

CAPÍTULO 3

Aberración

Gonzalo Carlos de Elía

La aberración de la luz es un efecto físico definido como la diferencia entre la posición aparente observada de un astro y su posición geométrica real debida a la combinación entre la velocidad del observador y la velocidad finita de la luz. Teniendo en cuenta *sólo el desplazamiento del observador*, la aberración puede ser clasificada en dos diferentes tipos:

- *Aberración Diurna*: generada a partir del movimiento rotacional del observador sobre la Tierra,

- *Aberración Anual*: generada a partir del movimiento de traslación del observador alrededor del Baricentro del Sistema Solar.

Vale la pena mencionar que la acción combinada de ambos efectos define la Aberración Estelar. A continuación, describiremos un tratamiento matemático general para llevar a cabo la transformación de las coordenadas de una estrella por el efecto de aberración, el cual será válido tanto para la variante diurna como para la variante anual.

Fórmulas de corrección rigurosas: tratamiento general

Tal como mencionamos al inicio de este capítulo, el escenario de trabajo que proponemos aquí considera que la estrella bajo consideración no se desplaza respecto del Baricentro del Sistema Solar, mientras que el observador en cuestión se mueve con una cierta velocidad respecto de un sistema de referencia inercial.

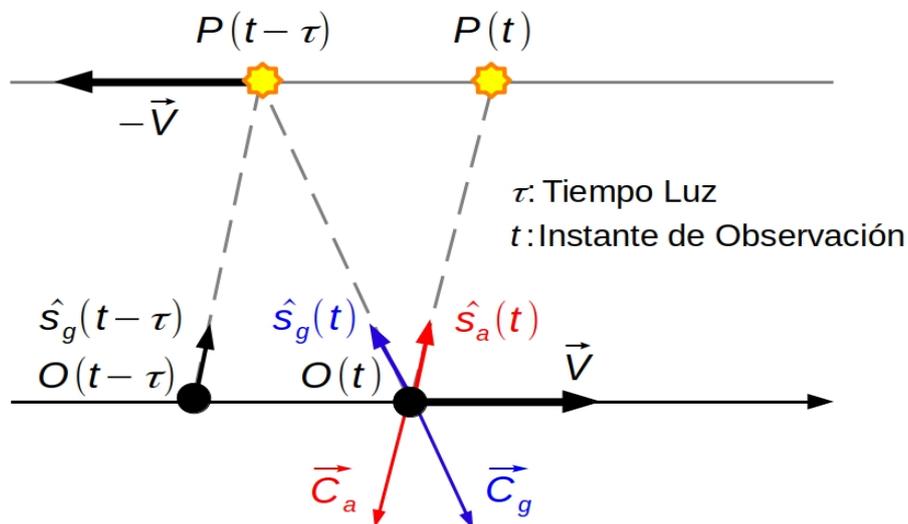
De acuerdo con esto, consideremos un observador O , el cual se desplaza con una velocidad \vec{V} respecto de un sistema de referencia en reposo, y una dada estrella P , tal como se ilustran en la Figura 3.1. Por un lado, sea $\hat{s}_a(t)$ el versor asociado a la posición aparente de la estrella en el instante de observación t , referido al observador en movimiento localizado en $O(t)$. Por otra parte, sea $\hat{s}_g(t)$ el versor asociado a la posición geométrica de

la misma estrella en el instante de observación t , referido a un hipotético observador en reposo también ubicado en $O(t)$. Además, sea $\hat{s}_g(t-\tau)$ el versor asociado a la posición geométrica de la estrella en el instante de observación $t-\tau$, referido a un hipotético observador en reposo ubicado en $O(t-\tau)$. El parámetro τ representa el Tiempo Luz, el cual está definido como el intervalo que tarda la luz que emite el astro en consideración en viajar desde la fuente hasta el observador. Luego, sea $\vec{C}_a(t) = -c\hat{s}_a(t)$ el vector velocidad de la radiación emitida por la estrella, referido a un observador en movimiento localizado en $O(t)$, donde c es la velocidad de la luz. Finalmente, sea $\vec{C}_g(t) = -c\hat{s}_g(t)$ el vector velocidad de la radiación emitida por la estrella, referido a un hipotético observador en reposo también localizado en $O(t)$.

Debido al movimiento del observador, la posición geométrica del astro bajo consideración no coincide con la posición aparente del mismo en el instante de observación t . En nuestro escenario de trabajo vamos a asumir que el versor de la posición geométrica del astro $\hat{s}_g(t)$ y el vector velocidad del observador \vec{V} son los datos conocidos. De este modo, el procedimiento matemático que propondremos se centrará en resolver el versor de la posición aparente del astro $\hat{s}_a(t)$, el cual representa la incógnita de nuestro problema.

Figura 3.1.

Representación esquemática de las correcciones rigurosas por aberración.



