debido a la transición cuasi inmediata, el radio de la interfase se mantiene en un valor constante, a pesar de las oscilaciones de la estrella ([Haensel et al., 1989](#); [Pereira et al., 2018](#)).

Al no haber sido hallada la EdE correspondiente al interior de EHs, aún no existe una respuesta concluyente respecto a la naturaleza, rápida o lenta, de la transición de fase. Sin embargo, resultados numéricos utilizando diferentes modelos fenomenológicos muestran que los tiempos de nucleación resultan extremadamente grandes comparados con los períodos asociados a las oscilaciones radiales, sugiriendo fuertemente que la conversión hadrón-quark en la interfase podría ser lenta ([Iida & Sato, 1998](#); [Bombaci & Logoteta, 2013](#); [Lugones & Grunfeld, 2011](#); [Lugones & Grunfeld, 2021](#)).

En este sentido, se estudian los modos de oscilación radiales de las EHs. Considerando al objeto con simetría esférica se puede ver que, si la frecuencia del modo fundamental es

un número real ($\omega_0^2 > 0$), entonces cualquier perturbación radial en la estrella producirá desplazamientos oscilatorios en el fluido y la estrella resultará estable dinámicamente (Chandrasekhar, 1964). Tradicionalmente, esto concluye que una estrella fría con simetría esférica, en equilibrio termodinámico e hidrostático y con una EdE con una sola fase (conformadas sólo por hadrones o sólo por quarks) es estable entonces

$$\partial M / \partial \epsilon_c > 0, \quad (2.17)$$

donde M es la masa total de la estrella y ϵ_c su densidad de energía central (Shapiro & Teukolsky, 2008). De manera que si $\partial M / \partial \epsilon_c < 0$, entonces la estrella resulta inestable.

Usando este criterio, se podría decir que dada una familia de estrellas construídas a partir de una determinada EdE, la última estrella estable (inestable) de la familia, antes de que comience una rama de estrellas inestables, será la estrella de masa máxima (mínima).

Sin embargo, investigaciones recientes han puesto en duda que esta herramienta (la ec. 2.17) sea suficiente para determinar la estabilidad de las ENs, pues no será necesariamente válido si la estrella aún no se encuentra en equilibrio termodinámico (Gourgoulhon et al., 1995) o si el sistema contiene múltiples fases separadas por transiciones de fase abruptas (Haensel et al., 1989; Pereira et al., 2018; Pereira & Lugones, 2019).

Más aún, en el trabajo de Pereira et al. (2018) se describe que el criterio de estabilidad tradicional será válido para el caso de transiciones de fase rápidas, pero puede dejar de serlo para transiciones lentas. Es posible que al considerar conversión lenta dentro de una EH, la estrella continúa siendo estable contra las oscilaciones radiales (el modo radial es real), indicando estabilidad, incluso para algunas configuraciones que cumplen $\partial M / \partial \epsilon_c < 0$. Por lo tanto, es posible encontrar nuevas configuraciones estables.

Para determinar las configuraciones de equilibrio estable en el caso de transiciones lentas es necesario calcular el modo de oscilación fundamental para cada configuración de equilibrio. Dado que las estrellas inestables están caracterizadas por frecuencias puramente imaginarias ($\omega_0^2 < 0$), para estudiar la estabilidad es suficiente concentrarse en el caso $\omega_0^2 = 0$. Con este fin, se puede fijar $\omega = 0$ en las ecuaciones de oscilación radiales. Para el desplazamiento radial del fluido, $\xi = \Delta r / r$, y para la correspondiente perturbación lagrangiana de la presión, ΔP , estas ecuaciones resultan (Pereira et al., 2018)

$$\frac{d\xi}{dr} = V(r)\xi + W(r)\Delta P, \quad (2.18)$$

$$\frac{d\Delta P}{dr} = X(r)\xi + Y(r)\Delta P. \quad (2.19)$$

donde los coeficientes están dados por

$$V(r) = -\frac{3}{r} - \frac{dP}{dr} \frac{1}{(P + \epsilon)}, \quad (2.20)$$

$$W(r) = -\frac{1}{r} \frac{1}{\Gamma P}, \quad (2.21)$$

$$X(r) = -4 \frac{dP}{dr} + \left(\frac{dP}{dr} \right)^2 \frac{r}{(P + \epsilon)} - 8\pi e^\lambda (P + \epsilon) P r, \quad (2.22)$$

$$Y(r) = \frac{dP}{dr} \frac{1}{(P + \epsilon)} - 4\pi (P + \epsilon) r e^\lambda, \quad (2.23)$$

donde la función $\lambda(r)$ es la función de la métrica estática y con simetría esférica, presentada en la ec. 2.60, y Γ es el índice adiabático, dado por $\Gamma = (n_B / P)(dP / dn_B)$.

Para resolver estas ecuaciones es necesario imponer condiciones de pegado en la interfase. La naturaleza de la transición de fase puede ser expresada a través de dichas condiciones de juntura con condiciones matemáticamente simples sobre las variables de desplazamiento radial del fluido, ξ , y sobre la correspondiente perturbación lagrangiana de la presión, ΔP , en la interfase (Pereira et al., 2018). En el caso de transiciones lentas, el salto en ξ y ΔP a lo largo de la interfase debe ser siempre nulo,

$$[\xi_s]_{\pm}^{\pm} \equiv \xi_s^+ - \xi_s^- = 0, \quad [\Delta P]_{\pm}^{\pm} \equiv \Delta P^+ - \Delta P^- = 0, \quad (2.24)$$

donde $^+$ y $^-$ representan los valores de las funciones de un lado y otro de la interfase, producto de la transición abrupta. Para transiciones rápidas se tiene que

$$[\xi_r]_{\pm}^{\pm} = \Delta P \left[\frac{1}{P'_0} \right]_{\pm}^{\pm}, \quad [\Delta P]_{\pm}^{\pm} = 0, \quad (2.25)$$

donde $P'_0 \equiv dP_0/dr$ es el gradiente para la presión no perturbada en la interfase.

A partir de las ecuaciones 2.18 y 2.19 y de las condiciones 2.24 o 2.25, según sea el caso, es posible determinar las propiedades de la estrella para la cual la frecuencia del modo radial fundamental es nula. Debido a que, en este nuevo escenario, esta estrella no es la estrella con masa máxima, la denominamos *configuración terminal*, y a su masa, *masa terminal*, $M_T \equiv M(\omega_0^2 = 0)$. Para determinar M_T , se deben resolver las ecuaciones 2.18-2.19 simultáneamente con las ecuaciones TOV, 2.64-2.65, para una dada densidad de energía central y utilizar las condiciones iniciales para ξ y ΔP ,

$$\xi(0) = \text{constante}, \quad \Delta P(0) = -3\Gamma(0)P(0)\xi(0). \quad (2.26)$$

Barriando diversos valores de la densidad de energía central, se puede hallar alguna configuración que efectivamente verifique la condición $\Delta P = 0$ en la superficie de la estrella. Esta configuración será *terminal* si y solo si la función $\xi(r)$ correspondiente no posee nodos dentro de la estrella. Si $\xi(r)$ tiene algún nodo, significa que, para esa configuración, la estabilidad de algún modo excitado está cambiando (estabilizándose o desestabilizándose).

Por todo lo enunciado, en este trabajo, consideraremos una transición de fase hadrón-quark abrupta de conversión tanto rápida como lenta, y analizaremos las consecuencias astrofísicas y las diferencias observacionales que podrían ayudar a comprender en detalle la microfísica de esta transición de fase.

2.1.2. El núcleo externo de la EN: materia hadrónica y modelo relativista de campo medio

Así como fue anticipado en la [Introducción](#), las ENs suelen ser descritas como un modelo de capas, que en este caso las modelaremos con EHs. De esta manera, construiremos distintas EdE para las diferentes fases de la materia a partir de modelos teóricos. Éstos pueden clasificarse en dos grandes grupos: aquellos que describen la materia hasta densidades menores que la densidad de saturación nuclear y aquellos modelos que describen la materia para densidades mayores que ρ_0 . Una vez obtenidas las EdE para las fases hadrónica y de quarks desconfiados, estudiaremos la posible transición hadrón-quarks.

En esta instancia, es importante definir la dureza en una EdE. Se dice que una EdE 1 es más *dura* que EdE 2 si, para una dada densidad de energía, posee un valor mayor para la presión. Caso contrario, cuando la presión es menor para una dada densidad de energía, se dice que la EdE 1 es más *blanda* o *suave* que EdE 2 y, en este caso, la materia resulta más compresible.

Para describir la materia hadrónica en el núcleo externo de las EHs usamos el Modelo de campo medio relativista no-lineal, conocido con RMF no lineal por sus siglas en inglés, *Relativistic mean field*. Este modelo plantea las interacciones entre bariones a través de mesones mediadores. Además, dependiendo de la parametrización utilizada también puede tener en cuenta las auto-interacciones de los mesones (Schmitt, 2010).

En particular para la parametrización SW4L, las interacciones entre bariones se describen mediante el intercambio de mesones escalares (σ , σ^*), vectoriales (ω , ϕ) e isovectoriales (ρ). Además la constante de acoplamiento que se relaciona con el mesón ρ es dependiente de la densidad (Typel & Wolter, 1999; Spinella, 2017; Malfatti et al., 2020).

Esta familia de modelos con acoplamientos dependientes de la densidad, ha ganado popularidad dado que permiten tener en cuenta, entre otras cosas, los últimos valores de la pendiente de la energía de simetría consistentes con datos experimentales (Rather et al., 2023; Marquez et al., 2022; Lattimer & Lim, 2013; Lattimer, 2019).

La presión, $P_h = P_{\text{SW4L}}$, se expresa como:

$$\begin{aligned} P_{\text{SW4L}}(T) &= \frac{1}{3} \sum_B \frac{2J_B + 1}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{p^4 dp}{E_B^*(p)} [n_B^+ + n_B^-] + \frac{1}{3\pi^2} \sum_\lambda \int_0^\infty \frac{p^4 dp}{E_\lambda(p)} [n_\lambda^+ + n_\lambda^-] \\ &- \frac{1}{2} [m_\sigma^2 \bar{\sigma}^2 - m_\omega^2 \bar{\omega}^2 - m_\rho^2 \bar{\rho}^2] - \frac{1}{3} \tilde{b}_\sigma m_N (g_{\sigma N}(n) \bar{\sigma})^3 \\ &- \frac{1}{4} \tilde{c}_\sigma (g_{\sigma N}(n) \bar{\sigma})^4 + n \tilde{R}, \end{aligned} \quad (2.27)$$

donde las barras representan los valores medios de los mesones y la dependencia en la temperatura dada por los números de ocupación:

$$n_B^\pm(p, T) = \left[1 + \exp\left(\frac{E_B^*(p) \pm \mu_B^*}{T}\right) \right]^{-1}, \quad (2.28)$$

$$n_\lambda^\pm(p, T) = \left[1 + \exp\left(\frac{E_\lambda(p) \pm \mu_\lambda}{T}\right) \right]^{-1}, \quad (2.29)$$

con E_λ y μ_λ la energía y potencial químico de cada leptón respectivamente, donde como incógnitas tendremos los potenciales químicos de cada partícula.

Las cantidades $g_{\rho B}(n_B)$ son las constantes de acoplamiento mesón-barión dependientes de la densidad que tienen una forma funcional dada por

$$g_{\rho B}(n_B) = g_{\rho B}(n_0) \exp\left[-a_\rho \left(\frac{n_B}{n_0} - 1\right)\right], \quad (2.30)$$

donde n_B es la densidad bariónica total. El último término de la ec. 2.27 es el que garantiza la consistencia termodinámica del modelo (Hofmann et al., 2001),

$$\tilde{R} = \sum_B \left(\frac{\partial g_{\omega B}(n)}{\partial n} n_B \bar{\omega} + \frac{\partial g_{\rho B}(n)}{\partial n} I_{3B} n_B \bar{\rho} - \frac{\partial g_{\sigma B}(n)}{\partial n} n_B^s \bar{\sigma} \right). \quad (2.31)$$

La cantidad I_{3B} es la tercera componente de la isospín, y $n_B = p_{F_B}^3 / 3\pi^2$ son las densidades de número de partículas de cada barión B con momento de Fermi p_{F_B} .

Finalmente, la masa efectiva del barión usada en la ec. 2.27 se expresa como

$$m_B^* = m_B - g_{\sigma B} \bar{\sigma} - g_{\sigma^* B} \bar{\sigma}^*, \quad (2.32)$$

mientras que el potencial químico efectivo, μ_B^* , está dado por:

$$\mu_B^* = \mu_B - g_{\omega B}(n) \bar{\omega} - g_{\rho B}(n) \bar{\rho} I_{3B} - \tilde{R}. \quad (2.33)$$

En la tabla 2.1 presentamos los parámetros de la parametrización mencionada. Estos valores fueron ajustados por propiedades de la materia nuclear en la densidad de saturación que se muestra en la tabla 2.2 (para más detalles, ver Malfatti et al. (2020), y las referencias incluidas en el mismo). Para construir la EdE hadrónica, se resuelve un sistema de ecuaciones no-lineales descrito en el Apéndice B), y se construye la relación $P - \epsilon$.

Cantidad	Valor numérico
m_σ (GeV)	0.5500
m_ω (GeV)	0.7826
m_ρ (GeV)	0.7753
m_{σ^*} (GeV)	0.9900
m_ϕ (GeV)	1.0195
$g_{\sigma N}$	9.8100
$g_{\omega N}$	10.3906
$g_{\rho N}$	7.8184
$g_{\sigma^* N}$	1.0000
$g_{\phi N}$	1.0000
\tilde{b}_σ	0.0041
\tilde{c}_σ	-0.0038
a_ρ	0.4703

Tabla 2.1. Parámetros de la parametrización SW4L que conducen a las propiedades de la materia nuclear simétrica a la densidad de saturación, como se muestran en la tabla. 2.2.

Propiedades de saturación	Valor numérico
n_0 (fm ⁻³)	0.15
E_0 (MeV)	-16.0
K_0 (MeV)	250.0
m_N^*/m_N	0.7
J_0 (MeV)	30.3
L_0 (MeV)	46.5

Tabla 2.2. Energía por nucleón, E_0 , compresibilidad nuclear K_0 , masa efectiva del nucleón m^* , energía de simetría J_0 y pendiente de la energía de simetría L_0 de la materia nuclear a la densidad de saturación n_0 , obtenidos para la parametrización SW4L.

2.1.3. El núcleo interno de la EN: materia de quarks y método del campo correlacionador

Como ya fue mencionado, en esta tesis construiremos EHs, es decir que consideraremos la posibilidad de que las ENs puedan albergar materia de quarks libre en su núcleo interno. En este marco, trabajaremos con los tres quarks más livianos del Modelo Estándar, los quarks u , d y s (ver tabla 1.3 para más detalles). Profundizaremos tanto los conceptos enunciados en la Introducción como en el modelado teórico la materia de quarks desconfiada.

Para describir al plasma de quarks y gluones, por muchos años el modelo más usado ha sido el modelo de bolsa del MIT (Chodos et al., 1974) y el Modelo de Nambu Jona-Lasinio

(Nambu & Jona-Lasinio, 1961). Se han implementado además algunas modificaciones a estos modelos con el objetivo de realizar una descripción más adecuada de la materia de quarks a altas densidades en el contexto de EHs (ver Chatterjee & Vidaña (2016); Malfatti et al. (2017); Orsaria et al. (2019) y referencias allí mencionadas).

En esta tesis, utilizaremos un modelo efectivo de la QCD denominado Método de Campo Correlacionador (FCM, por sus siglas en inglés) (Dosch, 1987; Dosch & Simonov, 1988; Simonov, 1988), que se ha utilizado recientemente para describir la materia de quarks en el interior de EHs (Plumari et al., 2013; Logoteta & Bombaci, 2013; Burgio & Zappalà, 2016; Mariani et al., 2019).

Continuando con lo que vimos en la **Introducción**, recordemos que la QCD predice una posible fase superconductor de color (SC), para potenciales químicos lo suficientemente grandes y temperaturas relativamente bajas. Por lo cual, incluiremos al FCM los efectos de diferentes fases de SC e interacciones vectoriales (IV) (Curin et al., 2021).

El FCM es un modelo efectivo de la QCD, que supone que los quarks y gluones interactúan de manera no-perturbativa, cuyo desarrollo se hace a través de la denominada ‘aproximación de línea única’ (SLA, por sus siglas en inglés *single-line approximation*), utilizando para ello los campos correlacionadores de la fuerza fuerte y considerando su interacción con los campos de vacío (condensados de gluones y condensados de quarks), incluyendo así la dinámica de confinamiento de las partículas (Simonov & Trusov, 2007a,b).

Por otro lado, el FCM se basa en el cálculo de las amplitudes de correlación gaussiana que gobiernan las fases confinadas y desconfiadas: las componentes eléctricas de color $D^E(x)$, $D_1^E(x)$, y las componentes magnéticas de color $D^H(x)$, $D_1^H(x)$, donde x representa la distancia quark-antiquark (Dosch, 1987; Kuz'menko et al., 2004). $D^E(x)$ y $D^H(x)$ están directamente relacionados con el confinamiento, y $D_1^E(x)$, $D_1^H(x)$ contienen contribuciones perturbativas (Simonov & Trusov, 2007a,b).

El modelo de campo correlacionador está caracterizado por dos cantidades: el condensado de gluones, G_2 , generado por $D^E(0)$, $D_1^E(0)$, $D^H(0)$ y $D_1^H(0)$, y el potencial quark-antiquark $q\bar{q}$, V_1 , generado por $D_1^E(x)$, (Simonov & Trusov, 2007a). Estas cantidades no están bien determinadas para el régimen de bajas temperaturas y altas densidades.

El potencial $q\bar{q}$ de larga distancia, V_1 , está dado por (Simonov & Trusov, 2007a,b; Nefediev et al., 2009)

$$V_1 = \int_0^{1/T} d\tau (1 - \tau T) \int_0^\infty d\chi \chi D_1^E(\sqrt{\chi^2 + \tau^2}). \quad (2.34)$$

A pesar de que los valores fenomenológicos de V_1 y G_2 están restringidos por cálculos realizados en *lattice QCD* (LQCD) a densidad bariónica nula y temperatura finita, el comportamiento del plasma de quarks y gluones a bajas temperaturas y potenciales químicos altos, como ocurre en el núcleo de las ENs, podría ser muy diferente (Burgio & Zappalà, 2016). Trabajos recientes como Borsányi et al. (2021) y Boyda et al. (2017) consideran simulaciones de LQCD a potenciales químicos no nulos, no hay un acuerdo final en los métodos estándares de las simulaciones debido al problema del signo de la QCD a potencial químico no nulo.

Se cree que la temperatura de formación de las proto-EN no suele superar los 60 MeV (Prakash et al., 2001; Mariani et al., 2017), por lo cual consideraremos un rango de temperaturas de $0 \text{ MeV} \lesssim T \lesssim 60 \text{ MeV}$. En este rango, obtenemos que la variación de V_1 es solamente 0.2% y no tiene prácticamente ningún impacto (Mariani et al., 2019). Un estudio en detalle de V_1 en relación a las simulaciones LQCD y las masas detectadas para las ENs ha sido desarrollado en los trabajos previos (Bombaci & Logoteta, 2013; Plumari et al., 2013)

Utilizando las contribuciones de quarks y gluones en el GP termodinámico, la presión de cada quark, P_q , está dada por (Mariani et al., 2017; Simonov & Trusov, 2007a,b; Nefediev

et al., 2009) :

$$P_q = \frac{T^4}{\pi^2} \left[\phi_v^+ \left(\frac{\mu_q - V_1/2}{T} \right) + \phi_v^- \left(\frac{\mu_q + V_1/2}{T} \right) \right] \quad (2.35)$$

donde

$$\phi_v(a) = \int_0^\infty du \frac{u^4}{\sqrt{u^2 + v^2}} \frac{1}{\exp(\sqrt{u^2 + v^2} - a) + 1}, \quad (2.36)$$

con $v = m_q/T$, μ_q el potencial químico del quark, m_q la masa de quark y T la temperatura; la presión de gluones, P_g , está dada por

$$P_g = \frac{8T^4}{3\pi^2} \int_0^\infty d\chi \chi^3 \frac{1}{\exp\left(\chi + \frac{9V_1}{8T}\right) - 1}. \quad (2.37)$$

Considerando las contribuciones de los quarks u , d y s , la presión total del plasma de quark-gluones, $P_{qg,t}$, está dada por

$$P_{qg,t} = \sum_{q=u,d,s} (P_q + P_{\bar{q}}) + P_g + P_{vac}, \quad (2.38)$$

donde, $P_{\bar{q}}$ es la contribución de los anti-quarks y P_{vac} es la presión de vacío dada por (Simonov & Trusov, 2007a,b; Nefediev et al., 2009)

$$P_{vac} = -\frac{(11 - 2/3N_q) G_2}{32} \frac{G_2}{2}, \quad (2.39)$$

donde $N_q = 3$ es el número de sabores que utilizamos en este modelo.

2.1.3.1. Inclusión de las interacciones vectoriales en el modelo

Como ha sido adelantado al principio de esta sección, hemos realizado una extensión al modelo FCM agregando el efecto de las IV.

Las IV tienen un rol importante en la competencia entre la aparición de condensados de diquarks y la restauración de la simetría quiral. Si bien al aumentar esta interacción, tanto la aparición de diquarks como la restauración de la simetría quiral aparecen a densidades mayores, no lo hacen de la misma manera. De la literatura, trabajos como el de Klähn & Fischer (2015) usando el modelo MIT-Bag y Buballa (1996) en el NJL, estudian el efecto de las IV en la restauración de la simetría quiral.

En este trabajo, incluimos IV fenomenológicamente como en los artículos mencionados y otros más (ver por ejemplo los trabajos Wei et al. (2018); Malfatti et al. (2019) y referencias allí mencionadas). Cabe aclarar que las IV no son campos vectoriales, sino que su nombre resulta puramente histórico.

La principal consecuencia de la IV repulsiva en la fenomenología de la materia de quarks es endurecer la EdE de la materia de quarks para obtener configuraciones de $2 M_\odot$ en EHs, en concordancia con observaciones de púlsares masivos.

En este contexto, la inclusión de IV entre quarks modifica la ecuación dada por SLA de la presión quark (Nefediev et al., 2009; Simonov & Trusov, 2007b), a partir del cambio en el potencial químico del quark de sabor q :

$$\mu_q^* = \mu_q - K_v w_q(T, \mu_q^*), \quad (2.40)$$

donde K_v es la constante de acoplamiento de las IV y $w_q(T, \mu_q^*)$ los campos vectoriales w . K_v determina la intensidad de la IV repulsiva entre los quarks que produce el endurecimiento de la EdE.

De esta manera, la ec. 2.35, queda modificada como en el trabajo Curin et al. (2021):

$$P_q = \frac{T^4}{\pi^2} \left[\phi_v^+ \left(\frac{\mu_q^* - V_1/2}{T} \right) + \phi_v^- \left(\frac{\mu_q^* + V_1/2}{T} \right) \right] + P_{IV}(T, \mu_q^*), \quad (2.41)$$

donde

$$P_{IV}(T, \mu_q^*) = \frac{K_v}{2} w^2(T, \mu_q^*), \quad (2.42)$$

es el término correspondiente a las IV.

Estos campos vectoriales, se calculan a partir de minimizar la presión de quarks 2.41 respecto a los campos: $\partial P_q / \partial w_i$; y se demuestra que coinciden con la densidad; es decir:

$$w_u = n_u, w_d = n_d, w_s = n_s, \quad (2.43)$$

para cada quark considerado.

2.1.3.2. Efectos de la superconductividad de color en la materia de quarks

En esta tesis, como fue explicado en la sección sección **Objetivos y metodología** de la **Introducción**, consideramos dos tipos de fases superconductoras probables en el interior de las ENs: 2SC+s y CFL (Alford & Rajagopal, 2002).

Además del confinamiento de quarks, la libertad asintótica es una de las principales características de la QCD, la cual establece que la materia a alta densidad y/o temperaturas exhibe una transición de fase en la que los hadrones se fusionan, llevando a la formación de un plasma de quarks y gluones. Si la transición de fase hadrón-quark ocurre en los núcleos de las ENs, estudios teóricos indican que los quarks liberados deberían formar un superconductor de color (Alford et al., 2001; Alford, 2001; Alford et al., 2008). Esta fase se caracteriza por la formación de pares de quarks, de manera similar a la formación de pares de Cooper de electrones, como se describió en la **Introducción**.

Nuestra hipótesis es que los quarks u , d y s se aparean en la fase CFL en el núcleo interior de las EHs. Sin embargo, dado que la masa del quark s es aproximadamente 30 veces mayor que la de u y d , los condensados de diquarks formados por los quarks más livianos deberían aparecer primero, en una fase SC diferente, como por ejemplo la 2SC+s.

Para incluir el efecto de la SC, trabajamos hasta el orden Δ^2 del gap de energía de los diquark Δ , lo que simplifica considerablemente el cálculo (Alford & Rajagopal, 2002). De esta manera, es posible considerar la ec. 2.41 como un estado ficticio compuesto de materia de quarks no emparejados que se transforma en un estado superconductor una vez que los quarks involucrados en el emparejamiento alcanzan un momento común de Fermi, caracterizado según el color y sabor de los quarks involucrados. Así, de manera análoga a lo que sucede en la teoría BCS, los diquarks formados en las fases 2SC+s y CFL son pares de Cooper convencionales con momento cero.

Para cada quark que forma un diquark, tenemos una contribución $(\Delta \bar{\mu} / 2\pi)^2$ a la energía de unión del emparejamiento diquark (Alford & Rajagopal, 2002), donde

$$\bar{\mu} = \frac{1}{N} \sum_i \tilde{\mu}_i^* \quad (2.44)$$

es el potencial químico promedio relacionado con N quarks que participan en el emparejamiento. En la fase 2SC+s, cuatro de los nueve quarks (tres sabores por tres colores) forman

i	r	g	b
u	1	2	3
d	4	5	6
s	7	8	9

Tabla 2.3. Combinación de los quarks de color y sabor asociadas la inclusión de superconductividad en los núcleos estelares. El índice i , es usado en ecuaciones tales como ec. 2.47.

pares, mientras que en la fase CFL, todos los quarks forman diquarks. Los términos de condensación que contribuyen a la presión están dados por

$$P_{\Delta_{2SC+s}} = 4 \left(\frac{\Delta \bar{\mu}}{2\pi} \right)^2 \quad (2.45)$$

para la fase 2SC+s, y

$$P_{\Delta_{CFL}} = \left(\frac{\Delta_1 \bar{\mu}}{2\pi} \right)^2 + 8 \left(\frac{\Delta_2 \bar{\mu}}{2\pi} \right)^2 \simeq 3 \left(\frac{\Delta \bar{\mu}}{\pi} \right)^2, \quad (2.46)$$

para la fase CFL.

En este último caso, los nueve quarks que forman pares dan lugar a un estado singlete y un estado octeto de cuasipartículas (ver ec. 2.46) que satisfacen la relación aproximada $\Delta_1 = 2\Delta_2 = 2\Delta$ (Shovkovy, 2005).

Debido a la ruptura de la simetría de color $SU(3)_{\text{color}}$ dentro del subgrupo $U(1)_3 \times U(1)_8$, ec. 2.40 se transforma en

$$\mu_i^* = \mu_i + T_3 \mu_3 + T_8 \mu_8 - K_v w_i, \quad (2.47)$$

con T_3 y T_8 las matrices de color, definidas como:

$$T_3 = \text{diag}(1/2, 1/2, 0), \quad T_8 = \text{diag}(1/3, 1/3, -2/3).$$

El subíndice i en la ec. 2.47 representa las nueve combinaciones posibles de sabor y color, como se muestra en la tabla 2.3. Las cantidades μ_3 y μ_8 son los potenciales químicos asociados con las cargas de color. Para la fase 2SC+s, consideramos $\mu_3 = 0$ porque la simetría que se rompe en esta fase es $U(1)_8$, dejando intacta la $U(1)_3$. Solo los quarks u y d que llevan colores verde y rojo se emparejan en la fase 2SC+s, mientras que los quarks de color azul no participan en la formación de pares. La IV en esa fase es $w_q = \sum_i w_i$.

Cabe destacar, que en ambas fases, hemos incluido la superconductividad de manera fenomenológica, basándonos en el trabajo de Lugones & Horvath (2003). Comenzamos con la energía libre de un estado (ficticio) de materia de quarks no apareada en la que todos los quarks que pueden aparearse, realizando un desarrollo de Taylor de Δ hasta orden 2. Los quarks que se aparean entre sí tienen el mismo p_{FCi} : es en este sentido que el parámetro es “común” (Alford & Rajagopal, 2002). La energía de enlace del condensado de diquarks se incluye restando el término de condensación $3\Delta^2 \mu^2 / \pi^2$.

Considerando la posibilidad de la formación de diquarks, el cálculo de la presión de quarks total resulta

$$P_{q,t} = P' + P_{\Delta} + \sum_{q=u,d,s} \frac{K_v}{2} w_q^2 + P_{vac}, \quad (2.48)$$

donde P_{Δ} será 2.45 si se toma en cuenta la fase 2SC+s y 2.46, al considerar CFL, y P' las presiones calculadas para quark considerando las integrales hasta el momento común de Fermi y no hasta infinito.

La neutralidad de carga de color se impone mediante las condiciones $\partial P_{q,t} / \partial \mu_3 = 0$ y $\partial P_{q,t} / \partial \mu_8 = 0$. La ruptura de la simetría de color aumenta el número de ecuaciones acopladas

que deben resolverse para calcular la ecuación de estado de la materia de quarks. El sistema de ecuaciones consta de nueve ecuaciones acopladas para la fase 2SC+s y doce ecuaciones acopladas para la fase CFL (para más detalles, ver [Apendice B](#)).

Para el caso de proto-EHs estudiadas en esta tesis, la fase superconductor de color considerada será solo la CFL, de manera que $P_\Delta = P_{\Delta_{\text{CFL}}}$, ec. [2.46](#).

Como hemos mencionado, en este contexto las integrales necesarias para calcular P' serán resueltas con un límite superior dado por el momento común de Fermi, p_{FC} . Es sabido que a temperaturas distintas de cero, la superficie de Fermi no es una frontera nítida entre los estados ocupados y desocupados, sino que se difumina. Para estos casos, hemos considerado valores del límite superior de la integral de hasta cinco veces el p_{FC} y los resultados muestran que el error de la presión es solo de un 10 % para temperaturas del orden de los 40 MeV. Dado este error, decidimos trabajar con este modelo efectivo simple cuyo límite es correcto en el caso de $T \rightarrow 0$. El valor de p_{FC} dependerá de los quarks apareados.

Dado que los nueve quarks no se aparean todos entre sí, se consideran cuatro valores diferentes de p_{FCi} : p_{FC1} para los diquarks (ru, gd, bs), p_{FC2} para (rd, gu), p_{FC3} para (rs, bu) y finalmente p_{FC4} para (gs, bd); dados por:

$$p_{FC1} = \frac{1}{3} \left[2(\mu_{ur} + \mu_{dg} + \mu_{sb}) - \sqrt{3m_s^2 + (\mu_{ur} + \mu_{dg} + \mu_{sb})^2} \right], \quad (2.49)$$

$$p_{FC2} = \frac{1}{2}(\mu_{dr} + \mu_{ug}), \quad (2.50)$$

$$p_{FC3} = \frac{-m_s^2 + (\mu_{sr} + \mu_{ub})^2}{2(\mu_{sr} + \mu_{ub})}, \quad (2.51)$$

$$p_{FC4} = \frac{-m_s^2 + (\mu_{db} + \mu_{sg})^2}{2(\mu_{db} + \mu_{sg})}. \quad (2.52)$$

Estas cuentas fueron realizadas especialmente para este trabajo, y el desarrollo detallado se muestra en el [Apéndice C](#). Para el caso de una EN formada y fría, p_{FCi} convergen a un único momento común $p_{FCi} \rightarrow p_{FC}$, recuperando de esta manera, la teoría a $T = 0$ MeV consistentemente. Este resultado se revela novedoso, puesto que es la primera vez que se consigue al analizar la fase CFL a temperatura finita (ver por ejemplo el trabajo de [Paulucci & Horvath \(2008\)](#)).

Por otro lado, durante la evolución de una proto-EN la dependencia de Δ con la temperatura juega un papel importante, es decir: $\Delta = \Delta(T)$. Para incluirla, nos basaremos en el trabajo de [Paulucci & Horvath \(2008\)](#) que utilizan el modelo de bolsa del MIT. De igual manera para el FCM, tomamos

$$\Delta = \Delta(T) = 2^{-1/3} \Delta_0 \sqrt{1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^2}, \quad (2.53)$$

$$T_c = 0.57 \Delta(T=0) 2^{1/3} = \Delta_0 0.57 2^{1/3}, \quad (2.54)$$

donde T_c es la temperatura crítica del sistema superconductor, por encima de la cual el sistema ya no puede soportar el emparejamiento entre quarks y Δ_0 es el valor constante del *gap* a temperatura cero, $\Delta_0 = \Delta(T=0)$.

A la densidad de energía, ϵ_q , la plantearemos a partir de la relación de Euler, es

$$\epsilon_q = -P_{qg,t} + \sum_{q=u,d,s} \mu_q n_{qg,t} + TS_{qg,t}, \quad (2.55)$$

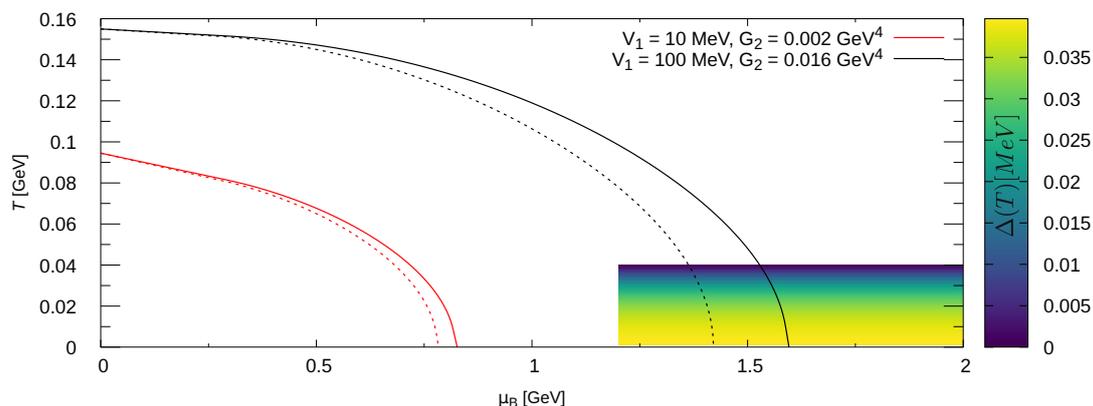


Figura 2.4. Diagrama de fases del modelo, $T - \mu$, donde se muestran los efectos de las IV considerando $\Delta_0 = 50$ MeV. Las curvas rojas corresponden a los valores más bajos de los parámetros del FCM, V_1 y G_2 , y las curvas negras a los mayores. En las líneas sólidas están incluidas las interacciones vectoriales, con $K_v = 20$ GeV^{-2} , mientras que en las punteadas no se incluyen. La región de degradé de colores representa el valor del *gap* superconductor $\Delta(T)$, cuyas temperatura crítica $T_c \sim 40$ MeV. Es posible ver que a medida que aumenta la temperatura T , el *gap* Δ disminuye, hasta ser ~ 0 , pues la transición de fase se da a aproximadamente a la misma T que T_c .

donde

$$\begin{aligned}
 n_{qg,t} &= \frac{\partial P_{qg,t}}{\partial \mu_q} \quad \text{es la densidad numérica de quarks y,} \\
 S_{qg,t} &= \frac{\partial P_{qg,t}}{\partial T} \quad \text{la densidad de entropía.}
 \end{aligned}
 \tag{2.56}$$

2.1.3.3. Diagrama de fases del modelo

Para analizar el comportamiento de la materia de quarks sometida a condiciones extremas, es útil construir el diagrama de fases del modelo y comparar los resultados con los estudios teóricos y experimentales más recientes del diagrama de fases de la QCD, como el diagrama teórico mostrado en la Introducción.

El plano $\mu - T$ para el modelo de campo correlacionador se muestra en las figuras 2.4 y 2.5. Para construir este tipo de diagrama, no consideramos materia en equilibrio- β por simplicidad. Cabe destacar que si bien los cálculos de Lattice QCD han proporcionado importantes contribuciones a la comprensión del diagrama de fases a potencial químico cero, la complejidad matemática de la teoría hace que sea dificultoso el cálculo a potencial químico finito. Esto ocurre porque a potencial químico finito hay cantidades que se vuelven complejas y entonces los cálculos fallan. Aunque hay formas de explorar la región de pequeño potencial químico en lattice QCD, para realizar cálculos a valores de potencial químico intermedios o más altos hay que recurrir a modelos efectivos, como el usado en esta tesis.

