LA ENSEÑANZA DE LA LÓGICA CON EL USO DE PROBLEMAS

Rodolfo Ertola

UNLP

1. Introducción

Algo que llama la atención a menudo en los estudiantes que asisten a cursos introductorios de Lógica en el primer año de la Facultad de Humanidades, es su poca disposición a realizar deducciones. Es como si la facultad de deducir no les fuera útil o no tuviesen interés en ella. La poca práctica tiene como consecuencia inevitable dificultades en el momento en que dicha capacidad resulta necesaria.

Los cursos de lógica mencionados tienen como requisito previo una cierta familiaridad con la deducción. Por lo tanto, en el contexto comentado, parece necesario incluir problemas que estimulen la capacidad deductiva dentro del programa de actividades.

Otra razón para la inclusión de problemas deductivos es evitar que el estudiante caiga en el error de creer que la lógica puede substituir por completo a la actividad deductiva natural. La lógica puede ayudar a entender mejor dicha actividad o a ordenarla de modo de evitar confusiones, pero sólo puede dar substitutos parciales.

Una razón más para incluir problemas deductivos es que el estudiante pueda cotejar los conceptos lógicos con su propia actividad deductiva, de modo que se evite el riesgo de que los conceptos lógicos queden desconectados de la actividad psíquica del estudiante.

Otro beneficio es que se puedan evitar confusiones demasiado prolongadas y quizás estériles sobre el significado de las palabras. Si se colocan problemas adecuados, las palabras pueden cobrar un significado preciso en el contexto de los problemas mismos, sin necesidad de demasiadas aclaraciones. De todas maneras, no parece razonable pretender prescindir *completamente* de aclaraciones, pues mi experiencia es que los alumnos suelen efectuar interpretaciones tan razonables y fructíferas como inesperadas del texto del enunciado de un problema redactado aun de modo muy cuidadoso. Además, esas experiencias inesperadas son estimulantes en el dictado de una clase introductoria de lógica.

El paso siguiente parece sería buscar problemas adecuados. Aquí, los siguientes requisitos parecen deseables. En primer lugar, los problemas no deberían ser triviales ni demasiado difíciles, pues la idea es extraer la lógica, al menos en parte, sobre la base de una reflexión sobre la solución del problema y dicha reflexión quedaría inhibida si la solución es trivial o si el problema atrae tanto la atención que no queda tiempo o energía para esa posterior reflexión.

Otro requisito es que el problema no tenga una solución mecánica, es decir, que haya algo natural sobre qué pensar o algo para descubrir. Estas propiedades ayudan a estimular a los estudiantes.

Un tercer requisito que parece conveniente es que en algunos casos los problemas puedan resolverse observando y manipulando objetos concretos, como monedas o pedazos de papel, lo cual puede realizarse fácilmente en un aula. Este requisito presta el servicio de una especie de conexión con el mundo real, objetivo muy deseable si se tiene en cuenta que puede haber muchos estudiantes que no tengan mucho interés en *abstraerse* demasiado y que quizás encuentren saludable no creerle demasiado al profesor si este parece pretender embarcarlos en viajes hacia reinos de la abstracción, donde no saben si podrán encontrar medios para retornar. Esto no debe entenderse como un rechazo completo a la abstracción, sino que se trata de cuestiones de oportunidad y de medida.

Georg Pólya (un matemático húngaro muy reconocido que visitó alguna vez la Argentina) es un autor bastante conocido que ha puesto énfasis en la actividad de resolver problemas como el camino más adecuado para el aprendizaje de la matemática. En este sentido, algunas de sus obras son (1954) *Mathematics and Plausible Reasoning*, Princeton, Princeton University Press, (1998) *Cómo plantear y resolver problemas*, México, Trilla y (1962/1965) *Mathematical Discovery*, New York, Wiley.

2. Analogías entre la Solución de Problemas y la Construcción de Derivaciones

A continuación queremos llamar la atención sobre ciertas semejanzas entre el planteo y la solución de ciertos problemas, por un lado, y el planteo y la solución de ciertos ejercicios elementales de lógica, por otro. Consideremos el caso del problema clásico donde dados tres recipientes, de 8, 5 y 3 litros, el primero lleno de agua y los otros dos vacíos, se trata de dividir los ocho litros dados de agua en dos partes de cuatro litros cada una, disponiendo sólo de la posibilidad de llenar o vaciar recipientes, dado que los mismos no tienen indicadores de nivel.

Para resolverlo es natural distinguir tres factores: en primer lugar, lo que se *tiene*, el punto de partida, a saber, un recipiente con 8 litros de agua y dos recipientes vacíos. En segundo lugar, lo que se *quiere*, el objetivo, a saber, dos recipientes con 4 litros cada uno. Finalmente, en tercer lugar, lo que se *puede* hacer, a saber, vaciar o llenar recipientes.

Es natural comparar la situación con un ejercicio de derivación en alguna variante de un sistema de deducción natural. En este caso, lo que se tiene son las fórmulas dadas como hipótesis, lo que se quiere es la fórmula que se presenta como conclusión y lo que se puede hacer es aplicar las reglas del sistema.

