

SOBRE EL SIGNIFICADO DE LA NEGACIÓN DIALETHEISTA

Andrés Badenes

UNLP

1. Introducción. Negación y lógica paraconsistente

Una característica definitoria de la lógica paraconsistente es que su relación de consecuencia lógica no es explosiva; tal característica la diferencia de las consecuencias clásica e intuicionista; en estas últimas la determinación explosiva de sus consecuencias queda plasmada en la admisión de la regla llamada *ex contradictione quodlibet* ($p, \sim p \text{ } \dot{\dashv} \text{ } q$: ECQ) (Priest 2002, p. 288-9; Priest y Tanaka 2000, *passim*).

Diversas estrategias fueron adoptadas para crear una manera de realizar una inferencia no trivial; entre éstas, en el sistema DL de De Costa y Wolf (1980) se introdujo una negación más débil que la clásica eliminando ciertas leyes relativas a la negación. De tal manera, se genera una negación, cuyo significado ha sido cuestionado al punto de interrogarse por si aquel operador débil constituye un tipo *real* de negación. Entonces, el problema consiste en determinar qué leyes deben ser suficientes para la caracterización de una negación arbitraria, para luego dilucidar si una negación paraconsistente es o no es una negación. G. Priest (1999) pretende salvar a la negación paraconsistente de aquellas críticas con la propuesta del dialetheismo. En este trabajo preguntaré por si puede Priest, con su propuesta, sortear la crítica de que la negación paraconsistente no constituye una verdadera negación. Intentaré mostrar cómo funciona la propuesta de Priest a la luz de los resultados obtenidos por Lenzen al reflexionar sobre las condiciones 'indispensables' de la negación.

2. La propuesta de W. Lenzen

Lenzen elabora tres tipos de condiciones o principios de adecuación para la determinación de una negación arbitraria: \sim .

1. principios inaceptables:

ejemplo 1: $p \cup q \dashv\vdash \sim p$

ejemplo 2: $p \cup q \dashv\vdash \sim p$

ejemplo 3: $p \dashv\vdash \sim p$

ejemplo 4: $\dashv\vdash \sim p$

2. principios dispensables:

ejemplo 5: $p \dashv\vdash \sim\sim p$

ejemplo 6: $\sim\sim p \dashv\vdash p$

ejemplo 7: $p, \sim p \dashv\vdash q$

ejemplo 8: $\dashv\vdash p \cup \sim p$ (*tertium non datur*: TND)

3. principios indispensables:

ejemplo 9: si $p \dashv\vdash q$, entonces $\sim q \dashv\vdash \sim p$ (*conversio per contrapositionem*: CPC)

(Lenzen *ib.*, p. 214).

Para el intuicionismo el TND clásico no se cumple necesariamente; esto muestra que alguna de las leyes de la negación clásica son dispensables para la consideración de una negación arbitraria. Lenzen se refiere a tales operadores como negaciones fuertes. Estas pueden definirse destacando el hecho según el cual que p sea *no verdadera* no siempre garantiza que p es *falsa* en el sentido fuerte de $\sim p$; porque la verdad de $\sim p$ puede requerir algo más que la mera falsedad clásica de p . Puede representarse la negación intuicionista como: $\sim_s p = \dashv\vdash p$.

Otras lógicas no clásicas han sugerido que ECQ no se cumple necesariamente. En algunos sistemas de lógicas paraconsistentes el operador \sim parece representar una negación débil; la cual puede entenderse de la siguiente manera: $\sim_\omega p = \diamond \neg p$. En la negación débil se sostiene que p es posiblemente falsa, lo cual es compatible con la aserción de que p es verdadera. Por lo tanto, dado que la conjunción de p y $\sim p$ no representa una contradicción ECQ no se cumple para ellas.

Sin embargo, hay un principio general cuyas instancias son elementos determinantes para la caracterización de una negación arbitraria. Este principio nos dice

que si p es tan verdadero como q , es decir, si p implica lógicamente a q , luego inversamente q es tan falso como p ; es decir, la falsedad de q implica lógicamente la falsedad de p . Este el ejemplo 9.