Si observamos el esquema del diagrama de fases ilustrativo presentado en la fig. 1.9, y hacemos una comparación rápida con las figuras 2.4 y 2.5, observamos que en estas últimas no presentan ni la zona de *crossover* ni el punto crítico de segundo orden que separa la línea continua de transición de fase de primer orden. El diagrama correspondiente al FCM presenta una transición de fase de primer orden. En ambas figuras las líneas continuas (punteadas)

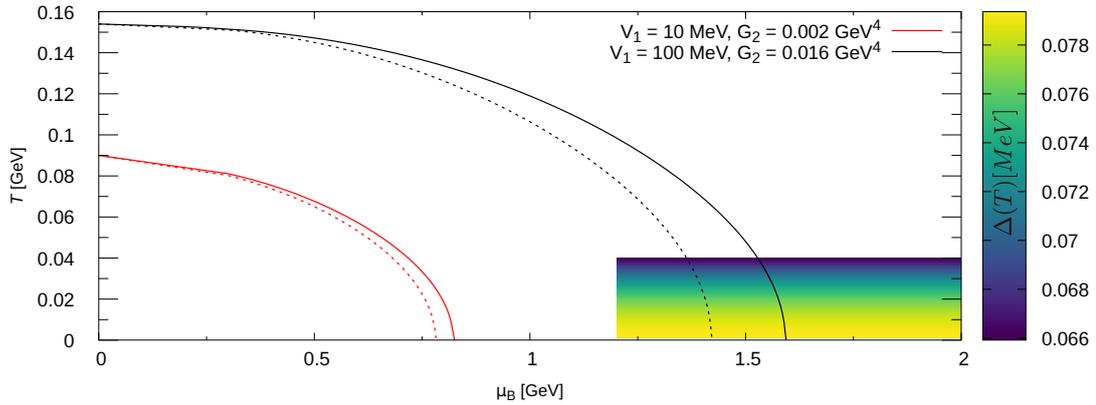


Figura 2.5. Diagrama de fases del modelo, $T - \mu$, donde se muestran los efectos de las IV considerando $\Delta_0 = 100$ MeV. Las curvas rojas corresponden a los valores más bajos de los parámetros del FCM, V_1 y G_2 , y las curvas negras a los mayores. En las líneas sólidas están incluidas las interacciones vectoriales, con $K_V = 20$ GeV^{-2} , mientras que en las punteadas no se incluyen. La región de degradé de colores representa el valor del *gap* superconductor $\Delta(T)$, cuyas temperatura crítica $T_c \sim 40$ MeV. Es posible ver que a medida que aumenta la temperatura T , si bien el *gap* Δ disminuye, no se anula completamente como sucedía al considerar $\Delta_0 = 50$ MeV, fig. 2.4.

corresponden a un valor de interacción vectorial $K_V = 20$ MeV^{-2} ($K_V = 1$ MeV^{-2}). Consideramos dos valores extremos de los parámetros del FCM: $V_1 = 10$ MeV y $G_2 = 0.002$ GeV^4 (curvas rojas) y $V_1 = 100$ MeV y $G_2 = 0.016$ GeV^4 (curvas negras). Tomamos como mínimo valor $G_2 = 0.002$ GeV^4 , que corresponde al mínimo valor de G_2 distinto de cero para el cual puede definirse una ventana de estabilidad absoluta de la materia de quarks con $V_1 \leq 10$ MeV (Mariani et al., 2017).

El área de color delimitada por $T \leq 40$ MeV para valores del potencial químico $\mu_B \geq 1200$ MeV ilustra la zona en la que se encuentra la fase CFL. Cabe destacar que el área es ilustrativa, y fue construida primero utilizando un código Bash, para encontrar la zona de temperatura ($T \leq 40$ MeV) en la cual ocurría la transición de fase entre la materia no apareada y la materia CFL. Respecto a la variación de $\Delta(T)$, se mueve a colores más oscuros a medida que $\Delta(T) \rightarrow 0$ dentro del área colorida. Estos valores en GeV pueden apreciarse en la barra de color que se encuentra a la derecha de cada figura. Es importante aclarar que el comienzo del área colorida en $\mu_B = 1200$ MeV, se debe a que para valores menores a este potencial, la materia de quarks en la fase CFL tiene presión negativa cuando se establece el equilibrio beta. Para la materia en la fase CFL en el diagrama de fases, sí fue considerada la neutralidad de color.

Para el primer gráfico, fig. 2.4, consideramos un *gap* superconductor $\Delta_0 = 50$ MeV; el segundo, fig. 2.5, $\Delta_0 = 100$ MeV. En la fig. 2.4 puede verse a medida que aumenta la temperatura T , el *gap* $\Delta(T)$ disminuye, hasta llegar a $\Delta(T) \sim 0$. Si bien la tendencia es la misma en la fig. 2.5, $\Delta(T)$ no se anula cuando $\Delta_0 = 100$ MeV. Volviendo a las ecuaciones 2.53 y 2.54 correspondientes a la expresión de $\Delta(T)$ y a la temperatura crítica asociada, T_c , respectivamente, vemos que en el caso de $\Delta_0 = 50$ MeV, $T_c = 35.9$ MeV y para $\Delta_0 = 100$ MeV, $T_c = 71.8$ MeV. Esta diferencia se debe a que la transición de fases se da para $T \sim 40$ MeV, que sería similar a T_c del primer caso planteado.

Finalmente, para el FCM obtenemos $T(\mu_B = 0) \sim 153$ MeV, para las curvas negras en cada

una de las figuras, correspondientes a $V_1 = 100$ MeV y $G_2 = 0.016$ GeV⁴. Esta temperatura se encuentra dentro del rango de valores esperados para el diagrama de fases de la QCD, $150 \text{ MeV} \lesssim T(\mu_B = 0) \lesssim 160 \text{ MeV}$ (Brandt et al., 2018). De todas maneras, estos resultados serán profundizados en el capítulo **Resultados**.

2.1.3.4. Aproximación a temperatura cero

Una vez descrito el modelo para temperatura finita, nos enfocaremos en el caso particular de estrellas frías.

Para una ENs ya formada y en equilibrio hidrostático, su temperatura es del orden de:

$$T_{EN} \sim 6 \times 10^5 \text{ K} \sim 60 \text{ eV} = 6 \times 10^{-5} \text{ MeV} \ll \mu_{\text{Fermi}}$$

por lo cual, es posible considerar la aproximación: $T = 0$ a los fines prácticos de este trabajo.

Tomando el límite $T \rightarrow 0$ de la expresión para la presión de quarks y gluones $P_{qg,t}$ (ec. 2.41), obtenemos una expresión simplificada para la presión total del sistema, pues la presión de gluones es despreciable:

$$P_{q,t} = \sum_{q=u,d,s} P_q = \sum_{q=u,d,s} \left[\frac{3}{\pi^2} \int_0^{p_F^*} u^2 (\tilde{\mu}_q^* - u) du + \frac{K_V}{2} w_q^2 \right] + P_{vac}, \quad (2.57)$$

donde $\tilde{\mu}_q^* = \mu_q^* - V_1/2$, $p_F^* = \sqrt{\tilde{\mu}_q^* - m_q^2}$, $w_q = w(\tilde{\mu}_q^*)$.

El potencial químico efectivo, ec. 2.40, se encuentra de manera autoconsistente minimizando la ec. 2.57 con respecto al condensado de vectores, de lo cual se sigue que $w_q = n(\mu_q^*)$, donde $n(\mu_q^*)$ es la densidad de número de quarks del sabor q .

Considerando la posibilidad de la formación de diquarks, la expresión del cálculo total de la presión (ec. 2.48), $P_{q,T}$, el valor de P' también dependerá del tipo de fase superconductora, como:

$$P'_{2SC} = \frac{1}{\pi^2} \sum_{i=1}^4 \int_0^{p_{FCj}} u^2 (\tilde{\mu}_i^* - u) du + \frac{1}{\pi^2} \sum_{i=5}^9 \int_0^{p_{FCj}} u^2 (\tilde{\mu}_i^* - \sqrt{u^2 + m_i^2}) du, \quad (2.58)$$

o

$$P'_{\text{CFL}} = \frac{1}{\pi^2} \sum_{i=1}^9 \int_0^{p_{FCj}} u^2 (\tilde{\mu}_i^* - \sqrt{u^2 + m_i^2}) du, \quad (2.59)$$

donde $\tilde{\mu}_i^* = \mu_i^* - V_1/2$ y p_{FCj} se determinará al minimizar la ec. 2.48 y vale $p_{FCj} = p_{FC-CFL}$ o $p_{FCj} = p_{FC-2SC+s}$ calculados en el **Apéndice C**. El subíndice i detalla el par de quarks considerado, a partir de la tabla 2.47 y el subíndice j separa entre los distintos momentos de Fermi que varían según el subíndice i .

Resumen de esta sección

En esta instancia, resulta útil resumir el trabajo llevado a cabo en esta tesis hasta el momento. Las ENs fueron modeladas como EHS, es decir, estrellas con un núcleo interior de quarks rodeada por un núcleo exterior de hadrones. Para construir la EdE híbrida, se desarrolló un código describiendo la materia de quarks usando el versión mejorada del modelo FCM que incluye IV y SC, explicado en la sección 2.1.3. A partir de la ec. 2.38, construimos la EdE de la materia de quarks deconfinada, con y sin superconductividad de color a temperatura finita. En el modelado de proto-EN, donde la temperatura juega un rol importante, sólo fue considerada la fase superconductor de color CFL. A modo de describir cómo se apareaban los quarks, calculamos los momentos comunes de Fermi, p_{FCi} , respectivos (ver Apéndice C). Más aún, se estudió particularmente el caso de estrellas frías, usando una aproximación de temperatura nula. En este caso, además de la fase CFL, se tuvo en cuenta otra fase superconductor llamada 2SC+s. Como se ha demostrado, el modelo fenomenológico propuesto recupera la teoría a $T = 0$ en dicho límite. Por otro lado, para la fase hadrónica se re-adaptó un código realizado por el grupo ARCo, que usa la parametrización SW4L del RMF. Para trabajar con la materia densa, se tuvieron en cuenta las condiciones de equilibrio, tales como el equilibrio- β , conservación del número bariónico y neutralidad de carga total. Finalmente, habiendo construido ambas EdE, se utilizó el código NESTOR (descrito en detalle en el Apéndice A), el cual construye EdE híbridas a partir de una transición de fase usando la construcción de Maxwell.

2.2. Macrofísica de ENs: Equilibrio, estabilidad y rotación

Habiendo podido describir la materia en el interior de esos objetos considerando alguna EdE en particular, la misma nos permitirá analizar las propiedades macroscópicas de las ENs. En esta sección nos enfocaremos en describir las ecuaciones que permiten estudiar configuraciones en equilibrio y obtener cantidades observables y potencialmente observables como lo son la masa, radio, lambda, momento de inercia. Es importante remarcar que las ENs son objetos extremadamente compactos, por lo cual su estudio se realiza en el marco de la teoría de la relatividad general.

2.2.1. Estructura estelar para objetos de simetría esférica

Vamos a describir objetos compactos aislados y con simetría esférica. Usaremos como hipótesis que fuera de la estrella habrá “vacío”, es decir será una región del espacio-tiempo donde el efecto gravitacional de cualquier materia presente será insignificante (Shapiro & Teukolsky, 2008). La métrica para describir este tipo de sistemas es:

$$ds^2 = -e^{2\nu(r)} dt^2 + \left(1 - \frac{2m(r)}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega^2, \quad (2.60)$$

donde $\nu(r)$ queda caracterizada por la ecuación diferencial

$$\frac{d\nu(r)}{dr} = \frac{m(r) + 4\pi r^3 P(r)}{r(r - 2m(r))}. \quad (2.61)$$

De la gravedad newtoniana sabemos que en cualquier punto fuera de la distribución de masa esférica, el campo gravitatorio sólo dependerá de la masa allí encerrada.

Para el región vacía exterior a la estrella, donde $r > R$, esta métrica toma la forma de la métrica de Schwarzschild:

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega^2, \quad (2.62)$$

donde M es la masa gravitacional total del objeto. En nuestro caso, el radio de Schwarzschild, $r_s = 2M$, no tiene especial importancia, pues esta métrica solo es válida como solución fuera del objeto y r_s quedará por dentro del objeto (Shapiro & Teukolsky, 2008).

Teniendo en cuenta además el tensor de energía-momento de las ecuaciones de Einstein de un fluido ideal estático $T_{\mu\nu}$, y la métrica descrita por la ec. 2.60, podemos calcular la estructura estelar de las ENs.

El tensor de energía-impulso para un fluido ideal está dado por

$$T_{\mu\nu} = \text{diag}(\epsilon, P, P, P) \quad (2.63)$$

con ϵ es la densidad de energía y P la presión.

La estructura estará determinada por las ecuaciones de equilibrio hidrostático relativista para un objeto con simetría esférica, llamadas ecuaciones de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV). Se obtienen a partir de la hipótesis de que cada elemento del fluido esta en reposo respecto al resto de la estrella. En unidades naturales, están dadas por (Glendenning, 2012):

$$\frac{dP}{dr} = -[\epsilon(r) + P(r)] \frac{m(r) + 4\pi r^3 P(r)}{r(r - 2m(r))}, \quad (2.64)$$

$$\frac{dm}{dr} = 4\pi r^2 \epsilon(r), \quad (2.65)$$

donde $P(r)$ y $\epsilon(r)$ son la presión y densidad de energía en el radio r y $m(r)$ es la masa encerrada en una esfera de radio r .

El equilibrio entre la fuerza que actúa sobre una capa de materia debido a la presión interna del material y el peso de la materia que presiona desde el exterior se expresa mediante la ecuación de equilibrio, ec. 2.64. La segunda ecuación proporciona la masa-energía en esta capa.

Para resolver las ecuaciones 2.64 y 2.65, es necesario agregar condiciones de borde o que caracterizan la estrella:

- En el centro de la estrella, $r = 0$, por lo cual no habrá masa en el centro: $m(r = 0) = 0$;
- En el radio total de la estrella, $r = R$, la presión se anulará; es decir $P(r = R) = 0$ y además, $m(R) = M$,

planteadas en (Shapiro & Teukolsky, 2008)

Es claro que para resolver las ecuaciones de estructura, primero necesitamos haber construido cierta EdE, $\rho = \rho(\epsilon)$, como las obtenidas en la sección 2.1.

2.2.2. Masa gravitacional vs masa bariónica

Habiendo explicado las ecuaciones de estructura de estrellas compactas y esféricas, estamos en condiciones de proceder a comparar las propiedades de modelos de ENs reales, como sus masas gravitacionales, que resultan cuando se integran diferentes EdE en las ecuaciones TOV 2.64 y 2.65. Estas herramientas, las aplicaremos a modo de extender el estudio de estabilidad en el capítulo Resultados.

A partir de este momento, vamos a redefinir el término masa, M , haciéndolo equivalente al de "masa gravitacional", M_G , donde

$$M = M_G = \int_0^R 4\pi r^2 \epsilon(r) dr, \quad (2.66)$$

obtenida como la integral de la segunda ecuación de TOV, ec. 2.65 y vamos a diferenciarla de la masa bariónica M_B .

Por otro lado, la masa bariónica representa la masa que sumarían individualmente las numerosas partículas que conforman la estrella si estuvieran aisladas unas de otras (Glendenning & Weber, 2001a).

$$M_B = m_N \int_0^R \frac{4\pi r^2 n_B(r)}{[1 - 2m(r)/r]^{1/2}} dr, \quad (2.67)$$

donde m_N es la masa del nucleón y $n_B(r)$ es la densidad numérica bariónica. Ésta última ecuación, permite obtener una relación entre M (M_G) y M_B

En el contexto que trabajamos de estrella aislada, resulta razonable suponer que la masa bariónica se mantendrá constante a lo largo de toda la evolución estelar, mientras que la gravitacional podría experimentar cambios (Bombaci, 1996). Distinto sería, por ejemplo, el caso de formación de una proto-EN en los primeros segundos en los cuales está acretando materia o un par binario con transferencia de masa.

En el trabajo de Bombaci (1996), el concepto de masa máxima introducido por Tolman, Oppenheimer y Volkoff (Tolman, 1939; Oppenheimer & Volkoff, 1939), definida como la masa gravitacional máxima que puede tener una EN antes de volverse inestable y colapsar a un agujero negro, es parcialmente inadecuado cuando se consideran los primeros segundos de evolución de la proto-EN. De esta manera, el plano $M_B - M$ provee una manera adecuada para estudiar la evolución y la estabilidad dinámica de estos objetos.

Consideramos primero que la masa bariónica permanece constante durante las etapas de evolución térmica de la estrella (descriptas en la sección **Proto-EN: Evolución térmica simplificada vía instantáneas isoentrópicas** de la **Introducción**), debido a que la mayor cantidad de la acreción de materia ocurre en etapas previas (Chevalier, 1988).

Analicemos cualitativamente la fig. 2.6 siguiendo el trabajo de Logoteta et al. (2022), a lo largo de la evolución térmica de las EHs. El uso de esta figura resulta representativa de la evolución térmica de las EHs, en la etapa inicial $s \simeq 1$ y final $s = 0$. Sin embargo, es importante resaltar que realizamos este análisis solo para las configuraciones estables bajo el criterio de transición de fase rápida. Por este motivo, en la fig. 2.6 se representa cada curva solamente hasta la configuración de masa máxima, para los estadios isoentrópicos $s \simeq 1$ y $s = 0$, respectivamente. La primer configuración para la cual ocurre una transición de fase y aparece materia de quarks en su núcleo, se indica mediante un punto circular sobre cada curva del plano $M_B - M$ del mismo color que dicha curva (notar que el punto de masa máxima para la curva rosa coincide con el punto circular). Cabe aclarar, además, que estas curvas no representan ningún resultado de este modelo sino sólo un objeto de análisis para caracterizar lo obtenido por nosotros en el próximo capítulo 3, sección 3.1.

En el plano $M_B - M$, la evolución térmica de una proto-EN transcurre en rectas verticales de masa bariónica constante. Soluciones con masas bariónicas menores que la asociada al punto de transición de fase de cada curva (del mismo color que la curva) son puramente hadrónicas, mientras que configuraciones con masas bariónicas mayores, resultan EHs con núcleo de materia de quarks, hasta llegar al máximo y luego también la rama posterior de estabilidad extendida.

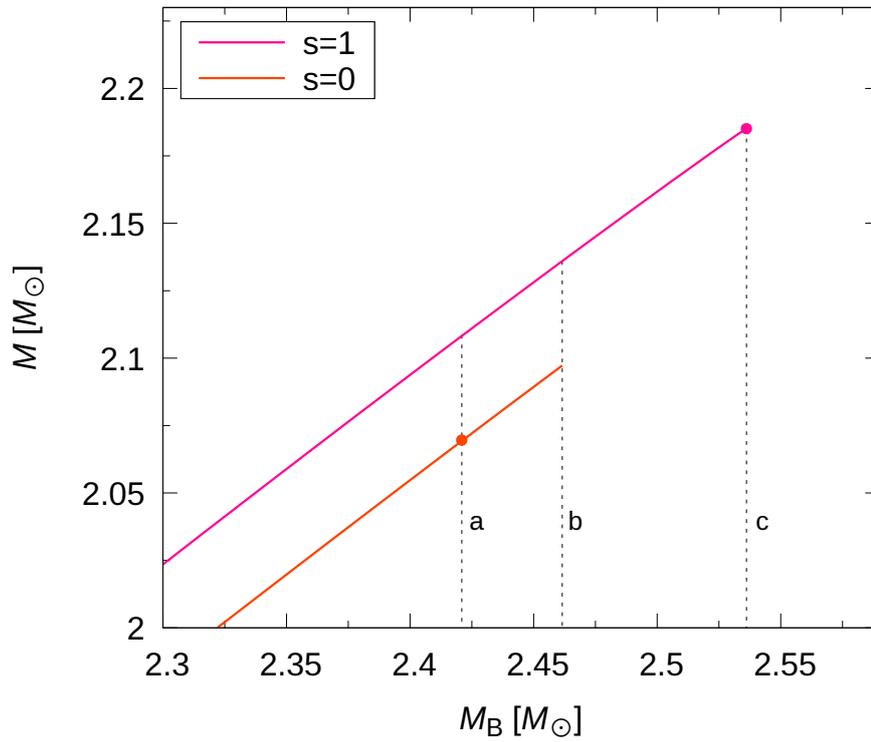


Figura 2.6. Relación $M_B - M$. Curvas isentrópicas de configuraciones estables bajo transiciones de fase rápida. El punto circular indica la aparición de materia de quarks en el núcleo. La curva rosa indica $s \approx 1$ y la roja $s = 0$, respectivamente. Solo para los casos de proto-EH con masas bariónicas $0 < M_B \leq M_B^{(b)}$, se puede trazar una recta vertical que cruce ambas curvas isentrópicas, y las configuraciones terminen su vida como EHs estables.

Inicialmente, se considera un punto sobre la curva $s \simeq 1$. Si las configuraciones tienen $0 < M_B \leq M_B^{(b)}$, como la recta vertical corta la curva $s = 0$, la proto-EN se mantendrá estable, los neutrinos escapan de ella y terminará su vida como una estrella fría. En particular, para $0 < M_B \leq M_B^{(a)}$ terminará como una estrella hadrónica dado que no ha ocurrido la transición de fase en el núcleo. En cambio, entre $M_B^{(a)} < M_B \leq M_B^{(b)}$, lo hará como una EH fría. Por otro lado, si $M_B^{(b)} < M_B \leq M_B^{(c)}$, es probable que la proto-EH colapse en un agujero negro, dado que no existen configuraciones estables frías para estos valores de masa bariónica. Finalmente, para $M_B^{(c)} < M_B$, es posible que la proto-EH nunca se forme y el remanente de la supernova colapse directamente a un agujero negro.

2.2.3. Deformabilidad de mareas

La deformabilidad de marea, λ , de un objeto compacto es una magnitud que, en términos cualitativos, cuantifica la deformación cuadrupolar del objeto como respuesta a los efectos de marea de un campo gravitatorio externo. En este trabajo, consideraremos el caso en el campo gravitatorio externo estaría producido por una estrella compañera binaria. En particular, esta magnitud resulta de especial importancia en la astronomía de ondas gravitacionales de ENs, dado que es una magnitud de gran relevancia para determinar la señal de la onda antes de la colisión, en el proceso de fusión de dos ENs. En este sentido, los resultados obtenidos, provenientes de analizar la señal del evento GW170817, han puesto fuertes restricciones en la deformabilidad de marea adimensional, Λ , para una EN de $1.4 M_\odot$, $\Lambda_{1.4} \leq 800$ (Abbott et al., 2019; Annala et al., 2018; Raithel et al., 2018; Tews et al., 2018).

Por este motivo, el cálculo de esta magnitud resulta de especial relevancia para la contrastación de los modelos con los datos observacionales.

A orden lineal, λ está relacionada con el número de Love adimensional, k_2 , asociado a las perturbaciones cuadrupolares, $\ell = 2$,

$$\lambda = \frac{2}{3}k_2R^5. \quad (2.68)$$

Finalmente, la deformabilidad de marea adimensional, Λ , se define como

$$\Lambda = \lambda/M^5. \quad (2.69)$$

Los detalles relacionados con los cálculos involucrados en la obtención de Λ para modelos estelares con discontinuidades abruptas en sus perfiles de densidad de energía se pueden ver en el trabajo de Han & Steiner (2018). En dicho trabajo se establece que k_2 se puede expresar en términos del parámetro de compacticidad, $\beta = M/R$,

$$\begin{aligned} k_2 = & \frac{8\beta^5}{5}(1-2\beta)^2[2+2\beta(y-1)-y] \times \{2\beta[6-3y+3\beta(5y-8)] \\ & + 4\beta^3[13-11y+\beta(3y-2)+2\beta^2(1+y)] \\ & + 3(1-2\beta)^2[2-y+2\beta(y-1)] \ln(1-2\beta)\}^{-1}, \end{aligned} \quad (2.70)$$

donde $y \equiv y(r)|_{r=R}$. La función $y(r)$ satisface la ecuación diferencial de primer orden,

$$ry'(r) + y(r)^2 + y(r)e^\lambda [1 + 4\pi r^2 (P - \epsilon)] + r^2 Q(r) = 0, \quad (2.71)$$

$$Q(r) = 4\pi e^\lambda \left[9P + 5\epsilon + \frac{P + \epsilon}{dP/d\epsilon} \right] - 6 \frac{e^\lambda}{r^2} - \nu'^2, \quad (2.72)$$

con la condición de contorno $y(0) = 2$. Las funciones $\lambda(r)$ y $\nu(r)$ son las funciones de la métrica estática y con simetría esférica presentada en la ec. 2.60. Además, cuando se considera una

transición de fase que ocurre a través de una discontinuidad abrupta, se debe agregar la condición de juntura mediante la expresión que relaciona la función $y(r)$ de ambos lados de la interfase,

$$[y]_{-}^{+} \equiv y^{+} - y^{-} = -\frac{4\pi r_t^3 \Delta\epsilon}{m(r_t)}, \quad (2.73)$$

donde r_t es el radio de la estrella en el que ocurre la transición y $\Delta\epsilon$ es el salto en la densidad de energía entre la fase de quarks y la fase de hadrones en la interfase, producto de la transición abrupta.

Dada la EdE y las condiciones iniciales para la estrella, la deformabilidad de marea se puede calcular de manera simultánea a las ecuaciones TOV, ecuaciones 2.64-2.65.

2.2.4. Estrellas de neutrones rotantes

Las ENs están asociadas con tres clases de objetos astrofísicos rotantes: púlsares, fuentes compactas de rayos X (por ejemplo, Her X-1 y Vela X-1), y magnetares, que son objetos con CM muy altos y velocidades bajas (Prasanna et al., 2023).

Cuando el núcleo de una estrella masiva progenitora colapsa, la conservación del momento angular aumentará la rotación de la subsiguiente EN, posiblemente haciendo que estos objetos giren a frecuencias muy altas, incluso hasta 1000 Hz (Van-Doesburgh et al., 2018; Hessels et al., 2006).

Desde un punto de vista intuitivo para un objeto compacto rotatorio aislado, se espera que su energía rotacional se disipe a través de varios mecanismos bien entendidos, como la radiación impulsada por CM grandes o la emisión de ondas gravitacionales. Este fenómeno de disminución de rotación ha sido observado en miles de pulsares, con tasas de disminución de rotación que cubren un amplio rango, desde $\dot{P} \sim 10^{-22} - 10^{-9} \text{ s s}^{-1}$. Notablemente, las ENs que giran más rápido tienden a exhibir valores más pequeños de \dot{P} , como puede verse en la fig. 1.5.

La estructura de ENs en rápida rotación es considerablemente más complicada que la de los objetos estáticos, ya que la rotación rompe la simetría esférica, complejizando considerablemente las ecuaciones de estructura estelar usadas en objetos simétricamente esféricos (TOV). Estas complicaciones surgen debido a la deformación en estrellas rotantes: achatamiento en los polos y abultamiento en el ecuador. A mayor frecuencias de rotación, mayor será la deformación, con el radio ecuatorial, R_E , hasta un 60 % más grande que el radio polar, R_P , lo cual conduce a que la métrica de la estrella dependa además de la coordenada polar. La métrica para el objeto achatado tiene la forma:

$$ds^2 = -e^{2\nu}(dt)^2 + e^{2\psi}(d\phi - \omega dt)^2 + e^{2\mu}(d\theta)^2 + e^{2\lambda(r)}(dr)^2, \quad (2.74)$$

caracterizada por las funciones métricas ν , ψ , λ y μ , y por la velocidad angular en un marco inercial local ω .

La cantidad ω denota la velocidad angular de los marcos inerciales locales, arrastrados en la dirección de la rotación de la estrella, como se muestra en a fig. 2.7. Esta frecuencia también depende de la coordenada radial así como del ángulo polar. También es una función implícita de la frecuencia de la estrella, Ω , ya que las tasas de rotación de los marcos inerciales locales dependen íntimamente de la concentración de masa dentro y fuera de de la estrella, lo cual varía con Ω . La velocidad angular relativa $\bar{\omega}$ está definida como:

$$\bar{\omega}(r, \theta, \Omega) = \Omega - \omega(r, \theta, \Omega), \quad (2.75)$$

que es la velocidad angular del fluido, Ω , relativa a la velocidad angular del marco inercial local, $\omega(r)$. La frecuencia $\bar{\omega}$ es relevante al discutir el flujo rotacional del fluido dentro de la

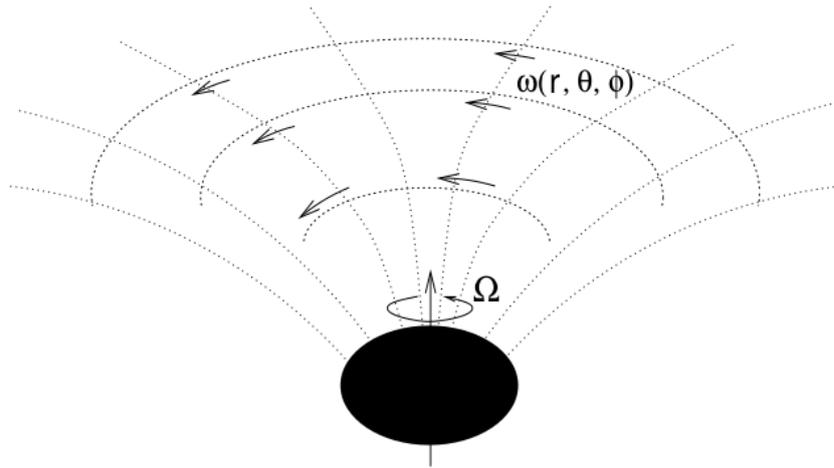


Figura 2.7. Estrella compacta rotante según la teoría de la relatividad general. La estrella, rotando a una frecuencia Ω , se deforma rotacionalmente, deforma la geometría del espacio-tiempo y pone en rotación los marcos inerciales locales con una velocidad angular dependiente de la posición $\omega(r, \theta, \Omega)$. Imagen adaptada de (Weber, 1999).

estrella, ya que la magnitud de la fuerza centrífuga actuando sobre un elemento de fluido está gobernada por la tasa de rotación del elemento de fluido relativo a un marco inercial local. Los marcos inerciales dentro de un fluido relativista no están en reposo con respecto a las estrellas distantes. Más bien, son arrastrados por el fluido rotatorio (Weber, 1999).

A su vez, la rotación estabiliza la estrella en contra del colapso gravitacional, y, por lo tanto para dada EdE, las ENs rotantes son más masivas que las estáticas. Una masa más grande, sin embargo, causa una mayor curvatura del espacio-tiempo.

La métrica presentada en la ecuación (2.74) es independiente tanto del tiempo como del ángulo azimutal ϕ , reflejando rotación estacionaria y simetría axial alrededor del eje de rotación, respectivamente. La restricción a objetos simétricamente axiales es requerida si se asume que la estrella no irradia energía rotacional en forma de radiación gravitacional. De otro modo, es decir, si hay momentos dependientes del tiempo en la distribución de masa, la estrella no podría permanecer en equilibrio a lo largo del tiempo.

Se asume que la frecuencia de la estrella Ω es constante a través del fluido estelar, es decir, se asume que las configuraciones estelares rotan uniformemente (rotación de cuerpo rígido). Esta suposición parece estar bien justificada tanto en ENs calientes como frías, pues, se ha demostrado que las proto-ENs amortiguan cualquiera la rotación diferencial inicialmente presente en la estrella, cuyo máximo ocurre unos pocos días por el espiral de Ekman¹ (Hegyi, 1977; Weber, 1999). Por otro lado, en las ENs frías, la viscosidad del torbellino superfluido, la viscosidad que surge del choque de electrón-vórtice, o la viscosidad de partículas degeneradas mezclarán vórtices por medio de los cuales la rotación de cuerpo rígido está garantizada para tales objetos también (Hartle & Sharp, 1967; Weber, 1999).

Finalmente, una cantidad relevante a estudiar es la frecuencia de Kepler, Ω_K . Esta es la frecuencia máxima que puede tener un objeto auto-gravitante antes que comience a perder masa por el ecuador y por lo cual es el límite absoluto de la rotación estable. De igual manera, la velocidad angular de Kepler es la que posee una partícula en órbita circular estable en el ecuador de una estrella. En general, nos referiremos frecuentemente a la velocidad angular

¹El espiral del Ekman es un modelo teórico que explica el movimiento de las capas de un fluido por la acción del efecto de Coriolis.

como frecuencia, dado que $\nu = \Omega_K / (2\pi)$. Ω_K depende, de manera complicada, de la estructura interna de la estrella a través de la métrica y la frecuencia de arrastre de marcos inerciales, nombrada anteriormente (Glendenning, 2012).

La frecuencia de Kepler relativista general, se da como una solución de la siguiente ecuación (Friedman et al., 1986; Weber, 1999);

$$V(\Omega_K) = \exp(\psi(\Omega_K) - \nu(\Omega_K))(\Omega_K + \omega(\Omega_K)), \quad (2.76)$$

donde V denota la velocidad orbital en el ecuador de la estrella. Las cantidades de las ecuaciones 2.74 y 2.76 deben evaluarse en el ecuador de la estrella. De esta forma, Ω_K resulta

$$\Omega_K = \{V(\Omega_K) \exp(\nu(\Omega_K) - \psi(\Omega_K)) + \omega(\Omega_K)\}_{ecuador}. \quad (2.77)$$

Además, deben resolverse de manera autoconsistente para un modelo dado de la EdE (los detalles de esta resolución se pueden encontrar en Weber, 1999).

Para estudiar las configuraciones en equilibrio de las estrellas rotantes, Hartle y Thorne en 1967, desarrollaron un enfoque perturbativo (Hartle, 1967; Hartle & Thorne, 1968).

La idea básica en el tratamiento de Hartle es el desarrollo de una solución de perturbación basada en la métrica de Schwarzschild, ec. 2.60. Supongamos que bajo la influencia de la rotación, la estrella se deforma y, por lo tanto, la presión, la densidad de energía y la densidad del número de bariones cambian por cantidades de ΔP , $\Delta \epsilon$ y $\Delta \rho$. Estos cambios modificarán el tensor de densidad de energía-momento por $\Delta T_{\mu\nu}$, y por lo tanto, el tensor total de energía-momento del sistema se convierte en Hartle (1967):

$$T_{\mu\nu} \equiv T_{\mu\nu}^0 + \Delta T_{\mu\nu}, \quad (2.78)$$

donde

$$\begin{aligned} T_{\mu\nu}^0 &\equiv (\epsilon + P)u_\mu u_\nu + P g_{\mu\nu}, \\ \Delta T_{\mu\nu} &\equiv (\Delta \epsilon + \Delta P)u_\mu u_\nu + \Delta P g_{\mu\nu}. \end{aligned} \quad (2.79)$$

Con $T_{\mu\nu}^0$ tensor de energía-momento de fluido perfecto de la configuración estelar no rotatoria, donde P , ϵ y ρ se entienden como medidos por un observador en un marco inercial local moviéndose con el fluido en el instante de medición, y u^μ , la cuadrivelocidad del fluido, normalizada como $u^\mu u_\nu = -1$.

Para las funciones de dispersión en las ecuaciones 2.78 y 2.79 se realiza una expansión multipolar. Asumiendo simetría axial, se puede escribir para los cambios ΔP , $\Delta \epsilon$ y $\Delta \rho$ en el orden más bajo,

$$\Delta P = (\epsilon + P) (p_0 + p_2 P_2(\cos \theta)), \quad (2.80)$$

y

$$\Delta \epsilon = \Delta P \frac{\partial \epsilon}{\partial P}, \quad \Delta \rho = \Delta P \frac{\partial \rho}{\partial P}. \quad (2.81)$$

Estas contribuciones provocadas por la rotación son de segundo orden en la velocidad angular de la estrella y deben determinarse resolviendo las ecuaciones de Einstein a este orden (Hartle, 1967). La cantidad $P_2(\cos \theta)$ en la ec. 2.80 es el polinomio de Legendre de segundo orden, definido como

$$P_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 1). \quad (2.82)$$

El elemento de línea perturbado del fluido deformado rotacionalmente,

$$\begin{aligned}
 ds^2 &= -e^{2\nu(r,\theta,\Omega)}(dt)^2 + e^{2\psi(r,\theta,\Omega)}(d\phi - \omega(r,\theta,\Omega)dt)^2 \\
 &+ e^{2\lambda(r,\theta,\Omega)}(dr)^2 + e^{2\mu(r,\theta,\Omega)}(d\theta)^2 + O(\Omega^3),
 \end{aligned} \tag{2.83}$$

tiene formalmente la misma estructura matemática que el elemento de línea de la métrica 2.74. Sin embargo, en el enfoque de perturbación, las funciones métricas ν , ψ , μ y λ se expanden hasta segundo orden en la frecuencia rotacional Ω de la estrella, mientras que una expansión del término de arrastre de marco es sólo de primer orden. Esto es consecuencia del hecho de que la métrica de un sistema estacionario, simétricamente axial se comportará de la misma manera bajo una inversión en la dirección de rotación como bajo una inversión en la dirección del tiempo (Hartle, 1967). Las funciones métricas perturbadas en 2.83 tienen la forma (Hartle, 1967; Hartle & Thorne, 1968),

$$\begin{aligned}
 e^{2\nu(r,\theta,\Omega)} &= e^{2\Phi(r)} \{1 + 2[h_0(r,\Omega) + h_2(r,\Omega)P_2(\cos\theta)]\}, \\
 e^{2\psi(r,\theta,\Omega)} &= r^2 \sin^2\theta \{1 + 2[v_2(r,\Omega) - h_2(r,\Omega)]P_2(\cos\theta)\}, \\
 e^{2\mu(r,\theta,\Omega)} &= r^2 \{1 + 2[v_2(r,\Omega) - h_2(r,\Omega)]P_2(\cos\theta)\}, \\
 e^{2\lambda(r,\theta,\Omega)} &= e^{2\Lambda(r)} \left(1 + \frac{2[m_0(r,\Omega) + m_2(r,\Omega)P_2(\cos\theta)]}{r[1 - 2m(r)/r]}\right),
 \end{aligned} \tag{2.84}$$

$$\tag{2.85}$$

donde hemos introducido los términos de segundo orden

$$\begin{aligned}
 h(r,\theta,\Omega) &= h_0(r,\Omega) + h_2(r,\Omega)P_2(\cos\theta) + \dots, \\
 v(r,\theta,\Omega) &= v_0(r,\Omega) + v_2(r,\Omega)P_2(\cos\theta) + \dots, \\
 m(r,\theta,\Omega) &= m_0(r,\Omega) + m_2(r,\Omega)P_2(\cos\theta) + \dots,
 \end{aligned} \tag{2.86}$$

que han sido resueltas numéricamente, hasta el orden de $P_2(x)$ para ser calculados a partir de las ecuaciones de Einstein. Una simplificación de la métrica se sigue de transformaciones del tipo $r \rightarrow f(r)$ que no cambian la forma de la métrica 2.74, garantizando que $v_0 = 0$.

Las funciones que dictan el comportamiento de $h_{0,2}$, $m_{0,2}$ y v_2 , donde el subíndice depende del valor de l , se conocen como las ecuaciones de Hartle y Thorne. Estas ecuaciones y sus desarrollos se encuentran descritas en el Apéndice D.