A partir de las variables introducidas en la Figura 3.1 y acudiendo a una simple composición de velocidades, es sencillo verificar que el vector velocidad de la radiación referido a un

observador en movimiento \vec{C}_a es igual a la suma entre el vector velocidad de la radiación referido a un observador en reposo \vec{C}_g y el vector velocidad del observador en reposo respecto de aquel en movimiento $-\vec{V}$. De este modo, en el instante t se cumple la relación

$$\vec{C}_a = \vec{C}_g - \vec{V} \quad (3.1)$$

(Green, 1985, p. 61), o equivalentemente

$$\hat{s}_a = \hat{s}_g + \frac{\vec{V}}{c} \quad (3.2)$$

Si multiplicamos vectorialmente dos veces el versor \hat{s}_g por la Ecuación 3.2 obtenemos que

$$\hat{s}_g \times (\hat{s}_g \times \hat{s}_a) = \frac{1}{c} \hat{s}_g \times (\hat{s}_g \times \vec{V}) \quad (3.3)$$

Utilizando identidades vectoriales, es posible reescribir la ecuación anterior en términos de productos escalares, tomando la forma

$$[\hat{s}_g(\hat{s}_g \cdot \hat{s}_a) - \hat{s}_a] = \frac{1}{c} [\hat{s}_g(\hat{s}_g \cdot \vec{V}) - \vec{V}] \quad (3.4)$$

Vale la pena destacar que tanto la magnitud del vector velocidad de un observador en rotación sobre la Tierra ($|\vec{V}_{Rot, Ec}| = 0,464 \text{ km s}^{-1}$), como aquella asociada al movimiento traslacional medio alrededor del Baricentro del Sistema Solar ($|\vec{V}_{Tras}| = 29,8 \text{ km s}^{-1}$) resultan ser entre seis y cuatro órdenes de magnitud menores a la velocidad de la luz ($c = 299792,458 \text{ km s}^{-1}$). De acuerdo con esto, el desplazamiento aberracional es pequeño tanto para la variante diurna como para la anual, por lo cual siempre es posible aproximar el producto escalar $(\hat{s}_g \cdot \hat{s}_a) \approx 1$ en la Ecuación 3.4. A partir de esto, obtenemos

$$\vec{ds} = \hat{s}_a - \hat{s}_g = -\frac{1}{c} [\hat{s}_g(\hat{s}_g \cdot \vec{V}) - \vec{V}] \quad (3.5)$$

Esta es la ecuación vectorial con la cual vamos a trabajar para afrontar la resolución de una transformación de coordenadas por efectos de aberración. De acuerdo a lo expresado en el párrafo anterior, es muy importante destacar que esta ecuación puede ser utilizada para corregir las coordenadas de una estrella tanto por efectos de aberración diurna como por efectos de aberración anual.

A partir de la Ecuación 3.5, la cual tiene un carácter puramente vectorial, nos preguntamos cómo es posible obtener la variación de las coordenadas angulares de una estrella asociadas a un dado sistema por efectos de la aberración. Por ejemplo, trabajando en el sistema horizontal, deseamos obtener los cambios en acimut $dA=A_a-A_g$ y altura $dh=h_a-h_g$, donde los subíndices a y g representan las coordenadas asociadas a las posiciones aparente y geométrica de la estrella en consideración, respectivamente.

Trabajando en un Sistema de Referencia Horizontal, el versor de la posición geométrica de la estrella se escribe como $\hat{s}_g=(\cos h_g \cos A_g, -\cos h_g \sin A_g, \sin h_g)$, siendo A_g y h_g el acimut y la altura geométricas de la misma, respectivamente. Asumiendo además que el vector velocidad del observador en el sistema horizontal se expresa como $\vec{V}=(V_x, V_y, V_z)$, y que el vector diferencial $d\vec{s}=\hat{s}_a-\hat{s}_g$ se escribe

$$ds_x = -\sin h_g \cos A_g dh - \cos h_g \sin A_g dA \quad (3.6)$$

$$ds_y = \sin h_g \sin A_g dh - \cos h_g \cos A_g dA \quad (3.7)$$

$$ds_z = \cos h_g dh \quad (3.8)$$

es posible escribir los cambios dA y dh en las coordenadas horizontales de una estrella por efecto de la aberración mediante

$$dA = A_a - A_g = -\frac{1}{c}(V_x \sin A_g + V_y \cos A_g) \sec h_g \quad (3.9)$$

$$dh = h_a - h_g = -\frac{1}{c}(V_x \sin h_g \cos A_g - V_y \sin h_g \sin A_g - V_z \cos h_g) \quad (3.10)$$

Siguiendo la misma línea de trabajo, es posible derivar relaciones análogas para los cambios en las coordenadas angulares asociadas a los Sistemas Ecuatorial Local, Ecuatorial Celeste y Ecliptical. En efecto, asumiendo que el vector velocidad del observador $\vec{V}=(V_x, V_y, V_z)$ se escribe en el sistema de coordenadas seleccionado, los cambios generados por efectos de la aberración en ángulo horario dt y declinación $d\delta$ (sistema ecuatorial local), en ascensión recta $d\alpha$ y declinación $d\delta$ (sistema ecuatorial celeste), y en longitud $d\lambda$ y latitud $d\beta$ eclipticales (Sistema Ecliptical) son escritos como

$$dt = t_a - t_g = -\frac{1}{c}(V_x \sin t_g + V_y \cos t_g) \sec \delta_g \quad (3.11)$$

$$d\delta = \delta_a - \delta_g = -\frac{1}{c}(V_x \sin \delta_g \cos t_g - V_y \sin \delta_g \sin t_g - V_z \cos \delta_g) \quad (3.12)$$

$$d\alpha = \alpha_a - \alpha_g = -\frac{1}{c}(V_x \operatorname{sen} \alpha_g - V_y \operatorname{cos} \alpha_g) \operatorname{sec} \delta_g \quad (3.13)$$