3. Negación dialetheista

Priest (1999) sobreentiende que no hay una sola negación sino más bien distintos tipos de negaciones. El problema se suscita al preguntarse qué razones nos permiten considerar algo como una negación (Priest *ib.*, pp. 101-2). Priest sostiene que la negación construida por una determinada teoría, debe concordar con el objeto real; por lo tanto, la aproximación a la negación no debería considerar sólo una estructura abstracta sino también el objeto al cual eventualmente se refiriera el concepto teórico 'negación' (Priest *ib.*, p. 102-3). El objeto que debería delimitar una teoría de la negación es la relación de contradictoriedad tal como la concibe Aristóteles en *De Interpretatione* 7.

Al indagar sobre la contradictoriedad, Priest reconoce que el TND y el *principium contradictionis* (PC: $\emptyset(p \dot{\cup} \emptyset p)$) tienen que ver con aquella relación; puesto que si dos proposiciones son contradictorias se cumple alguna de ellas pero no ambas y si dos proposiciones son contradictorias no pueden cumplirse ambas a la vez. El comentario de Priest sobre aquellas direcciones que tradicionalmente discutieron TND y PC intenta mostrar los problemas que tienen la lógica paraconsistente y la intuicionista al referirse a la negación. Si desde una posición paraconsistente se admite que hay proposiciones contradictorias que son ambas verdaderas y no se acepta $\emptyset(p \dot{\cup} \emptyset p)$, entonces debería admitirse tanto $p \dot{\cup} \emptyset p$ como $\emptyset(p \dot{\cup} \emptyset p)$. Luego el hecho de que algunas proposiciones contradictorias sean verdaderas no refuta PC (Priest *ib.*, p. 104).

Además, Priest admite cuatro leyes más: ley de doble negación (DN, ejemplos 5 y 6), las dos leyes de de Morgan (DM: $(\sim p \dot{\cup} \sim q) \dot{\delta} \sim(p \dot{\cup} q)$; $\sim(p \dot{\cup} q) \dot{\delta} (\sim p \dot{\cup} \sim q)$) y contraposición en algunos contextos.

3. 1. El concepto de contradicción

Priest distingue entre TND y el llamado principio de bivalencia formulado como 'toda proposición es verdadera o falsa'; uno es independiente del otro. De manera análoga, puede distinguirse entre PC y el principio de consistencia: 'ninguna proposición

es tanto verdadera como falsa' (Priest *ib.*, p. 108). De tal modo, no cae PC, sino que éste puede tener una instancia en la que sea falso. El fundamento del ataque al principio de consistencia reside en la posición dialetheista básica según la cual algunas contradicciones son verdaderas. En consecuencia, la posición de Priest con respecto a las proposiciones contradictorias no valida ECQ, $p, \neg p \vdash q$; puesto que si se toma de entre dos proposiciones contradictorias uno de ellos, p , dándose éste tanto verdadero como falso y q como falso, luego se cumple una instancia de la inferencia que no preserva la verdad. Por el mismo hecho no se cumple la falsedad del antecedente (FA) $\neg p \vdash p \otimes q$ y el silogismo disyuntivo (SD) $p, \neg p \vee q \vdash q$.

4. Argumento en favor de CPC y contraposición en la concepción de la negación dialetheista

Si bien Priest valida todas las leyes de la negación que responden a la lógica clásica, excepto ECQ, FA y SD ajenas a una noción de consecuencia paraconsistente, no se decide sobre la posición de CPC. Como noté, el autor solamente dice que CPC puede validarse en algunos contextos; lo cual, aunque no es una expresión precisa, puede entenderse como al menos reduciendo el rol de CPC en la caracterización de la negación dialetheista. De tal manera, Priest estaría determinando principalmente a su negación dialetheista con PC, TND, las dos leyes DM, y las dos leyes DN. Tal caracterización de la negación confronta con las soluciones propuestas por Lenzen, y recupera el problema de si la negación dialetheista es efectivamente una negación, y el problema más general según el cual la negación paraconsistente no es vista por todos como un tipo real de negación.

En busca de un elemento suficiente para poder determinar a la negación dialetheista de Priest como una negación real me preguntaré por el rol que tiene CPC en la propuesta de aquel autor. Es decir, repararé en el lugar que Priest asignaría a CPC y, en este sentido, intentaré determinar de qué manera se estaría comportando la negación dialetheista desde el punto de vista de las condiciones de adecuación propuestas por Lenzen.