Se informaron estudios de los autores del método que éste sólo era válido para rotaciones lentas (Glendenning, 2012). La noción de “lento” aquí es bastante engañosa, ya que el método de Hartle es capaz de predecir no sólo una variedad de propiedades estelares importantes de estrellas que rotan lentamente (es decir, $\omega \ll \Omega_K$) muy bien, sino también aquellas de estrellas que giran extremadamente rápido con frecuencias cercanas a la frecuencia de pérdida de masa Ω_K también.

Si una estrella gira tan rápido (con aproximadamente Ω_K), la pérdida de masa lleva a la estrella fuera del equilibrio hidrostático y, por lo tanto, se pierde la estabilidad de manera irreversible. Dado que ninguna estrella puede girar más rápidamente que la frecuencia de pérdida de masa, este límite establece un límite absoluto a la rotación rápida.

Otra cantidad estelar muy importante es el momento de inercia, I . Para derivar la expresión del momento de inercia de una estrella deformada rotacionalmente y axisimétrica en equilibrio hidrostático, comenzamos desde la siguiente expresión dada por (Hartle, 1973)

$$I(\Omega) = \frac{1}{\Omega} \int_A dr d\theta d\phi T_t^\phi(r,\theta,\phi;\Omega) (-g(r,\theta,\phi;\Omega))^{1/2}, \tag{2.87}$$

donde A denota la región dentro de un objeto estelar compacto que rota a una velocidad angular uniforme, Ω . La cantidad g denota el determinante del tensor métrico $g_{\mu\nu}$. Se obtiene (Weber, 1999)

$$\sqrt{-g} = e^{\lambda+\mu+\nu+\psi}. \quad (2.88)$$

La componente del tensor de energía-momento T_t^ϕ queda determinada por (Weber, 1999)

$$T_t^\phi = (\epsilon + P)u^\phi u^t \quad (2.89)$$

con las cuadrivelocidades dadas por

$$\begin{aligned} u^t &= \frac{e^{-\nu}}{\sqrt{1 - (\omega - \Omega)^2 e^{2\psi - 2\nu}}}, \\ u^\phi &= (\Omega - \omega)e^{2\psi} u^t. \end{aligned} \quad (2.90)$$

Sustituyendo las ecuaciones 2.90 en la ec. 2.89 obtenemos

$$T_t^\phi = \frac{(\epsilon + P)(\Omega - \omega)e^{2\psi}}{e^{2\nu} - (\omega - \Omega)^2 e^{2\psi}}. \quad (2.91)$$

Finalmente, sustituyendo estas expresiones en la eq. 2.87 resulta en el momento de inercia de un objeto estelar compacto deformado rotacionalmente es (Weber, 1999)

$$I(\Omega) = 2\pi \int_0^\pi \int_0^{R(\theta)} \frac{(\epsilon + P)(\Omega - \omega)e^{\lambda+\mu+\nu+\psi} e^{2\nu-2\psi}}{e^{2\nu} - (\omega - \Omega)^2 e^{2\psi}} dr d\theta. \quad (2.92)$$

2.2.5. Aceleración inducida por acreción de materia

Presentamos ahora un mecanismo que se conoce como aceleración de la rotación inducida por acreción de materia (*accretion-driven-spin-up*) (Glendenning & Weber, 2001a). Estudiamos sistemas estelares binarios, donde una de las componentes es una EN. Consideramos el escenario donde si bien la EN está acretando masa de su compañera, el número bariónico se conserva. Se ha estudiado que durante este escenario, la masa gravitacional de la estrella cambia como máximo en $\sim 0.05 M_\odot$ (ver por ejemplo Weber (1999) y sus referencias). En estos sistemas, se espera que el fenómeno de aceleración de la rotación inducida por acreción sea muy común, dado que la compañera normal está siendo acretada por la EN central.

Utilizamos un modelo de acreción en el que el torque de giro de la materia que se acumula provoca un cambio en el momento angular, J , de la estrella de acuerdo con la relación (Elsner & Lamb, 1977; Ghosh et al., 1977; Wadhwa et al., 2011):

$$\frac{dJ}{dt} = \dot{M}\sqrt{Mr_m} - \kappa\mu^2 r_c^{-3}, \quad (2.93)$$

con κ el coeficiente de acoplamiento visco-magnético, que toma, según trabajos teóricos previos un valor ~ 0.1 (Glendenning & Weber, 2001b), \dot{M} es la tasa de acreción de masa M . El primer término de la ec. 2.93 representa el torque aplicado por la materia que se acumula y el segundo por el CM de la EN y la viscosidad de la materia en el anillo de acreción. El momento magnético de la estrella se denota por $\mu = R^3 B$, el radio co-rotante por $r_c = (M/\Omega^2)^{1/3}$, el borde interno del anillo de acreción por $r_m = \xi r_A$, ($\xi \sim 1$), y el radio de Alfvén en el cual la densidad de energía magnética iguala la densidad total de energía cinética de la materia en acreción por $r_A = [\mu^4/2M\dot{M}^2]^{1/7}$. La ecuación anterior se puede escribir como una de evolución temporal para la velocidad angular, Ω , de la estrella que acumula materia:

$$I(t) \frac{d\Omega(t)}{dt} = \dot{M} \sqrt{M(t)r_m(t)} - \Omega(t) \frac{dI(t)}{dt} - \kappa\mu(t)^2 r_c(t)^{-3}, \quad (2.94)$$

donde el término dI/dt se manifiesta sólo en la medida en que limita los períodos de equilibrio a valores menores que la frecuencia de Kepler, Ω_K .

En general, la rotación estabiliza un modelo estelar contra el colapso gravitacional. Las ENs pueden ser como máximo aproximadamente un 15 a 20 % más masivas que a rotación cero, dependiendo de la masa estelar y su EdE (ver por ejemplo, [Friedman et al. \(1986\)](#); [Haensel et al. \(2009\)](#); [Burgio et al. \(2003\)](#); [Koliogiannis et al. \(2021\)](#)). Si la masa gravitacional de una EN aumenta más allá de este límite debido a la acreción de masa de una compañera al mismo tiempo que se gira, la estabilidad contra el colapso gravitacional se pierde irrevocablemente, y la EN está condenada a colapsar en un agujero negro.

Mientras acumula materia de una compañera, el campo magnético, B , decae de manera muy significativa. Esta etapa puede durar hasta $\sim 10^9$ años y causar un decaimiento del campo por varios órdenes de magnitud. Muchos trabajos se han dedicado al estudio del decaimiento del CM (ver, por ejemplo, los trabajos de [Payne et al. \(2008\)](#); [Istomin & Semerikov \(2016\)](#); [Igoshev et al. \(2021\)](#) entre otras). Es un tema extremadamente complicado, con muchas incertidumbres físicas, como la ubicación real del campo, ya sea en el núcleo o la corteza, el grado en que la corteza está impregnada con impurezas, el calentamiento de la corteza y la consiguiente reducción en la conductividad y, por lo tanto, aumento en la decadencia óhmica del campo, el apantallamiento del CM por material acrecentado, etc. Se cree que el campo decae débilmente debido sólo a la resistencia óhmica en pulsares canónicos, pero muy significativamente si está en órbita binaria con una estrella no degenerada de baja masa, cuando el compañero llena su lóbulo de Roche ([Igoshev et al., 2021](#)).

Si bien, no hay consenso sobre el decaimiento del CM, desde el punto de vista observacional, sabemos que los púlsares canónicos tienen campos de $\sim 10^{11}$ – 10^{13} G, mientras que los púlsares de milisegundos tienen campos que se encuentran en el rango de $\sim 10^8$ – 10^9 G ([Poptekhin et al., 2014](#)). Nos basaremos en este hecho observacional y asumiremos que el campo decae según

$$B(t) = B(\infty) + [B(0) - B(\infty)] \exp(-t/t_d), \quad (2.95)$$

con $t = 0$ al inicio de la acreción.

Esta forma funcional que presenta un decaimiento desde un valor que se mantiene constante durante un periodo de tiempo y luego decae hacia un valor asintótico captura el comportamiento y características generales observados en algunos trabajos que estudian la evolución del CM en el contexto de EN ([Konar & Bhattacharya, 1999a,b](#); [Konar, 2017](#)).

Resumen de esta sección

Continuando con el cuadro de resumen anterior, una vez construída la EdE híbrida para una estrella aislada y no rotante, se integraron las ecuaciones de TOV, ecuaciones 2.64-2.65, que describen la estructura de la estrella. Mediante el ya mencionado código NESTOR se obtiene una familia de modelos estelares para cada modelo con diferente densidad central, ϵ_c , como condición inicial; es decir, para cada EdE inicial. Obteniendo para cada familia cantidades globales como la masa, radio, masa bariónica y deformabilidad de mareas, y magnitudes de estructura interna como $m(r)$, $m_B(r)$ y $\epsilon(r)$.

Sin embargo, las ecuaciones de TOV no describen a las estrellas rotantes, y en este caso fue necesario integrar las expresiones perturbativas de Hartle. Para hacerlo, se adaptó un código desarrollado por el Dr. Fridolin Weber, usando nuestra EdE híbrida como parámetros iniciales. Finalmente, con el objetivo de estudiar el efecto de la acreción de materia sobre una EN componente de un sistema binario, se adaptó un tercer código de *spin-up*, usando nuevamente como variables de entrada nuestras EHs. Ambos códigos se encuentran descritos en el [Apéndice A](#).

Capítulo 3

Resultados

Este capítulo está separado en cuatro secciones, como lo fue el trabajo durante estos años de doctorado. La primera sección 3.1 está dedicada a proto-ENs, instantes después de su formación, donde alcanzan su máximo de temperatura. Modelaremos de manera simplificada el proceso de evolución para identificar y clasificar el comportamiento de las estrellas en diferentes etapas de su evolución. Para esto, usaremos estadios isoentrópicos, como fotografías instantáneas de cada etapa. La sección 3.2 está enfocada en el tercer estadio analizado en la sección anterior: ENs ya formadas, frías, estáticas y en equilibrio hidrostático.

Finalmente, la tercer y cuarta secciones están dedicadas a las configuraciones antes analizadas en rotación. Particularmente, en la sección 3.3, se analizará como repercute la rotación en la estructura estelar, comparándola con el caso de estrellas estáticas. Por otro lado, en la sección (3.4), se describe la aceleración inducida por acreción de materia, en el caso de estrellas binarias donde una de las componentes es una EN. Se analiza, además, el impacto del campo magnético y la tasa de acreción de materia en la evolución de estos sistemas y las diferencias entre EN y EH en este tipo de proceso.

Cabe destacar que si bien presentamos nuestros resultados en el orden descripto, cronológicamente los calculamos de manera distinta. Comenzamos con el modelado de EHs frías, para corroborar que satisfacen las restricciones observacionales actuales de ENs, pues al ser la evolución entre proto-EH y EH fría tan rápida (del orden de unos pocos minutos), estas restricciones deben cumplirse necesariamente para estrellas frías. Luego, se procedió a la extensión al modelado de EHs calientes, descripto en la sección 3.1, donde se pretende recuperar los resultados obtenidos a $T = 0$ para ese límite.

Los resultados obtenidos para estrellas frías dieron lugar a una publicación en congreso [Curin et al. \(2020\)](#) y una publicación en [Curin et al. \(2021\)](#).

3.1. Proto-Estrellas híbridas isoentrópicas y su enfriamiento

Comenzaremos este estudio con el cálculo de las EdE de la proto-EH, para las fases hadrónica y de quarks teniendo en cuenta las condiciones de equilibrio esenciales de la materia en la proto-EH: la condición de equilibrio- β , neutralidad de carga eléctrica y la conservación de los números bariónico y leptónico, como ya fue explicado en la sección 2.1 del capítulo 2. Evaluaremos la transición de fase entre estas EdE y luego integraremos las ecuaciones de equilibrio hidrostático para construir diferentes familias de EHs. Más aún, evaluaremos la estabilidad de la familia de estrellas encontradas prestando atención a los modos de oscilación radiales de las EHs ante perturbaciones radiales.

Para realizar el análisis mencionado se utilizó el código NESTOR, descripto en detalle en el [Apéndice A](#). Dicho código permite el cálculo sistemático de las EdE, su transición

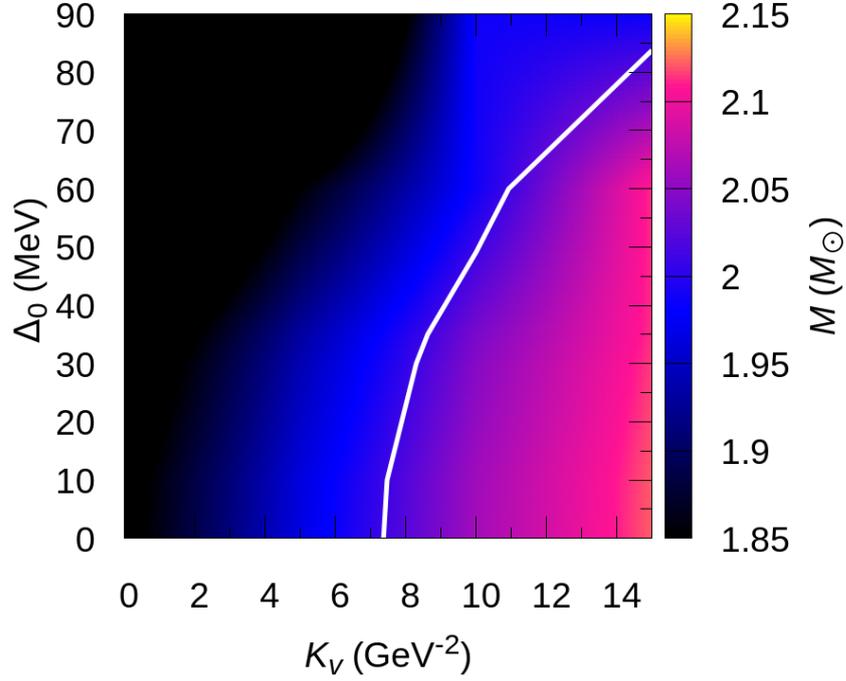


Figura 3.1. Masa máxima de las estrellas en función de Δ_0 y K_V , para la materia de quarks con fase CFL, en EHs frías, donde los parámetros del FCM han sido fijados en $V_1 = 20$ MeV y $G_2 = 0.009$ GeV⁴. La curva blanca marca la restricción de masa máxima $M_{\max} = 2.01M_{\odot}$.

de fase (en caso de haberla) y la integración de las ecuaciones de TOV, considerando el criterio de estabilidad descrito en la sección 2.1.1, que tiene en cuenta la naturaleza del modo fundamental de oscilación radial de la estrella. En este caso, el código fue corrido de dos maneras distintas según fue necesario: a entropía constante (con temperatura variable) o a temperatura variable (con entropía constante), para establecer las instantáneas del modelo simplificado de evolución térmica (sección 1.4).

3.1.1. Análisis del espacio de parámetros del modelo

En este trabajo, hemos elegido como parámetros del modelo los de la tabla 3.1, a fin de estudiar las diferentes familias de EHs, manteniendo durante todo el estudio la parametrización SW4L para el modelo hadrónico.

Previo a este trabajo, las EHs han sido estudiadas repetidamente usando el FCM (Logoteta & Bombaci, 2013; Burgio & Zappalà, 2016; Mariani et al., 2019; Khanmohamadi et al., 2020). A partir de dichos trabajos, donde se realizan exhaustivos estudios de los parámetros del FCM, elegimos tomar dos casos generales para los valores de V_1 y G_2 para concentrarnos en estudiar el impacto de los otros parámetros que agregamos al modelo, relacionados con la SC y las IV.

La fig. 3.1, muestra la masa máxima de las estrellas en función de Δ_0 y K_V , para la materia de quarks con fase CFL, en EHs frías, para $V_1 = 20$ MeV y $G_2 = 0.009$ GeV⁴. En esta figura, puede verse la curva separatriz para la cual se establece la combinación de parámetros del modelo que satisface la restricción de masa máxima mínima, $M_{\max} = 2.01M_{\odot}$ (curva blanca) impuesta por las observaciones de púlsares masivos. Los casos elegidos de la tabla 3.1 son

Set	V_1 [MeV]	G_2 [GeV ⁴]	K_V [GeV ⁻²]	Δ_0 [MeV]
Set 1	20	0.009	10	35
Set 2	10	0.01	10	35

Tabla 3.1. Conjuntos de parámetros seleccionados del FCM extendido para calcular los modelos estelares en el escenario de proto-EHs.

representativos de los valores de Δ_0 y K_V que cumplen con dicha restricción.

En el caso de proto-ENs y su evolución simplificada a ENs frías, vamos a tener en cuenta solo un tipo de SC: la fase CFL. Por un lado, a densidades altas, donde el acoplamiento de la QCD es débil, los estudios teóricos sugieren que el estado fundamental de la materia es un estado particularmente simétrico, la fase CFL (Alford et al., 2008). A densidades más bajas, la fase CFL puede no ser favorable y en cambio se emparejen solo los quarks u y d, fase conocida como 2SC. Estudios teóricos de EH considerando una fase 2SC en la EdE, muestran que las masas máximas en las familias de estrellas obtenidas no superan $1.8 M_\odot$ (ver Alford et al. (2005) y sus referencias). Por otro lado, estudios de la fase 2SC+s (considerada en esta tesis a $T = 0$) dentro del modelo Nambu-Jona-Lasinio sugieren que debido al desajuste de los momentos de Fermi entre los quarks u y d y el quark s, la fase 2SC+s puede ocurrir sólo en un pequeño rango del potencial químico bariónico y es menos favorable que la fase CFL desde el punto de vista energético (Mishra & Mishra, 2004; Huang, 2005).

Los parámetros seleccionados del FCM extendido a la fase CFL con IV para calcular los modelos estelares en el escenario de proto-EHs se muestran en la tabla 3.1. Para acotar los valores de K_V y Δ_0 en la fase CFL con temperatura mayor a cero, realizamos un profundo estudio del universo de parámetros, que nos permitió concluir que:

- En general, para $K_V > 8 \text{ GeV}^{-2}$ y $\Delta_0 > 20 \text{ MeV}$, las familias de estrellas obtenidas siempre alcanzarán las $2.01 M_\odot$, independientemente de los valores del FCM.
- Para valores de $\Delta_0 \leq 50 \text{ MeV}$, $\Delta = \Delta(T) \rightarrow 0$, como veremos a lo largo de esta sección. Esto se debe a que la temperatura en la cual ocurre la transición de fase hadrón-quarks es $30 < T < 45 \text{ MeV}$, como puede observarse en las tablas 3.3 y 3.4. Notar que de todos modos elegimos el valor de $\Delta_0 = 35 \text{ MeV}$, tabla 3.1, puesto que para valores superiores de Δ_0 , no logramos reproducir los estadios isoentrópicos por limitaciones del modelo.

Analizamos la evolución térmica mediante estadios isoentrópicos, como fueron descriptos en la sección 1.4. Estudiaremos el caso donde la materia de quarks desconfiada del núcleo se encuentra no-apareada y el caso afectado por superconductividad de color del tipo CFL. Las etapas a considerar de la evolución simplificada de las proto-EH, serán las (2), (3) y (4) de la fig. 1.11. Estos estadios, serán descriptos a partir de sus intermedios, como se indica en la tabla 3.2.

Las tablas 3.3 y 3.4, dan los set 1 y set 2 de parámetros utilizados a lo largo de toda esta tesis respectivamente. El color asignado, será el de las curvas que representan esas etapas a lo largo de todo el capítulo.

3.1.2. Ecuaciones de estado y transición de fase

Construimos las EdE híbridas, considerando para la fase hadrónica el modelo de campo medio y para la fase de quarks el FCM extendido para cada escenario isoentrópico correspondiente. La fase de quarks será evaluada con y sin di-quarks CFL. Recordemos además

3. Resultados

Estadio	s	Fracción leptónica	Descripción
I	$s \sim 1$	$0 < Y_L < 0.4$	Estadio (2) descrito en la fig. 1.11.
II	$s \sim 1$	$0 < Y_L < 0.4$	La estrella comienza su desleptonización (entre los paneles (2) y (3) de la figura).
III	$s \sim 2$	$Y_\nu = 0$	Al ser transparente a neutrinos, alcanza su máxima temperatura (panel (3)).
IV	$s \sim 1.5$	$Y_\nu = 0$	La estrella comienza a enfriarse luego de alcanzar su máximo de temperatura, pues el núcleo se vuelve transparente a neutrinos (entre los paneles (3) y (4)).
V	$s < 1$	$Y_\nu = 0$	Continúa el enfriamiento. No quedan neutrinos y la entropía por barión continúa bajando.
VI	$s \sim 0$	$Y_\nu = 0$	Estrella ya formada, con temperatura nula (panel 4)

Tabla 3.2. Estadios de evolución de proto-EH, descritos a partir de la figura 1.11.

Etiqueta	Estadio	CFL/unpair	s	T_{tf} [MeV]	Y_L	Color
(a)	I	CFL	~ 1	30	0.1	Rosa
(b)	II	CFL	~ 1.6	45	0.1	Azul
(c)	IV	CFL	~ 1.5	40	0.0	Violeta
(d)	VI	CFL	0	0	0.0	Rojo
(e)	I	Sin aparear	~ 1	18	0.1	Rosa
(f)	IV	Sin aparear	~ 1.45	25	0.1	Azul
(g)	V	Sin aparear	~ 0.5	10	0.0	Verde
(h)	VI	Sin aparear	0	0	0.0	Rojo

Tabla 3.3. Tabla de los estadios completos para el Set 1 de la tabla 3.1. El número de estadio corresponde a la enumeración de la tabla 3.2 y el color a la curva graficada a lo largo de esta tesis. La temperatura indicada se refiere a la de la transición de fase.

Etiqueta	Estadio	CFL/unpair	s	T_{tf} [MeV]	Y_L	Color
(a)	I	CFL	~ 1.2	30	0.1	Rosa
(b)	II	CFL	~ 1.4	33	0.1	Azul
(c)	IV	CFL	~ 1.6	45	0.0	Violeta
(d)	VI	CFL	0	0	0.0	Rojo
(e)	I	Sin aparear	~ 1	18	0.1	Rosa
(f)	IV	Sin aparear	~ 1.5	25	0.1	Azul
(g)	V	Sin aparear	~ 0.6	12	0.0	Verde
(h)	VI	Sin aparear	0	0	0.0	Rojo

Tabla 3.4. Tabla de los estadios completos para el Set 2 de la tabla 3.1. El número de estadio corresponde a la enumeración de la tabla 3.2 y el color a la curva graficada a lo largo de esta tesis. La temperatura indicada se refiere a la de la transición de fase.

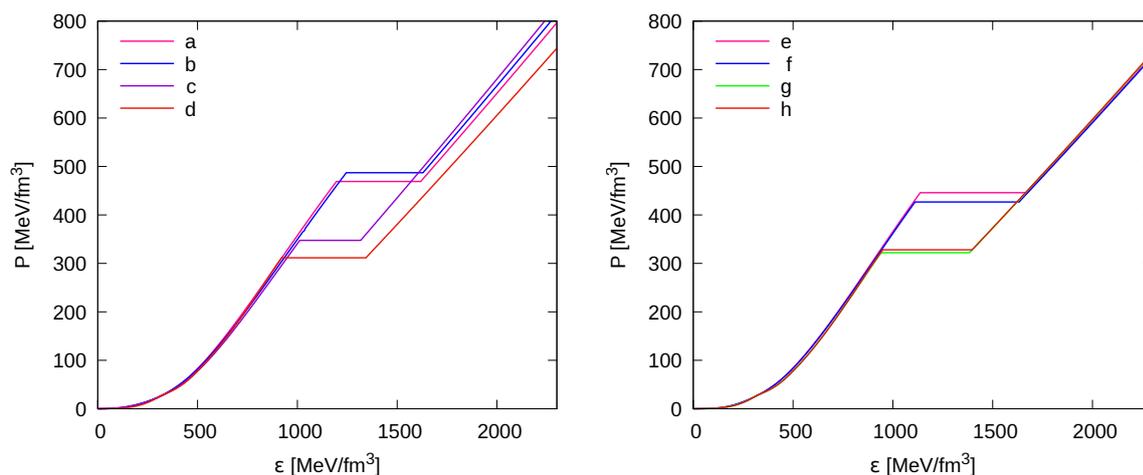


Figura 3.2. Ecuación de estado para el Set 1 de la tabla 3.3, donde en el panel de la izquierda se muestra la evolución térmica de la EH con materia nuclear de quarks con fase CFL y a la derecha materia nuclear sin aparear.

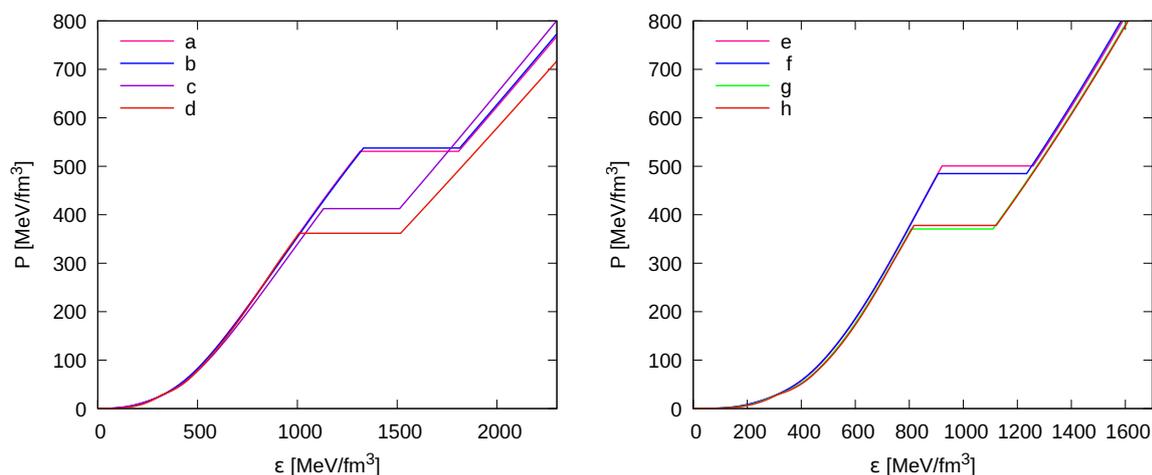


Figura 3.3. Idem fig. 3.2 para el Set 2 de la tabla 3.4.

que consideraremos una transición de fase bajo la construcción de Maxwell, neutralidad de carga eléctrica local, equilibrio químico bajo interacciones débiles y conservación del número bariónico. El equilibrio mecánico y térmico está tenido en cuenta, mediante las condiciones $P_H = P_Q$, $T_H = T_Q$ y $G_H = G_Q$, donde los subíndices H y Q representan a la materia hadrónica y de quarks respectivamente, a cada lado de la interfaz.

Como resultado, la EdE para los diferentes estadios de la evolución térmica para el set 1 se muestran en la fig. 3.2 y 3.3 para el set 2. Aquí se puede observar que, a medida que la estrella se enfría, la EdE se endurece, es decir, la materia se vuelve más incompresible: para un ϵ fijo, el valor de P es mayor.

En todos los casos, la transición de fase se dará a densidades de energía alta y presiones por encima de los 300 MeV/fm^3 . Particularmente, para $s \simeq 1$, a pesar de que los neutrinos suavizan la EdE, su contribución retarda aún más la transición de fase como se ve en las figuras 3.2 y 3.3.

Por otro lado, en la fig. 3.4 se muestra la relación entre la temperatura y la densidad

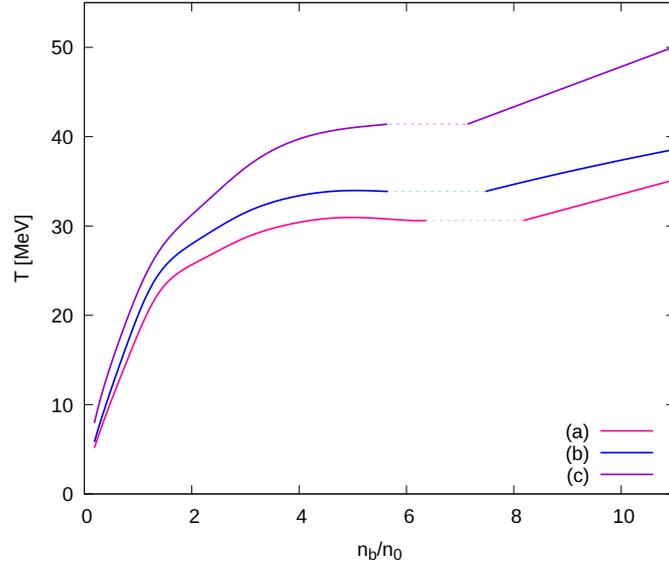


Figura 3.4. Relación entre la temperatura y la densidad bariónica en unidades de n_0 , para el set 2 de parámetros (tabla 3.4) con un núcleo superconductor de color. Las líneas punteadas corresponden al salto dado por la transición de fase abrupta.

bariónica para cada estadio de entropía por barión fija. En este caso, sólo mostramos los resultados para el set 2, con un núcleo superconductor de color, puesto que los demás son cualitativamente iguales. El salto en el gráfico se debe a la transición de fase abrupta, donde temperatura y entropía se mantienen iguales, correspondiendo el lado izquierdo a la fase hadrónica y derecho a la de quarks desconfiados. Notar que independientemente del estadio considerado, la temperatura de la fase de quarks, es siempre mayor que la de la fase hadrónica. La introducción de quarks aumenta el calor específico de la materia, simplemente porque hay más componentes, y además porque los quarks son más relativistas que los hadrones. Estos resultados sugieren que la temperatura será menor en una proto-EN que contenga quarks en comparación con estrellas sin quarks en su interior.

Estos perfiles de temperatura obtenidos y los valores para los máximos de cada etapa concuerdan con los valores mostrados en el trabajo de [Steiner et al. \(2000\)](#), en el cual también se modelan proto-EHs, a través de EdEs híbridas, considerando el modelo de bolsa del MIT y de Nambu Jona-Lasinio para la fase de quarks.

Además, comparamos estos nuevos resultados con los previos obtenidos por [Mariani et al. \(2017\)](#). En el trabajo mencionado, no estaba garantizado el equilibrio térmico en las estrellas calientes, resultando en diferencias de temperaturas muy significativas en las fases hadrónica y de quarks para $s \sim 2$. En nuestro trabajo, sí está garantizado el equilibrio termodinámico, pero no logramos reproducir el estadio $s \sim 2$ de las instantáneas isoentrópicas.

Por otro lado, veamos el comportamiento de las poblaciones de partículas en el modelo hadrónico a medida que la densidad aumenta. La fig. 3.6 muestra las poblaciones de partículas para las EdE utilizadas en este trabajo para el set 2. La etiqueta en las figuras del lado superior derecho indica cual de todas las EdE está siendo graficada. Puede verse que la población de partículas depende fuertemente de la entropía por barión s y la fracción leptónica Y_L .

En todos los casos, independientemente de la entropía la población de neutrones decae en forma abrupta y sistemáticamente. Para las resonancias Δ , Δ^- es poblado primero, reemplazando algunos de los electrones de alta energía. Los estados Δ^0 y Δ^+ son poblados a densidades que son apenas mayores que la densidad de saturación nuclear. Finalmente, Δ^{++} aparece a

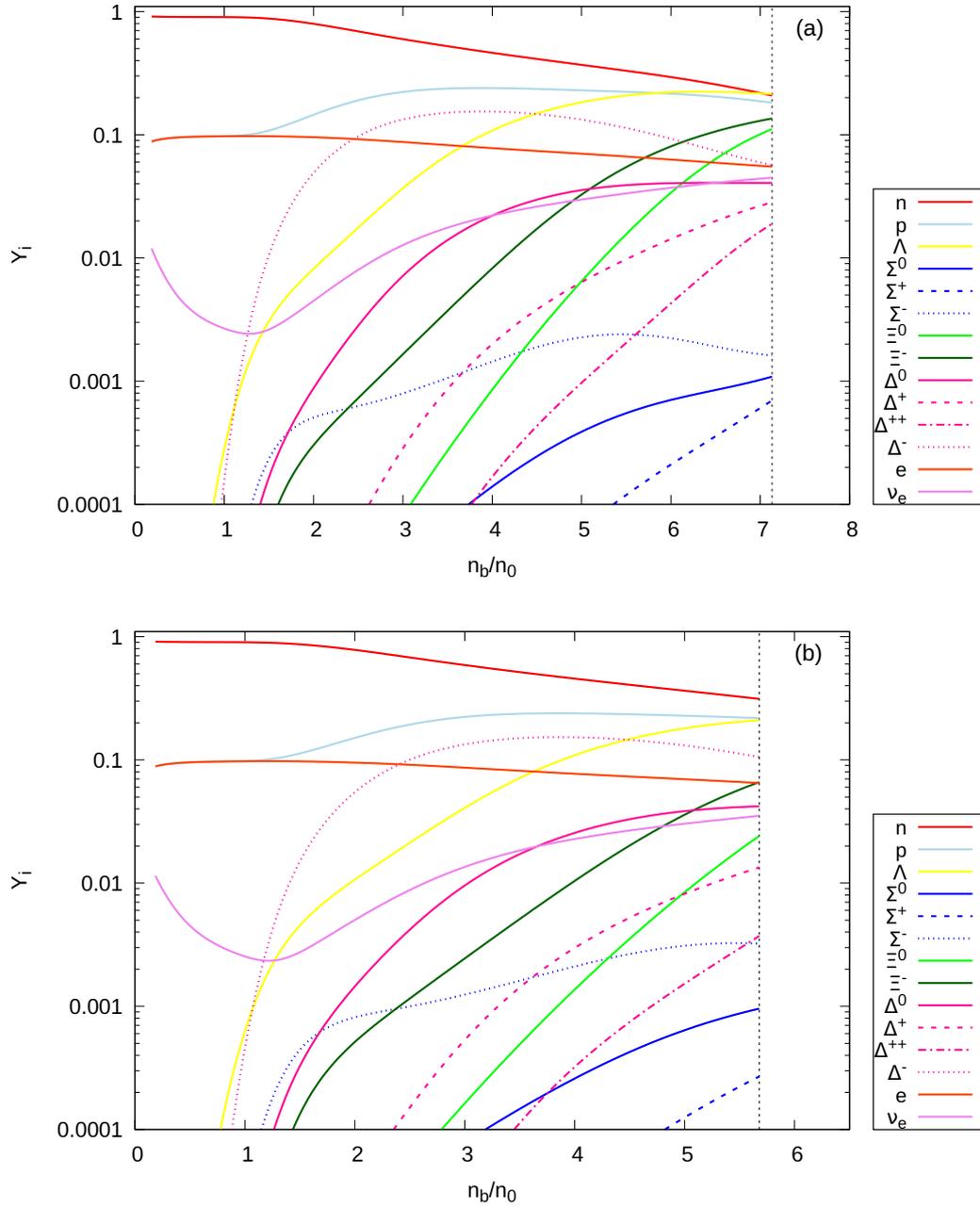


Figura 3.5. Poblaciones de partículas, Y_i , de la fase hadrónica a entropía constante, usando la parametrización SW4L. La línea negra vertical marca la transición de fase abrupta, según la entropía. Las figuras están ordenadas (y etiquetadas) acorde a su evolución térmica: *a* y *b*.

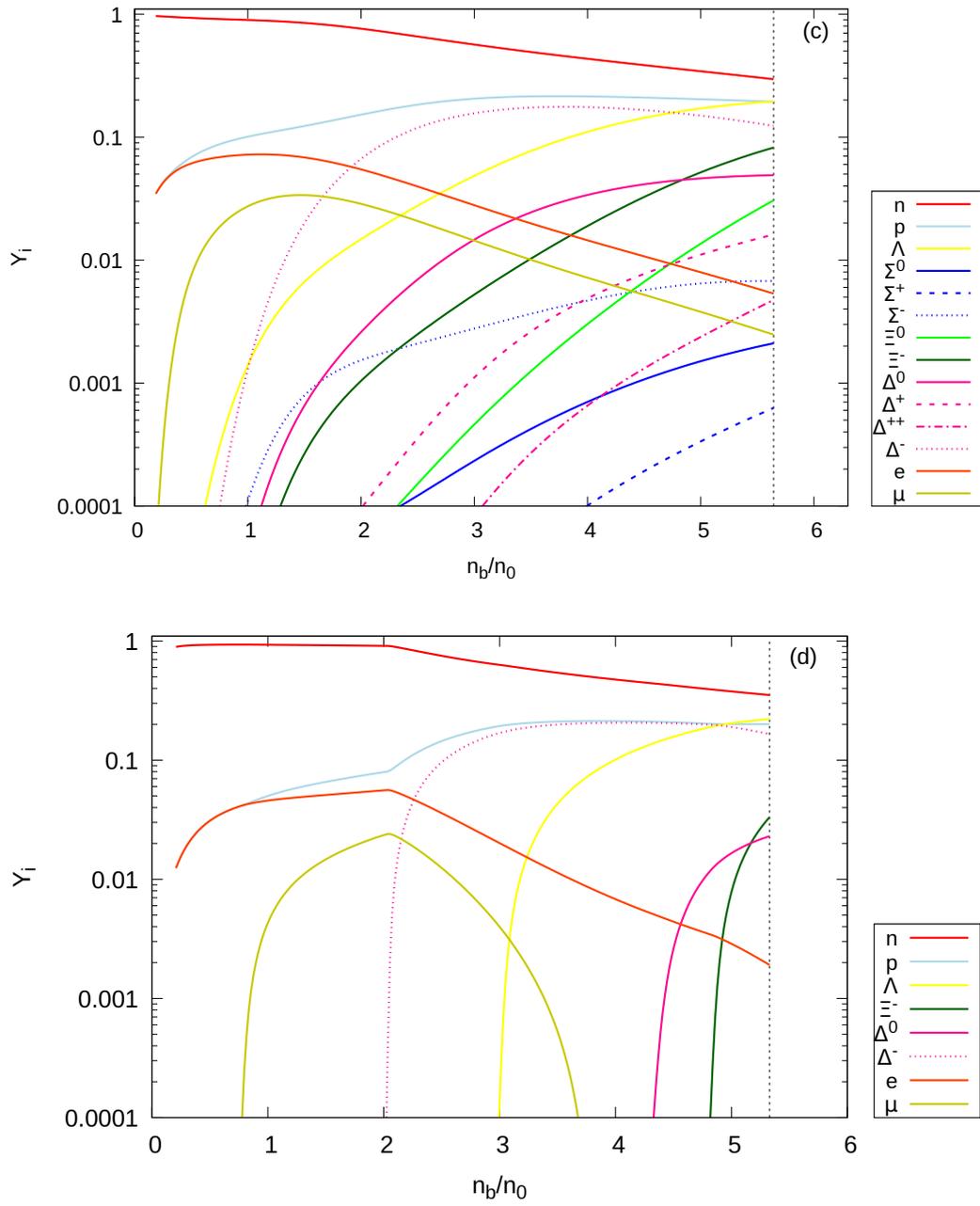


Figura 3.6. Idem fig. 3.5 para los estadios *c* y *d*.

densidades mayores que $3 n_0$. Por lo tanto, en nuestro modelo todas estas partículas existen únicamente en los núcleos externos de las proto-EN. Por otro lado se puede ver la abundancia de electrones en la materia donde la fracción leptónica es distinta de cero, y los neutrinos están presentes (paneles (a) y (b) de la fig. 3.6).