$$d\delta = \delta_a - \delta_g = -\frac{1}{c}(V_x \operatorname{sen} \delta_g \operatorname{cos} \alpha_g + V_y \operatorname{sen} \delta_g \operatorname{sen} \alpha_g - V_z \operatorname{cos} \delta_g) \quad (3.14)$$

$$d\lambda = \lambda_a - \lambda_g = -\frac{1}{c}(V_x \operatorname{sen} \lambda_g - V_y \operatorname{cos} \lambda_g) \operatorname{sec} \beta_g \quad (3.15)$$

$$d\beta = \beta_a - \beta_g = -\frac{1}{c}(V_x \operatorname{sen} \beta_g \operatorname{cos} \lambda_g + V_y \operatorname{sen} \beta_g \operatorname{sen} \lambda_g - V_z \operatorname{cos} \beta_g) \quad (3.16)$$

donde los subíndices a y g hacen referencia a coordenadas aparentes y geométricas de la estrella en cuestión, respectivamente.

A continuación, describiremos cómo estas ecuaciones son utilizadas para analizar los cambios en las coordenadas de una estrella tanto por efectos de la aberración diurna como de la aberración anual.

Aberración diurna

Como ya hemos mencionado al inicio del presente capítulo, el movimiento rotacional de un observador sobre la Tierra nos conduce a corregir las coordenadas de una estrella por efectos de la aberración diurna. En este marco de trabajo, la posición geométrica de la estrella será aquella asociada con un Topocentro en reposo, mientras que la posición aparente de dicha estrella será aquella asociada con el Topocentro en movimiento. Como ya mencionamos previamente, siempre asumiremos que la posición geométrica de la estrella será el dato conocido de nuestro ejercicio, mientras que la posición aparente será la incógnita a resolver.

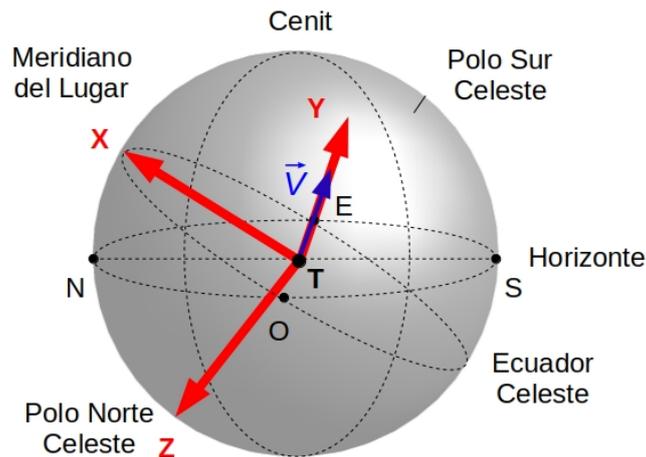
En este escenario de trabajo, el vector velocidad del observador tiene dirección Este en cada instante. Dado que los Sistemas Horizontal y Ecuatorial Local tienen el eje cartesiano Y en la dirección del punto cardinal Este, las componentes cartesianas del vector velocidad del Topocentro en dichos sistemas se representan de manera muy sencilla. De acuerdo con esto, iniciaremos nuestro análisis sobre los efectos de la aberración diurna en las coordenadas de una estrella trabajando en alguno de estos dos sistemas. Debido a la analogía en el tratamiento matemático requerido en ambos sistemas, trabajaremos sólo en el sistema ecuatorial local.

La Figura 3.2 ilustra una esfera celeste Topocéntrica, junto con los ejes cartesianos asociados a un sistema ecuatorial local. Como ya hemos destacado en capítulos previos, la dirección del eje X de dicho sistema coincide con la intersección del Ecuador Celeste y el Meridiano Superior del Lugar, el eje Y va hacia el punto cardinal Este, mientras que el eje Z se dirige hacia el Polo Norte Celeste. Dado que el vector velocidad del Topocentro tiene dirección

Este en cada instante, sus componentes cartesianas en el sistema ecuatorial local son escritas como $\vec{V}_{Ec.L}=(0, V, 0)$.

Figura 3.2.

Ejes cartesianos del sistema ecuatorial local en una esfera celeste topocéntrica.



Nota. El vector velocidad del observador tiene dirección Este y es representado por \vec{V} .

A partir de esto, las Ecuaciones 3.11 y 3.12 nos permiten derivar expresiones sencillas para los cambios generados por efectos de la aberración diurna en el ángulo horario dt y declinación $d\delta$ de una estrella dada, los cuales se escriben como

$$dt = t_a - t_g = -\frac{V}{c} \cos t_g \sec \delta_g \quad (3.17)$$

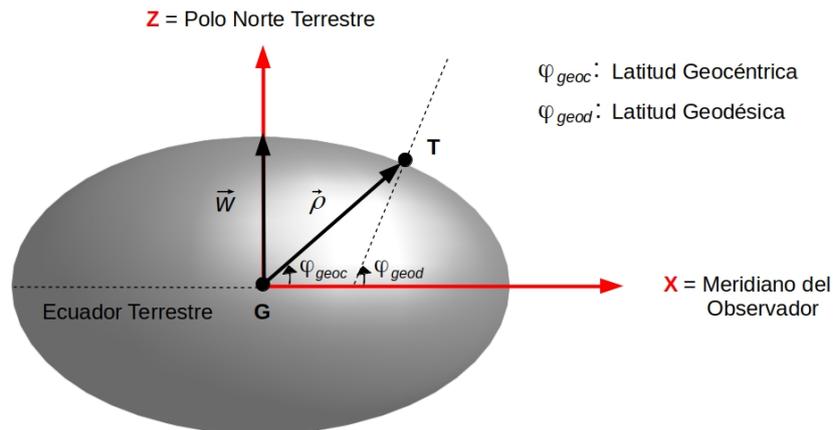
$$d\delta = \delta_a - \delta_g = \frac{V}{c} \sen t_g \sen \delta_g \quad (3.18)$$