Una segunda semejanza tiene que ver con el hecho de que en algunas oportunidades, en lugar de proceder de forma progresiva ("hacia adelante") conviene hacerlo en forma regresiva ("hacia atrás"), es decir, conviene preguntarse qué situación anterior permitiría alcanzar las dos cantidades de cuatro litros, y así seguir, hasta llegar a la situación inicial. Algo análogo puede observarse en el caso de las derivaciones. Además, hay situaciones donde conviene combinar ambas direcciones. Esto es lo que ocurre en la mayoría de los casos de las derivaciones.

Una tercera semejanza la constituyen los *rodeos* en las que a veces se cae al intentar resolver un problema. Por ejemplo, después de realizar algunos pasajes de líquido, volvemos a una situación que ya ha ocurrido antes. Si lo que interesa es llegar a la solución lo antes posible, esto es una pérdida de tiempo. Una situación análoga puede observarse en el caso de las derivaciones, donde, por ejemplo, se toma el camino de aplicar una regla de introducción y luego la correspondiente regla de eliminación. De esta forma, uno podría quedarse dando vueltas indefinidamente, al mejor estilo del personaje Penélope de la Odisea. En el caso de las derivaciones, las que no presentan estas vueltas se llaman *normales*. De esta forma. el estudiante puede alcanzar este concepto a partir del sencillo ejemplo de los tres recipientes, antes de enfrentar la situación análoga en un formalismo.

3. Problemas y Reglas de Deducción Natural.

A continuación quiero llamar la atención sobre cómo se pueden enseñar las reglas de deducción natural a partir de la solución de ciertos problemas. Tomemos, por ejemplo, el conocido problema de los sombreros: hay tres sombreros de un color, dos de otro color y tres personas, cada una con un sombrero en su cabeza, cuyo color no puede observar, aunque sí puede observar los sombreros de los otros dos, con excepción de una de las personas, quien es ciega. En este contexto, se les pregunta a los videntes, en cierto orden, si pueden deducir cuál es el color de su propio sombrero sobre la base de la observación de los sombreros restantes. Ambos responden que no, pero luego el ciego dice que sí puede deducir el color de su sombrero. La pregunta es ¿cómo pudo el ciego llegar a tal conclusión? Una vez entendido el problema, los estudiantes rápidamente llegan a la conclusión de que los sombreros del ciego y del vidente que es consultado en segundo lugar *no* pueden ser ambos del color que sólo tienen dos sombreros. A la pregunta de por qué se responde de inmediato diciendo "porque en el caso contrario, la primera persona consultada hubiera respondido que sabía de qué color era su sombrero". Esta es una situación apropiada para indicarles a los alumnos que están usando una forma de pensar que en el curso de lógica aparecerá con el nombre de *regla de introducción de la negación*. Se trata de la regla tradicionalmente llamada *Reductio ad Absurdum*.

De esta forma se puede presentar a los alumnos las diferentes reglas de deducción natural a partir de su propia experiencia deductiva. Una excepción lo puede constituir la regla de eliminación de la negación. En este caso, se puede decir que para formular la regla de eliminación de la disyunción conviene disponer de un símbolo para la contradicción, en abstracto, que se distinguirá de una contradicción "concreta".

En el caso del problema de los sombreros, se llega a la solución procediendo "por descarte", lo cual corresponde a la regla intuicionista. Creo haber observado que los estudiantes tienden a no usar esta forma de pensar, como así tampoco el principio de tercero excluído. Ignoramos si esto ocurre debido a las simpatías constructivistas del profesor. En este contexto, resulta natural, entonces, distinguir entre las lógicas minimal, intuicionista y clásica.

En relación a esta distinción me interesa remarcar que se trata de algo habitual en Teoría de la Prueba y que tiene interés matemático, informático y filosófico. Desde un punto de vista didáctico, también parece conveniente realizar esta distinción, para que el estudiante no tenga que enfrentar todas las reglas simultáneamente.

4. Conexiones con la Matemática

Creo que puede ser muy conveniente, también, incluir problemas para ejercitar concept1os matemáticos vinculados con la lógica, como el del principio de inducción con sus muchas variantes. También parece útil hacer recordar algunos resultados clásicos de la matemática, como la prueba del Teorema de Pitágoras y la irracionalidad de raíz cuadrada de 2, resultados que suelen caer en el olvido cuando no se los usa. Esto también puede servir para que los alumnos tengan presente que cuando en la Grecia antigua los filósofos se ocuparon de lógica o filosofía de la ciencia, en muchos casos tuvieron en cuenta la actividad y los resultados de los matemáticos.

En relación a la inducción, es fácil realizar ejercicios simplemente con pedazos de papel, por ejemplo, para resolver el problema de las Torres de Hanoi.

El recuerdo de los resultados clásicos también parece conveniente y hasta necesario para poder entender mejor, por ejemplo, los textos de los filósofos que incluyen consideraciones sobre la matemática en el ámbito de su filosofía.

5. Un poco de Humor

Creo conveniente contrarrestar la seriedad habitual en la enseñanza de la lógica y la matemática con alguna broma. Como humilde contribución en esta área, repito a continuación un diálogo cuyo autor ignoro.

Una vez un Enviado del Diablo le dijo a su Sr. lo siguiente: ¡Señor, Señor, algo terrible ha ocurrido! ¿De que se trata, mensajero?, le contestó El Demonio. La respuesta no se hizo esperar: Señor, ¡en la Tierra han descubierto la Verdad! El Diablo meditó un poco y dijo: No te preocupes, mandaremos a alguien para *ordenarla*.