Respecto de la extrañeza contenida en los hiperones, su principal contribución viene de las partículas Λ y Ξ , cuya población crece monótonamente con la densidad, dominando la composición de materia a densidades muy altas. Otras especies de hiperones están presentes, pero en menor grado.

Notar que en el caso de temperatura nula, panel (d) de la fig. 3.6, la composición de partículas se simplifica de manera significativa, quedando solo presentes neutrones, protones, electrones, muones y partículas Λ , Ξ^- , Δ^0 y Δ^- , de las quince consideradas en paneles para temperatura finita. Este comportamiento, es típico en los modelos hadrónicos con $s = 0$, como puede verse en trabajos (ver por ejemplo los trabajos de Malfatti et al. (2019) y Sedrakian & Harutyunyan (2022)).

Hemos decidido presentar solo los resultados para el set 2 por ser cualitativamente similares con los del set 1.

Para los casos particulares inicial y final de la vida de la proto-EH, con $s \sim 1$ y $s = 0$ respectivamente, se presentan en las figuras 3.7, el comportamiento de las partículas para la fase de quarks, es decir, luego del salto dado por la transición de fase. Dicho salto, se muestra como un enrejado color fucsia en la figura.

En el lado derecho al salto en densidad en ambos paneles de la fig. 3.7, se puede ver que el comportamiento que presentan quarks y leptones, corresponde a la imposición de neutralidad de carga en nuestros modelos.

3.1.3. Estructura estelar y estabilidad dinámica

Una vez obtenida la EdE híbrida, integramos las ecuaciones de TOV, 2.64 y 2.65, para resolver la estructura estelar de las EHs. Esta integración, resulta en una familia de estrellas en equilibrio hidrostático a partir de los parámetros elegidos del modelo. Cada una de las estrellas, tendrá diferente densidad central como condición inicial. De este modo, podemos obtener la relación masa-radio a partir de las EdE. Más aún, estudiaremos la estabilidad de esos objetos al considerar transiciones de fase hadrón-quark lentas y rápidas, de acuerdo a lo discutido en la sección 2.1.1.

Tal como mencionamos previamente, subsección 3.1.1, hemos considerado diferentes combinaciones para los parámetros del FCM de manera de satisfacer en todos los casos la restricción $M_{\max} \sim 2 M_{\odot}$. La relación masa-radio de los estadios considerados se muestran en las figuras 3.8 y 3.9, para el set 1 y 2 de parámetros de la tabla 3.1, respectivamente. En ambos casos, en el panel izquierdo se encuentran graficado los casos con materia CFL en el núcleo de las EHs, y en el derecho sin materia superconductora de color.

En las figuras del plano $M - R$, 3.8 y 3.9, puede verse que, dependiendo del criterio de estabilidad que se considere, en el cual la transición de fase de la materia hadrónica a la materia de quarks puede ser rápida o lenta, se obtienen distintas configuraciones estables. Para el caso de transiciones de fase rápidas, la estabilidad para la estructura estelar sólo se mantiene hasta el valor máximo, M_{\max} , a partir del cual, hacia densidades centrales mayores, las configuraciones se vuelven inestables. En cambio, si la transición de fase es lenta, la condición de estabilidad ya no queda determinada por la relación $\partial M / \partial \epsilon_c > 0$, por lo que pueden aparecer soluciones estables más allá del máximo, M_{\max} . Es este sentido, se abre la puerta a la posibilidad de que los objetos con mayor masa podrían ser EHs con transición de fase abrupta con conversiones lentas llamadas *SSHs* por sus siglas en inglés (Lugones et al.,

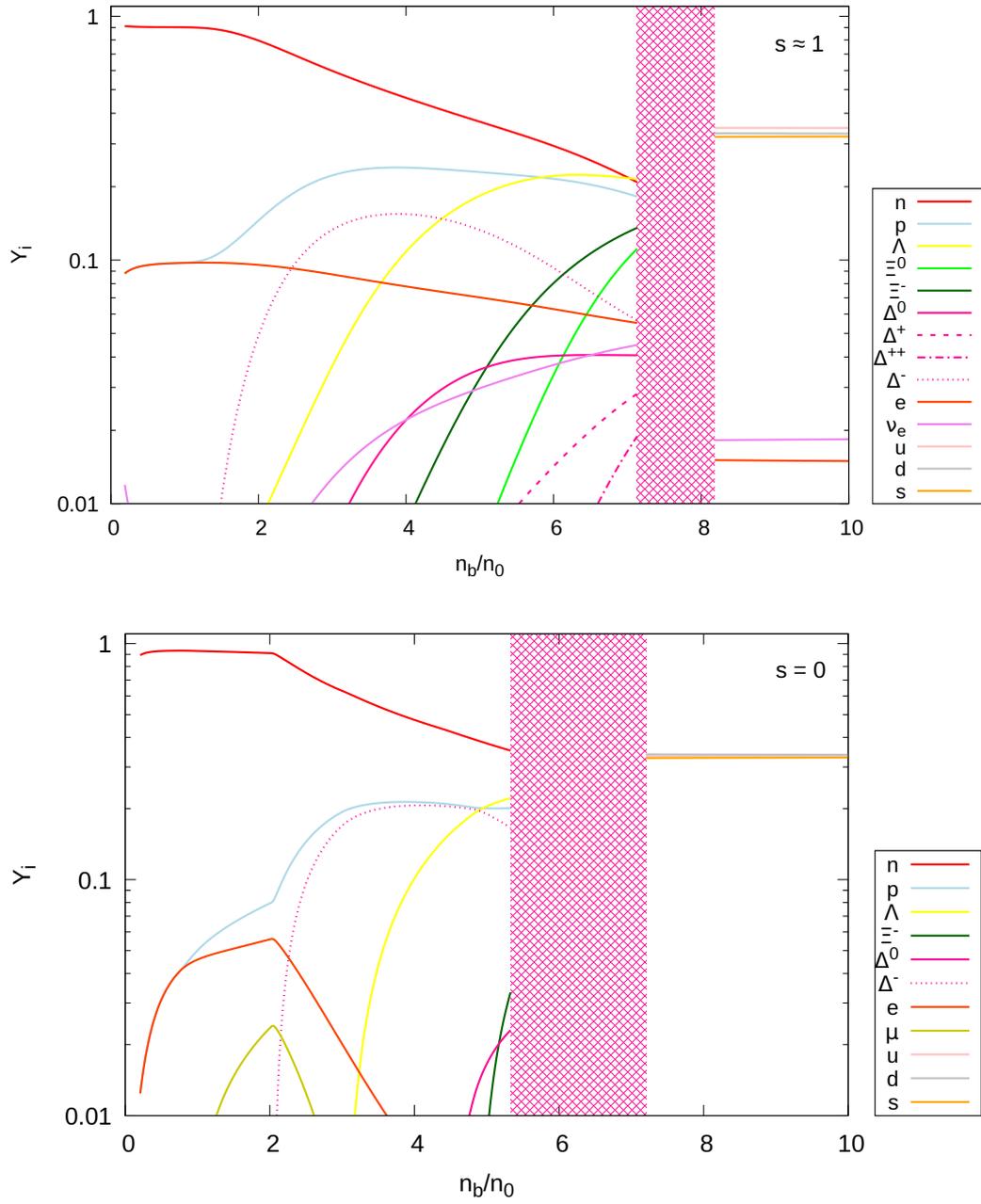


Figura 3.7. Poblaciones de partículas a entropía constante, para los estadios inicial y final. El estadio inicial, donde $s \sim 1$ es el *a* de la fig. 3.5 y el final donde $s = 0$ es el *d* de la fig. 3.6.

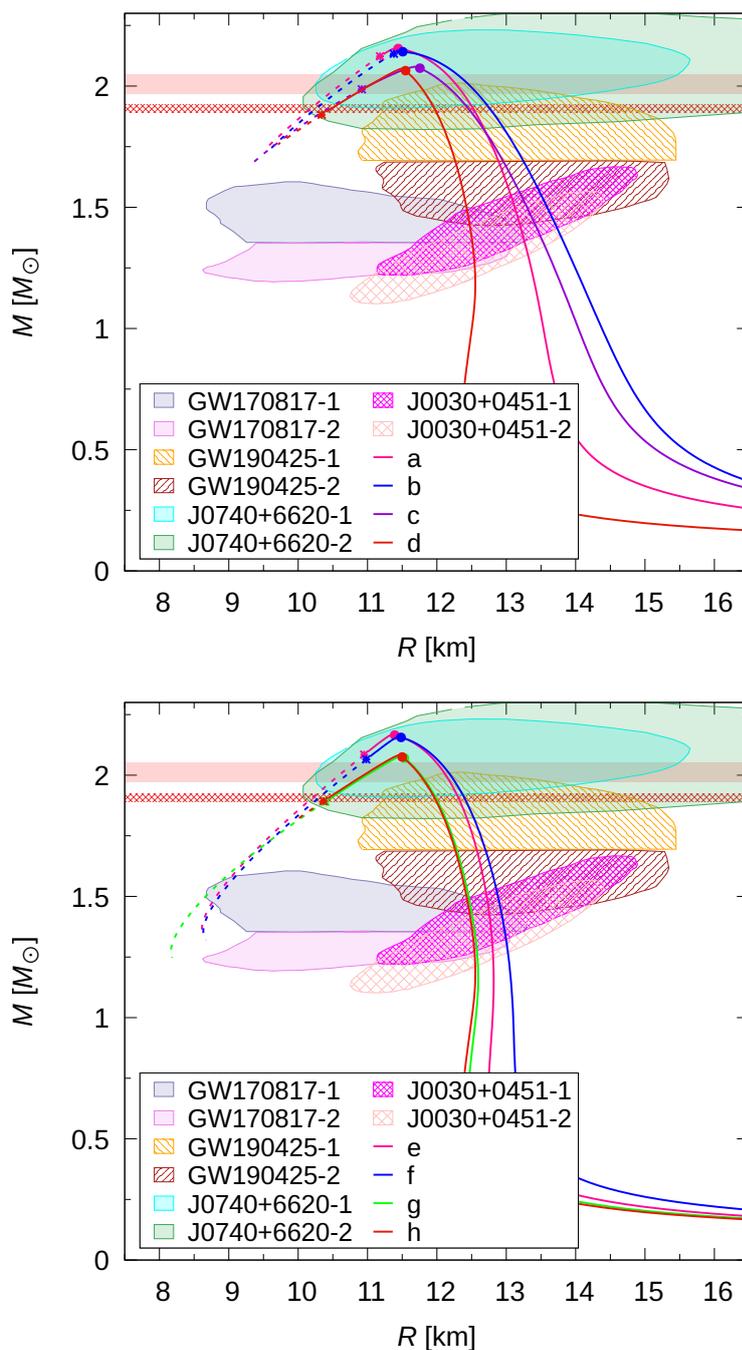


Figura 3.8. Relación masa-radio para las proto-EHs, para el set 1. En el panel superior se muestran las EH con superconductividad de color en su núcleo y en el inferior las curvas con materia de quarks sin aparear. En cada curva a entropía por barión fija, el punto circular indica el lugar donde el núcleo de quarks aparece. En el caso de transiciones rápidas, todas las configuraciones a la derecha del pico de masa máxima son estables y todas las configuraciones ubicadas a la izquierda son inestables. En el caso de transiciones lentas, la curva continua marca las configuraciones estables hasta el asterisco (configuración terminal). Todas las configuraciones con línea punteada más allá del asterisco son inestables, debido a que allí $\omega_0^2 < 0$. Por otro lado, las nubes correspondientes a GW170817 y GW190425 vienen dadas por las mediciones de ondas gravitacionales; las J0740+6620 corresponden a un sistema binario cuya una componente es un púlsar; J0030+0451 a las mediciones del púlsar aislado de milisegundos y finalmente las barras alrededor de las $2 M_\odot$ a las mediciones de púlsares de gran masa (todas las respectivas referencias se encuentra en el texto).

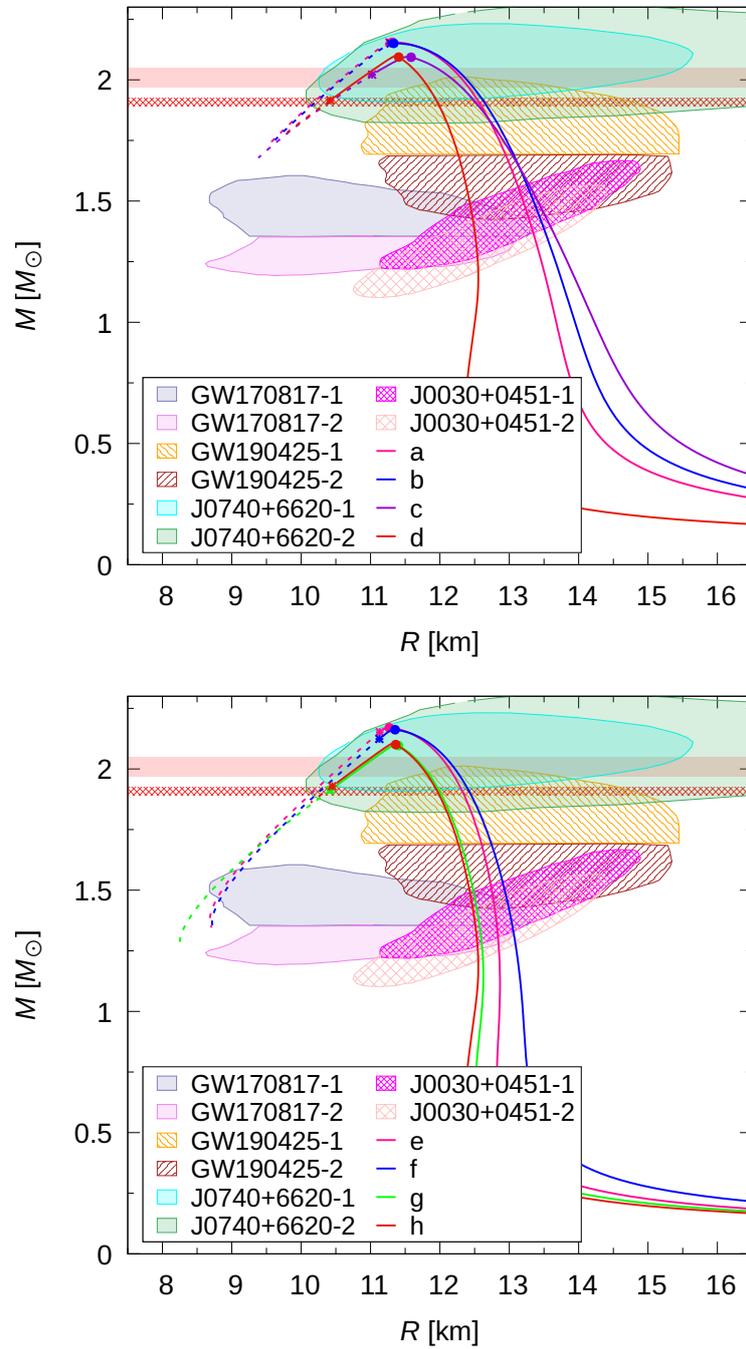


Figura 3.9. Idem fig. 3.8 para el set 2.

2023). Estas estrellas se caracterizan por ser estables frente a perturbaciones radiales más allá del pico de masa máxima.

En las cuatro figuras presentadas (3.8 y 3.9), la configuración terminal para cada curva se indica con un asterisco, la cual corresponde a la última estrella estable bajo el criterio de transiciones de fase lentas; tal que, la región de cada curva representada con línea continua indica las configuraciones estables, y con línea punteada las configuraciones inestables. En caso de que las transiciones de fase lentas sean las favorecidas, se observa que surge una rama de estabilidad que se extiende considerablemente más allá del máximo. También, en cada relación masa-radio, existe una configuración particular, marcada con un punto circular sobre cada curva, a partir de la cual, para densidades centrales mayores, las configuraciones resultan híbridas. Es decir que, a partir de este valor, las estrellas experimentan una transición de fase hadrón-quark en su interior y poseen un núcleo interior de materia de quarks libres. Es importante notar que en todos los casos las estrellas presentan esta transición antes de volverse inestables; en otras palabras, todas las configuraciones de masa máxima serán híbridas y no puramente hadrónicas en la rama extendida.

Por otro lado, a medida que va evolucionando la estrella en los distintos estadios de entropía constante, las masas máximas en las diferentes familias de estrellas se vuelven menores. En el caso con CFL, la curva rosa tendrá la mayor masa máxima con $s \sim 1$, luego la azul, luego la violeta y finalmente la roja, para ambos casos en los sets de parámetros, paneles izquierdos de las figuras 3.8 y 3.9.

Finalmente, se señalan en los diagramas $M-R$ (figuras 3.8 y 3.9) las cotas observacionales, dadas por la detección de ondas gravitacionales (Abbott et al., 2018; Cromartie & et al., 2020) y mediciones de púlsares (en sistemas binarios o aislados) (Riley & et al., 2019; Riley et al., 2021; Miller & et al., 2019; Miller et al., 2021). Es claro que para $s = 0$ (curva roja) se cumplen todas las restricciones.

Continuando con el análisis de estabilidad de las configuraciones frías, usamos como hipótesis que la masa bariónica permanece constante durante las etapas de la evolución térmica de la estrella consideradas en este trabajo, debido a que la mayor cantidad de la acreción de materia ocurre en etapas previas (Chevalier, 1988) quedando fija transcurrido aproximadamente medio segundo luego del evento supernova (ver, por ejemplo, el trabajo de Burrows & Vartanyan, 2021; Burrows et al., 2019; Boccioli et al., 2022, y referencias allí mencionadas).

Los resultados del estudio del plano M_B-M para el estadio inicial ($s \sim 1$) y final ($s = 0$) se muestran en las figuras 3.10 y 3.11, para los sets 1 y 2 respectivamente. Cada plano contiene los estadios isoentrópicos, separados entre los núcleos con y sin superconductividad de color (panel izquierdo/derecho). En las figuras, se puede ver que M_G aumenta a medida que M_B aumenta, hasta que se alcanza un valor máximo. Para el caso de transición de fase lenta, las soluciones inestables fueron removidas de los gráficos, de manera que cada curva en su totalidad representa las configuraciones estables bajo este criterio. El círculo del color sobre las curvas, marca la transición de fase: las configuraciones a la izquierda de este círculo serán hadrónicas y a la derecha EHs. La línea punteada vertical a marca la transición de fase en la curva roja, la línea b el valor máximo de la curva roja y la línea c muestra los puntos donde ocurre la transición de fase en la curva rosa que además coincide con su máximo de masas. El estadio inicial para ambas figuras 3.10 y 3.11 es la curva rosa donde $s \sim 1$.

Utilizando el análisis de estabilidad descrito en la sección 2.2.2 del capítulo 2, estudiaremos la evolución térmica de las EHs trazando líneas verticales en el diagrama (M_B constante). El posible de ver que para estadios tempranos, la transición de fase coincidirá con la masa máxima, de manera que todas las configuraciones presentadas inicialmente serán hadrónicas, como vimos en los diagramas $M-R$, figuras 3.8 y 3.9.

3. Resultados

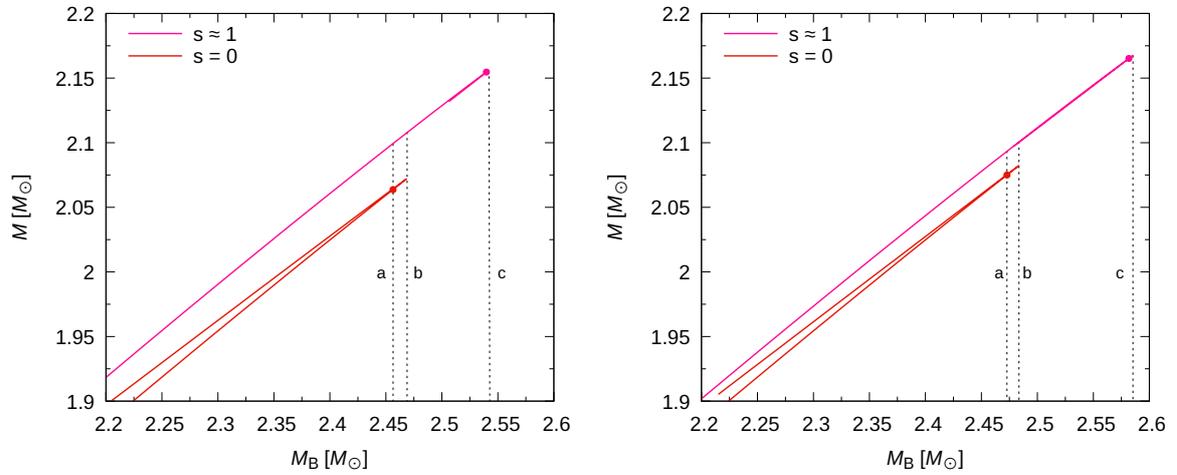


Figura 3.10. Plano $M_B - M$ para el set 1. Para transición de fase rápida, las soluciones son estables hasta la masa máxima; para el caso de transición de fase lenta, cada curva completa representa todas las configuraciones estables. En cada curva isoentrópica, el punto circular indica la aparición del núcleo de materia de quarks. La línea punteada vertical a marca la transición de fase en la curva roja, la línea b el valor máximo de la curva roja y la línea c muestra los puntos donde ocurre la transición de fase en la curva rosa que además coincide con su máximo de masas. En el panel izquierdo se muestra el caso de considerar un núcleo de quarks con CFL, mientras que en el derecho se muestra el caso *unpaired*.

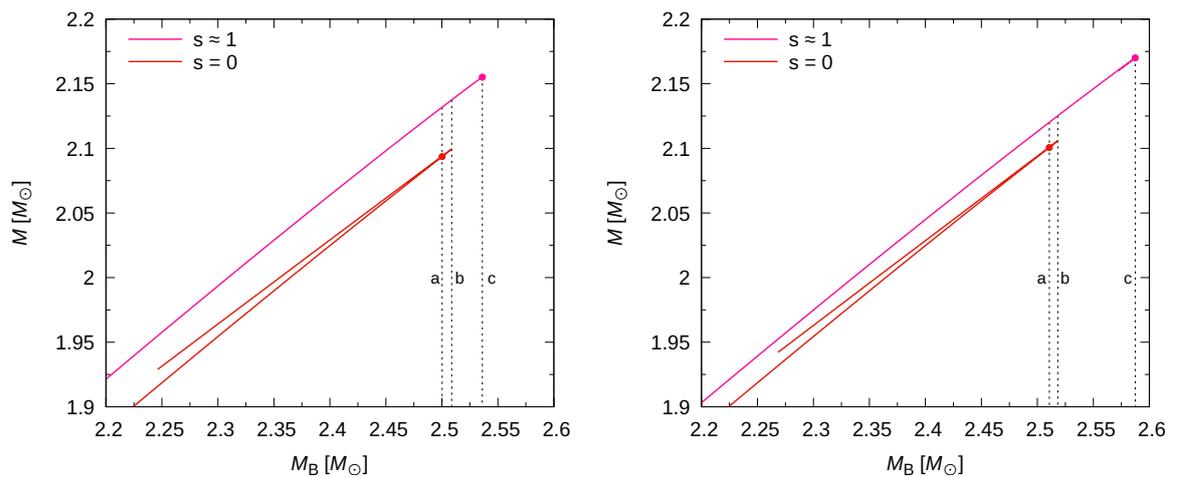


Figura 3.11. Idem fig. 3.10 para el set 2.

De las figuras 3.10 y 3.11, se muestra que, al trazar líneas a M_B constantes, para $M_B \leq M_B^b$, donde M_B^b corresponde a la masa bariónica dada para la curva vertical b , las configuraciones iniciarán como estrellas hadrónicas y terminarán su vida como estrellas estables frías. Más aún, las configuraciones que se encuentren entre las curvas a y b , $M_B^a \leq M_B \leq M_B^b$, tendrán con núcleo de quarks con (sin) materia superconductora de color según corresponda al panel izquierdo (derecho). las configuraciones que se encuentran entre las curvas b y c , colapsarán antes de llegar al enfriamiento. En el caso de configuraciones con M_B mayores a la máxima de la curva rosa, es decir el lado derecho de la curva c , la proto-EH nunca se formará y el remanente de la supernova colapsará directamente a un agujero negro.

Notar que para $s = 0$, existen configuraciones hadrónicas de la misma masa bariónica que la EH fría, para menos masas gravitacionales, de manera que la EH fría podría decaer en su gemela hadrónica. Dicho fenómeno podría ocurrir debido a alguna perturbación grande, que desestabilice la estrella y produzca alguna clase de evento de colapso catastrófico, dando lugar a que el objeto compacto expulse parte de su masa gravitacional a través de diferentes formas de energía. Es importante señalar que, si este tipo de transiciones entre configuraciones estables ocurre, una cantidad considerable de energía sería liberada debido a la diferencia de masa gravitacional entre los estados inicial y final de las configuraciones involucradas. Una estimación promedio de esta energía, basada en las transiciones estudiadas, resulta $E_{\text{liberada}} = \Delta M c^2 \sim 0.05 M_{\odot} c^2 = 5 \times 10^{52}$ erg (Nakar, 2007; Rezzolla et al., 2011). Un estudio análisis fue estudiado en Mariani et al. (2019) y Logoteta et al. (2022).

Resumiendo, a pesar de que encontramos configuraciones de proto-EHs que se desestabilizarían durante el proceso de enfriamiento, también obtenemos configuraciones de proto-EHs que alcanzarían el estado de EH fría sin perder la estabilidad y, además, llegarán a la cota dada por los púlsares masivos de $2 M_{\odot}$.

Finalmente, en las figuras 3.12 y 3.13, presentamos la deformabilidad de marea adimensional, Λ , en función de la masa gravitacional para las configuraciones híbridas de los set 1 y 2 de la tabla 3.1 respectivamente. Todos los modelos presentan estrellas puramente de hadrones para masas $M \leq 1.4 M_{\odot}$ y son consistentes con la restricción $70 \lesssim \Lambda_{1.4} \lesssim 580$ deducida de GW170817 Abbott et al. (2018). Notar que para el caso de estrellas frías, se cumplen las restricciones.

Además, se observa que las EHs a lo largo de la rama estelar gemela a las hadrónicas, tienen deformabilidades de marea que se encuentran en una línea horizontal casi recta.

Cuando se asumen conversiones rápidas, cuanto mayor es la masa, menor es Λ (Chatziioannou et al., 2018). Sin embargo, para las SSHSs, Λ puede disminuir o aumentar con M . Más aún, para ramas extendidas más largas que las encontradas con este modelo (ver, por ejemplo, Lugones et al., 2023), se obtendrá para cierta masa fija valores de Λ muy pequeños, y a través de mediciones de ondas gravitacionales, podría poner a prueba observacionalmente la hipótesis de las SSHSs.

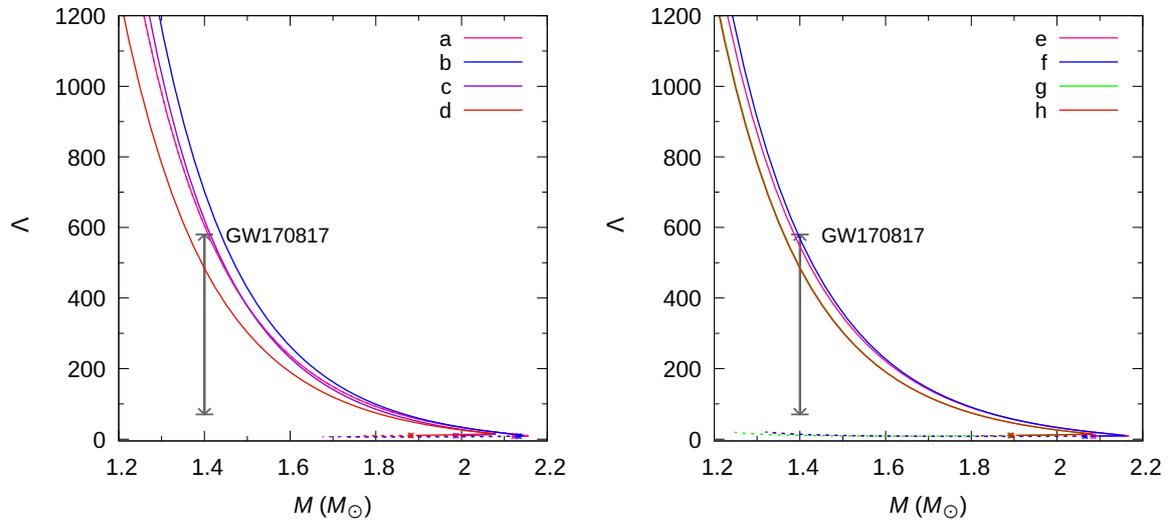


Figura 3.12. Deformabilidad de marea adimensional en función de la masa gravitacional para set 1 de parámetros de la tabla 3.1, con la restricción obtenida de GW170817 (Abbott et al., 2019). En el panel izquierdo se muestran resultados con fase CFL, mientras que en el derecho sin ella. Las configuraciones estelares estables más allá de la masa máxima tienen valores muy pequeños de Λ , que son casi independientes de la masa. Las posiciones de las estrellas terminales de la rama de estrellas gemelas (obtenidas para una conversión lenta de hadrones a quarks) están marcadas con asteriscos.

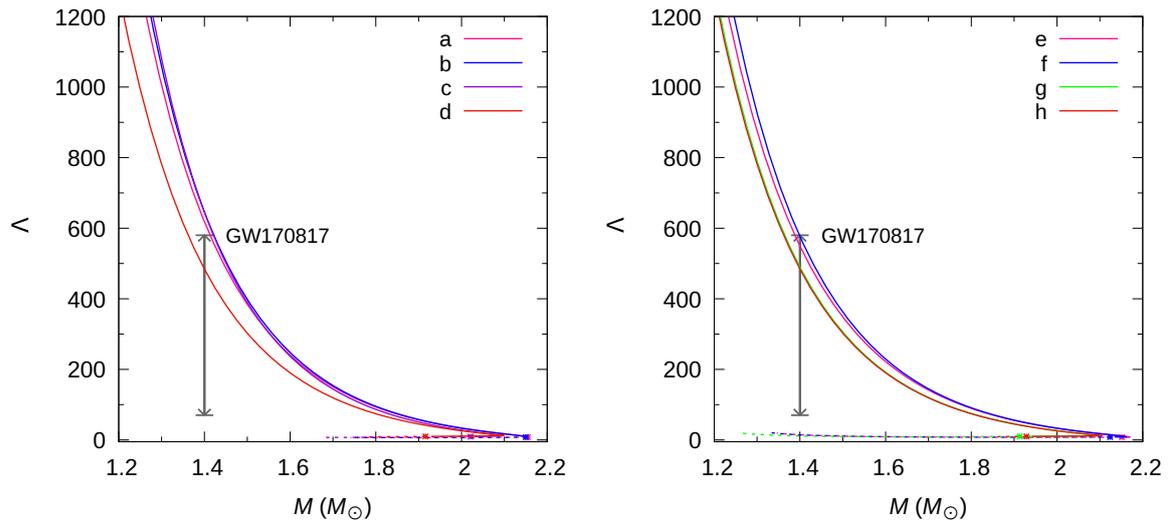


Figura 3.13. Idem fig. 3.12 para el set 2 de parámetros de la tabla 3.1.

3.2. Estrellas híbridas frías con núcleos superconductores de color

En esta segunda sección, continuaremos con el estudio de las EHs descritas anteriormente en la sección 3.1, considerando sólo la última etapa evolutiva, es decir, estrellas frías y en equilibrio hidrostático.

Trabajaremos con los mismos modelos ya descritos en la sección 2.1.3 del capítulo 2, considerando el límite de $T \rightarrow 0$.

En este escenario, a diferencia en los demás estadios, estudiaremos la materia de quarks en dos fases superconductoras de color diferentes, CFL o 2SC+s, y la posibilidad de transiciones secuenciales (hadrón-quark, quark-quark) en materia ultra densa.

Este trabajo fue desarrollado durante la primer mitad del Doctorado, cuyos resultados fueron publicados en el trabajo [Curin et al. \(2021\)](#).

3.2.1. Análisis del espacio de parámetros: V_1 , G_2 , K_v , Δ_0

Los parámetros del FCM elegidos en esta parte del trabajo, serán los mismos que de la sección anterior, tabla 3.1. Cabe destacar que para estrellas frías, las EHs con $V_1 = 20$ MeV y $G_2 = 0.009$ GeV⁴ no satisfacen la restricción de $M_{max} \gtrsim 2.01 M_\odot$ a menos que se incluyan interacciones vectoriales y superconductividad de color en el modelo.

Comenzamos analizando los efectos de variar los valores de K_v y Δ_0 en las EdE y la relación masa-radio ($M - R$) de las EHs, como se muestra en las figuras 3.14–3.17. Todas las EdE híbridas mostradas tienen la característica que la presión de transición hadrón-quark, P_T debe ser mayor que aproximadamente 200 MeV fm^{-3} para que se pueda satisfacer la condición de la masa de $2 M_\odot$. Esto tiene implicaciones directas para la aparición de materia de quarks en los núcleos de las EHs. Un estudio exhaustivo del rango de valores de K_v y Δ_0 (incluyendo los valores de V_1 y G_2) muestra que la conversión rápida de materia hadrónica a materia de quarks desestabiliza las EHs. Este hallazgo es independiente del tipo de fase superconductoras de color considerada; sino que existen varios casos donde la presión de transición es lo suficientemente alta de manera que no se encontrará rama estable “tradicional” (ver por ejemplo los trabajos de [Ranea-Sandoval et al. \(2016\)](#); [Malfatti et al. \(2020\)](#); [Lugones et al. \(2023\)](#), entre otros).

En las figuras 3.14 y 3.15 mostramos las EdE híbridas y las correspondientes relaciones $M - R$ de las HSs calculadas para las fases 2SC+s y CFL. El valor para el *gap* de superconductividad es $\Delta_0 = 35$ MeV, y los valores de K_v van desde cero hasta 15 GeV^{-2} . Notar que al considerar CFL con $\Delta_0 = 35$ MeV, y $K_v = 10 \text{ GeV}^{-2}$ se presentada el mismo caso utilizado para temperatura finita, set 1 en la tabla 3.1. En los paneles izquierdos, observamos cómo la presión en la que ocurre la transición de fase aumenta y la brecha de densidad de energía se ensancha a medida que K_v aumenta. Por otro lado, el aumento de K_v endurece la EdE, es decir, para igual densidad de energía la presión aumenta.

Los puntos sólidos mostrados en las relaciones $M - R$, paneles derechos de las figuras 3.14 y 3.15, marcan la aparición de núcleos de materia de quarks superconductores de color en estas estrellas. Lo más interesante es que la aparición de tal materia no desestabiliza las estrellas si las conversiones de materia hadrónica a materia de quarks proceden lentamente: las estrellas permanecen estables en un régimen extendido en el diagrama $M - R$. Sus masas terminales están marcados con asteriscos en las figuras 3.14 y 3.15).

Las figuras 3.16 y 3.17, muestran las EdE y relación $M - R$ de las EHs con materia 2SC+s y CFL en sus núcleos, con el valor de K_v constante y una variación el *gap* de energía de los diquark. Podemos observar que variar el valor de Δ_0 en la fase 2SC+s tiene poco impacto en la EdE híbrida. Sin embargo, para la fase CFL, el impacto es más pronunciado. En ambos casos, la rigidez de la EdE no cambia significativamente para los diferentes valores de Δ_0 . El

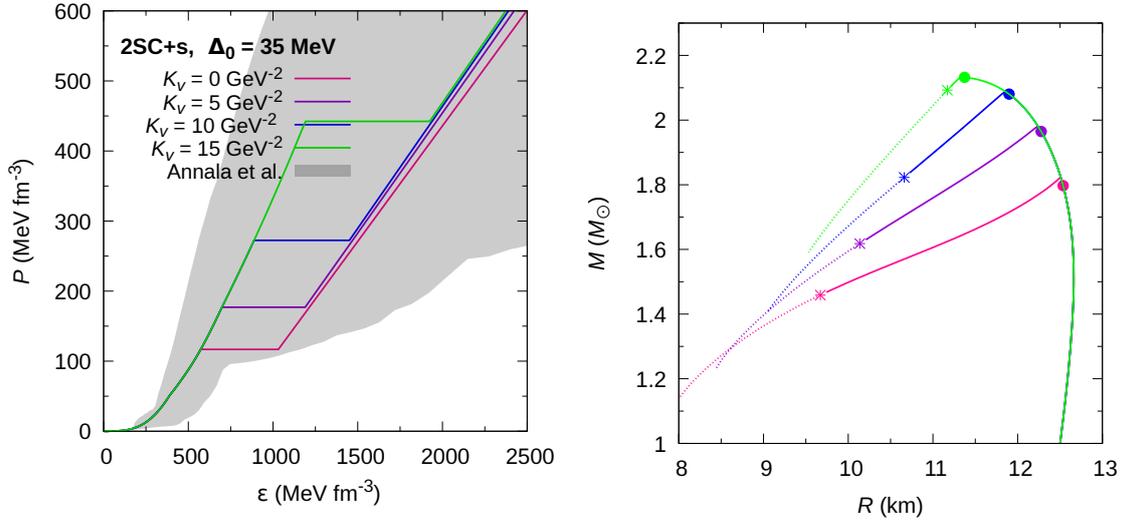


Figura 3.14. A la izquierda se muestra la EdE híbrida y a la derecha la relación masa-radio para la fase 2SC+s con un valor fijo del gap superconductor $\Delta_0 = 35$ MeV, para diferentes valores del parámetro K_V . En el panel izquierdo, la región gris muestra las restricciones presentadas en [Annala et al. \(2020\)](#). Los puntos sólidos en el diagrama $M - R$ indican la aparición de la fase superconductor de color, justo antes del pico de masa máxima. Para conversiones rápidas, las configuraciones estelares a la izquierda de cada masa máxima son inestables y la existencia de EHs es solo marginal. Para conversiones lentas, existe una rama de estabilidad extendida. Las configuraciones estables se muestran con líneas continuas. Las configuraciones terminales están marcadas con asteriscos.