donde los subíndices a y g hacen referencia a coordenadas aparentes y geométricas de la estrella, respectivamente. Estas ecuaciones tienen una forma muy simple y dependen de la magnitud del vector velocidad del Topocentro $V=|\vec{V}|$. Ahora bien, la magnitud del vector velocidad depende de la latitud del observador, por lo cual necesitamos encontrar una expresión que demuestre explícitamente dicha dependencia. Para hacer esto, recurriremos al Modelo de Elipsoide que representa a la Tierra, el cual fue ya presentado en el Capítulo anterior dedicado a describir el efecto de Paralaje.

Tal como mencionamos, la forma matemática adoptada para la Tierra está dada por el elipsoide de revolución World Geodetic System 1984 (WGS84), el cual posee un semieje mayor $a=6378,137\text{km}$ y un achatamiento $f=1/298,257223563$.

Figura 3.3.

Representación del elipsoide de revolución World Geodetic System 1984 (WGS84).



Nota. Los ejes cartesianos de color rojo ilustran el Sistema Terrestre, mientras que $\vec{\rho}$ y \vec{w} representan el vector posición geocéntrico del topocentro y el vector velocidad angular de rotación de la Tierra, respectivamente. Adaptado de *Spherical Astronomy* (p. 97), de R. M. Green, 1985, Cambridge University Press.

La Figura 3.3 muestra una representación esquemática de dicho elipsoide, junto con el vector posición geocéntrico del Topocentro $\vec{\rho}$, el vector velocidad angular de rotación de la Tierra \vec{w} , y las latitudes geocéntrica y geodésica del Topocentro φ_{geoc} y φ_{geod} , respectivamente. Además, en dicha figura son ilustrados los ejes cartesianos del Sistema de Referencia Terrestre, donde el eje Z apunta hacia el Polo Norte Terrestre, el eje X tiene la dirección del Meridiano Geodésico del Observador, y el eje Y, el cual no está representado, se posiciona formando una terna directa.

A partir de las variables introducidas en la Figura 3.3, el vector velocidad de rotación del Topocentro está dado por $\vec{V}=\vec{w}\times\vec{\rho}$. De acuerdo con esto, la magnitud de dicho vector puede ser calculada a partir de la expresión $V=|\vec{V}|=|\vec{w}||\vec{\rho}|\sin(90^\circ-\varphi_{geoc})=|\vec{w}||\vec{\rho}|\cos\varphi_{geoc}$. Dado que la latitud geocéntrica del Topocentro φ_{geoc} no resulta ser dato, debemos expresar la magnitud del vector velocidad del observador en términos de la latitud geodésica φ_{geod} . Teniendo en cuenta las Ecuaciones 2.10, 2.11, y 2.12 presentadas en el Capítulo anterior,

$|\dot{\rho}| \cos \varphi_{geoc} = C \cos \varphi_{geod} = a [\cos^2 \varphi_{geod} + (1-f)^2 \sin^2 \varphi_{geod}]^{-1/2} \cos \varphi_{geod}$ (Green 1985, p. 98), con lo cual la magnitud del vector velocidad del Topocentro podrá expresarse como

$$V = |\vec{w}| a [\cos^2 \varphi_{geod} + (1-f)^2 \sin^2 \varphi_{geod}]^{-1/2} \cos \varphi_{geod} \quad (3.19)$$

Es importante mencionar que la Ecuación 3.19 es sumamente útil ya que cuantifica la magnitud del vector velocidad del Topocentro en función de datos conocidos. Reemplazando la Ecuación 3.19 en las Ecuaciones 3.17 y 3.18, obtenemos los cambios generados por efectos de la aberración diurna en el ángulo horario dt y declinación $d\delta$ de una estrella dada en función de las coordenadas geométricas t_g y δ_g , de la latitud geodésica del Topocentro φ_{geod} , de los parámetros del elipsoide WGS84 a y f , y de la velocidad de la luz c . Las expresiones resultantes se escriben como

$$dt = t_a - t_g = -\frac{|\vec{w}|a}{c} [\cos^2 \varphi_{geod} + (1-f)^2 \sin^2 \varphi_{geod}]^{-1/2} \cos \varphi_{geod} \cos t_g \sec \delta_g \quad (3.20)$$

$$d\delta = \delta_a - \delta_g = \frac{|\vec{w}|a}{c} [\cos^2 \varphi_{geod} + (1-f)^2 \sin^2 \varphi_{geod}]^{-1/2} \cos \varphi_{geod} \sin t_g \sin \delta_g \quad (3.21)$$