Dos aspectos principales pueden distinguirse para llevar a cabo una presentación de la eventual posición que podría tener la negación dialetheista de Priest con respecto a CPC. En primer lugar, Priest considera que CPC puede validarse sólo en algunas

ocasiones. El ejemplo propuesto por Priest es el siguiente: $(p \textcircled{R} q) \textcircled{R} (\neg q \textcircled{R} \neg p)$ ^[1]. Éste es un ejemplo conflictivo para la lógica paraconsistente. Hay que tener en cuenta que no todo ejemplo de contraposición es extraño a la lógica paraconsistente; por lo menos, desde el punto de vista del riesgo al colapso con el cálculo proposicional clásico. La propuesta de Lenzen provista de otro ejemplo de contraposición permite caracterizar un tipo arbitrario de negación sin producir problemas para una lógica paraconsistente. Especialmente, para un sistema donde rijan todas las leyes de la negación clásica menos ECQ, FA y SD, ‘si $p \vdash q$, entonces $\sim q \vdash \sim p$ ’ no produce ningún problema.

En segundo lugar. Según Lenzen, desde un punto de vista especulativo, pueden pensarse ciertas relaciones lógicas entre afirmaciones y negaciones. Dado un operador de afirmación Φ_A , que una premisa p implique lógicamente q quiere decir que $\Phi_A(p)$ implica lógicamente $\Phi_A(q)$. En consecuencia, si se admite el supuesto de que las expresiones afirmativas, entendidas en sentido amplio, quedan cerradas bajo implicaciones lógicas, entonces, si q fuera falsa, $\sim q$ verdadera, y si p no fuera falsa en el sentido de \sim , es decir $\emptyset \sim p$, luego si \sim es un operador real de negación, $\emptyset \sim$ sería una afirmación y, por tanto, implicaría a $\emptyset \sim q$ y arribamos a la contradicción según la cual $\emptyset \sim q$ y $\sim q$. Cabe preguntarse si puede tal prueba metateórica de Lenzen aplicarse a las concepciones de Priest. La clave de la demostración de Lenzen de su caso de contraposición es una *reductio ad absurdum*; pero como a nivel metateórico Priest rechaza la ley de consistencia, por ende, la prueba de Lenzen no es aplicable a la negación dialetheista.

Considero que la incompatibilidad de la prueba de CPC propuesta por Lenzen con la visión de la ley de consistencia de Priest no es una razón suficiente para decir que la negación dialetheista no sea una negación real; es decir, no es una razón para decidirse sobre el rechazo de CPC por parte de Priest, bajo el supuesto de que la única integración de CPC a una concepción paraconsistente (dialetheista) de la negación no tendría que ser aquella prueba por el absurdo expuesta por Lenzen. En este sentido, creo que debería intentar introducirse el ejemplo de CPC propuesto por Lenzen o algún otro

¹ Es probable que Priest estuviera pensando en un caso similar al cual da Costa y Wolf percibieron como problemático; a saber, ‘ $\emptyset_{LD} (p \textcircled{R} q) \textcircled{R} (\neg q \textcircled{R} \neg p)$ ’. Tal ejemplo, como marca Lenzen, fue visto por da Costa y Wolf, al conjugarse con doble negación, como conducente al colapso de la “lógica dialéctica” en el cálculo proposicional clásico. El punto que marca Lenzen es que el problema suscitado en la lógica dialéctica no es un problema inherente a la contraposición, sino de aquel particular ejemplo que aquellos autores propusieron. De tal manera, cabe diferenciar el ejemplo fuerte de LD del ejemplo propuesto por Lenzen a la hora de conformar una condición de adecuación indispensable para la negación. Tal diferencia no fue vista por Da Costa y Wolf, y parecería incidir en el reparo que tiene Priest con respecto a CPC.

ejemplo en la teoría de la negación de Priest para poder todavía decidir si la concepción de una negación dialetheista registra en el campo de las negaciones reales.

Mi perspectiva es la siguiente. Hay indicios para pensar que contraposición no es ajena a una noción de consecuencia paraconsistente. Por ejemplo, Lenzen considera que el colapso de la lógica dialéctica de da Costa-Wolf con el cálculo proposicional no debería ser adscripto sin más a CPC, sino, por caso, a la doble negación (Lenzen *ib.*, p. 217). Luego, centrándome en la hipótesis de la adecuación de CPC a una noción de consecuencia paraconsistente propongo la demostración de varios casos de CPC, incluso los casos testigos del colapso, en una presentación subestructural para lo que sería la teoría de la negación dialetheista (cfr. *infra*).