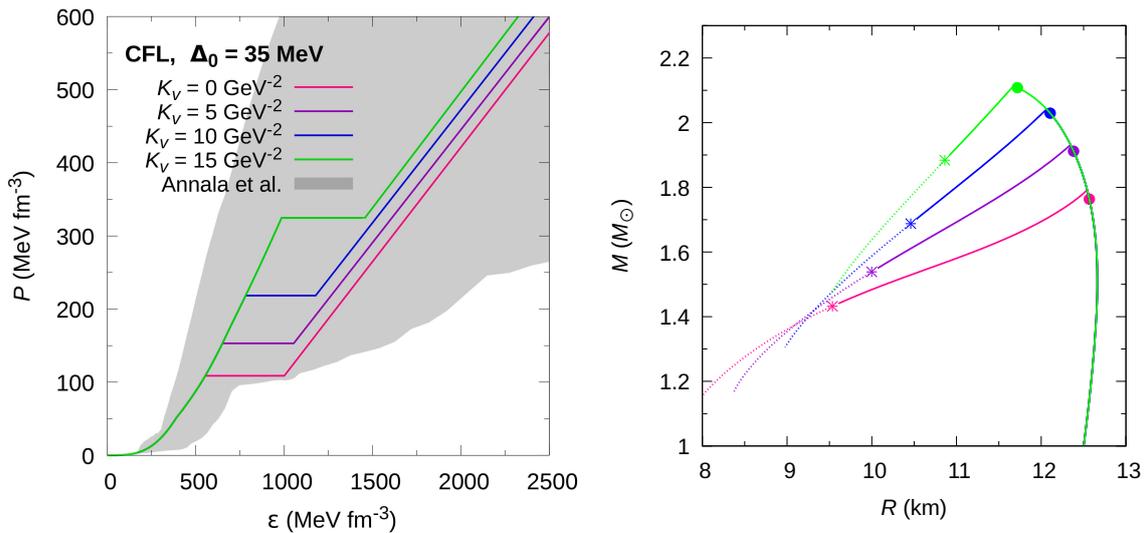


Figura 3.15. Idem fig. 3.14 pero para la fase CFL.

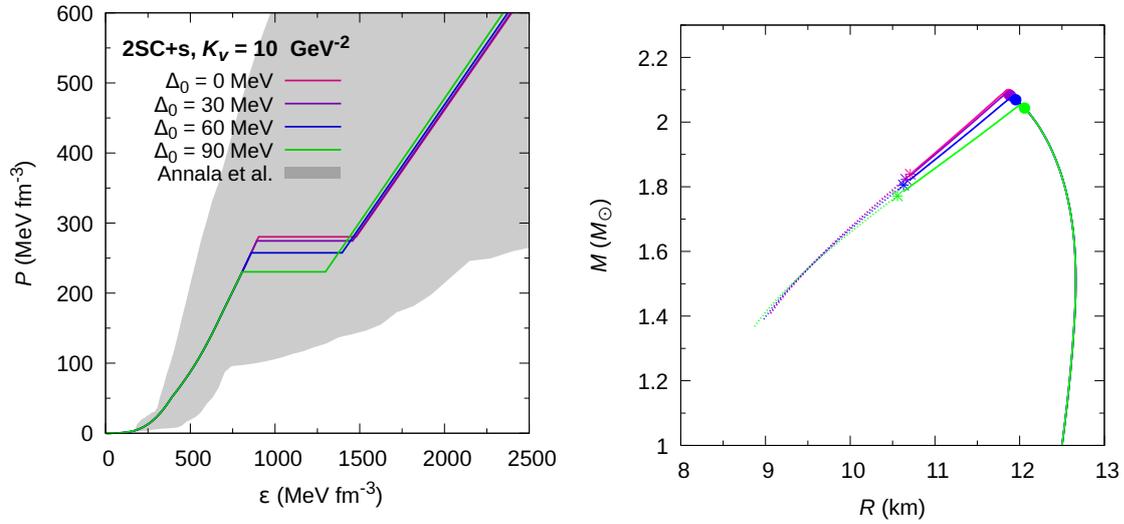


Figura 3.16. EdE híbrida y relación masa-radio para la fase 2SC+s con un valor fijo de brecha $K_V = 10$ GeV $^{-2}$, para diferentes valores del parámetro Δ_0 . En el panel izquierdo, la EdE, la región gris muestra las restricciones presentadas en Annala et al. (2020). Los puntos sólidos en el diagrama $M - R$ indican la aparición de la fase superconductor de color, justo antes del pico de masa máxima. Para conversiones rápidas, las configuraciones estelares a la izquierda de cada masa máxima son inestables y la existencia de EHs es solo marginal. Para conversiones lentas, existe una rama de estabilidad extendida. Las configuraciones estables se muestran con líneas continuas. Las configuraciones terminales están marcadas con asteriscos.

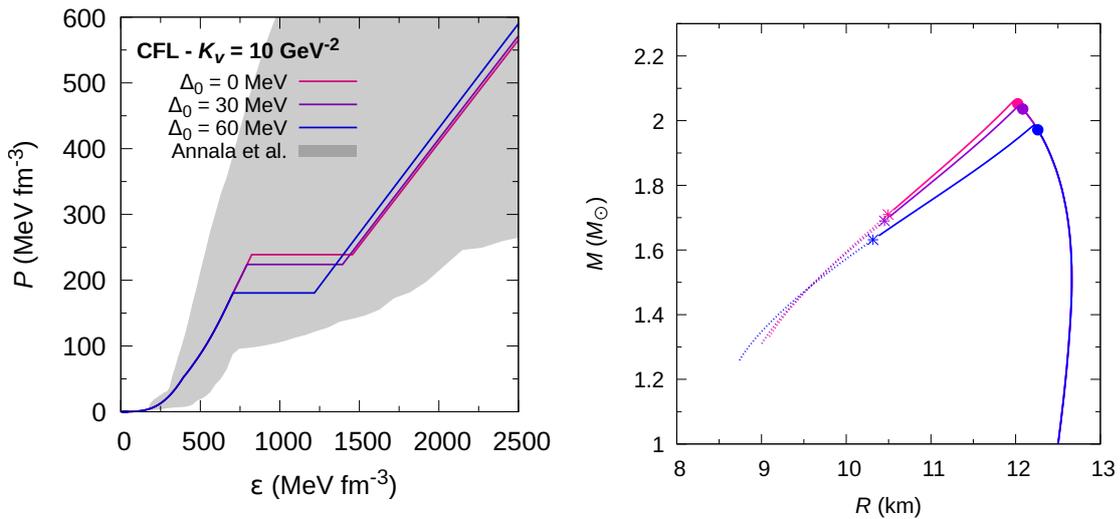


Figura 3.17. Idem fig. 3.16 para la fase CFL.

Set	Quark Phase	K_v (GeV^{-2})	Δ_0 MeV
i	2SC+s	15	90
ii	2SC+s	10	30
iii	CFL	10	30
iv	CFL	15	30

Tabla 3.5. Set de parámetros elegidos para EHs frías, presentados en [Curin et al. \(2021\)](#).

aumento de Δ_0 conduce a cambios algo menores en la densidad de energía en la región de transición. Este efecto es más notable en la fase CFL que en la fase 2SC+s. Las principales diferencias aparecen en la presión de transición, donde un valor más alto de Δ_0 conduce a una presión de transición más baja. Esto, por supuesto, tiene consecuencias para la aparición de núcleos de quarks superconductores en las EHs, en particular, repercute en la rama extendida y estable de las EHs, panel derecho de las figuras [3.16](#) y [3.17](#). Una característica común es que el aumento del valor de K_v lleva a acortar la rama extendida de objetos compactos estables, como se observa en el panel derecho de las figuras [3.14](#) y [3.15](#).

3.2.2. Restricciones Astrofísicas

En la fig. [3.18](#), exploramos los valores de masa máxima EHs en el plano K_v - Δ_0 para el caso de materia de quarks con 2SC+s (mismo análisis realizado para la fase CFL en la sección [3.1](#), fig. [3.1](#)). La restricción de masa gravitacional de $2.01 M_\odot$ impuesta por la estimación de la masa de los púlsares PSR J1614-2230, PSR J0348+0432 y PSR J0740+6620 se muestra con la curva blanca. Se puede ver que nuestros modelos satisfacen esta restricción de masa para un amplio rango de valores de K_v y Δ_0 . Una combinación de tales valores se recopila en la tabla [3.5](#), que se utilizará a continuación. Como mencionamos al principio de la sección, las EHs con $V_1 = 20$ MeV y $G_2 = 0.009 \text{ GeV}^4$ no satisfacen la restricción de $M_{\text{max}} = 2.01 M_\odot$ a menos que se incluyan interacciones vectoriales y superconductividad de color en el modelo. Además, la posibilidad de obtener EHs lo suficientemente masivas con materia de quarks superconductora en sus núcleos aumenta si Δ_0 aumenta, para un amplio rango de valores de K_v , con $K_v \geq 8 \text{ GeV}^{-2}$. Esto es más notable para estrellas con un núcleo CFL panel derecho, de la fig. [3.1](#). Al comparar los paneles de los gráficos realizados para ambas fases superconductoras entre sí, se muestra que el espacio de parámetros que conduce a EHs lo suficientemente masivas con núcleos 2SC+s es más estrecho. Para la fase 2SC+s, fig. [3.18](#), las estrellas con M_{max} (a lo largo de la curva blanca) corresponden a valores de K_v alrededor de 7 GeV^{-2} . Esta situación es bastante diferente cuando se considera la fase CFL, donde se muestra que las masas máximas dependen bastante tanto de K_v como de Δ_0 .

En la fig. [3.19](#), mostramos las curvas $M - R$, que corresponden a configuraciones de estrellas híbridas construídas usando los parámetros que se enumeran en la tabla [3.5](#). Estas curvas son consistentes con la restricción de masa de $2 M_\odot$ establecida por púlsares masivos, observaciones de NICER, así como los datos de estrellas de neutrones extraídos del evento de ondas gravitacionales GW170817 y GW190425. Observamos que, al asumir una conversión lenta de hadrones a quarks, cada modelo predice la existencia de estrellas gemelas (o “twins”) de alta masa. Debido a esta posibilidad, los púlsares observados de $2 M_\odot$ podrían ser ENs o EHs. Los radios de estas últimas podrían ser hasta 1.5 km más pequeños que los de las ENs. Además, para el conjunto de parámetros (iii) de la tabla [3.5](#), encontramos que la correspondiente rama extendida de estrellas híbridas podría incluso explicar la componente estelar de alta masa del sistema binario GW190425 [Abbott & et al. \(2020\)](#).

También hemos explorado la posibilidad de transiciones de fase secuenciales entre las dos

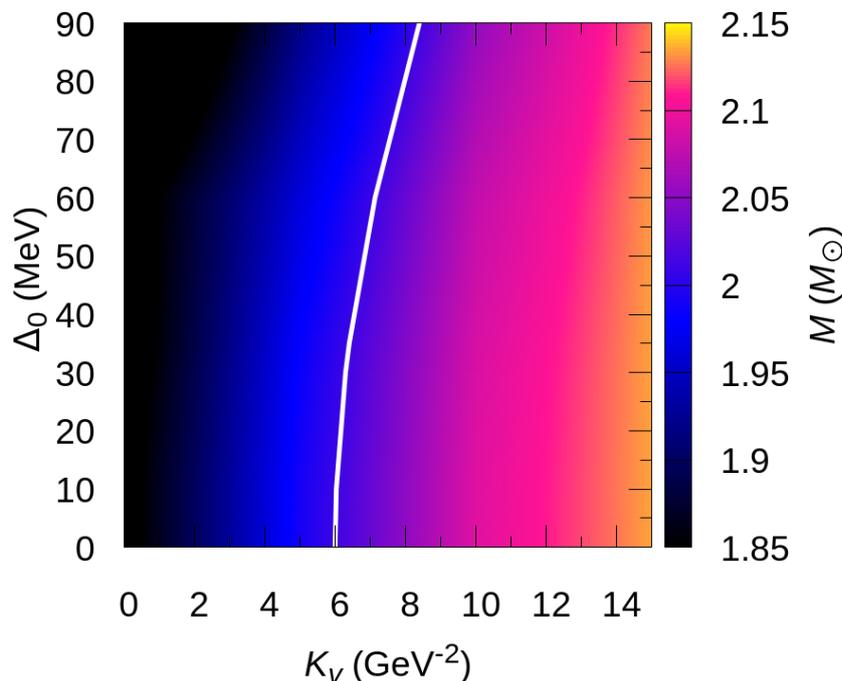


Figura 3.18. Masa máxima de las estrellas en función de Δ_0 y K_V , para la materia de quarks 2SC+s. La curva blanca marca la restricción de masa máxima $M_{\max} = 2.01M_{\odot}$.

EdE de materia de quarks diferentes, es decir, la ocurrencia de una transición de la materia de quarks de la fase 2SC+s a la fase CFL. Encontramos que tal transición secuencial es posible, pero las relaciones M - R no cumplen con la restricción de masa de $2M_{\odot}$.

Por otro lado, en la fig. 3.20, presentamos la deformabilidad de marea adimensional, Λ , en el cual las configuraciones se comportan de igual manera que el caso de $s = 0$ presentado para la sección 3.1, figuras 3.12 y 3.13.

3.3. EHs rotantes y su consecuencias en la estructura

En esta sección mostraremos las secuencias estelares resultantes para las EdE parametrizadas por la tabla 3.1. Cabe destacar, que sólo mostraremos los resultados dados para el set 1, pues resultan cualitativamente similares a los del set 2. Para cada EdE, consideraremos dos casos límite: (1) el caso esféricamente simétrico, en el que las ENs no están rotando (mostrado anteriormente en la sección 3.1), y (2) el caso en el que todas las estrellas de la secuencia están rotando a sus respectivas frecuencias de desprendimiento de masa por el ecuador: su frecuencia de Kepler, Ω_K . También mostraremos configuraciones de masa bariónica constante que conectan la secuencia de frecuencia de Kepler con la secuencia estática. Estas curvas de masa bariónica constante representan el camino seguido por una estrella que nace con una frecuencia de rotación alta y luego se desacelera hasta una frecuencia de cero.

Desde un punto de vista intuitivo, en un objeto compacto que se encuentra rotando, se espera que la fuerza centrífuga cree un ambiente menos denso, contrarrestando la fuerza gravitacional que contrae la materia hacia el centro del objeto.

Generalmente, el debilitamiento de la fuerza centrífuga acompañado por la desaceleración

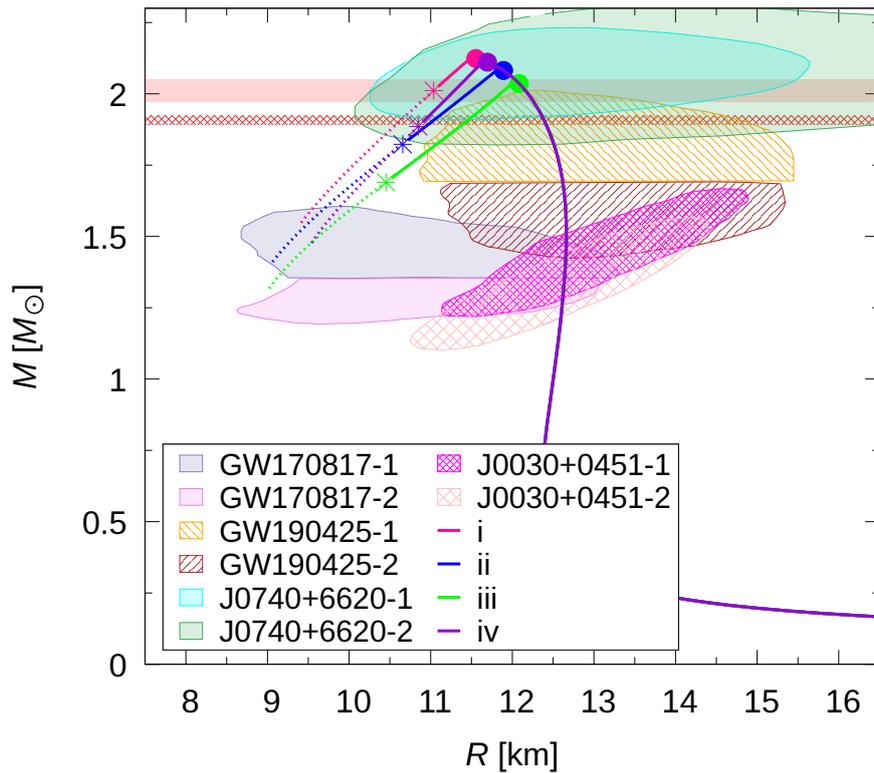


Figura 3.19. Relación $M - R$ de las EdE seleccionadas (tabla 3.5). Los puntos sólidos indican la presencia de materia de quarks superconductoras en las EHs, justo antes del pico de masa máxima. Para una conversión rápida de la materia, las configuraciones estelares a la izquierda de cada estrella de masa máxima son inestables. Para conversiones lentas, existen ramas extendidas de estrellas estables que terminan en las ubicaciones marcadas con asteriscos. Las regiones sombreadas corresponden a restricciones impuestas por las observaciones de GW170817, GW190425 y NICER de PSR J0030+0451. Las bandas horizontales rosadas indican restricciones impuestas por púlsares J0740+6620, J0348+0432 y J1614-2230.

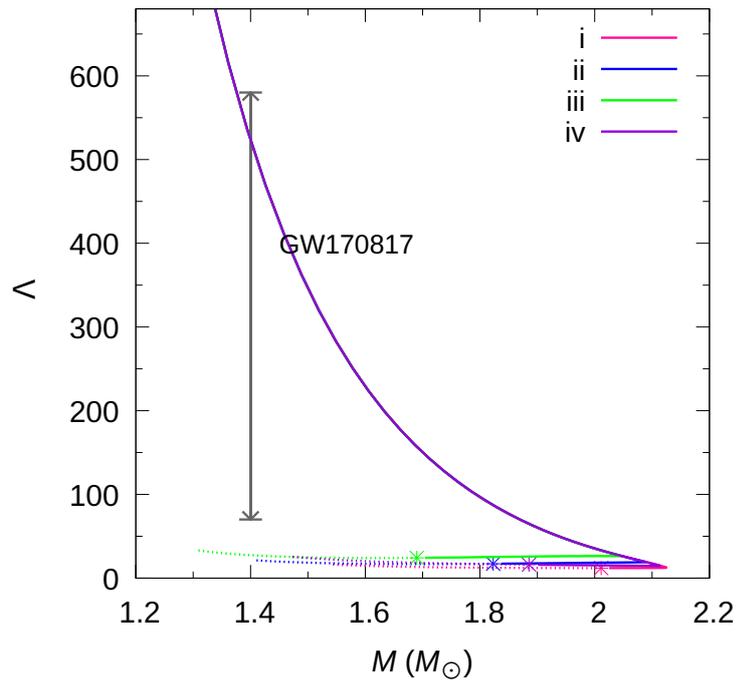


Figura 3.20. Deformabilidad de marea adimensional en función de la masa gravitacional, con la restricción obtenida de GW170817 [Abbott et al. \(2019\)](#). Las configuraciones estelares estables más allá de la masa máxima tienen valores muy pequeños de Λ , que son casi independientes de la masa. Las posiciones de las estrellas terminales de la rama de estrellas gemelas (obtenidas para una conversión lenta de hadrones a quarks) están marcadas con asteriscos.

3. Resultados

$M_B [M_\odot]$	Tipo	Período[s]	Ω_K [Hz]
1.6	Hadrónica	1.5×10^{-4}	1059.49
2.2	Hadrónica	1.2×10^{-4}	1302.92
2.4	Hadrónica	1.1×10^{-4}	1395.86
2.4	Híbrida	8×10^{-5}	1939.30

Tabla 3.6. Frecuencias de Kepler de los objetos fríos que serán estudiados a masa bariónica constante.

de un cuerpo en rotación causa un aumento en su densidad central, sobre todo en el caso de EHs. La velocidad de la estrella varía desde la frecuencia de Kepler, Ω_K , hasta rotación nula, mientras que el número bariónico se mantiene constante, como debería ser para una ENs en rotación aislada que disminuye su velocidad con el tiempo debido a la pérdida de energía rotacional (Glendenning et al., 1997).

Este concepto ha sido explorado en el contexto de objetos compactos como un mecanismo potencial para inducir una transición de fase hadrón-quark a medida que una EN disminuye su velocidad de rotación (Mellinger et al., 2017; Chubarian et al., 2000; Glendenning & Weber, 2001a).

Tengamos en cuenta, que durante este trabajo consideramos transiciones de fase abruptas de conversiones tanto rápidas y lentas, como hemos definido en la sección 3.1 el concepto de SSHSs.

Si la masa y la frecuencia rotacional inicial de un púlsar son tales que durante su fase de desaceleración, supera la densidad crítica para la transición de fase hadrón-quark, primero en el centro donde la densidad es más alta y luego en una región que se expande en dirección radial hacia fuera desde el centro de la estrella, la materia se convertirá de la fase de materia nuclear relativamente incompresible a la fase de materia de quarks altamente compresible (Weber, 1999). Después de que la materia de quarks pura domina en el núcleo, la estrella se contraería significativamente y su momento de inercia disminuiría bruscamente, lo cual es la secuencia común de transición de fase de materia confinada a desconfinada (Glendenning et al., 1997; Chubarian et al., 2000).

3.3.1. Rotación y estabilidad

En las figuras 3.21, 3.22 y 3.23 se muestran las relaciones masa-densidad central, masa-radio y masa-momento de inercia respectivamente, para las EdE descritas en la tabla 3.3. Mostramos las secuencias estelares calculadas para modelos esféricos y de rotación máxima. En todos los casos, las líneas sólidas representan las secuencias no-rotantes ($\Omega = 0$) y las punteadas las rotantes, con $\Omega = \Omega_K$. Los asteriscos representan la última estrella estable en cada caso, configuración terminal, sea o no rotante. Finalmente, en la tabla 3.7 presentamos resultados de la comparación entre configuraciones que están rotando uniformemente a sus frecuencias de Kepler o se encuentran estáticas.

Por otro lado, en la tabla 3.6 describimos las frecuencias de Kepler de los objetos fríos que serán estudiados a masa bariónica constante (panel izquierdo de las figuras 3.21, 3.22 y 3.23).

A diferencia de la masa gravitacional que se reduce a medida que el objeto disminuye su rotación, la masa bariónica permanece constante para estrellas aisladas. Estas configuraciones son importantes porque revelan qué estrellas con rotación máxima tienen una contraparte estática estable.

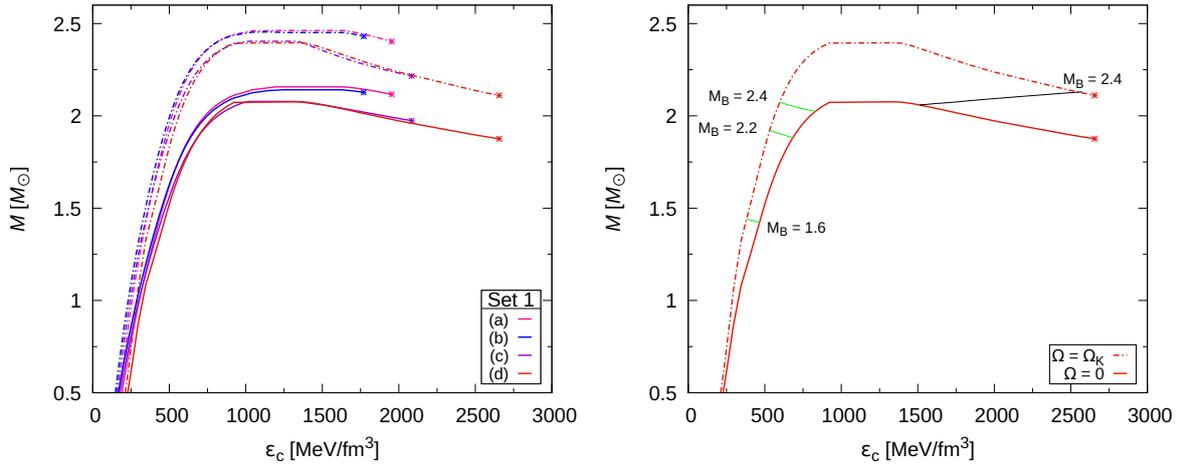


Figura 3.21. A la izquierda, se puede apreciar la relación de la masa con la densidad central ϵ_c de las configuraciones estelares para las EdE dadas por la tabla 3.3. Las curvas sólidas representan las secuencias no-rotantes ($\Omega = 0$) y las líneas-punteadas las estrellas rotantes de velocidad máxima, es decir $\Omega = \Omega_K$. Los asteriscos representan la última estrella estable en cada caso, sea o no rotante. El achatamiento en las curvas se da por el salto en densidad de energía en la transición de fase abrupta. A la derecha, se muestra el caso particular de una estrella fría (curva roja) y evaluamos cómo se comportan las estrellas a masa bariónica constante para estrellas hadrónicas (líneas verdes) y SSHTS (línea negra).

Adaptando un código de rotación estelar que resuelve las ecuaciones de Hartle-Thorne (para más información, ver el [Apéndice A](#)) estudiamos el impacto de la rotación en EHs estables. El resultado general para ENs es que la solución TOV a una masa bariónica dada, al ser acelerada, exhibe una disminución en su densidad de energía central. En este trabajo, veremos que para las SSHTS sucede el proceso inverso, de manera que no puede ser comprendida dentro del marco teórico convencional de rotación dentro de la relatividad general. Cabe remarcar que en esta tesis es la primera vez que se estudia las SSHTS rotantes.

La fig. 3.21 muestra la relación masa y densidad central. Las curvas continuas representan las configuraciones usando la solución de TOV y las líneas punteadas las soluciones con máxima rotación. Del panel derecho, podemos concluir que las cuatro familias de estrellas construidas con las EdE, *a*, *b*, *c* y *d*, se comportan de manera similar en el plano $\epsilon_c - M$. Para las configuraciones con frecuencia de Kepler, las masas se vuelven aún más altas, alcanzando hasta $2.46 M_\odot$. Sin embargo, es importante notar que estas estrellas de alta masa se volverán inestables y decaerán en agujeros negros durante su desaceleración ([Glendenning et al., 1997](#)).

En el panel izquierdo de la fig. 3.21 se ilustra un resultado canónico del impacto de la rotación en EN de masa bariónica fija con líneas verdes) y de las SSHTS con línea negra. Es evidente que la evolución desde una configuración máximamente rotatoria hacia la solución TOV ocurre de densidades de energía central más bajas a más altas para EN canónica (lado izquierdo de la transición de fase) y de más altas a más bajas para SSHTS. La estrella de masa máxima, con $M = 2.4 M_\odot$ en la secuencia de frecuencia de Kepler, se desacelerará hasta un objeto estable de $M = 2.08 M_\odot$.

Los diagramas masa-radio se muestran en la figura 3.22. En ambos, tenemos la masa gravitatoria como función del radio ecuatorial, sea o no rotante el objeto (tener en cuenta que para el caso estático, consideramos que simetría esférica, por lo que $R = R_E$, radio ecuatorial).

3. Resultados

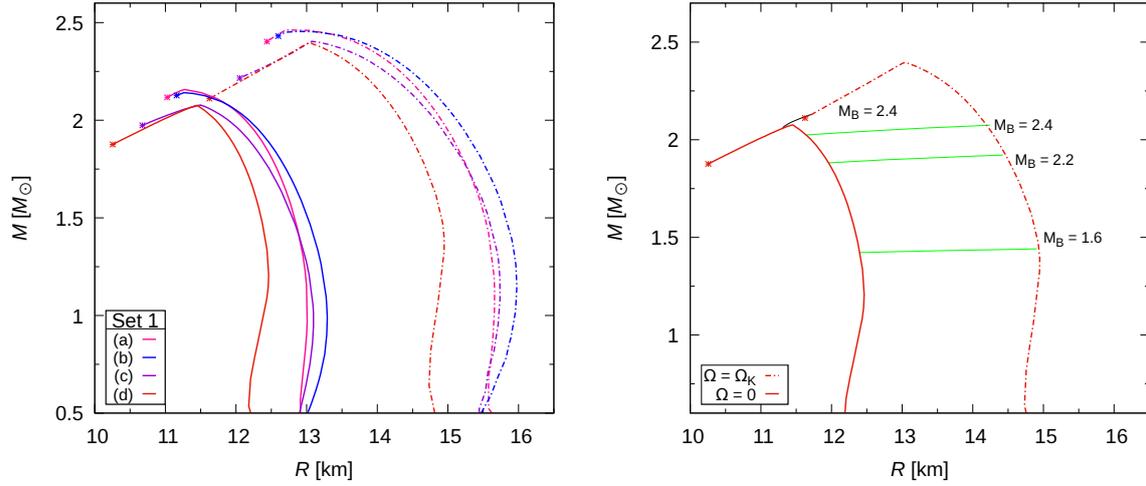


Figura 3.22. A la izquierda, se puede apreciar el diagrama masa-radio de las configuraciones estelares para las EdE dadas por la tabla 3.3. Las curvas sólidas representan las secuencias no-rotantes ($\Omega = 0$) y las línea-punteadas las estrellas rotantes de velocidad máxima, es decir $\Omega = \Omega_K$. Los asteriscos representan la última estrella estable en cada caso, sea o no rotante. A la derecha, tomamos el caso particular de una estrella fría (curva roja) y evaluamos cómo se comportan las estrellas a masa bariónica constante.

Como se ve en la figura 3.22, la rotación rápida altera significativamente la relación masa-radio de las estrellas que rotan muy rápidamente (con respecto a las configuraciones estáticas). En general, para una EdE dada, aumenta la masa máxima posible en aproximadamente un 15 %, mientras reduce/aumenta el radio polar/circunferencial por varios kilómetros, llevando a una forma achatada de la estrella rotante. Además, para configuraciones dadas por EdE más rígidas, el impacto dado por la rotación rápida será mayor (Friedman et al., 1984; Snopce et al., 2012). Del panel izquierdo, podemos ver que mientras el radio de las EN canónicas cambia alrededor de 2-3 km al desacelerarse, el radio ecuatorial de la SSHS sólo se achicará medio kilómetro. Para el caso de ENs, está cantidad es dependiente del modelo (ver por ejemplo el trabajo de Haensel et al., 2009).

En vista de estas consideraciones, uno debería esperar cambios similares en el momento de inercia, I , de las ENs rápidamente rotantes (con respecto a modelos estáticos). En la figura 3.23 mostramos el momento de inercia como función de la masa estelar ENs girando a la frecuencia de desprendimiento de masa (Kepler).

Respecto al momento de inercia, encontramos valores alrededor de $0.5\text{-}2.5 \cdot 10^{39} \text{ kg m}^2$, en concordancia con los de una EN rotante y aislada, se estima que su momento de inercia varía entre $10^{38}\text{-}10^{39} \text{ kg m}^2$ (Miller & Zhao, 2023; Steiner et al., 2015)

A medida que los modelos estelares se acercan a la frecuencia de Kepler, el momento de inercia exhibe un fuerte aumento, dado por el cambio del radio circunferencial a medida que la estrella se deforma (Friedman et al., 1984).

Finalmente, en la tabla 3.7 se resumen cuales son las masas máximas de los objetos con las EdE construidas. Como ya fue previsto por (Glendenning et al., 1997), la masa gravitacional aumenta alrededor de un 16 % al considerar objetos rotantes. Nuestros resultados son comparables con los encontrados por Konstantinou & Morsink (2022), donde muestran que la rotación provoca un aumento en la masa y el radio ecuatorial de una EN y que los cambios en los radios polar y ecuatorial son simétricos, en el sentido de que el radio polar se contrae a la misma tasa que el radio ecuatorial crece.

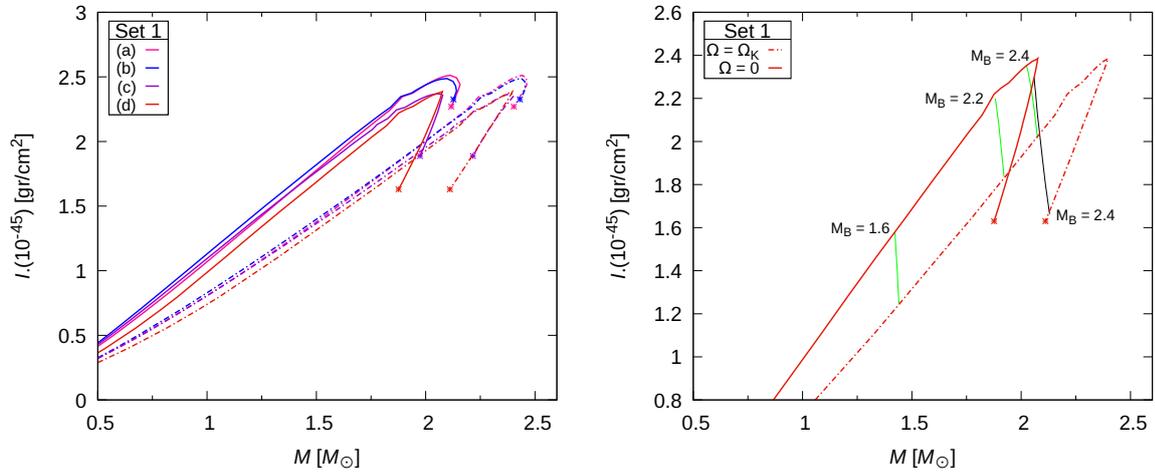


Figura 3.23. A la izquierda, se muestra la relación de la masa con el momento de inercia I de las configuraciones estelares para las EdE dadas por la tabla 3.3. Las curvas sólidas representan las secuencias no-rotantes ($\Omega = 0$) y las punteadas las estrellas rotantes de velocidad máxima, es decir $\Omega = \Omega_K$. Los asteriscos representan la última estrella estable en cada caso, sea o no rotante. A la derecha, tomamos el caso particular de una estrella fría (curva roja) y evaluamos como se comportan las estrellas a masa bariónica constante.

	$\Omega = 0$		$\Omega = \Omega_K$	
	$M_G [M_\odot]$	$R_E [km]$	$M_G [M_\odot]$	$R_E [km]$
a	2.16	2.46	11.27	12.72
b	2.14	2.45	11.26	12.89
c	2.08	2.40	11.49	13.07
d	2.08	2.39	11.45	13.04

Tabla 3.7. Resumen de las masas máximas de los objetos con EdE elegidas. Se puede ver que para el caso rotante la masa gravitacional aumenta alrededor de un 16%.

3. Resultados

Como nota final, es crucial notar que la frecuencia de Kepler de una SSHS para una masa bariónica dada, es sustancialmente mayor que la de su hermano hadrónico (ver los últimos dos renglones de la tabla 3.6).

Por ejemplo, asumiendo un período inicial de aproximadamente $P(0) \sim 10^{-3}$ s y una tasa de disminución de giro $\dot{P} \sim 10^{-19}$ s s⁻¹, se estima que el período cambiaría en un 1 % de su valor inicial después de aproximadamente 3×10^6 años. Por el contrario, con $P(0) \sim 5 \times 10^{-3}$ s y un \dot{P} más pequeño $\sim 10^{-20}$ s s⁻¹, tal escala de tiempo se extiende a aproximadamente 1.6×10^{10} años, aproximadamente equivalente a la edad del Universo.

3.4. Aceleración inducida por acreción de materia (*accretion-driven-spin-up*)

En esta sección, usaremos el modelo propuesto en la sección 2.2.5 del capítulo 2 y compararemos nuestros resultados respecto con los conseguidos por Glendenning & Weber (2001a). Continuaremos con las EHs frías ya construidas (ver tabla 3.3). Si bien, en el trabajo mencionado se trabaja con masas bajas $M \leq 1.6 M_{\odot}$ para las ENs, el formalismo teórico desarrollado puede usarse sin inconvenientes para masas mayores.

La trayectoria evolutiva entre púlsares canónicos y púlsares de milisegundo dependerá en mayor medida de intensidad del CM (Igoshev et al., 2021). Por otro lado, la variación del período de rotación dependerá de la tasa de acreción de masa, \dot{M} , el momento de inercia de la estrella, la intensidad del CM y la escala de tiempo de su decaimiento.

Para representar esta trayectoria evolutiva a partir de una EdE dada, se utiliza un código adaptado que resuelve la ec. 2.94, utilizando la forma funcional del $B(t)$, ec. 2.95 (para más información, ver el Apéndice A). Las variables de entrada dadas por la EdE serán Ω , M_G , M_B e I . Además, incluiremos los parámetros necesarios para resolver la ec. 2.95: el CM inicial, $B(0)$, el tiempo de decaimiento, t_d , y el CM final, $B(\infty)$. En particular, continuamos el estudio con las configuraciones de $M_B = 2.4 M_{\odot}$, descritas en la subsección 3.3, de manera de comparar los resultados entre las ENs canónicas y las configuraciones de las ramas extendidas híbridas.

Para elegir parámetros del modelo, realizamos un exhaustivo estudio del espacio de parámetros del modelo que permitieron acotar los mismos, obteniendo así, resultados representativos que presentaremos a continuación. A partir de este análisis, pudimos concluir que la variación de $B(0)$ y t_d en la ec. 2.95, no generan cambios notables en los resultados como analizaremos más adelante, por lo cual los consideraremos fijos. Para la intensidad del campo magnético superficial, elegimos el valor típico para un púlsar canónico: $B(0) = 10^{12}$ G y para el tiempo de decaimiento del campo magnético tomamos $t_d = 10^6$ años, un valor estándar considerado previamente por varios autores (ver, por ejemplo, Igoshev et al., 2021; Biryukov et al., 2017; Glendenning & Weber, 2001a).