El primer término presente en ambas ecuaciones representa el cociente entre la velocidad de rotación de la Tierra para un observador situado en el Ecuador $|\vec{w}|a = 0,464 \text{ km s}^{-1}$ y la velocidad de la luz $c = 299792,458 \text{ km s}^{-1}$. Dicho cociente nos define la constante de aberración diurna en el Ecuador $k_{d,E} = 0,32'' = 0,0213^s$ (Smart, 1977, p. 191). En función de la misma, las ecuaciones finales que representan los cambios generados por efectos de la aberración diurna en el ángulo horario dt y declinación $d\delta$ de una estrella están dadas por

$$dt = t_a - t_g = -k_{d,E} [\cos^2 \varphi_{geod} + (1-f)^2 \sin^2 \varphi_{geod}]^{-1/2} \cos \varphi_{geod} \cos t_g \sec \delta_g \quad (3.22)$$

$$d\delta = \delta_a - \delta_g = k_{d,E} [\cos^2 \varphi_{geod} + (1-f)^2 \sin^2 \varphi_{geod}]^{-1/2} \cos \varphi_{geod} \sin t_g \sin \delta_g \quad (3.23)$$

(Smart, 1977, p. 192). Es importante mencionar una vez más que los cambios en las coordenadas horizontales de una estrella por efectos de la aberración diurna admiten un procedimiento matemático análogo al desarrollado para el sistema ecuatorial local dado que las componentes cartesianas del vector velocidad del Topocentro en el sistema horizontal son equivalentes a aquellas del sistema ecuatorial local. Esto se debe a que, como ya indicamos, el vector velocidad del Topocentro siempre tiene dirección Este, y ambos sistemas tienen sus ejes Y en dicha dirección. De acuerdo con esto, los cambios generados por efectos de la aberración diurna en el acimut dA y altura dh de una estrella se escriben como

$$dA = A_a - A_g = -k_{d,E} [\cos^2 \varphi_{geod} + (1-f)^2 \sin^2 \varphi_{geod}]^{-1/2} \cos \varphi_{geod} \cos A_g \sec h_g \quad (3.24)$$

$$dh = h_a - h_g = k_{d,E} [\cos^2 \varphi_{geod} + (1-f)^2 \sin^2 \varphi_{geod}]^{-1/2} \cos \varphi_{geod} \sin A_g \sin h_g \quad (3.25)$$

donde los subíndices a y g hacen referencia a coordenadas aparentes y geométricas, respectivamente.

Para obtener los cambios en las coordenadas ecuatoriales celestes de una estrella por efectos de la aberración diurna debemos hacer uso de las Ecuaciones 3.13 y 3.14 con el vector velocidad del Topocentro expresado en el sistema ecuatorial celeste. Dado que tanto el eje Z asociado a dicho sistema como aquel del sistema ecuatorial local apuntan hacia el Polo Norte Celeste, que el eje X del sistema ecuatorial celeste está orientado hacia el equinoccio vernal y el eje X del sistema ecuatorial local apunta hacia la intersección del Ecuador Celeste con el Meridiano Superior del Lugar, las coordenadas cartesianas del vector velocidad del Topocentro en el sistema ecuatorial celeste se obtienen a partir de la expresión

$$\vec{V}_{Ec.Cel} = R_Z^{ret}(TSL) \vec{V}_{Ec.L} \quad (3.26)$$

donde $R_Z^{ret}(TSL)$ es la matriz de rotación retrógrada alrededor del eje Z un ángulo igual al Tiempo Sidéreo Local TSL , y $\vec{V}_{Ec.L}$ el vector velocidad del Topocentro en el sistema ecuatorial local, el cual se expresa como $\vec{V}_{Ec.L} = (0, V, 0)$, donde V está dado por la Ecuación 3.19. De acuerdo con esto, el vector velocidad del Topocentro en el sistema ecuatorial celeste está dado por

$$\vec{V}_{Ec.Cel} = \begin{pmatrix} -V \sin TSL \\ V \cos TSL \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

Si reemplazamos cada una de las componentes cartesianas de este vector en las Ecuaciones 3.13 y 3.14, obtenemos que los cambios generados por efectos de la aberración diurna en la ascensión recta $d\alpha$ y declinación $d\delta$ de una estrella se expresan como

$$d\alpha = \alpha_a - \alpha_g = k_{d,E} [\cos^2 \varphi_{geod} + (1-f)^2 \sin^2 \varphi_{geod}]^{-1/2} \cos \varphi_{geod} \cos(TSL - \alpha_g) \sec \delta_g \quad (3.28)$$

$$d\delta = \delta_a - \delta_g = k_{d,E} [\cos^2 \varphi_{geod} + (1-f)^2 \sin^2 \varphi_{geod}]^{-1/2} \cos \varphi_{geod} \sin(TSL - \alpha_g) \sin \delta_g \quad (3.29)$$

donde, una vez más, los subíndices a y g hacen referencia a coordenadas aparentes y geométricas, respectivamente.

Finalmente, para calcular los cambios en las coordenadas eclípticas de una estrella por efectos de la aberración diurna tenemos que usar las Ecuaciones 3.15 y 3.16 con el vector velocidad del Topocentro expresado en el Sistema Ecliptical. Teniendo en cuenta que tanto el eje X asociado a dicho sistema como aquel del sistema ecuatorial celeste apuntan hacia el Equinoccio Vernal γ , que la dirección del eje Z del Sistema Ecliptical coincide con el Polo Norte Ecliptical y el eje Z del sistema ecuatorial celeste está orientado hacia el Polo Norte Celeste, las coordenadas cartesianas del vector velocidad del Topocentro \vec{V}_{Eclip} en el Sistema Ecliptical se calculan a partir de la ecuación

$$\vec{V}_{Eclip} = R_X^{dir}(\epsilon) \vec{V}_{Ec.Cel} \quad (3.30)$$

donde $R_X^{dir}(\epsilon)$ es la matriz de rotación directa alrededor del eje X un ángulo igual a la oblicuidad de la eclíptica ϵ , y $\vec{V}_{Ec.Cel}$ el vector velocidad del Topocentro en el sistema ecuatorial celeste, el cual está dado por la Ecuación 3.27. A partir de estas relaciones, el vector velocidad del Topocentro en el Sistema Ecliptical se escribe como

$$\vec{V}_{Eclip} = \begin{pmatrix} -V \operatorname{sen} TSL \\ V \cos TSL \cos \epsilon \\ -V \cos TSL \operatorname{sen} \epsilon \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

donde V está dado por la Ecuación 3.19. Si reemplazamos cada una de las componentes cartesianas del vector velocidad \vec{V}_{Eclip} en las Ecuaciones 3.15 y 3.16, obtenemos que los cambios generados por efectos de la aberración diurna en la longitud $d\lambda$ y latitud $d\beta$ eclípticas de una estrella están dados por

$$d\lambda = \lambda_a - \lambda_g = k_{d,E} [\cos^2 \varphi_{geod} + (1-f)^2 \operatorname{sen}^2 \varphi_{geod}]^{-1/2} \cos \varphi_{geod} \\ \times (\operatorname{sen} TSL \operatorname{sen} \lambda_g + \cos TSL \cos \epsilon \cos \lambda_g) \sec \beta_g \quad (3.32)$$

$$d\beta = \beta_a - \beta_g = k_{d,E} [\cos^2 \varphi_{geod} + (1-f)^2 \operatorname{sen}^2 \varphi_{geod}]^{-1/2} \cos \varphi_{geod} \\ \times [\operatorname{sen} TSL \operatorname{sen} \beta_g \cos \lambda_g - \cos TSL (\cos \epsilon \operatorname{sen} \beta_g \operatorname{sen} \lambda_g + \operatorname{sen} \epsilon \cos \beta_g)] \quad (3.33)$$

donde, nuevamente, los subíndices a y g se refieren a coordenadas aparentes y geométricas, respectivamente.

Es importante destacar que el tratamiento matemático desarrollado hasta aquí para calcular las correcciones en las coordenadas de una estrella por efectos de la aberración diurna en los diferentes sistemas de trabajo representa un planteo de resolución riguroso.

Aberración anual

Debido al movimiento de traslación del Geocentro alrededor del Baricentro del Sistema Solar es necesario corregir las coordenadas de una estrella por efectos de la aberración anual. En este escenario, la posición geométrica de una estrella será aquella asociada con un Geocentro en reposo, mientras que la posición aparente de dicha estrella será aquella referida al Geocentro en movimiento. Al igual que lo manifestado en el estudio de la variante diurna, la posición geométrica de una estrella siempre será asumida como el dato conocido en el esquema de resolución, mientras que la posición aparente de la misma será la incógnita a determinar.

Los cambios en las coordenadas ecuatoriales celestes ascensión recta $d\alpha$ y declinación $d\delta$ de una estrella producidos por los efectos de la aberración anual pueden ser calculados a partir de las Ecuaciones 3.13 y 3.14, respectivamente. Para hacer esto, el vector velocidad del observador \vec{V} presente en dichas expresiones, el cual representa la velocidad baricéntrica del Geocentro, debe ser expresado en el sistema ecuatorial celeste. Desde un punto de vista práctico, el cálculo de los cambios $d\alpha$ y $d\delta$ para una estrella en un instante dado es un procedimiento sencillo ya que las coordenadas cartesianas del vector velocidad baricéntrico del Geocentro referidas al sistema ecuatorial celeste están tabuladas día por día en el Astronomical Almanac en unidades de UA día⁻¹.

De modo análogo, las Ecuaciones 3.15 y 3.16 nos permiten calcular los cambios en las coordenadas eclípticas longitud $d\lambda$ y latitud $d\beta$ de una estrella producidos por los efectos de la aberración anual. Para ello, debemos expresar las coordenadas cartesianas del vector velocidad baricéntrico del Geocentro en el Sistema Eclíptico. Cumplir con esta tarea requiere tomar el vector velocidad baricéntrico del Geocentro en el sistema ecuatorial celeste tabulado en el Astronomical Almanac, y expresarlo en el Sistema Eclíptico a partir del procedimiento matricial de la Ecuación 3.30.

Al igual que lo planteado en el Capítulo anterior concerniente a los efectos de paralaje anual, si trabajamos con la hipótesis de que el Geocentro se mueve sobre una órbita circular y sin perturbaciones alrededor del Baricentro del Sistema Solar, las ecuaciones que nos brindan los cambios en las coordenadas eclípticas de una estrella por efectos de aberración anual adoptarán una forma muy simple.