Para este estudio, consideramos el impacto de la tasa de acreción entre valores de 10^{-8} , 10^{-9} y $10^{-10} M_{\odot}/\text{año}$. Estas tasas están de acuerdo con las observaciones realizadas en binarias de rayos X de baja masa (LMXBs) observadas de modo sistemático con el *Rossi X-ray Timing Explorer* (van der Klis, 2000) y otros telescopios de rayos X más modernos que le siguieron (ver, por ejemplo, Sazonov et al., 2020, y referencias allí mencionadas) y modelos teóricos como Salvo & Sanna (2020); Mushtukov et al. (2015); Hernández Santisteban et al. (2019). Además, se tuvo en cuenta la variación del CM, $B(t)$, con $B(\infty) = 10^8$ o 10^9 G.

Además de estudiar el impacto de los parámetros del modelo, evaluaremos las diferencias que se presentan al considerar estrellas *twins* (de igual masa) puramente hadrónicas o de la rama extendida de EHs (SSHs). De esta manera, podemos analizar los efectos de considerar configuraciones en la rama tradicional o extendida.

3.4.1. Evolución temporal del sistema a partir de los parámetros del modelo

En la fig. 3.24 se muestra la evolución temporal del CM, como se muestra en la ec. 2.95. Esta figura, permite comparar el decaimiento del campo al considerar el parámetro $B(\infty)$ como 10^8 o 10^9 G.

Con respecto a la fig. 3.25, en ella se muestra la frecuencia de rotación de la estrella en función del tiempo durante el proceso de acreción; y en la figura restante, fig. 3.26, presentamos los resultados del momento de inercia en función del tiempo que se desprenden de

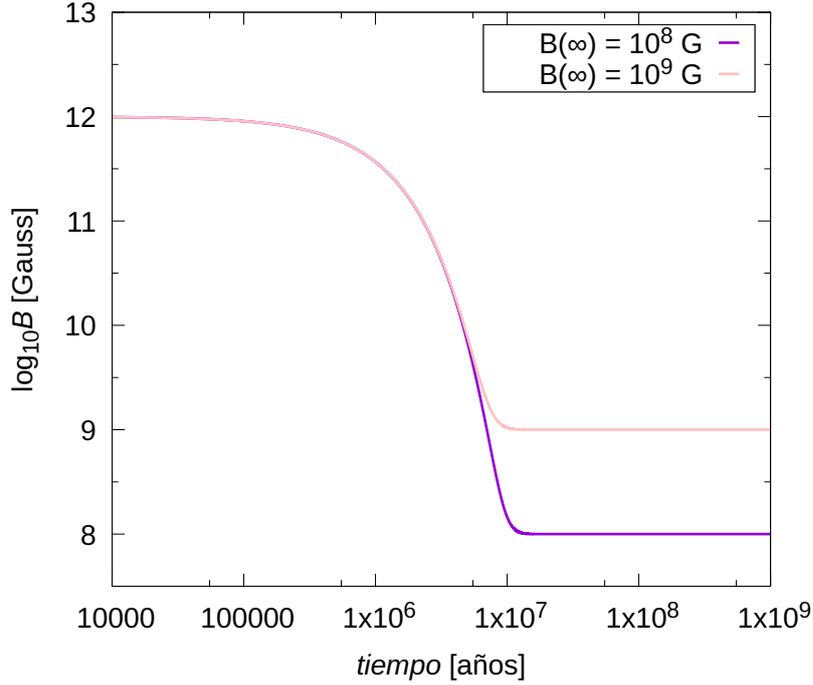


Figura 3.24. Se muestra el decaimiento del CM en función del tiempo durante el proceso de acreción, dado por la ec. 2.95. La curva violeta muestra el caso para $B(\infty) = 10^8$ G, y la rosa para $B(\infty) = 10^9$ G.

resolver la ec. 2.94. En dichas figuras se presentan resultados para diferentes tasas de acreción, valores del CM asintótico. Además, se muestran resultados tanto para la configuración puramente hadrónica como para la SSHS con una masa bariónica de $2.4 M_{\odot}$. Notar que en la fig. 3.26, I está presentado en unidades geométricas, cuyo factor de conversión viene dado por $\text{km}^3 = 7.4219 \times 10^{-44} \text{gr cm}^2$ (Weber, 1999).

A continuación, mostraremos y analizaremos los resultados para tres tasas de acreción dadas, donde \dot{M} corresponde a : $10^{-8} M_{\odot}/\text{año}$ (curva naranja), $10^{-9} M_{\odot}/\text{año}$ (curva verde) y $10^{-10} M_{\odot}/\text{año}$ (curva cian) para estrellas con y sin núcleo de materia de quarks. Las curvas sólidas muestran las EHS, mientras que las punteadas estrellas puramente hadrónicas. Los paneles izquierdos de las figuras 3.25 y 3.26 corresponden a considerar un CM para $B(\infty) = 10^8$ G, y los derechos corresponden al valor $B(\infty) = 10^9$ G.

Más aún, de la fig. 3.25 se desprende que para $B(\infty) = 10^8$ G, a mayor \dot{M} , menor será la frecuencia máxima alcanzada por los objetos. Este efecto se invierte para $B(\infty) = 10^9$ G. Es decir, que a mayor CM, las configuraciones con tasas de acreción de masa mayores destacan frente a las otras.

Haciendo un estudio más cuantitativo, elijamos por ejemplo la curva naranja para el instante de $t = 10^8$ años. En el panel izquierdo, $B(\infty) = 10^8$ G, comparamos la frecuencia entre las ENs y las SSHS, y vemos que estas segundas aumentarán un 58% su frecuencia máxima respecto a las primeras. Para el panel derecho también sucederá este incremento, aunque en menor medida (solo un 42%).

De igual manera, las estrellas hadrónicas son aceleradas a lo largo de las líneas punteadas hasta frecuencias de equilibrio entre aproximadamente 300 Hz y 800 Hz para $B(\infty) = 10^8$ G, dependiendo de la tasa de acreción, mientras que para los objetos híbridos se extienden de los 700 A 1000 Hz, a igual $B(\infty)$. Para $B(\infty) = 10^9$ G, las frecuencias alcanzadas para las ENs varían entre 100 a 500 Hz, mientras que para SSHS llegan hasta los 800 Hz.

3.4. Aceleración inducida por acreción de materia (*accretion-driven-spin-up*)

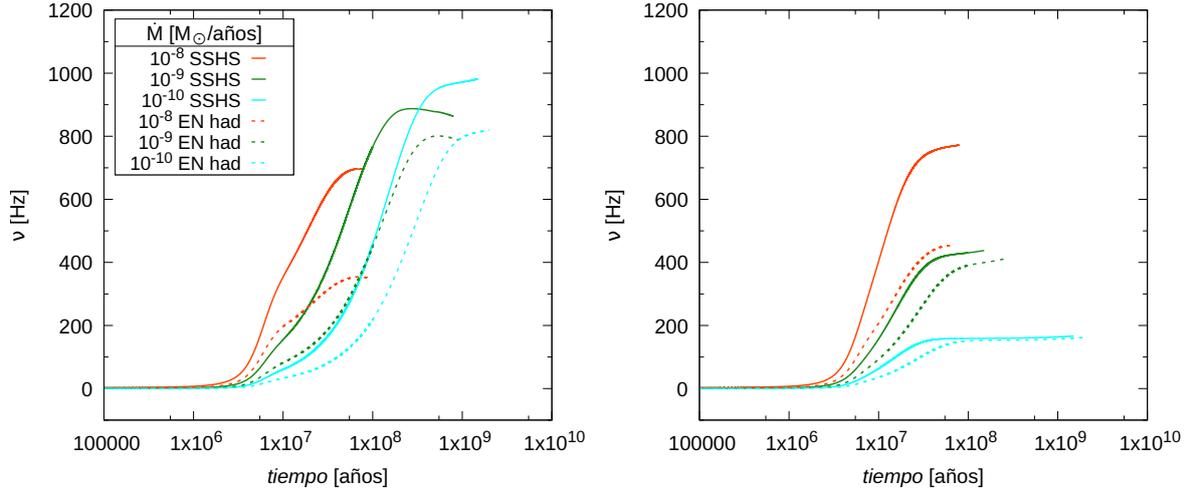


Figura 3.25. Se muestra la frecuencia de rotación de la estrella en función del tiempo durante el proceso de acreción. Las curvas sólidas representan las ESHs, mientras que las líneas punteadas se usan para las configuraciones puramente hadrónicas, para tres tasas de acreción distintas: 10^{-8} , 10^{-9} y $10^{-10} \dot{M}_{\odot}/\text{año}$. A la izquierda, consideramos el caso en el campo considerado es de $B(\infty) = 10^8 \text{ G}$ y a la derecha de 10^9 G .

Finalmente, notar que la frecuencia alcanzada después de unos pocos millones de años de acreción será constante. Elegimos como condición inicial una estrella prácticamente no-rotante ($\nu \sim 0$), para analizar el efecto de aceleración inducida.

Prestemos ahora especial atención a la fig. 3.26. A diferencia de la fig. 3.25, se muestra que para un instante de tiempo dado, el momento de inercia de las de las SSHSs será siempre menor que el de las ENs, para cualquier caso de \dot{M} . Esto implica que para una M fija y un torque dado, es más sencillo aumentar la velocidad de las SSHSs que de las ENs, resultado que también se presenta en la fig. 3.25, donde las frecuencias de las SSHSs serán siempre mayores que las de las ENs independientemente del \dot{M} elegido.

Con respecto al valor de $B(\infty)$, se obtiene que para $B(\infty) = 10^8 \text{ G}$, a mayor \dot{M} , menor será el momento de inercia de las configuraciones, y se obtendrá el efecto invertido para $B(\infty) = 10^9 \text{ G}$, como fue señalado sobre la fig. 3.25.

Otro punto a destacar, es que el momento de inercia para $\dot{M} = 10^{-10} \dot{M}_{\odot}/\text{año}$ del panel derecho (para $B(\infty) = 10^9 \text{ G}$) es prácticamente constante, para el caso hadrónico e híbrido. Esto no sucede en el panel derecho, donde I_{EN} alcanza hasta un 16 % más desde que empieza el proceso de *spin-up* y $I_{SSHs} \sim 8\%$.

El hecho de que el CM decaiga es que da inicio al proceso de acreción de materia y por lo tanto de aceleración inducida. Recordemos que habíamos tomado como un parámetro fijo al tiempo de decaimiento del CM, t_d . En las figuras 3.25 y 3.26 a CM altos (tiempos cortos, $t < 10^6$ años), tanto la frecuencia ν como el momento de inercia I , no presentan cambios. En este sentido, es posible ver que el efecto de variar el tiempo de decaimiento es el de adelantar ($t_d < 10^6$ años) o atrasar ($t_d > 10^6$ años) el proceso de *spin-up*.

Más aún, comparando los paneles izquierdos y derechos de las figuras 3.25 y 3.26, es posible notar que el efecto del $B(\infty) = 10^8 \text{ G}$ es más pronunciado que el de $B(\infty) = 10^9 \text{ G}$.

Finalmente, de ambas figuras, 3.25 y 3.26, se desprende que para las tasas de acreción más grandes (curvas naranjas) el efecto aceleración inducida sucede antes que para aquellas cuya tasa es menor (curvas cian).

3. Resultados

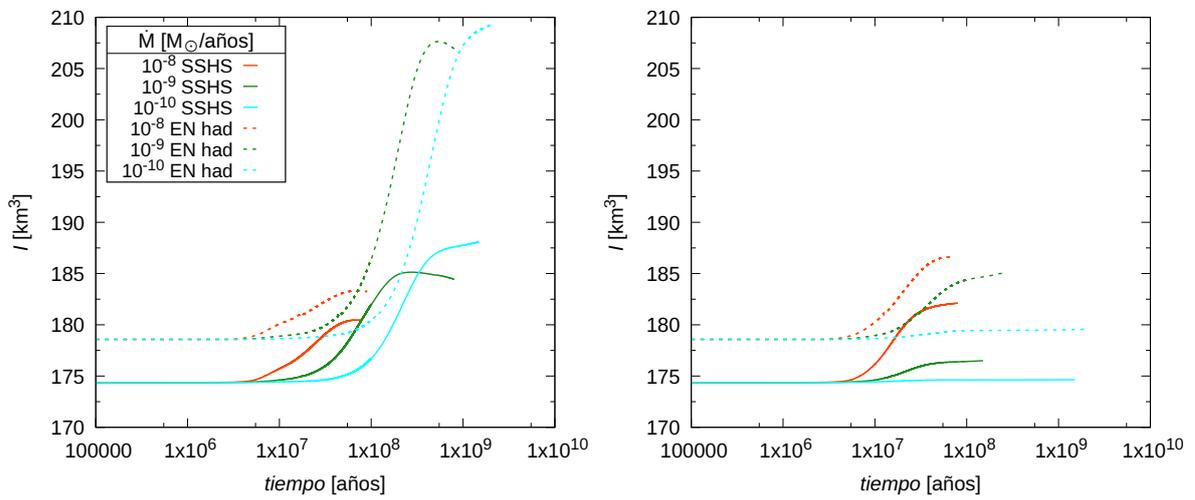


Figura 3.26. Idem fig. 3.25 pero para el momento de inercia, I .

Capítulo 4

Resumen, discusión y conclusiones

En esta Tesis de Doctorado, hemos llevado a cabo un estudio teórico de las ENs desde distintos enfoques, teniendo en cuenta su estructura, composición y estabilidad dinámica. Es importante recordar que el principal interrogante al estudiar estos objetos es encontrar de qué están compuestos, puesto que desconocemos el estado de la materia a tan altas densidades, y no podemos predecirlo desde laboratorios terrestres. Este abordaje hace posible que consideremos a ENs como laboratorios naturales, mediante los cuales podemos lograr una mejor comprensión acerca del comportamiento de la materia cuando es sometida a condiciones físicas extremas.

Bajo esta perspectiva, primero realizamos un estudio microscópico de la materia a densidades nucleares y supranucleares, considerando a las partículas que pueden aparecer en el interior de las EN y las interacciones entre estas partículas. Luego, fueron consideradas las propiedades de estructura (macroscópicas) a modo de poder comparar nuestros resultados con los datos observacionales actuales de ENs.

Como fue mencionado en la [Introducción](#), se plantea que además de la materia hadrónica convencional, las ENs podrían estar compuestas por algún tipo de materia exótica, como ser hiperones, materia de quarks extraña o en algún estado superconductor de color. Para nuestro estudio, consideramos la posibilidad de la existencia de *estrellas híbridas*: ENs que poseen un núcleo interno de materia de quarks desconfiada envuelto en capas de materia hadrónica; y evaluamos la presencia de una transición de fase de materia hadrónica a materia de quarks.

Para la fase hadrónica hemos considerado el modelo relativista de campo medio, en particular la parametrización SW4L. En dicho modelo las interacciones entre bariones se describen mediante el intercambio de mesones escalares (σ , σ^*), vectoriales (ω , ϕ) e isovectoriales (ρ) y considera que la constante de acoplamiento del mesón ρ con los bariones depende de la densidad. Respecto a la materia de quarks trabajamos con el modelo FCM, extendiéndolo, por primera vez, a través de la inclusión de interacciones vectoriales y superconductividad de color. Además, para realizar este estudio, hemos considerado a las magnitudes V_1 y G_2 del FCM como parámetros libres del modelo, así como el *gap* superconductor Δ_0 y la constante K_v que determina la intensidad de la interacción vectorial repulsiva entre los quarks.

El hecho de considerar la existencia de una transición de fase abrupta y dos velocidades diferentes de transición, en el núcleo de estos objetos, produce cambios en la estabilidad de estrella, su evolución, momento de inercia, deformabilidad de mareas, entre otras. En esta tesis, hemos analizado cuidadosamente estos cambios, ya sea para proto-EN y EN frías, estáticas y rotantes. Una vez construida la EdE híbrida, se integraron las ecuaciones de estructura estelar de TOV, ecuaciones [2.64](#) y [2.65](#).

En este contexto, durante este doctorado hemos estudiado cuatro escenarios muy interesantes, relacionados fuertemente entre sí. Por un lado, se analizó la etapa de proto-EN: el

estadio primigenio de las ENs, durante el cual predominan efectos de enfriamiento térmico y de difusión de neutrinos. Seguidamente, se profundizó en el caso particular de EHs frías en equilibrio hidrostático, a modo de evaluar detalladamente los cambios aplicados al modelo FCM y su influencia en la estabilidad, masas máximas y deformabilidad de mareas adimensional. A modo de realizar una aproximación más realista de las ENs, consideramos la rotación de los objetos y comparamos el caso de velocidad de rotación extrema con el caso estático desarrollado anteriormente. Finalmente, para los objetos fríos y rotantes, evaluamos la aceleración por acreción de materia en un sistema binario, donde una de las componentes es una EN.

Para llevar a cabo estas investigaciones, se desarrollaron códigos en lenguaje Fortran 90. Para la fase de quarks desconfiados, se construyó un código modelando el FCM, y luego complejizado al incluir las IV y la SC. Para la fase hadrónica, en cambio, se adaptó un código ya realizado por el Grupo ARCO. Durante los primeros años se estudió la posibilidad de transición de fase de modo manual, viendo el corte de las tablas de $P_H - \mu_H$ y $P_Q - \mu_Q$. Más adelante, utilizamos el código multi-lenguaje desarrollado por Mariani en 2017 (Mariani, 2020): NESTOR. Este código permite realizar los cálculos numéricos y clasificación de resultados de manera sistemática y ordenada, realizando la entrada inicial de parámetros del modelo, construcción de la EdE híbrida, integración de las ecuaciones de estructura, clasificación según criterios de estabilidad dinámica y organización de archivos de salida. Por este motivo fue implementado el código NESTOR, utilizando como entrada los códigos, desarrollado y adaptado, mencionados anteriormente, permitiendo sacar de forma limpia la EdE híbrida. Para la parte rotacional, se adaptó un código desarrollado por Weber, que resuelve las ecuaciones de Hartle (Hartle, 1973), utilizando como entrada las EdE construidas por el NESTOR. De igual manera, usamos estas EdE híbridas calculadas, dentro de un tercer código para ver los efectos de la aceleración inducida por un acreción de materia. Para ver más detalles de estos códigos, ver el [Apéndice A](#).

Partiendo de este resumen del trabajo realizado, en las próximas secciones se presentan conclusiones y discusiones particulares para cada uno de los escenarios astrofísicos estudiados. Luego de ello, en la última subsección, enunciamos las conclusiones generales y las consideraciones finales de la tesis.

4.1. Proto-EHs y EHs frías estáticas

En la sección 3.1 del capítulo [Resultados](#), hemos estudiado la evolución térmica de proto-EHs a partir de estadios isoentrópicos y algunas de sus implicancias astrofísicas. La evolución comienza en un estadio caliente con neutrinos atrapados dentro de la estrella. En la etapa siguiente, luego de aproximadamente unos 15 segundos, los neutrinos se escapan de la estrella, y, al difundirse, la estrella llega a su calentamiento máximo; finalmente, luego de algunos minutos, la estrella se enfría alcanzando así su último estadio.

Hemos considerado dos conjuntos de valores para los parámetros del modelo, con el fin de obtener resultados representativos del comportamiento de cada instantánea de entropía constante. Nuestro modelo de evolución térmica, fue a partir del considerado por [Prakash et al. \(2001\)](#), sabiendo que la EN debería pasar por estadios similares a los descriptos por la [fig. 1.11](#). En esta tesis, se construyeron estadios intermedios a mostrados en dicha figura, considerando una consistencia termodinámica en la transición abrupta hadrón-quark; es decir, a temperatura, potencial químico y presión constantes.

Cabe destacar que para los dos sets de parámetros elegidos, hemos encontrado que el $\Delta(T)$ de la [ec. 2.53](#) se anula para $s < 0.18$. Aunque parezca un resultado destacable, ya ha sido encontrado y estudiado por otros autores, por ejemplo en el trabajo de [Horvath et al.](#)

(2023). El este trabajo se estudia el objeto compacto dentro del remanente de supernova HESS J1731-347 (Doroshenko et al., 2022) modelándolo como una estrella de quarks con fase CFL. Sus autores encuentran que el *gap* superconductor deberá ser menor igual que 1 MeV, $\Delta_{CFL} \leq 1$ MeV, para que sea compatible con la temperatura superficie de dicha estrella.

Una vez definidas las EdE híbridas, obtuvimos los perfiles de temperatura y las poblaciones de partículas, para la materia isoentrópica en cada estadio de entropía por barión constante. Bajo este modelo de evolución térmica, los perfiles de temperatura obtenidos para las proto-EHs, son consistentes con los obtenidos para diferentes modelos de EdE híbridas (ver, por ejemplo, Steiner et al., 2000; Mariani et al., 2017).

Luego, integrando las ecuaciones TOV, hemos obtenido las configuraciones de equilibrio para las EHs, con su relación masa-radio característica. De las figuras 3.8, 3.9 y 3.19, es posible ver que las distintas secuencias estelares satisfacen las cotas observacionales, dadas por la detección de ondas gravitacionales (Abbott et al., 2018; Cromartie & et al., 2020) y mediciones de púlsares (en sistemas binarios o aislados) (Riley & et al., 2019; Riley et al., 2021; Miller & et al., 2019; Miller et al., 2021); ya sea al considerar o no la existencia de un núcleo con materia superconductora de color. Es claro que para las configuraciones frías (curva roja de las figuras 3.8 y 3.9), se cumplen todas las restricciones.

Sobre estas familias de EHs hemos analizado su estabilidad frente a perturbaciones radiales, considerando los escenarios de transiciones de fase rápida y lenta. En los casos de transiciones de fase rápida, la estabilidad sólo se mantiene mientras $\partial M / \partial \epsilon_c > 0$, es decir, hasta la masa máxima. Es importante aclarar que, luego de la configuración de masa máxima, en el caso tradicional de transiciones rápidas (o incluso lentas), puede aparecer una segunda rama de estabilidad desconectada (ver, por ejemplo, Glendenning & Kettner, 2000; Benić et al., 2015; Ranea-Sandoval et al., 2017; Alvarez-Castillo et al., 2019); sin embargo, dado que en nuestro modelo no surge esta segunda rama de estabilidad para ningún tipo de transiciones, este tipo de soluciones no resultan relevantes en esta tesis. Es importante notar que este resultado es completamente análogo al encontrado en trabajos previos donde se utilizó la ecuación de estado FCM para describir a la materia de quarks (ver, por ejemplo, Mariani et al., 2019, y referencias allí mencionadas). Para las transiciones lentas, sin embargo, la rama de estabilidad se extiende y aparecen configuraciones gemelas -objetos con la misma masa pero distinto radio-, donde una de las gemelas es puramente hadrónica y la otra híbrida. Es este sentido, se abre la puerta a la posibilidad de que estos objetos sean EH con transición de fase abrupta con conversiones lentas llamadas SSHSs, las cuales son estables frente a perturbaciones radiales más allá del pico de masa máxima. De esta manera, bajo este escenario aparecen un mayor número de configuraciones híbridas y estables que al comparar con el escenario de transiciones de fase rápidas.

También hemos analizado el plano masa (gravitacional)-masa bariónica para el caso en el que la estabilidad está dada por una transición de fase rápida. Estudiamos el enfriamiento de las EHs, considerando la conservación de masa bariónica a lo largo de dicho proceso. Hemos analizado cualitativamente los intervalos de masa bariónica de las recién formadas ENs, separando las que evolucionan hasta EHs frías de las que eventualmente colapsarán a un agujero negro. Nuestros resultados son compatibles con lo que se propone en trabajos tales como Bombaci (1996); Mariani et al. (2019); Logoteta et al. (2022), en donde se afirma que el concepto de masa máxima para una curva de configuraciones estables sólo tiene sentido si se consideran objetos que, al enfriarse y evolucionar a estadios posteriores, continúan perteneciendo a curvas de estabilidad. En otras palabras, analizado en las figuras 3.10 y 3.11, el estudio del plano $M - M_B$ para nuestro modelo, muestra que es posible que una proto-EN recién formada luego de la explosión de supernova colapse a un agujero negro en pocos segundos o minutos, producto del proceso de enfriamiento; o bien puede ocurrir la transición

de fase de materia hadrónica a materia de quarks en el interior de la estrella. Este fenómeno se puede comprender al analizar los intervalos de masa en los cuales las proto-EHs finalizan como EHs frías estables. Nuestros resultados sugieren que la aparición de materia de quarks desconfiada como consecuencia de una transición de fase temprana, conduce posteriormente a configuraciones que, al enfriarse, perderían la estabilidad y colapsarían a agujeros negros. En su lugar, la formación de EH frías estables con materia de quarks desconfiada en su núcleo sería posible debido a transiciones de fase tardías, como consecuencia del enfriamiento, luego de la etapa en la que la estrella emite los neutrinos. Estos resultados fueron contrastados satisfactoriamente con los encontrados por [Mariani et al. \(2019\)](#); [Logoteta et al. \(2022\)](#). Finalmente, hemos encontrado que para las EHs frías, existen hadrónicas con la misma masa bariónica, con menor masa gravitacional, de tal modo que la EH fría podría decaer en su gemela hadrónica. Este fenómeno podría ocurrir debido a alguna perturbación grande, que desestabilice completamente la estrella y produzca alguna clase de evento de colapso catastrófico, dando lugar a que el objeto compacto pierda parte de su masa a través de diferentes formas de energía. Este tipo de escenario podría servir como modelo alternativo para explicar eventos astronómicos ultra energéticos como las supernovas, donde la energía canónica liberada en la explosión es del orden de los 10^{51} ergios ([Moriya et al., 2016](#)).

Habiendo ya analizado proto-EHs aisladas y no rotantes, ahora nos enfocaremos en las EH frías, último estadio después de la evolución de proto-EH. En este caso, hemos estudiado las EdE y la estructura EHs considerando los efectos de la SC (fases 2SC+s y CFL) y de las IV en la materia de quarks en el marco del modelo FCM. Tanto la SC como las IV, se incluyeron en el modelo de manera fenomenológica, aprovechando la similitud del FCM con el modelo de bolsa MIT en el límite de temperatura cero. Este estudio, realizado durante los primeros años de doctorado, fue el primero en extender el espacio de parámetros del modelo FCM incluyendo el gap superconductor, Δ_0 , y la intensidad de la interacción vectorial, K_V . Así, fue realizado un análisis sistemático de este nuevo espacio de parámetros. El objetivo era determinar si los parámetros conducen a EdE consistentes con las observaciones astrofísicas actuales. Para ello, investigamos las dependencias de la EdE y la relación M - R de las estrellas compactas en los parámetros K_V y Δ_0 , que están relacionados con las IV y la SC del modelo FCM extendido. Se asumieron valores fijos para los otros dos parámetros del modelo, V_1 y G_2 , considerando parámetros representativos de los mismos.

Teniendo en cuenta las restricciones para la masa dadas por las observaciones astronómicas de ENs, hemos estudiado la variación de la masa máxima de cada familia de estrellas como función de Δ_0 y K_V (resultados presentados en las figura [3.1](#) y [3.18](#)).

Así como para lo presentado a temperatura finita, hemos asumido una transición de fase abrupta de hadrones a quarks considerando las implicaciones de conversiones lentas frente a rápidas de la materia en la interfaz de hadrones-quarks.

Además, hemos demostrado que la inclusión de IV y SC desempeña un papel central en la satisfacción de la restricción de masa impuesta por los púlsares masivos. Específicamente, encontramos que aumentar K_V conduce a una EdE híbrida más dura, lo que aumenta la masa estelar máxima, al retrasar la transición de fase. Sin embargo, este aumento conduce a ramas de estabilidad más cortas para las estrellas gemelas. En contraste, un aumento en el parámetro Δ_0 conduce a EdE más blandas, tanto para la fase 2SC+s como para la CFL, lo que disminuye la masa máxima pero conduce a ramas extendidas más largas de estabilidad estelar. En general, los cambios en el valor de K_V tienen un efecto más pronunciado en las propiedades del sistema que los cambios en Δ_0 .

Por otro lado, hemos explorado la posibilidad de una transición de fase secuencial en las estrellas híbridas. Hemos encontrado que, aunque esa posibilidad existe, las configuraciones híbridas obtenidas a partir de estas EdE no satisfacen las restricciones impuestas por los

púlsares masivos.

Respecto a los resultados de la deformabilidad de marea, los modelos propuestos cumplen con la restricción de GW170817 de una estrella de $1.4 M_{\odot}$, para estrellas frías. Es importante destacar que el escenario de conversión lenta de hadrones a quarks, que conduce a nuevas ramas estables de estrellas híbridas, ayuda a satisfacer la restricción astrofísica mencionada (conclusiones similares ya se han presentado en las Refs. [Mariani et al., 2019](#); [Malfatti et al., 2020](#); [Rodríguez et al., 2021](#)).

4.2. EH rotantes aisladas y sistemas binarios

La tercer parte de esta tesis consistió en la investigación del cambio de la estructura de las estrellas consideradas previamente considerando ahora su rotación. Primero, discutimos la estructura de EHs que rotan rápidamente, lo cual rompe la simetría esférica, convirtiendo al problema en bidimensional con simetría axial. Además, al tratar con un objeto rotante relativista, se debe tener en cuenta el efecto de arrastre de marcos inerciales alrededor de dicho objeto, trayendo importantes consecuencias a su estructura.

En este contexto, hemos analizado la frecuencia rotacional máxima que una EN puede alcanzar, llamada *frecuencia de Kepler* o frecuencia de desprendimiento de masa. A este valor de frecuencia, que es alrededor de ~ 1000 Hz para estrellas hadrónicas de $1.5 M_{\odot}$ y de ~ 2000 Hz para SSHSs (ver tabla 3.6), la masa se desprende en el ecuador del objeto.

De las EdE construidas en la sección 3.1, del capítulo **Resultados**, estudiamos las EHs dadas por el set 1 de parámetros, de la tabla 3.3. De estas cuatro EdE, mostramos dos secuencias: la secuencia no rotante donde todos los objetos son estáticos (ya vistos en la sección 3.1), y la secuencia de Kepler, donde todos los objetos están rotando a su frecuencia de Kepler. Naturalmente, los objetos que rotan a su frecuencia de Kepler son más masivos (respecto a al mismo objeto estático) y altamente deformados de manera oblada.

La masa bariónica de la estrella se define como la masa en reposo de todas las partículas en el sistema, por lo tanto, asumiendo que no hay acreción o eyección de masa, debe permanecer constante durante la evolución de la estrella. La masa gravitacional de las ENs, por otro lado, contiene contribuciones de toda la materia-energía en el sistema, incluyendo la energía cinética asociada con la rotación. Por lo tanto, es intuitivo pensar que a medida que el objeto disminuye su velocidad de rotación, su masa gravitacional se reduce (en un rango entre $\sim 15\%$ y 20%), así como su densidad de energía central. Sin embargo, hemos encontrado en este estudio que para el caso de las SSHSs ocurre el proceso inverso (ver el panel izquierdo de la fig. 3.21), es decir, a medida que la estrella se está frenando, su densidad central aumenta.

Además, investigando las secuencias de masa bariónica constante de las SSHSs que conectan la secuencia de Kepler con la de objetos no rotantes, obtenemos que aunque la frecuencia de Kepler permite configuraciones frías y estables más masivas, una vez que estos objetos disminuyen su velocidad de rotación se vuelven inestables y muy probablemente colapsan y forman un agujero negro.

Este resultado plantea preguntas sobre la naturaleza de las SSHSs. Un escenario plausible sugiere que las SSHSs se forman como ENs hiper-masivas giratorias (es decir, ENs giratorias con una masa bariónica mayor que la solución TOV más masiva de la rama hadrónica), y su disminución de giro induce una transición de fase que produce una SSHS en un evento cataclísmico, necesitando pérdida de masa ([Wang et al., 2022](#)). Por otro lado, el evento podría representar un mecanismo de formación para agujeros negros de baja masa ([Abedi & Afshordi, 2019](#)).

Otro escenario teórico que propone la estabilidad de las SSHSs en cualquier escala de tiempo sugiere que tales objetos son parte de un sistema binario con transferencia de masa

y momento angular. Como se exploró en la sección de aceleración por acreción de materia 3.4, esto podría servir como un mecanismo para prevenir la disminución de giro (y eventual desestabilización) de las SSHSs. Además, la transferencia de masa aumentaría la masa bariónica, haciendo el análisis del proceso considerablemente más complejo que el enfoque simplificado utilizado en este estudio. Es importante remarcar, que siendo esta la primera vez que se estudian SSHSs en rotación, consideramos ambos escenarios como probables para su formación.

Nuestros resultados para la masa y el radio ecuatorial para la estrella de masa máxima de cada secuencia estelar se muestran en la tabla 3.7. En esta tabla, es posible comparar la forma y el tamaño de la estrella cuando se encuentra rotando con su velocidad máxima y cuando su velocidad es nula. Además, el aumento de masa en la rotación, va acompañado de un aumento relativamente grande del radio ecuatorial, debido a la deformación rotacional de la estrella.

Finalmente, concluimos que los púlsares que rotan muy rápidamente, que están siendo buscados activamente por radiotelescopios mejorados y la última generación de satélites de rayos X, podrían interpretarse como ENs con interiores de materia de quarks desconfiados o incluso SSHSs. Más aún, proponemos como trabajo a futuro, un estudio de como afectaría la transición de fase en el núcleo de estos objetos a su período de rotación.

4.3. Conclusiones para estrellas aceleradas por acreción de materia

Estudiamos el efecto de la acreción de masa en una EN perteneciente a un sistema binario, donde su compañera es una estrella tradicional. Analizamos así, la evolución de los púlsares de rápida rotación teniendo en cuenta el CM y la tasa de acreción de masa. Cabe aclarar que no hemos hecho una simulación del sistema binario, sino que nos hemos restringido a estudiar solo la influencia de la acreción de materia sobre la EN.

La evolución desde púlsares estándar hasta púlsares de milisegundos será influenciada mayormente por la intensidad del CM y el período rotacional será determinado por la tasa de acreción de masa \dot{M} .

El campo magnético B decae de manera muy significativa mientras la EN acumula materia de una compañera. Esta era puede durar hasta 10^9 años y causar un decaimiento del campo por varios órdenes de magnitud. Observacionalmente, se conoce que los púlsares de milisegundos tienen campos que se encuentran en el rango de $\sim 10^8 - 10^9$ G. Tomamos dichos valores como referencia; junto con una tiempo de decaimiento de $t_d = 10^6$ años (Glendenning & Weber, 2001a; Igoshev et al., 2021; Biryukov et al., 2017).

Por otro lado, consideramos el impacto de tasas de acreción de 10^{-8} , 10^{-9} y $10^{-10} M_{\odot}/\text{años}$, valores contrastados tanto observacional como teóricamente (van der Klis, 2000; Salvo & Sanna, 2020; Mushtukov et al., 2015; Hernández Santisteban et al., 2019).

En la sección 3.4, del capítulo Resultados, mostramos nuestro estudio al considerar estrellas gemelas con y sin transición de fase en su núcleo (hadrónica e híbrida, respectivamente), con $M_B = 2.4 M_{\odot}$. En este contexto, hemos considerado las EHs frías ya construidas anteriormente (ver tabla 3.3).

La evolución de la frecuencia de rotación, puede verse en la fig. 3.25, donde es notable que la frecuencia alcanzada después de unos pocos millones de años de acreción de materia será independiente su valor inicial, por lo cual tomamos como valor inicial una configuración que es casi no-rotante, y vemos qué sucede con su frecuencia al empezar el efecto del *spin-up*.

Más aún, de la fig. 3.25 se desprende que para $B(\infty) = 10^8$ G, a mayor \dot{M} , menor será la frecuencia máxima alcanzada por los objetos. Este efecto se invierte para $B(\infty) = 10^9$ G, y

para el momento de inercia, fig. 3.25.

Además, estudiamos la evolución del momento de inercia en la fig. 3.26. La redistribución de masa y la contracción de la estrella cambian su momento de inercia y, por lo tanto, las características de su comportamiento de giro. Para un instante de tiempo dado, el momento de inercia de las de las SSHSs será siempre menor que el de las ENs. Esto implica que para una M fija y un torque dado, es más sencillo aumentar la velocidad de las SSHSs que de las ENs, resultado también observable en la fig. 3.25, donde las frecuencias de las SSHSs serán siempre mayores que las de las ENs independientemente del valor de \dot{M} elegido.

El decaimiento del CM es lo que da inicio al proceso de acreción de materia y por lo tanto de aceleración inducida. Notar que a CM altos (tiempos cortos, $t < 10^6$ años), tanto la frecuencia ν como el momento de inercia I , no presentan cambios. En este sentido, es posible ver que el efecto de variar el tiempo de decaimiento que fijamos previamente es el de adelantar ($t_d < 10^6$ años) o atrasar ($t_d > 10^6$ años) el proceso de *spin-up*. Más aún, el efecto aceleración inducida sucede antes que para aquellas cuya tasa es menor.

4.4. Consideraciones finales

La medición de los púlsares de alta masa en la década del 2010, la detección de ondas gravitacionales emitidas durante la fusión de ENs realizada por la colaboración LIGO-Virgo y la puesta en marcha del detector NICER, han convertido a las ENs en un objeto de estudio astrofísico de renovado interés. Más aún, el evento GW170817 junto con su contraparte electromagnética, los eventos GRB170817A y AT2017gfo, han impuesto un nuevo conjunto de restricciones para las masas, radios y su deformabilidad tidal de marea adimensional. La astronomía multimensajera, abre nuevos caminos para la astrofísica, siendo los objetos compactos sus actores principales, motivando la investigación llevada a cabo en esta tesis.