De acuerdo a lo ilustrado en la Figura 3.4, si el Geocentro G se mueve sobre una órbita circular y sin perturbaciones, el vector velocidad baricéntrico del Geocentro en el Sistema Ecliptical se escribe como

$$\vec{V}=(V_x, V_y, V_z)=(V \cos \lambda_v, V \operatorname{sen} \lambda_v, 0) \quad (3.34)$$

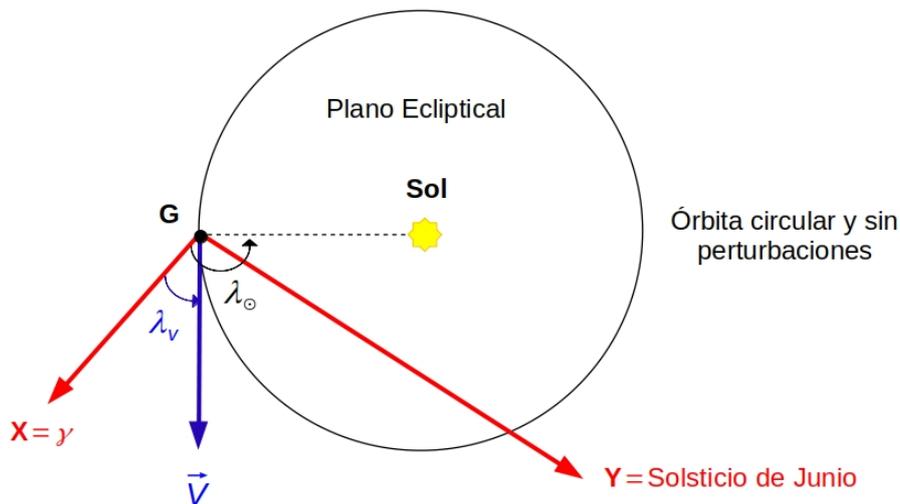
siendo λ_v la longitud ecliptical del vector velocidad \vec{V} . Dado que $\lambda_v=\lambda_\odot-90^\circ$, donde λ_\odot es la longitud ecliptical del Sol, entonces

$$\vec{V}=(V_x, V_y, V_z)=(V \operatorname{sen} \lambda_\odot, -V \cos \lambda_\odot, 0) \quad (3.35)$$

(Green, 1985, p. 191).

Figura 3.4.

Esquema del vector velocidad baricéntrico del Geocentro \vec{V} en el Sistema Ecliptical



Si reemplazamos estas expresiones para las componentes cartesianas del vector velocidad baricéntrico del Geocentro en las Ecuaciones 3.15 y 3.16, los cambios en las coordenadas eclipticales longitud $d\lambda$ y latitud $d\beta$ de una estrella por efectos de aberración anual podrán escribirse como

$$d\lambda=\lambda_a-\lambda_g=-\frac{V}{c} \cos (\lambda_\odot-\lambda_g) \sec \beta_g \quad (3.36)$$

$$d\beta=\beta_a-\beta_g=-\frac{V}{c} \operatorname{sen} (\lambda_\odot-\lambda_g) \operatorname{sen} \beta_g \quad (3.37)$$

donde el cociente entre la magnitud del vector velocidad baricéntrico del Geocentro V y la velocidad de la luz c define la constante de aberración anual $k_a=20.49552''$. Vale la pena mencionar que este valor de la constante es para J2000.0 y es obtenido utilizando el sistema de constantes de la Unión Astronómica Internacional (UAI) de 1976 (Green, 1985, p. 192). Estas ecuaciones simples nos permiten inferir que las coordenadas eclipticales aparentes de una estrella sufrirán cambios periódicos por efecto de la aberración anual a lo largo de un año. Trabajando de modo análogo a lo realizado en el Capítulo anterior para el tratamiento de la paralaje anual, si situamos un par de ejes cartesianos (x, y) con origen en la posición geométrica de la estrella, con x ubicado paralelo al plano de la eclíptica e y en la dirección del meridiano ecliptical de la estrella, $x=d \lambda \cos \beta_g$ mientras que $y=d \beta$. De acuerdo con esto y las Ecuaciones 3.36 y 3.37, es sencillo verificar que

$$\frac{(d \lambda \cos \beta_g)^2}{k_a^2} + \frac{(d \beta)^2}{(k_a \sin \beta_g)^2} = 1 \quad (3.38)$$

la cual representa la ecuación de una elipse. En efecto, dicha expresión nos permite inferir que la posición aparente de una estrella describe una elipse anual alrededor de su posición geométrica, la cual está definida por un semieje mayor igual a k_a , un semieje menor de $k_a \sin \beta_g$, y una excentricidad dada por $\cos \beta_g$. Es interesante notar que el semieje mayor de esta elipse aberracional será equivalente para todas las estrellas, mientras que el semieje menor y la excentricidad dependerán de la posición de la misma relativa a la eclíptica. De manera similar a aquello obtenido para el caso de la elipse paraláctica, la excentricidad de la elipse aberracional depende de la latitud ecliptical de modo tal que dicha elipse será más excéntrica para estrellas ubicadas en localizaciones más cercanas al plano de la eclíptica. De acuerdo con esto, por un lado, la posición aparente de estrellas ubicadas en los polos eclipticales describe una circunferencia de radio k_a alrededor de su posición geométrica dado que la excentricidad de la elipse aberracional es igual a cero. Por otra parte, ya que la Ecuación 3.37 muestra que las estrellas ubicadas en el plano de la eclíptica no tienen cambios en la latitud debido al efecto de aberración anual, la posición aparente de las mismas describe un segmento de longitud $2 k_a$ alrededor de su posición geométrica a lo largo de un año.

Aberración secular y planetaria

El tratamiento concerniente a la aberración diurna y anual descrito en las secciones previas asume que el astro bajo consideración no se desplaza respecto del Baricentro del

Sistema Solar. Sin embargo, esta no es una hipótesis estrictamente válida para las estrellas ni, menos aun, para los objetos de nuestro Sistema Solar. Si consideramos el desplazamiento de la fuente durante el tiempo luz es necesario profundizar la discusión para llevar a cabo un correcto tratamiento del problema. En este contexto hablamos de aberración secular y de aberración planetaria.