En primer lugar, hemos concluido que la inclusión de IV al modelo FCM, es una buena manera de aumentar las masas máximas de las configuraciones estelares para que puedan cumplir las restricciones de las $2 M_\odot$. Más aún, si bien la incorporación de la SC en la fase de quarks se realizó de manera fenomenológica, logramos profundizar en el estudio de otro tipo de materia extraña, que podría conformar la EdE de las ENs. Considerando además, que no sabemos con certeza los valores para los parámetros del FCM, V_1 y G_2 , ni para Δ_0 o K_v , este estudio exhaustivo nos permite contribuir con un modelo fenomenológico alternativo al MIT Bag, al estudio de EHs y el comportamiento de la materia en el interior de ENs. Como ya fue mencionado anteriormente, en el FCM se han implementado algunas modificaciones respecto a modelos tipo el MIT Bag con el objetivo de realizar una descripción más adecuada de la materia a altas densidades.

Por otro lado, independientemente del criterio que asumamos para la estabilidad dinámica de los objetos compactos, sea el criterio tradicional o el de estabilidad extendida, nuestros resultados muestran que existirían ENs que serían EHs estables. En este sentido, en el marco de nuestro modelo, la hipótesis acerca de que aparezca materia de quarks desconfiada en el núcleo de estos objetos compactos resulta, no sólo verosímil, sino probable y debe seguir investigándose.

También es importante resaltar que esta afirmación adopta distintos matices según el tipo de estabilidad dinámica que consideremos. Si la EdE es tal que el núcleo de quarks aparece antes de que se alcance la masa máxima, entonces las configuraciones siguientes rápidamente alcanzan la masa máxima y luego de ello se establece $\partial M / \partial \epsilon_c < 0$, con lo cual las configuraciones estelares se vuelven inestables.

En otras palabras, observando las curvas $M - R$, figuras 3.8, 3.9 y 3.19, la extensión de esta rama híbrida, que queda comprendida entre el punto circular -que marca la aparición de

la materia de quarks en el núcleo- y el máximo de la curva, resulta siempre extremadamente reducida. Este comportamiento, en el contexto de transiciones de fase rápidas, indicaría que la aparición de la materia de quarks en el núcleo desestabiliza a las EHs. Comportamientos similares también han sido observados en otros trabajos (ver, por ejemplo, [Ranea-Sandoval et al., 2016](#); [Malfatti et al., 2019](#), y referencias allí mencionadas), en los cuales, sin embargo, se utilizan otros modelos para la materia de quarks, diferentes a los de esta tesis, y ([Mariani et al., 2017](#); [Mariani et al., 2019](#)), donde también es testeado el FCM. Por lo tanto, si bien en cualquier escenario encontramos configuraciones híbridas estables, en el escenario de transiciones rápidas las configuraciones híbridas resultan escasas en relación al total de configuraciones estables. Por el contrario, si consideramos estabilidad asumiendo transiciones lentas, la rama de configuraciones híbridas se extiende considerablemente más allá de la configuración de masa máxima. De esta manera, la probabilidad de existencia y detección de EHs se vería ampliamente favorecida si es que la transición de fase de la materia hadrónica a la materia de quarks resulta ser lenta.

Continuando con el razonamiento del párrafo anterior, independientemente del criterio de estabilidad considerado, se puede concluir que, en nuestro modelo, la aparición de la materia de quarks genera un cambio en el signo de la derivada $\partial M/\partial \epsilon_c$ y, por lo tanto, induce la aparición del pico de masa máxima. En otras palabras, las condiciones termodinámicas que determinan la transición de fase generan consecuencias en la posibilidad de alcanzar determinada masa máxima.

Otra cuestión importante que ha sido planteada a lo largo de esta tesis, es la posibilidad de que ocurra una transición de fase hadrón-quark durante la formación y evolución de las ENs. En la sección 3.1 del capítulo [Resultados](#), a través del análisis del plano $M - M_B$, hemos estudiado la posibilidad de una transición de fase en los primeros segundos de la proto-EN. Si la proto-EN esta tiene una densidad central suficiente como para poseer materia de quark en su núcleo durante estadios tempranos y se considera una transición de fase rápida, al enfriarse se volverá inestable y culminará colapsando a un agujero negro en todos los casos presentados. Por el contrario, proto-ENs que comienzan siendo puramente hadrónicas, al enfriarse minutos después, podrían experimentar una transición de fase y terminar su evolución térmica como EH frías, como se describe en la subsección 3.1.3, figuras 3.10 y 3.11.

Por otro lado, en este trabajo quisimos profundizar la posibilidad de que exista SC en el interior de las ENs. Si bien consideramos solo el caso CFL para las proto-EHs, pudimos determinar que para nuestro modelo al fijar la entropía por barión a un valor ≥ 0.18 , el *gap* superconductor dependiente de a temperatura $\Delta(T)$ se anulará, independientemente del valor inicial considerado Δ_0 , señalando un tipo diferente de fase CFL en las ENs, como descripto para las SSHSs.

Por otro lado, para el caso de EH frías, usamos una aproximación a temperatura nula de manera que Δ no depende de T . Más aún, fue posible hacer la distinción entre los potenciales químicos a los cuales se encontraba una fase 2SC+s y una CFL, como lo sugiere el diagrama de fases de la QCD.

Alternativamente, pudimos comparar las ENs rotantes de las estáticas, utilizando las mismas EdE en ambos casos. Hemos comprobado que cuando la estrella se encuentra rotando con Ω_K , su masa aumentará. Incluso, como los objetos rotantes rompen su simetría esférica, la estrella se achatará, por lo cual su radio ecuatorial también aumentará. Las ecuaciones para describirlos ya no son las de TOV, sino las de Hartle ([Hartle, 1973](#)).

El estudio de que las estrellas SSHSs disminuyen su rotación evolucionarían hacia densidades centrales más bajas, desafía el entendimiento convencional de la evolución estelar.

Este comportamiento podría sugerir una reconsideración de los modelos de estructura y evolución estelar, impactando potencialmente en nuestro entendimiento de los ciclos de vi-

da de los objetos compactos. En particular, si las estrellas SSHSs pueden evolucionar hacia configuraciones de menor densidad a través de la disminución de giro, podría tener implicaciones para la formación de remanentes estelares exóticos. Por ejemplo, si estas estrellas se desestabilizan completamente, podrían colapsar en agujeros negros o sufrir otros eventos cataclísmicos, dejando atrás remanentes con firmas observacionales únicas.

Además, la confirmación observacional de los fenómenos descritos proporcionaría valiosos conocimientos sobre la física de la materia ultra-densa. Esto incluye la comprensión del comportamiento de la materia bajo presiones y temperaturas extremas, la naturaleza de las transiciones de fase y los efectos de la rotación e interacción gravitacional en el entorno de los objetos compactos.

La estabilidad temporal de las SSHS rotantes podría ayudar a comprender sobre procesos como el frenado magnético, la emisión de ondas gravitacionales y otros mecanismos que influyen en la evolución rotacional de las estrellas. Al considerarlas dentro de sistemas binarios, donde la compañera es una estrella tradicional, podemos analizar su estabilidad y ver que podría tener implicaciones significativas para nuestro entendimiento de la evolución del sistema, su CM y su tasa de acreción de masa. En este sentido, como trabajo a futuro continuaremos estudiando estos objetos a modo de predecir próximas observaciones.

Por otro lado, si bien nuestras EdE poseen masas máximas mayores a las presentadas en trabajos previos, los resultados son cualitativamente similares a los encontrados en la literatura de ENs rotantes (ver, por ejemplo, [Burgio et al., 2003](#); [Worley et al., 2008](#); [Farrell et al., 2022](#)); mostrando así que considerar una EH con una transición de fase en su núcleo, puede ser una buena forma de explicar el interior de ENs y es importante seguir profundizando esta línea de investigación.

Más allá de los resultados y conclusiones expuestos hasta aquí, es importante tener en cuenta en el contexto en el cual fue presentada y desarrollada esta tesis, donde la astronomía multi-mensajera promete nuevas observaciones en el corto plazo. La astrofísica en ENs tomará un nuevo rumbo muy significativo con la puesta en funcionamiento de la próxima generación de detectores de ondas gravitacionales, permitiendo entender la composición de estos objetos compactos. Esperamos que esta tesis y las investigaciones futuras, como la inclusión del CM y el estudio de los modos de oscilación, puedan ayudar a esclarecer las observaciones encontradas y de esa manera, lograr entender un poco más de la maravillosa naturaleza de estos objetos.

Apéndice A

Códigos

A lo largo de los años correspondientes al doctorado, he desarrollado, mejorado y automatizado varios códigos referentes a describir la materia densa.

En esta tesis, se puso especial atención en la materia de quarks en los núcleos de las EHs. Para describir la EdE de dicha fase, desarrollé varios códigos en lenguaje FORTRAN 90, considerando los casos a temperatura fija (variable) y entropía variable (fija), con (sin) neutrinos y sin (con) muones, con (sin) interacciones vectoriales, y finalmente con (sin) superconductividad de color de tipo CFL y 2SC+s. Más aún, se estudió el caso particular de estrellas frías, donde puede usarse la aproximación de temperatura nula, ya descrita en el [Capítulo 2](#). En cada caso, se trabajó tanto con desarrollos semi-analíticos como numéricos, teniendo en cuenta las condiciones de equilibrio, como equilibrio- β , conservación del número bariónico y neutralidad de carga total.

Por otro lado, para la fase hadrónica se llevó a cabo una adaptación de un código realizado previamente por el grupo ARCo ([sitio web del Grupo ARCo](#)), a los fines de esta tesis. El código describe a la materia hadrónica a partir de la parametrización SW4L del RMF.

Para estudiar las EHs no-rotantes, el código utilizado fue desarrollado por el Dr. Mauro Mariani, integrante del grupo ARCo durante su doctorado [Mariani \(2020\)](#), llamado NESTOR, por sus siglas en inglés *Neutron-Star-Object Research*. Este código, permite automatizar la construcción de la EdE híbrida y su estructura estelar. Dicho código también fue adaptado para incluir los nuevos parámetros de entrada: las EdEs construidas. Estas serán ingresadas a partir de los códigos mencionados: la EdE de quarks desarrollada completamente en esta tesis y la EdE hadrónica adaptada para el caso particular elegido, usando así solo el esqueleto del código NESTOR.

El NESTOR es un código escrito en BASH, donde se pueden elegir todos los parámetros del modelo y agrupar los resultados en carpetas y archivos separados. Este programa principal, llama y utiliza otros códigos escritos en igual o diferentes lenguajes de programación. En la [fig. A.1](#) se encuentra esquematizado como opera el programa. El cálculo de cada EdE correspondiente a la fase de quarks (de hadrones), se realiza mediante FORTRAN 90, y son llamados por el bloque central. Asimismo, la transición de fase y construcción de la EdE híbrida, se utiliza AWK, SED y BC. Luego, se integran las ecuaciones de TOV para las EdE híbridas encontradas usando nuevamente FORTRAN, permitiendo analizar la estructura estelar. El código NESTOR, además, realiza gráficos en GNUPLOT de distintas cantidades para verificar rápidamente los resultados. Finalmente, bajo la hipótesis de que la masa bariónica se conserva para un objeto aislado durante el proceso de evolución térmica, la masa gravitacional de la estrella, M , la cual corresponde a la energía relativista total de la estrella, cambia durante esta evolución. Nuestro código también permitirá comparar estas masas en el plano $M - M_B$ para analizar la evolución térmica y estabilidad de estos objetos compactos ([Bombaci](#)

et al., 2016).

Por otro lado, para el estudio de las EHs rotantes nos basamos en un código desarrollado en lenguaje FORTRAN por el Dr. Fridolin Weber, el cual se encarga de resolver las ecuaciones asociadas al formalismo de Hartle y Thorne (Hartle, 1967; Hartle & Thorne, 1968). Este código fue modificado para lograr obtener resultados relevantes en esta tesis. La estructura de dicho código se encuentra mostrada en el diagrama de flujo de la fig. A.2. En dicha figura, puede verse que los parámetros de entrada utilizados son las mismas EdE híbridas construidas previamente, para poder contrastarlas con las EHs no-rotantes.

El código de Weber trabaja bajo la hipótesis de rotación rígida, obteniendo las configuraciones no-rotantes (ecuaciones de TOV, comparables con las obtenidas con NESTOR) y rotantes a frecuencia de Kepler para diferentes densidades de energía centrales. Además, obtiene otras cantidades relevantes tales como la masa, masa bariónica, momento de inercia, radio ecuatorial y radio polar.

Finalmente, se calculan familias de estrellas de masa bariónica constante para diferentes frecuencias de rotación. Estas familias, son introducidas en un tercer código *spin-up*, diagramado en la fig. A.3, desarrollado por Glendenning & Weber (2001b). El código resuelve las ecuaciones centrales del proceso de aceleración por *spin-up* como la evolución temporal del momento de inercia, a partir de una forma funcional para el CM. Este segundo código, tiene muchos parámetros libres, de los cuales trabajaremos con la tasa de acreción de masa, la escala de tiempo del decaimiento del CM y el CM inicial y final.

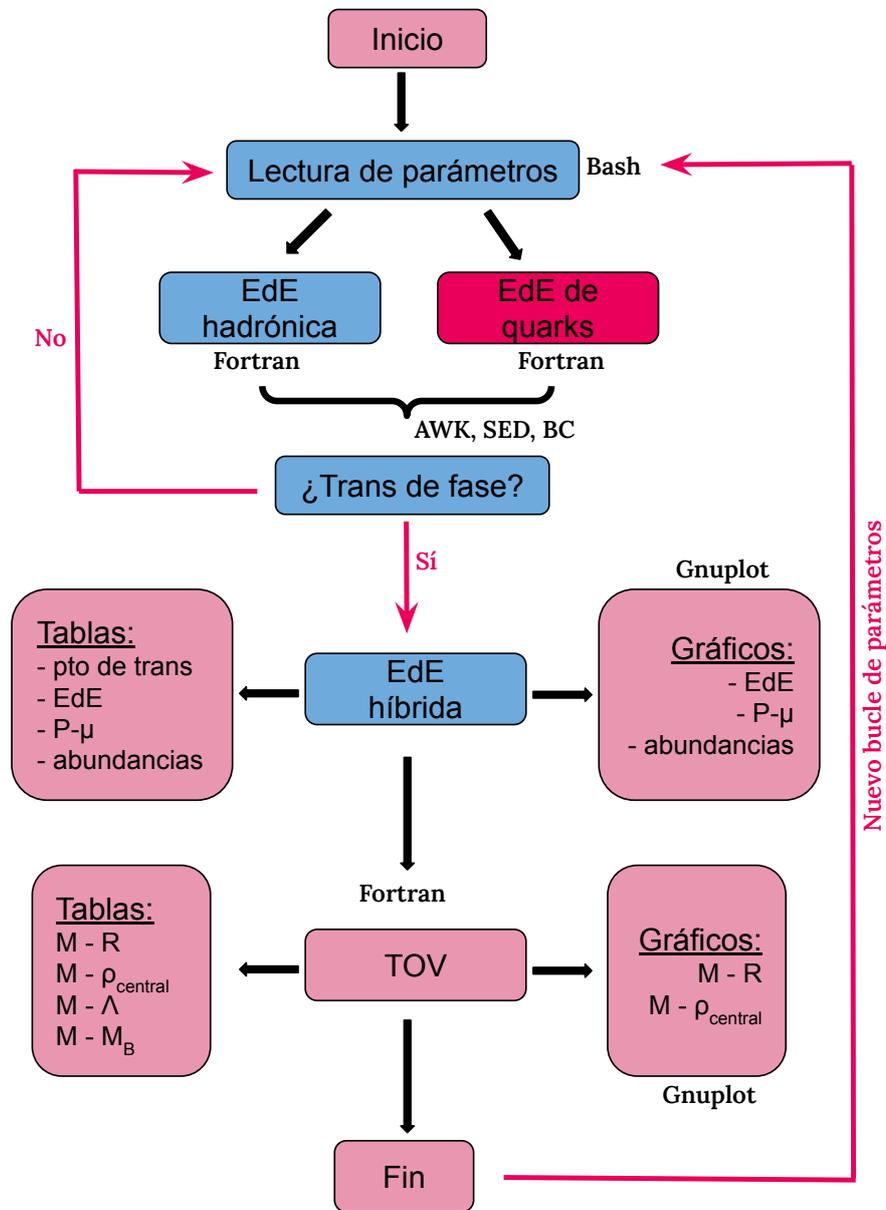


Figura A.1. Esquema del diagrama de flujo del código NeStOR. Este diagrama resume los aspectos principales de su funcionamiento. Cada módulo está programado en lenguaje Bash, el cual, a su vez, convoca distintos programas o submódulos, nombrados a un lado de cada globo del cuadro sinóptico. Las EdE de quarks y hadrónicas utilizadas como parámetros de entrada, fueron desarrolladas a lo largo de esta tesis. El color rosa claro representa la estructura básica del código, mientras que el color celeste representa lo adaptado para su funcionamiento en esta tesis. El color fucsia correspondiente para la EdE de quarks muestra la parte que fue desarrollada de cero durante esta tesis. Imagen adaptada de [Mariani \(2020\)](#).

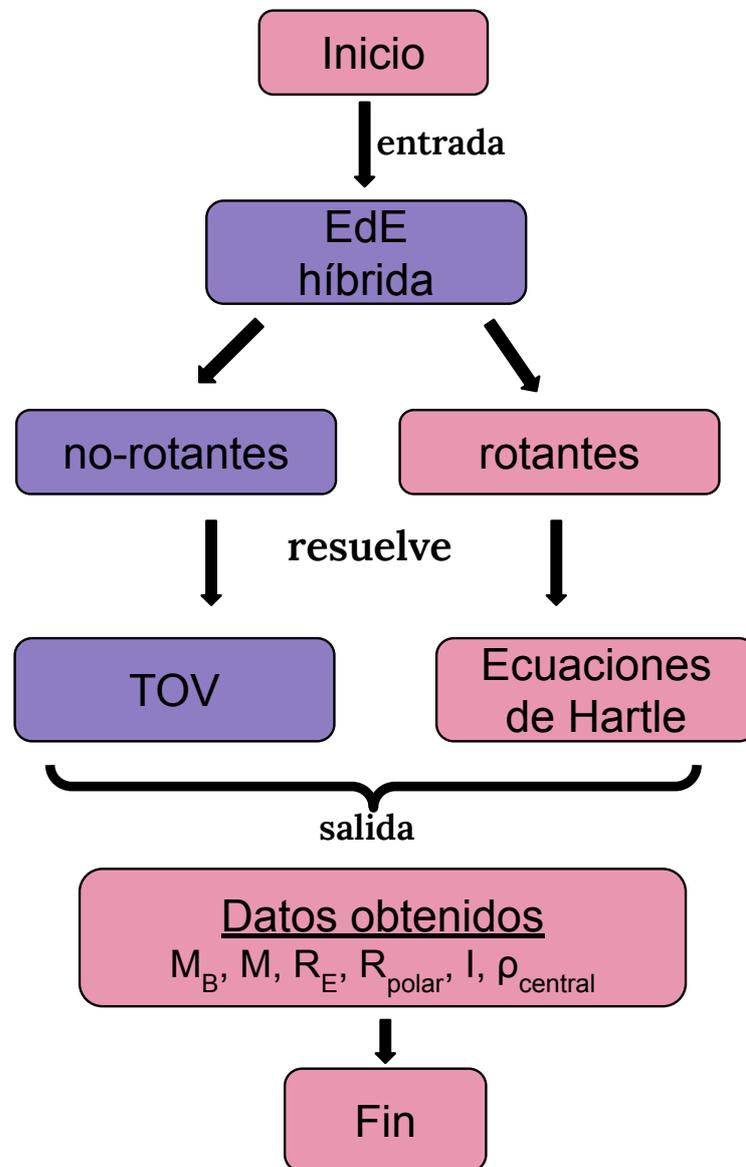


Figura A.2. Esquema del diagrama de flujo del código de rotación, resumiendo los aspectos principales de su funcionamiento. Las EdE híbridas utilizadas como parámetros de entrada fueron desarrolladas a lo largo de esta tesis. El color rosa claro representa la estructura básica del código, mientras que el color lila muestra las partes adaptadas en esta tesis. Se diferencia del color celeste del gráfico anterior pues fueron modificados en esa instancia y acá mostramos sus resultados.

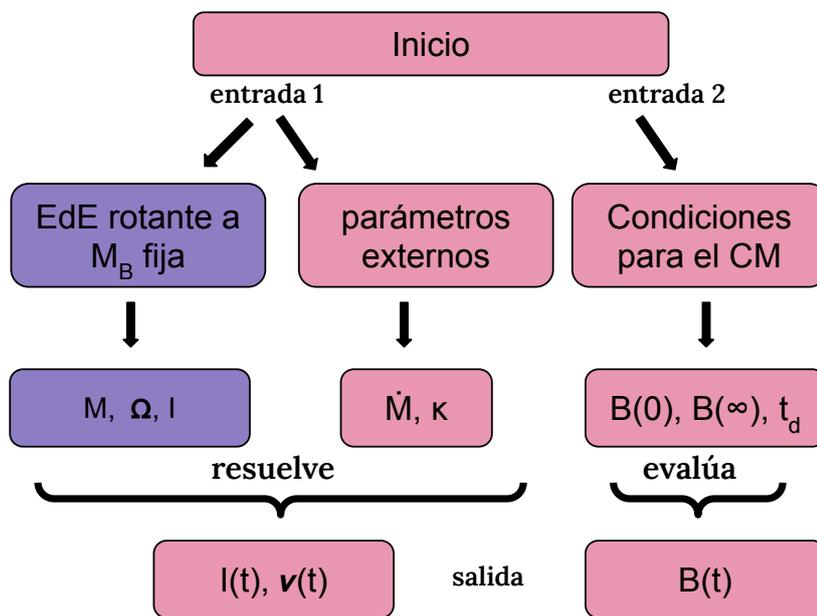


Figura A.3. Esquema del diagrama de flujo del código de *spin-up*, resumiendo los aspectos principales de su funcionamiento. El color rosa claro representa la estructura básica del código, mientras que el color lila muestra las partes adaptadas en esta tesis. Se diferencia del color celeste del gráfico anterior pues fueron modificados en esa instancia y acá mostramos sus resultados.

Apéndice B

Sistema de ecuaciones no-lineales para la construcción de la EdE híbrida

En este apéndice presentaremos los sistemas de ecuaciones no lineales resueltos en la fase hadrónica/de quarks para encontrar las cantidades faltantes, en el modelo con temperatura finita. Estos sistemas se resuelven utilizando la función DNEQNF de las librerías de ISML. La rutina DNEQNF resuelve un sistema de ecuaciones no lineales utilizando un algoritmo híbrido de Powell modificado y una aproximación en diferencias finitas al Jacobiano (para más detalles ver <https://help.imsl.com/fortran/>).

Ecuaciones para el modelo de quarks

Dentro del modelo FCM mostraremos aquí cual es el sistema de ecuaciones no lineales a resolver.

Para el caso que trabajamos con muones (sin neutrinos), las ecuaciones para resolver para los quarks serán

$$\begin{aligned} 2n_u - n_d - n_s &= 3(n_e + n_\mu) && \text{Neutralidad de carga eléctrica, para encontrar } \mu_e \\ w_u &= n_u && \text{Campo } w_u \\ w_d &= n_d && \text{Campo } w_d \\ w_s &= n_s && \text{Campo } w_s \\ S &= A_s n_B && \text{Temperatura} \end{aligned}$$

Además, para la fase superconductora de color 2SC+s, se sumará la siguiente ecuación:

$$n_{ru} + n_{gd} + n_{rd} + n_{gu} = 2(n_{bu} + n_{bd}), \quad \text{Neutralidad de color para encontrar } \mu_8$$

mientras que para la fase CFL, se sumarán:

$$\begin{aligned} n_{ru} + n_{rd} + n_{rs} + n_{gu} + n_{gd} + n_{gs} &= 2(n_{bu} + n_{bd} + n_{bs}), \quad \text{Neutralidad de color, para encontrar } \mu_8 \\ n_{ru} + n_{rd} + n_{rs} &= n_{gu} + n_{gd} + n_{gs}, \quad \text{Ecuación para encontrar } \mu_3 \end{aligned}$$

donde $n_{c,q}$ se refiere a las densidades de quarks según su color (red, green, blue) y su sabor (u , d y s); S a la entropía total del sistema y A_s a la constante de entropía por barión, y $n_B = (n_u + n_d + n_s)/3$ es la densidad bariónica.

B. Sistema de ecuaciones no-lineales para la construcción de la EdE híbrida

En el caso de estar trabajando con neutrinos (sin muones), a estas ecuaciones se le suma una más: la conservación de la abundancia leptónica:

$$Y_L n_B = n_e + n_\nu,$$

con n_e y n_ν densidades de los electrones y neutrinos respectivamente, y Y_L la constante de conservación, que varía entre $0 \leq Y_L \leq 0.4$.

Ecuaciones para el modelo hadrónico

Para el caso de los hadrones, el sistema algebraico acoplado y no lineal de ecuaciones luego de la aproximación de campo medio será

$$\begin{aligned} m_{\sigma}^2 \bar{\sigma} &= \sum_B g_{\sigma B} n_B^s - \tilde{b}_\sigma m_N g_{\sigma N} (g_{\sigma N} \bar{\sigma})^2 \\ &\quad - \tilde{c}_\sigma g_{\sigma N} (g_{\sigma N} \bar{\sigma})^3 \\ m_{\sigma^*}^2 \bar{\sigma}^* &= \sum_B g_{\sigma^* B} n_B^s, \\ m_{\omega}^2 \bar{\omega} &= \sum_B g_{\omega B} n_B, \\ m_{\rho}^2 \bar{\rho} &= \sum_B g_{\rho B}(n) I_{3B} n_B, \\ m_{\phi}^2 \bar{\phi} &= \sum_B g_{\phi B} n_B, \end{aligned} \tag{B.1}$$

donde I_{3B} es la componente 3 del isospín y los valores de las masas de los mesones involucrados se encuentra en la en la tabla 2.1. Las densidades escalar y de número de partículas para cada barion B , n_B^s y n_B , están dadas por por

$$n_B^s = \gamma_B \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} [f_{B^-}(p) - f_{B^+}(p)] \frac{m_B^*}{E_B^*}, \tag{B.2}$$

$$n_B = \gamma_B \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} [f_{B^-}(p) - f_{B^+}(p)]. \tag{B.3}$$

En estas ecuaciones f_{B^\mp} denota la función de distribución de Fermi-Dirac y E_B^* representa la energía efectiva del barión

$$f_{B^\mp}(p) = \frac{1}{\exp\left[\frac{E_B^*(p) \mp \mu_B^*}{T}\right] + 1}, \quad E_B^*(p) = \sqrt{p^2 + m_B^{*2}},$$

com $\gamma_B = 2J_B + 1$ factor de degeneración de spin y

$$\begin{aligned} m_B^* &= m_B - g_{\sigma B}(n) \bar{\sigma} \quad \text{masa efectiva de barión,} \\ \mu_B^* &= \mu_B - g_{\omega B}(n) \bar{\omega} - g_{\rho B}(n) I_{3B} \bar{\rho} - \Sigma_r \quad \text{potencial químico efectivo del barión.} \end{aligned}$$

Apéndice C

Momentos de Fermi para los quarks que se aparean en las fases superconductoras de color

En este apéndice, mostraremos el cálculo de los momentos de Fermi para las dos fases superconductoras consideradas: 2SC+s y CFL.

Para la fase CFL, hemos modelado la materia a temperatura finita. Dado que los nueve quarks no se aparean todos entre sí, se consideran cuatro valores diferentes de p_{CFi} : p_{CF1} para los diquarks (ru, gd, bs), p_{CF2} para (rd, gu), p_{CF3} para (rs, bu) y finalmente p_{CF4} para (gs, bd). Los p_{CFi} serán aquellos que minimicen el gran potencial, es decir, $\partial\Omega/\partial p_{CFi} = 0$.

Para la fase 2SC+s, trabajamos solamente a temperatura nula, y evaluamos un único $p_{CF-2SC+s}$ para los cuatro quarks apareados.

C.1. Fase CFL

Fase CFL - p_{CF1} para los diquarks (ru, gd, bs)

$$\Omega_1 = \Omega_{ud1} + \Omega_{s1}, \quad (C.1)$$

con

$$\Omega_{ud1} = \frac{\int_0^{p_{CF1}} p^2 (p - \mu_{dg}) dp}{\pi^2} + \frac{\int_0^{p_{CF1}} p^2 (p - \mu_{ur}) dp}{\pi^2} \quad (C.2)$$

$$\Omega_{s1} = \frac{\int_0^{p_{CF1}} p^2 \left(\sqrt{m_s^2 + p^2} - \mu_{sb} \right) dp}{\pi^2} \quad (C.3)$$

Integro la ec. C.2:

$$\Omega_{ud1} = \frac{1}{\pi^2} \left(\frac{p_{CF1}^4}{4} - \frac{p_{CF1}^3 \mu_{dg}}{3} + \frac{p_{CF1}^4}{4} - \frac{p_{CF1}^3 \mu_{ur}}{3} \right)$$

Simplificando, resulta:

$$\Omega_{ud1} = \frac{p_{CF1}^3 (-2\mu_{dg} + 3p_{CF1} - 2\mu_{ur})}{6\pi^2}$$

C. Momentos de Fermi para los quarks que se aparean en las fases superconductoras de color

Integro la segunda:

$$\Omega_{s1} = \frac{3p_{CF1}\sqrt{m_s^2 + p_{CF1}^2} (m_s^2 + 2p_{CF1}^2) - 3m_s^4 \log\left(\sqrt{m_s^2 + p_{CF1}^2} + p_{CF1}\right) - 8p_{CF1}^3\mu_{sb}}{24\pi^2}$$

En definitiva,

$$\begin{aligned} \Omega_1 &= \frac{p_{CF1}^3(-2\mu_{dg} + 3p_{CF1} - 2\mu_{ur})}{6\pi^2} + \frac{3p_{CF1}}{24\pi^2} \sqrt{m_s^2 + p_{CF1}^2} (m_s^2 + 2p_{CF1}^2) \\ &+ \frac{3p_{CF1}}{24\pi^2} \left(3m_s^4 \log\left(\sqrt{m_s^2 + p_{CF1}^2} + p_{CF1}\right) - 8p_{CF1}^3\mu_{sb} \right) \end{aligned} \quad (C.4)$$

Buscamos los p_{CF1} tales que minimizan la ecuación C.4, es decir, $\partial\Omega_1/\partial p_{CF1} = 0$.

Las tres soluciones son:

$$\begin{aligned} p_{CF1} &= 0, \\ p_{CF1} &= \frac{1}{3} \left(2\mu_{dg} + 2\mu_{sb} + 2\mu_{ur} - \sqrt{\mu_{dg}^2 + 2\mu_{dg}\mu_{sb} + 2\mu_{dg}\mu_{ur} + 3m_s^2 + \mu_{sb}^2 + 2\mu_{sb}\mu_{ur} + \mu_{ur}^2} \right), \\ p_{CF1} &= \frac{1}{3} \left(2\mu_{dg} + 2\mu_{sb} + 2\mu_{ur} + \sqrt{\mu_{dg}^2 + 2\mu_{dg}\mu_{sb} + 2\mu_{dg}\mu_{ur} + 3m_s^2 + \mu_{sb}^2 + 2\mu_{sb}\mu_{ur} + \mu_{ur}^2} \right). \end{aligned}$$

Definimos los potenciales químicos de quarks por color-sabor, incluyendo IV y sus campos w_u , w_d y w_s :

$$\begin{aligned} \mu_{ur} &= -\frac{2\mu_e}{3} - K_v w_u + \mu + \frac{\mu_3}{2} + \frac{\mu_8}{3} - \frac{V_1}{2} \\ \mu_{dg} &= \frac{\mu_e}{3} - K_v w_d + \mu - \frac{\mu_3}{2} + \frac{\mu_8}{3} - \frac{V_1}{2} \\ \mu_{sb} &= \frac{\mu_e}{3} - K_v w_s + \mu - \frac{2\mu_8}{3} - \frac{V_1}{2} \end{aligned}$$

Ahora, reemplazando los valores de $\mu_{color-sabor}$ en las soluciones de p_{CF1} , obtenemos que, la soluciones C.5 resultan:

$$p_{CF1} = \frac{1}{6} \left(-\sqrt{(2K_v(w_d + w_s + w_u) - 6\mu + 3V_1)^2 + 12m_s^2} - 4K_v w_d - 4K_v w_s - 4K_v w_u + 12\mu - 6V_1 \right), \quad (C.5)$$

$$p_{CF1} = \frac{1}{6} \left(\sqrt{(2K_v(w_d + w_s + w_u) - 6\mu + 3V_1)^2 + 12m_s^2} - 4K_v w_d - 4K_v w_s - 4K_v w_u + 12\mu - 6V_1 \right). \quad (C.6)$$

Para que el modelo tenga sentido, es importante que al considerar la aproximación a temperatura nula, el modelo se comporte como tal. Por lo cual, haciendo las simplificaciones correspondientes a las soluciones de p_{CF1} , obtenemos que:

$$p_{CF1} = 2\mu - \sqrt{\mu^2 + \frac{m_s^2}{3}}, \quad (C.7)$$

como en la teoría a $T = 0$ MeV considerando neutralidad de carga.

De forma análoga, calcularemos los demás p_{CFi} .

Fase CFL - p_{CF2} para los diquarks (rd, gu)

$$\Omega_2 = \Omega_{ud2} = \frac{\int_0^{p_{CF2}} p^2 (p - \mu_{dr}) dp}{\pi^2} + \frac{\int_0^{p_{CF2}} p^2 (p - \mu_{ug}) dp}{\pi^2} \quad (C.8)$$

Integro y simplifico:

$$\Omega_2 = \frac{p_{CF2}^3 (-2\mu_{dr} + 3p_{CF2} - 2\mu_{ug})}{6\pi^2} \quad (C.9)$$

Busco p_{CF2} tales que minimicen el gran potencial:

$$p_{CF2} = 0, \quad p_{CF2} = \frac{1}{2} (\mu_{dr} + \mu_{ug}) \quad (C.10)$$

donde:

$$\begin{aligned} \mu_{ug} &= -\frac{2\mu_e}{3} - K_v w_u + \mu - \frac{\mu_3}{2} + \frac{\mu_8}{3} - \frac{V_1}{2}, \\ \mu_{dr} &= \frac{\mu_e}{3} - K_v w_d + \mu + \frac{\mu_3}{2} + \frac{\mu_8}{3} - \frac{V_1}{2}. \end{aligned}$$

Fase CFL - p_{CF3} para los diquarks (rs, bu)

$$\Omega_3 = \Omega_{ud3} + \Omega_{s3} = \frac{\int_0^{p_{CF3}} p^2 (p - \mu_{ub}) dp}{\pi^2} + \frac{\int_0^{p_{CF3}} p^2 (\sqrt{m_s^2 + p^2} - \mu_{sr}) dp}{\pi^2} \quad (C.11)$$

Integrando, resulta:

$$\begin{aligned} \Omega_3 &= \frac{3p_{CF3} \sqrt{m_s^2 + p_{CF3}^2} (m_s^2 + 2p_{CF3}^2) - 3m_s^4 \log(\sqrt{m_s^2 + p_{CF3}^2} + p_{CF3}) - 8p_{CF3}^3 \mu_{sr}}{24\pi^2} \\ &+ \frac{p_{CF3}^3 (3p_{CF3} - 4\mu_{ub})}{12\pi^2} \end{aligned} \quad (C.12)$$

Minimizando Ω_3 , se obtiene

$$p_{CF3} = 0, \quad p_{CF3} = \frac{-m_s^2 + \mu_{sr}^2 + 2\mu_{sr}\mu_{ub} + \mu_{ub}^2}{2(\mu_{sr} + \mu_{ub})}, \quad (C.13)$$

con

$$\begin{aligned} \mu_{ub} &= -\frac{2\mu_e}{3} - K_v w_u + \mu - \frac{2\mu_8}{3} - \frac{V_1}{2} \\ \mu_{sr} &= \frac{\mu_e}{3} - K_v w_s + \mu + \frac{\mu_8}{3} - \frac{V_1}{2} \end{aligned}$$

Fase CFL - p_{CF4} para los diquarks (gs, bd)

Y finalmente haciendo el mismo proceso para p_{CF4} , partimos de la definición del gran potencial:

$$\Omega_4 = \Omega_{ud4} + \Omega_{s4} = \frac{\int_0^{p_{CF4}} p^2 (p - \mu_{db}) dp}{\pi^2} + \frac{\int_0^{p_{CF4}} p^2 (\sqrt{m_s^2 + p^2} - \mu_{sg}) dp}{\pi^2} \quad (C.14)$$

C. Momentos de Fermi para los quarks que se aparean en las fases superconductoras de color

Resultando:

$$\Omega_4 = \frac{p_{CF4}^3 (3p_{CF4} - 4\mu_{db})}{12\pi^2} + \frac{3p_{CF4}}{24\pi^2} \sqrt{m_s^2 + p_{CF4}^2} (m_s^2 + 2p_{CF4}^2) - \frac{3m_s^4 \log(\sqrt{m_s^2 + p_{CF4}^2} + p_{CF4}) - 8p_{CF4}^3 \mu_{sg}}{24\pi^2} \quad (C.15)$$

Minimizando la ecuación y buscando p_{CF4} se obtiene que las soluciones serán:

$$p_{CF4} = 0, \quad p_{CF4} = \frac{\mu_{db}^2 + 2\mu_{db}\mu_{sg} - m_s^2 + \mu_{sg}^2}{2(\mu_{db} + \mu_{sg})} \quad (C.16)$$

donde μ_{db} y μ_{sg} son:

$$\begin{aligned} \mu_{db} &= \frac{\mu_e}{3} - K_v w_d + \mu - \frac{2\mu_8}{3} - \frac{V_1}{2} \\ \mu_{sg} &= \frac{\mu_e}{3} - K_v w_s + \mu - \frac{\mu_3}{2} + \frac{\mu_8}{3} - \frac{V_1}{2} \end{aligned}$$

Al no tener en cuenta las soluciones triviales, los momentos de Fermi resultan:

$$p_{CF1} = \frac{1}{3} \left[2(\mu_{ur} + \mu_{dg} + \mu_{sb}) - \sqrt{3m_s^2 + (\mu_{ur} + \mu_{dg} + \mu_{sb})^2} \right], \quad (C.17)$$

$$p_{CF2} = \frac{1}{2}(\mu_{dr} + \mu_{ug}), \quad (C.18)$$

$$p_{CF3} = \frac{-m_s^2 + (\mu_{sr} + \mu_{ub})^2}{2(\mu_{sr} + \mu_{ub})}, \quad (C.19)$$

$$p_{CF4} = \frac{-m_s^2 + (\mu_{db} + \mu_{sg})^2}{2(\mu_{db} + \mu_{sg})}. \quad (C.20)$$

Modificación de las cantidades termodinámicas

De manera de recuperar la teoría a temperatura nula, en esta instancia es importante remarcar como se modifican las cantidades termodinámicas usando los momentos comunes de Fermi. Para el estudio de proto-EN, es decir, estrellas con temperatura finita, nos basamos en la ecuación de un gas de Fermi:

$$P_q = \frac{6T}{8\pi^3} \int_0^\infty d^3k \ln \left[\exp\left(\frac{-\sqrt{k^2 + m^2} - \mu}{T}\right) + 1 \right] \quad (C.21)$$

Si además de separar por sabor los quarks los separo por color y como sabemos que $d^3k = 4\pi k^2 dk$, obtenemos

$$P_{q,c} = \frac{T}{\pi^2} \int_0^\infty k^2 dk \ln \left[\exp\left(\frac{-\sqrt{k^2 + m^2} - \mu}{T}\right) + 1 \right]. \quad (C.22)$$

Al considerar el modelo para $T > 0$, definimos una nueva cantidad, P' :

$$P' = \frac{T}{\pi^2} \int_0^{p_{CFi}} k^2 dk \ln \left[\exp\left(\frac{-\sqrt{k^2 + m^2} - \mu}{T}\right) + 1 \right], \quad (\text{C.23})$$

donde el subíndice i determina los cuatro momentos de Fermi ya calculados.

De manera tal que la ec. C.22 al tener en cuenta IV y SC resultaría

$$P_{q,c} = P' + P_\Delta + \frac{G_v}{2}(w_u^2 + w_d^2 + w_s^2), \quad (\text{C.24})$$

donde $P_\Delta = P_{CFL}$ es

$$P_\Delta = \frac{3}{\pi^2} \Delta^2 \mu^2. \quad (\text{C.25})$$

Al considerar la ec. C.24, que depende del p_{CFi} van a cambiar las cantidades termodinámicas obtenidas a partir de la presión (o gran potencial) como la densidad y la entropía.

C.2. Fase 2SC+s

Fase 2SC+s: $p_{CF-2SC+s}$ para los diquarks (ru, gd, rd, gu)

Al trabajar solamente a temperatura nula, para la fase 2SC+s calculamos un único momento común de Fermi:

$$\begin{aligned} \Omega_{2SC+s} &= \frac{1}{\pi^2} \sum_{i=1}^4 \int_0^{p_{CF-2SC+s}} p^2 (p - \mu_i) dp \\ &+ \frac{1}{\pi^2} \sum_{i=1}^5 \int_0^{\sqrt{\mu_i^2 + m_i^2}} p^2 \left(\sqrt{\mu_i^2 + m_i^2} - \mu_i \right) dp - \frac{1}{\pi^2} \Delta^2 \mu^2, \end{aligned} \quad (\text{C.26})$$

donde la primer sumatoria corresponde a los quarks apareados y la segunda a los quarks sin aparear.

Los quarks que se aparean son:

$$\begin{aligned} \mu_{ur} &= -\frac{2\mu_e}{3} - K_v w_u + \mu + \frac{\mu_3}{2} + \frac{\mu_8}{3} - \frac{V_1}{2}, \\ \mu_{dg} &= \frac{\mu_e}{3} - K_v w_d + \mu - \frac{\mu_3}{2} + \frac{\mu_8}{3} - \frac{V_1}{2}, \\ \mu_{ug} &= -\frac{2\mu_e}{3} - K_v w_u + \mu - \frac{\mu_3}{2} + \frac{\mu_8}{3} - \frac{V_1}{2}, \\ \mu_{dr} &= \frac{\mu_e}{3} - K_v w_d + \mu + \frac{\mu_3}{2} + \frac{\mu_8}{3} - \frac{V_1}{2}. \end{aligned}$$

El momento común 2SC+s será el promedio de los potenciales químicos de los quarks apareados. En definitiva

$$p_{CF-2SC+s} = \mu - \frac{\mu_e}{6} + \frac{\mu_8}{3}. \quad (\text{C.27})$$

Apéndice D

Ecuaciones de Hartle

En este apéndice profundizaremos en las ecuaciones de perturbación de Hartle, dadas por Hartle (1973).

Ecuaciones monopolares

Las ecuaciones de monopolo ($l = 0$) que determinan p_0 de la ec. 2.80 y las funciones h_0 y m_0 de las expansiones 2.86 se derivan de $G_t^t = 8\pi T_t^t$ y $G_r^r = 8\pi T_r^r$, donde $G_\mu^\nu = R_\mu^\nu - 1/2\delta_\mu^\nu R$. El conjunto resultante de ecuaciones puede integrarse una vez que $\bar{\omega}(r)$ ha sido calculado como

$$\frac{d}{dr} \left(r^4 j(r) \frac{d\bar{\omega}(r)}{dr} \right) + 4r^3 \frac{j(r)}{dr} \bar{\omega}(r) = 0, \quad r < R. \quad (\text{D.1})$$

La ec. D.1 debe resolverse sujeta a las condiciones de contorno: (1) $\bar{\omega}$ es regular en el origen de la estrella $r = 0$, y (2) $d\bar{\omega}/dr = 0$ ahí. En la práctica, se integra esta ecuación hacia afuera desde el origen de la estrella. En la región exterior de la estrella, $\bar{\omega}(r)$ pueden expresarse en términos del momento angular total $J(\Omega)$ mediante:

$$\bar{\omega}(r, \Omega) = \Omega - \frac{2}{r^3} J(\Omega), \quad \text{para } r > R, \quad (\text{D.2})$$

donde

$$J(\Omega) = I(\Omega) \Omega = \frac{1}{6} R^4 \left(\frac{d\bar{\omega}}{dr} \right)_R. \quad (\text{D.3})$$

La ecuación diferencial para la función de perturbación de masa monopolar, m_0 , dada por Hartle (1967); Hartle & Thorne (1968) es

$$\frac{dm_0}{dr} = 4\pi r^2 \frac{\partial \epsilon}{\partial P} (\epsilon + P) p_0 + \frac{1}{12} j^2 r^4 \left(\frac{d\bar{\omega}}{dr} \right)^2 + \frac{8\pi}{3} r^4 j^2 \frac{(\epsilon + P)}{(1 - \Upsilon)} \bar{\omega}^2, \quad (\text{D.4})$$

donde

$$\Upsilon \equiv \frac{2m(r)}{r}. \quad (\text{D.5})$$

La ec. D.4 está acoplada a la función de perturbación de presión monopolar, p_0 , a través de

$$\frac{dp_0}{dr} = -\frac{1 + 8\pi r^2 P}{r^2(1 - \Upsilon)^2} m_0 - 4\pi \frac{(\epsilon + P)r}{(1 - \Upsilon)} p_0 + \frac{1}{12} \frac{r^3 j^2}{1 - \Upsilon} \left(\frac{d\bar{\omega}}{dr} \right)^2 + \frac{1}{3} \frac{d}{dr} \left(\frac{r^2 j^2 \bar{\omega}^2}{1 - \Upsilon} \right). \quad (\text{D.6})$$

Las condiciones de contorno son que $m_0 \rightarrow 0$ y $p_0 \rightarrow 0$ cuando $r \rightarrow 0$. En la región exterior de la estrella, $\bar{\omega}(r)$ se expresa en términos del momento angular total $J(\Omega)$ mediante las ecuaciones D.2 y D.3.

De esta forma, se obtiene la relación:

$$m_0(\Omega) = \Delta M(\Omega) - \frac{1}{r^3} J(\Omega)^2, \quad \text{para } r > R, \quad (\text{D.7})$$

donde ΔM es el cambio en la masa gravitacional debido a la rotación. Evaluando la eq. D.7 en la superficie de la estrella,

$$\Delta M(\Omega) = m_0(R) + \frac{1}{R^3} J(\Omega)^2. \quad (\text{D.8})$$

Por lo tanto, ΔM se conoce una vez que se han calculado la función de perturbación de masa m_0 en el ecuador y el momento de inercia de la estrella. Las soluciones numéricas a las ecuaciones D.4 y D.6 se encuentran integrándolas radialmente hacia afuera desde el origen con las condiciones de contorno. La subíndice c indica el centro de la estrella.

$$p_0(r) \rightarrow \frac{1}{3} (j_c \bar{\omega}_c)^2 r^2, \quad \text{para } r \rightarrow 0, \quad (\text{D.9})$$

y

$$m_0(r) \rightarrow \frac{4\pi}{15} (\epsilon_c + P_c) \left(2 + \frac{\partial \epsilon}{\partial P} \Big|_c \right) (j_c \bar{\omega}_c)^2 r^5, \quad \text{para } r \rightarrow 0. \quad (\text{D.10})$$

Una vez que se conocen $\bar{\omega}$, ΔM , J , y p_0 , la función h_0 se puede calcular a partir de las relaciones:

$$h_0(r) = -p_0 + \frac{r^2}{3} \bar{\omega}^2 e^{-2\Phi} + h_{0c}, \quad \text{para } r < R, \quad (\text{D.11})$$

y

$$h_0(r) = -\frac{\Delta M}{r(1-\Upsilon)} + \frac{J^2}{r^4(1-\Upsilon)} \quad \text{para } r > R, \quad (\text{D.12})$$

donde la cantidad h_{0c} es una constante de integración que debe especificarse exigiendo que $h_0(r)$ sea continua a través de la superficie de la estrella.

Ecuaciones cuadrupolares

Las funciones de perturbación cuadrupolar, dada cuando $l = 2$, son h_2 , m_2 y v_2 , introducidas en la ec. 2.86, determinan la forma de la estrella rotante. Se determinan en este orden por las tres ecuaciones de campo, elegidas con el objetivo de obtener las expresiones no triviales más simples, $R_\theta^\theta - R_\phi^\phi = 8\pi(T_\theta^\theta - T_\phi^\phi)$, $G_r^r = 8\pi P$, y $R_r^\theta = 0$. De ellas se derivan el siguiente conjunto acoplado de ecuaciones diferenciales (Hartle, 1967; Hartle & Thorne, 1968):

$$\frac{dv_2}{dr} = -2h_2 \frac{d\Phi}{dr} + \left(\frac{1}{r} \frac{d\Phi}{dr} \right) \left(-\frac{r^3}{3} \frac{dj^2}{dr} \bar{\omega}^2 + \frac{j^2}{6} r^4 \left(\frac{dj}{dr} \right)^2 \left(\frac{d\bar{\omega}}{dr} \right)^2 \right), \quad (\text{D.13})$$

y

$$\begin{aligned} \frac{dh_2}{dr} &= \left(-2 \frac{d\Phi}{dr} + \frac{2}{1-\Upsilon} \left(\frac{d\Phi}{dr} \right)^{-1} \left(2\pi\kappa(\epsilon + P) - \frac{m}{r^3} \right) \right) h_2 \\ &- \frac{2}{r^2(1-\Upsilon)} \left(\frac{d\Phi}{dr} \right)^{-1} v_2 + \frac{1}{6} \left(r \left(\frac{d\Phi}{dr} \right)^{-1} - \frac{1}{2r(1-\Upsilon)} \left(\frac{d\Phi}{dr} \right)^{-1} \right) r^3 j^2 \left(\frac{d\bar{\omega}}{dr} \right)^2 \\ &- \frac{1}{3} \left(r \left(\frac{d\Phi}{dr} \right)^{-1} - \frac{1}{2r(1-\Upsilon)} \left(\frac{d\Phi}{dr} \right)^{-1} \right) (r\bar{\omega})^2 \frac{dj^2}{dr}. \end{aligned} \quad (\text{D.14})$$

Sus condiciones de contorno son $h_2(0) = v_2(0) = 0$ y $h_2(\infty) = v_2(\infty) = 0$. Las soluciones numéricas de estas dos ecuaciones se calculan integrándolas simultáneamente hacia afuera radialmente desde el origen de la estrella. Los desarrollos usando aproximaciones para $r \rightarrow 0$, se realizan de una forma similar a las descritas para monopolos. Para más detalle, se presentan en el libro [Weber \(1999\)](#), capítulo 15.

Las funciones de perturbación de masa y presión cuadrupolares, m_2 y p_2 , pueden calcularse una vez que se conoce h_2 . La expresión para m_2 resulta

$$m_2 = r(1 - \Upsilon) \left(-h_2 - \frac{r^3}{3} \left(\frac{dj^2}{dr} \right) \bar{\omega}^2 + \frac{r^4 j^2}{6} \left(\frac{d\bar{\omega}}{dr} \right)^2 \right). \quad (\text{D.15})$$

Finalmente, la función de perturbación de presión p_2 satisface

$$p_2 = -h_2 - \frac{1}{3} (r \bar{\omega})^2 e^{-2\Phi}. \quad (\text{D.16})$$

Bibliografía

- Abbott B. P., et al. 2020, *Astrophys. J. Lett.*, 892, L3
- Abbott B. P., et al., 2018, *Phys. Rev. Lett.*, 121, 161101
- Abbott B., et al., 2019, *Phys. Rev. X*, 9, 011001
- Abedi J., Afshordi N., 2019, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2019, 010–010
- Alford M. G., 2001, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, 51, 131
- Alford M., Rajagopal K., 2002, *Journal of High Energy Physics*, 2002, 031
- Alford M. G., Rajagopal K., Wilczek F., 1999, *Nucl. Phys.*, B537, 443
- Alford M., Bowers J. A., Rajagopal K., 2001, *Physical Review D*, 63
- Alford M., Braby M., Paris M., Reddy S., 2005, *The Astrophysical Journal*, 629, 969–978
- Alford M. G., Schmitt A., Rajagopal K., Schäfer T., 2008, *Reviews of Modern Physics*, 80, 1455–1515
- Alford M. G., Burgio G., Han S., Taranto G., Zappalà D., 2015, *Physical Review D*, 92
- Alvarez-Castillo D. E., Blaschke D. B., Grunfeld A. G., Pagura V. P., 2019, *Phys. Rev.*, D99, 063010
- Annala E., Gorda T., Kurkela A., Vuorinen A., 2018, *Phys. Rev. Lett.*, 120, 172703
- Annala E., Gorda T., Kurkela A., Nättilä J., Vuorinen A., 2020, *Nature Phys.*
- Antoniadis J., et al., 2013, *Science*, 340, 6131
- Arzoumanian Z., et al. 2018, *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 235, 37
- Athem Alsabti A., 2015, in IAU General Assembly. p. 2253696, <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2015IAUGA..2253696A>
- Baade W., Zwicky F., 1934, *Phys. Rev.*, 46, 76
- Balian R., Haar D., Gregg J., 2006, From Microphysics to Macrophysics: Methods and Applications of Statistical Physics. No. v. 1 in Theoretical and Mathematical Physics, Springer Berlin Heidelberg, <https://books.google.com.ar/books?id=xsQzLxiatyMC>
- Bardeen J., Cooper L. N., Schrieffer J. R., 1957, *Phys. Rev.*, 106, 162
- Baym G., Hatsuda T., Kojo T., Powell P. D., Song Y., Takatsuka T., 2018, *Rept. Prog. Phys.*, 81, 056902

BIBLIOGRAFÍA

- Benić S., Blaschke D., Alvarez-Castillo D. E., Fischer T., Typel S., 2015, *Astronomy and Astrophysics*, **577**, A40
- Bhattacharyya A., Mishustin I. N., Greiner W., 2010, *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, **37**, 025201
- Biryukov A., Astashenok A., Karpov S., Beskin G., 2017, *Journal of Physics: Conference Series*, **932**, 012044
- Boccioli L., Mathews G. J., Suh I.-S., O'Connor E. P., 2022, *The Astrophysical Journal*, **926**, 147
- Bombaci I., 1996, *Astron. Astrophys.*, **305**, 871
- Bombaci I., Logoteta D., 2013, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters*, **433**, L79–L83
- Bombaci I., Logoteta D., Vidaña I., Providência C., 2016, *The European Physical Journal A*, **52**, 58
- Borsányi S., et al., 2021, *Physical Review Letters*, 126
- Boyda D., Bornyakov V. G., Goy V., Molochkov A., Nakamura A., Nikolaev A., Zakharov V. I., 2017, *arXiv e-prints*, p. [arXiv:1704.03980](https://arxiv.org/abs/1704.03980)
- Brandes L., Weise W., 2024, *Symmetry*, **16**, 111
- Brandt B. B., Endródi G., Schmalzbauer S., 2018, *Phys. Rev. D*, **97**, 054514
- Buballa M., 1996, *Nuclear Physics A*, **611**, 393–408
- Burgio G. F., Zappalà D., 2016, *The European Physical Journal A*, **52**
- Burgio G. F., Schulze H. J., Weber F., 2003, *Astron. and Astrophys.*, **408**, 675
- Burrows A., Vartanyan D., 2021, *Nature*, **589**, 29–39
- Burrows A., Radice D., Vartanyan D., 2019, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **485**, 3153
- Callen H. B., 1985, *Thermodynamics and an Introduction to Thermostatistics*, 2nd Edition. Wiley, <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1985tait.book.....C>
- Camenzind M., 2007, *Compact Objects in Astrophysics: White Dwarfs, Neutron Stars and Black Holes*. Astronomy and Astrophysics Library, Springer Berlin Heidelberg, <https://books.google.com.ar/books?id=Nh68n10abhMC>
- Chadwick J., 1932, *Nature*, **129**, 312
- Chandrasekhar S., 1964, *The Astrophysical Journal*, **140**, 417
- Chatterjee D., Vidaña I., 2016, *European Physical Journal A*, **52**, 29
- Chatziioannou K., Haster C.-J., Zimmerman A., 2018, *Physical Review D*, **97**
- Chevalier R. A., 1988, *Bulletin of the American Astronomical Society*, **20**, 986

- Chodos A., Jaffe R. L., Johnson K., Thorn C. B., Weisskopf V. F., 1974, *Phys. Rev.*, D9, 3471
- Chubarian E., Grigorian H., Poghosyan G., Blaschke D., 2000, *Astronomy and Astrophysics*, 357, 968
- Constantinou C., Zhao T., Han S., Prakash M., 2023, *Physical Review D*, 107
- Cromartie H. T., et al. 2020, *Nature Astronomy*, 4, 72
- Curin D., Ranea-Sandoval I. F., Orsaria M. G., Contrera G. A., 2020, Estrellas híbridas con núcleos superconductores de color ([arXiv:2006.14072](https://arxiv.org/abs/2006.14072))
- Curin D., Ranea-Sandoval I. F., Mariani M., Orsaria M. G., Weber F., 2021, *Universe*, 7
- Córsico A. H., Althaus L. G., Miller Bertolami M. M., Kepler S. O., 2019, *The Astronomy and Astrophysics Review*, 27
- Demorest P., Pennucci T., Ransom S., Roberts M., Hessels J., 2010, *Nature*, 467, 1081
- Dohi A., Liu H., Noda T., Hashimoto M.-A., 2022, *International Journal of Modern Physics E*, 31
- Doroshenko V., Suleimanov V., Pühlhofer G., Santangelo A., 2022, *Nature Astronomy*, 6, 1444
- Dosch H. G., 1987, *Physics Letters B*, 190, 177
- Dosch H. G., Simonov Y. A., 1988, *Physics Letters B*, 205, 339
- Elsner R., Lamb F., 1977, *Astrophysical Journal*, Part 1, vol. 215, Aug. 1, 1977, p. 897-913., 215, 897
- Endo T., 2011, *Phys. Rev. C*, 83, 068801
- Farrell D., Alp A., Spinella W., Weber F., Malfatti G., Orsaria M. G., Ranea-Sandoval I. F., 2022, Hot Neutron Star Matter and Proto-Neutron Stars ([arXiv:2110.05189](https://arxiv.org/abs/2110.05189))
- Fonseca E., et al., 2021, *The Astrophysical Journal Letters*, 915, L12
- Forshaw J., 1997, An Introduction to QED and QCD, <http://www.hep.man.ac.uk/u/forshaw/NorthWest/QED.pdf>
- Friedman J. L., Ipser J. R., Parker L., 1984, *Nature*, 312, 255
- Friedman J. L., Ipser J. R., Parker L., 1986, *Astrophysical Journal*, Part 1 (ISSN 0004-637X), vol. 304, May 1, 1986, p. 115-139., 304, 115
- Fryer C. L., 1999, *The Astrophysical Journal*, 522, 413
- Ghosh P., Lamb F. K., Pethick C. J., 1977, *The Astrophysical Journal*, 217, 578
- Glendenning N., 2012, Compact Stars: Nuclear Physics, Particle Physics and General Relativity. Astronomy and Astrophysics Library, Springer New York, <https://books.google.com.ar/books?id=cCD1BwAAQBAJ>
- Glendenning N. K., Kettner C., 2000, *Astronomy and Astrophysics*, 353, L9

BIBLIOGRAFÍA

- Glendenning N. K., Weber F., 2001a, *The Astrophysical Journal*, **559**, L119
- Glendenning N. K., Weber F., 2001b, in Blaschke D., Glendenning N. K., Sedrakian A., eds, , Vol. 578, *Physics of Neutron Star Interiors*. p. 305, [doi:10.48550/arXiv.astro-ph/0106054](https://doi.org/10.48550/arXiv.astro-ph/0106054)
- Glendenning N. K., Pei S., Weber F., 1997, *Phys. Rev. Lett.*, **79**, 1603
- Gold T., 1968, *Nature*, **218**, 731
- Gourgoulhon E., Haensel P., Gondek D., 1995, *Astronomy and Astrophysics*, **294**, 747
- Guenther J. N., 2020, Overview of the QCD phase diagram – Recent progress from the lattice, [doi:10.48550/arXiv.2010.15503](https://doi.org/10.48550/arXiv.2010.15503)
- Haberl F., Pietsch W., 2005, *Astronomy & Astrophysics*, **438**, 211
- Haensel P., Zdunik J. L., Schaeffer R., 1989, *Astronomy & Astrophysics*, **217**, 137
- Haensel P., Potekhin A., Yakovlev D., 2007, *Neutron Stars 1: Equation of State and Structure*. Astrophysics and Space Science Library, Springer New York, https://books.google.com.ar/books?id=fgj_TZ06niYC
- Haensel P., Zdunik J. L., Bejger M., Lattimer J. M., 2009, *Astronomy & Astrophysics*, **502**, 605–610
- Han S., Steiner A. W., 2018, arXiv e-prints,
- Harding A. K., 2013, *Frontiers of Physics*, **8**, 679
- Hartle J. B., 1967, *Astrophysical Journal*, vol. 150, p. 1005, 150, 1005
- Hartle J. B., 1973, *Astrophys. Space Sci.*, **24**, 385
- Hartle J. B., Sharp D. H., 1967, *The Astrophysical Journal*, **147**, 317
- Hartle J. B., Thorne K. S., 1968, *The Astrophysical Journal*, **153**, 807
- Heger A., Fryer C. L., Woosley S. E., Langer N., Hartmann D. H., 2003, *The Astrophysical Journal*, **591**, 288–300
- Hegyí D. J., 1977, *The Astrophysical Journal*, **217**, 244
- Hernández Santisteban J. V., et al., 2019, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **488**, 4596–4606
- Hessels J. W., Ransom S. M., Stairs I. H., Freire P. C., Kaspi V. M., Camilo F., 2006, *Science*, **311**, 1901
- Hewish A., Bell S. J., Pilkington J. D. H., Scott P. F., Collins R. A., 1968, *Nature*, **217**, 709
- Hofmann F., Keil C. M., Lenske H., 2001, *Phys. Rev. C*, **64**, 025804
- Horvath J. E., Rocha L. S., de Sá L. M., Moraes P. H. R. S., Barão L. G., de Avellar M. G. B., Bernardo A., Bachega R. R. A., 2023, *Astronomy & Astrophysics*, **672**, L11
- Huang M., 2005, *International Journal of Modern Physics E*, **14**, 675

- Igoshev A. P., Popov S. B., Hollerbach R., 2021, Evolution of Neutron Star Magnetic Fields ([arXiv:2109.05584](https://arxiv.org/abs/2109.05584)), [doi:10.3390/universe7090351](https://doi.org/10.3390/universe7090351)
- Iida K., Sato K., 1998, *Physical Review C*, **58**, 2538
- Istomin Y. N., Semerikov I. A., 2016, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **455**, 1938
- Jiménez J. C., Fraga E. S., 2020, *Phys. Rev. D*, **102**, 034015
- Kaspi V. M., Kramer M., 2016, arXiv e-prints, p. [arXiv:1602.07738](https://arxiv.org/abs/1602.07738)
- Khanmohamadi S., Moshfegh H. R., Atashbar Tehrani S., 2020, *Phys. Rev. D*, **101**, 123001
- Klähn T., Fischer T., 2015, *The Astrophysical Journal*, **810**, 134
- Koliogiannis P. S., Kanakis-Pegios A., Moustakidis C. C., 2021, *Foundations*, **1**, 217
- Konar S., 2017, *Journal of Astrophysics and Astronomy*, **38**, 47
- Konar S., Bhattacharya D., 1999a, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **303**, 588
- Konar S., Bhattacharya D., 1999b, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **308**, 795
- Konstantinou A., Morsink S. M., 2022, *The Astrophysical Journal*, **934**, 139
- Kuz'menko D. S., Simonov Y. A., Shevchenko V. I., 2004, *Physics Uspekhi*, **47**, 1
- LIGO/Virgo/Northwestern Univ./Frank Elavsky 2018, Masses of detected LIGO/Virgo compact binaries, <https://www.ligo.caltech.edu/image/ligo20181203a>
- Lattimer J. M., 2019, *Universe*, **5**
- Lattimer J. M., Lim Y., 2013, *The Astrophysical Journal*, **771**, 51
- Lattimer J. M., Prakash M., 2004, *Science*, **304**, 536–542
- Liu J., Di Stefano R., McClintock J., Kong A., Bregman J., Kuntz K., 2006, *The Astrophysical Journal*, **653**, 602–612
- Logoteta D., 2021, *Universe*, **7**
- Logoteta D., Bombaci I., 2013, *Physical Review D*, **88**, 063001
- Logoteta D., Bombaci I., Perego A., 2022, *European Physical Journal A*, **58**, 55
- Lorimer D., Kramer M., 2005, Handbook of Pulsar Astronomy. Cambridge Observing Handbooks for Research Astronomers, Cambridge University Press, <https://books.google.com.ar/books?id=0Z8tdN6qJcsC>
- Lugones G., Grunfeld A. G., 2011, *Physical Review D*, **84**, 085003
- Lugones G., Grunfeld A. G., 2021, *Universe*, **7**
- Lugones G., Horvath J. E., 2003, *Astronomy and Astrophysics*, **403**, 173–178

BIBLIOGRAFÍA

- Lugones G., Mariani M., Ranea-Sandoval I. F., 2023, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2023, 028
- Ma F., Guo W., Wu C., 2022, *Physical Review C*, 105
- Malfatti G., Orsaria M., Contrera G. A., Weber F., 2017, *International Journal of Modern Physics: Conference Series*, 45, 1760039
- Malfatti G., Orsaria M. G., Contrera G. A., Weber F., Ranea-Sandoval I. F., 2019, *Phys. Rev. C*, 100, 015803
- Malfatti G., Orsaria M. G., Ranea-Sandoval I. F., Contrera G. A., Weber F., 2020, *Physical Review D*, 102, 063008
- Mariani M., 2020, Phd thesis, Universidad Nacional de La Plata, La Plata, Buenos Aires, Argentina, <https://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/112520>
- Mariani M., Lugones G., 2024, *Phys. Rev. D*, 109, 063022
- Mariani M., Orsaria M., Vucetich H., 2017, *Astronomy & Astrophysics*, 601, A21
- Mariani M., Orsaria M. G., Ranea-Sandoval I. F., Lugones G., 2019, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 489, 4261
- Marquez K. D., Menezes D. P., Pais H., Providência C. m. c., 2022, *Phys. Rev. C*, 106, 055801
- Maruyama T., Chiba S., Schulze H.-J., Tatsumi T., 2007, *Phys. Rev. D*, 76, 123015
- Maslov K., Yasutake N., Blaschke D., Ayriyan A., Grigorian H., Maruyama T., Tatsumi T., Voskresensky D., 2019, *Physical Review C*, 100, 025802
- Mellinger R., Weber F., Spinella W., Contrera G., Orsaria M., 2017, *Universe*, 3, 5
- Miller A. L., Zhao Y., 2023, *Physical Review Letters*, 131
- Miller M. C., et al. 2019, *Astrophys. J. Lett.*, 887, L24
- Miller M. C., et al., 2021, *The Astrophysical Journal Letters*, 918, L28
- Mishra A., Mishra H., 2004, *Physical Review D*, 69, 014014
- Moriya T. J., Pruzhinskaya M. V., Ergon M., Blinnikov S. I., 2016, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 455, 423
- Mushtukov A. A., Suleimanov V. F., Tsygankov S. S., Poutanen J., 2015, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 454, 2539
- Müller H., Serot B. D., 1996, *Nuclear Physics A*, 606, 508–537
- NASA Chandra 2019, Educational Materials::Stellar Evolution, http://chandra.harvard.edu/edu/formal/stellar_ev/
- NASA Nicer 2017, Neutron Star Animations, <https://svs.gsfc.nasa.gov/20267>
- Nakar E., 2007, *Physics Reports*, 442, 166
- Nambu Y., Jona-Lasinio G., 1961, *Physical Review*, 122, 345

- Nefediev A. V., Simonov Y. A., Trusov M. A., 2009, *International Journal of Modern Physics E*, 18, 549–599
- Oppenheimer J. R., Volkoff G. M., 1939, *Phys. Rev.*, 55, 374
- Orsaria M. G., et al., 2019, *J. Phys. G*, 46, 073002
- PDG 2024, Particle Data Group - Particle listing, https://pdg.lbl.gov/2023/listings/contents_listings.html
- Paulucci L., Horvath J. E., 2008, *Physical Review C*, 78
- Payne D. J. B., Vigelius M., Melatos A., 2008, in *A Decade of Accreting MilliSecond X-ray Pulsars*. AIP, pp 144–151, [doi:10.1063/1.3031185](https://doi.org/10.1063/1.3031185)
- Pereira J. P., Lugones G., 2019, *The Astrophysical Journal*, 871, 47
- Pereira J. P., Flores C. V., Lugones G., 2018, *The Astrophysical Journal*, 860, 12
- Plumari S., Burgio G., Greco V., Zappala D., 2013, *Physical Review D*, 88, 083005
- Potekhin A. Y., 2010, *Physics-Uspekhi*, 53, 1235
- Potekhin A., Lucà A., Pons J., 2014, *Space Science Reviews*, 191
- Prakash M., Bombaci I., Prakash M., Ellis P. J., Lattimer J. M., Knorren R., 1997, *Physics Reports*, 280, 1
- Prakash M., Lattimer J. M., Pons J. A., Steiner A. W., Reddy S., 2001, *Evolution of a neutron star from its birth to old age*. Springer, pp 364–423
- Prasanna T., Coleman M. S. B., Raives M. J., Thompson T. A., 2023, *The early evolution of magnetar rotation - II. Rapidly rotating magnetars: implications for gamma-ray bursts and superluminous supernovae* ([arXiv:2305.16412](https://arxiv.org/abs/2305.16412)), [doi:10.1093/mnras/stad2948](https://doi.org/10.1093/mnras/stad2948)
- Raithel C., Özel F., Psaltis D., 2018, *Astrophys. J. Lett.*, 857, L23
- Ranea-Sandoval I. F., Han S., Orsaria M. G., Contrera G. A., Weber F., Alford M. G., 2016, *Phys. Rev. C*, 93, 045812
- Ranea-Sandoval I. F., Orsaria M. G., Han S., Weber F., Spinella W. M., 2017, *Phys. Rev. C*, 96, 065807
- Rather I. A., Marquez K. D., Panotopoulos G., Lopes I., 2023, *Physical Review D*, 107
- Rezzolla L., Giacomazzo B., Baiotti L., Granot J., Kouveliotou C., Aloy M. A., 2011, *The Astrophysical Journal Letters*, 732, L6
- Riley T. E., et al. 2019, *Astrophys. J. Lett.*, 887, L21
- Riley T. E., et al., 2021, *The Astrophysical Journal Letters*, 918, L27
- Rodríguez M., Ranea-Sandoval I. F., Mariani M., Orsaria M. G., Malfatti G., Guilera O., 2021, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2021, 009
- Ruiter A., Ferrario L., Belczynski K., Seitzzahl I., Crocker R., Karakas A., 2019, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 484, 698

BIBLIOGRAFÍA

- Rutherford E., 1920, *Proceedings of the Royal Society of London Series A*, 97, 374
- Salvo T. D., Sanna A., 2020, Accretion powered X-ray millisecond pulsars ([arXiv:2010.09005](https://arxiv.org/abs/2010.09005))
- Sazonov S., et al., 2020, *New Astronomy Reviews*, 88, 101536
- Schaffner-Bielich J., 2020, Compact Star Physics. Cambridge University Press, <https://books.google.com.ar/books?id=lZ3wDwAAQBAJ>
- Schmitt A., 2010. Lecture Notes in Physics, Springer Berlin Heidelberg, <https://books.google.com.ar/books?id=ttlsCQAAQBAJ>
- Sedrakian A., Harutyunyan A., 2022, *The European Physical Journal A*, 58
- Shapiro S., Teukolsky S., 2008, Black Holes, White Dwarfs, and Neutron Stars: The Physics of Compact Objects. Wiley, <https://books.google.com.ar/books?id=d1CRQIcP1zoC>
- Shovkovy I. A., 2005, *Foundations of Physics*, 35, 1309–1358
- Simonov Y. A., 1988, *Nuclear Physics B*, 307, 512
- Simonov Y. A., Trusov M. A., 2007a, *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters*, 85, 598
- Simonov Y. A., Trusov M. A., 2007b, *Physics Letters B*, 650, 36
- Snopek A. M., Kucaba M., Gondek-Rosinska D., Kowalska I., Villain L., Ansorg M., 2012, in *Electromagnetic Radiation from Pulsars and Magnetars*. p. 229
- Spinella W. M., 2017, PhD thesis, Claremont Colleges Consortium, <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2017PhDT.....135S>
- Spruit H. C., Bassa C., Wang Z., Cumming A., Kaspi V. M., 2008, in *AIP Conference Proceedings*. AIP, [doi:10.1063/1.2900262](https://doi.org/10.1063/1.2900262), <http://dx.doi.org/10.1063/1.2900262>
- Steiner A. W., Prakash M., Lattimer J. M., 2000, *Physics Letters B*, 486, 239
- Steiner A. W., Gandolfi S., Fattoyev F. J., Newton W. G., 2015, *Physical Review C*, 91
- Tanabashi M., et al., 2018, *Phys. Rev.*, D98, 030001
- Tews I., Margueron J., Reddy S., 2018, *Physical Review C*, 98, 045804
- Tolman R. C., 1939, *Phys. Rev.*, 55, 364
- Tolos L., Fabbietti L., 2020, *Progress in Particle and Nuclear Physics*, 112, 103770
- Typel S., Wolter H. H., 1999, *Nucl. Phys.*, A656, 331
- Van-Doesburgh M., van der Klis M., Morsink S. M., 2018, *MNRAS*, 479, 426
- Vijayan V., Rahman N., Bauswein A., Martínez-Pinedo G., Arbina I. L., 2023, *Phys. Rev. D*, 108, 023020
- Voskresensky D., Yasuhira M., Tatsumi T., 2003, *Nuclear Physics A*, 723, 291–339

- Wadhwa R., Börner G., Lipunov V., 2011, *Astrophysics of Neutron Stars*. Astronomy and Astrophysics Library, Springer Berlin Heidelberg, <https://books.google.com.ar/books?id=zK3nMAEACAAJ>
- Walter F. M., Matthews L. D., 1997, *Nature*, **390**, 315
- Wang J., Yang S., Wen D., 2022, *Eur. Phys. J. A*, **58**, 132
- Weber F., 1999, *Pulsars as Astrophysical Laboratories for Nuclear and Particle Physics* (Series in High Energy Physics, Cosmology and Gravitation). CRC Press, [doi:10.1201/9780203741719](https://www.crcpress.com/Pulsars-as-Astrophysical-Laboratories-for-Nuclear-and-Particle-Physics/Weber/p/book/9780750303323), <https://www.crcpress.com/Pulsars-as-Astrophysical-Laboratories-for-Nuclear-and-Particle-Physics/Weber/p/book/9780750303323>
- Weber F., 2005, *Progress in Particle and Nuclear Physics*, **54**, 193
- Weber F., Farrell D., Spinella W. M., Malfatti G., Orsaria M. G., Contrera G. A., Maloney I., 2019, *Universe*, **5**, 169
- Wei W., Barry M., Klähn T., Jaikumar P., 2018, Lifting the Veil on Quark Matter in Compact Stars with Core g-mode Oscillations ([arXiv:1811.11377](https://arxiv.org/abs/1811.11377)), [doi:10.48550/arXiv.1811.11377](https://doi.org/10.48550/arXiv.1811.11377)
- Wikimedia Commons 2015b, File:Decupleto bariónico.png — Wikimedia Commons, the free media repository, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?title=File:Decupleto_barionico.png&oldid=167569167
- Wikimedia Commons 2015a, File:Octeto bariónico.png — Wikimedia Commons, the free media repository, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?title=File:Octeto_barionico.png&oldid=167533198
- Woosley S. E., Heger A., Weaver T. A., 2002, *Reviews of Modern Physics*, **74**, 1015
- Worley A., Krastev P. G., Li B.-A., 2008, Nuclear constraints on the momenta of inertia of neutron stars ([arXiv:0801.1653](https://arxiv.org/abs/0801.1653))
- Wu X., Shen H., 2019, *Phys. Rev. C*, **99**, 065802
- Yasutake N., Burgio G. F., Schulze H. J., 2011, *Physics of Atomic Nuclei*, **74**, 1502–1507
- van der Klis M., 2000, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, **38**, 717