Como dijimos, asumir que una estrella se encuentra en reposo respecto del Baricentro del Sistema Solar es sólo una aproximación, ya que la misma experimentará en mayor o menor medida un desplazamiento durante el tiempo luz, el cual se hace evidente a través de su movimiento propio. Las correcciones en las coordenadas teniendo en cuenta el desplazamiento de la fuente estelar define la aberración secular. La incorporación de tales correcciones requiere de un conocimiento preciso del tiempo luz, ya que las mismas resultan ser proporcionales a dicho parámetro. Sin embargo, la baja precisión en la determinación de las distancias estelares, y por ende en el tiempo luz, lleva a que el efecto de la aberración secular no sea tenido en cuenta en los procedimientos prácticos (Green, 1985, p. 190).

La aberración planetaria hace referencia al efecto aberracional total sobre la posición de un astro de nuestro Sistema Solar considerando tanto el movimiento del observador como el desplazamiento de dicho astro durante el tiempo luz.

Para entender el efecto de la aberración planetaria, consideremos un observador O y un dado astro P , tal como se ilustran en la Figura 3.5. A diferencia de lo expuesto en la Figura 3.1, en este caso el astro en consideración se desplaza a una velocidad \vec{v}_p respecto de un sistema de referencia en reposo durante el tiempo luz τ . Luego, sean $\hat{s}_a(t)$ y $\hat{s}_g(t)$ los versores asociados a la posición aparente y a la posición geométrica del astro, ambas en el instante de observación t , y sea \vec{V} el vector velocidad del observador en el instante t referido a un sistema de referencia en reposo. Finalmente, sean $\vec{C}_g(t) = -c\hat{s}_g(t)$ y $\vec{C}_a(t) = -c\hat{s}_a(t)$ el vector velocidad de la radiación emitida por el astro referido a un observador en reposo y en movimiento localizado en $O(t)$, respectivamente, donde c es la velocidad de la luz.

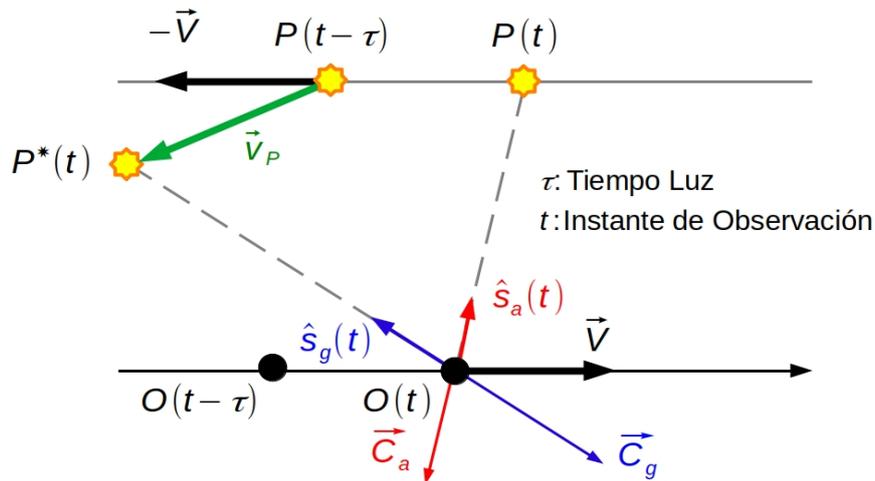
La Ecuación 3.5 representa la expresión vectorial a partir de la cual es posible obtener correcciones tanto por aberración diurna como por aberración anual. Vale la pena recordar que dicha ecuación fue construida asumiendo que el astro bajo estudio no se desplaza respecto del observador.

El vector \vec{V} presente en la Ecuación 3.5 representa el vector velocidad del observador respecto de un sistema de referencia en reposo, o equivalentemente, el vector velocidad del observador respecto del astro, el cual se encuentra en reposo. De acuerdo con esto, es posible adaptar la Ecuación 3.5 con el fin de calcular las correcciones en las coordenadas de un astro por efectos de la aberración planetaria. En efecto, si asumimos que tanto el observador como la

fuentes se desplazan con movimiento rectilíneo uniforme durante el tiempo luz, sólo la velocidad relativa entre ellos resulta ser relevante en el planteo.

Figura 3.5.

Representación esquemática general de la corrección por aberración planetaria.



A partir de las variables introducidas en la Figura 3.5, el vector velocidad del observador respecto del astro está dado por $\vec{V}-\vec{v}_p$. Luego, la ecuación vectorial con la cual vamos a trabajar para afrontar la resolución de una transformación de coordenadas por efectos de aberración planetaria estará dada por

$$\vec{ds} = \hat{s}_a - \hat{s}_g = -\frac{1}{c} \{ \hat{s}_g [\hat{s}_g \cdot (\vec{V} - \vec{v}_p)] - (\vec{V} - \vec{v}_p) \} \quad (3.39)$$

Esta ecuación debe ser utilizada para calcular los cambios en las coordenadas por efectos de aberración para objetos del Sistema Solar (Green, 1985, p. 190).

Referencias

Green, R. M. (1985). *Spherical Astronomy*, Cambridge University Press.

Smart W. M. (1977) *Text-Book on Spherical Astronomy*, Sexta Edición, Cambridge University Press.