4.1. CPC desde un punto de vista estructural

Teniendo en cuenta la teoría de la negación dialetheista propuesta en “What not? ...” considero así la aceptación de TND, PC, DM, DN y la no aceptación de SD, ECQ y FA y propongo demostrar contraposición desde la perspectiva del cálculo estructural elaborado por Gentzen con las restricciones que considero apropiadas. En consecuencia, desde un punto de vista estructural, la restricción que debe reunir un sistema paraconsistente para no derivar ECQ es atenuación en el postsecuente (Paoli 2002, p. 22-24). En 1986, A. Raggio propuso los *calcoli* CG_{ω} construidos a partir de las jerarquías infinitas C de Da Costa. En estos últimos, aquel autor sugirió una restricción operacional: negación en el prosequente (Raggio 1986, p. 183). Tal restricción operacional no puede valer en la teoría de la negación propuesta por Priest porque en ella quedan validados PC, entre otros principios necesitados de negación en el prosequente. Considerando la no validación de SD, ECQ y FA basta con restringir la regla estructural de atenuación en el postsecuente. De tal manera, sin la restricción operacional sobre la negación, CPC queda validado subestructuralmente. A continuación consigno las pruebas.

$B \ddot{\circ} B$
$A \ddot{\circ} A \emptyset B, B \ddot{\circ} (\emptyset i)$
$A \textcircled{\circ} \emptyset B, A, B \ddot{\circ} (\textcircled{i})$
$A \textcircled{\circ} \emptyset B, B \ddot{\circ} \emptyset A (\emptyset d)$

$A \otimes \emptyset B \dot{\cup} B \otimes \emptyset A \ (\otimes d)$
$\dot{\cup} (A \otimes \emptyset B) \otimes (B \otimes \emptyset A) \ (\otimes d)$

$A \dot{\cup} A$
$B \dot{\cup} B \emptyset A, A \dot{\cup} (\emptyset i)$
$B \otimes \emptyset A, B, A \dot{\cup} (\otimes i)$
$B \otimes \emptyset A, A \dot{\cup} \emptyset B \ (\emptyset d)$
$B \otimes \emptyset A \dot{\cup} A \otimes \emptyset B \ (\otimes d)$
$\dot{\cup} (B \otimes \emptyset A) \otimes (A \otimes \emptyset B) \ (\otimes d)$

$A \dot{\cup} A$
$\dot{\cup} A, \emptyset A B \dot{\cup} B \ (\emptyset d)$
$\emptyset A \otimes B \dot{\cup} A, B \ (\otimes i)$
$\emptyset A \otimes B, \emptyset B \dot{\cup} A \ (\emptyset i)$
$\emptyset A \otimes B \dot{\cup} \emptyset B \otimes A \ (\otimes d)$
$\dot{\cup} (\emptyset A \otimes B) \otimes (\emptyset B \otimes A) \ (\otimes d)$

$B \dot{\cup} B A \dot{\cup} A$
$\dot{\cup} B, \emptyset B \emptyset A, A \dot{\cup} (\emptyset id)$
$\emptyset B \otimes \emptyset A, A \dot{\cup} B \ (\otimes i)$
$\emptyset B \otimes \emptyset A \dot{\cup} A \otimes B \ (\otimes d)$
$\dot{\cup} (\emptyset B \otimes \emptyset A) \otimes (A \otimes B) \ (\otimes d)$

$A \ddot{=} A B \ddot{=} B$	
$A \textcircled{=} B, A \ddot{=} B (\textcircled{i})$	
$A \textcircled{=} B, \textcircled{=}B \ddot{=} \textcircled{=}A (\textcircled{id})$	70
$A \textcircled{=} B, \ddot{=} \textcircled{=}B \textcircled{=} \textcircled{=}A (\textcircled{d})$	
$\ddot{=} (A \textcircled{=} B) \textcircled{=} (\textcircled{=}B \textcircled{=} \textcircled{=}A) (\textcircled{d})$	

$B \ddot{=} B$
$\ddot{=} B, \textcircled{=}B (\textcircled{d}) A \ddot{=} A$
$\textcircled{=}B \textcircled{=} A \ddot{=} B, A (\textcircled{i})$
$\textcircled{=}B \textcircled{=} A, \textcircled{=}A \ddot{=} B (\textcircled{i})$
$\textcircled{=}B \textcircled{=} A \ddot{=} \textcircled{=}A \textcircled{=} B (\textcircled{d})$
$\ddot{=} (\textcircled{=}B \textcircled{=} A) \textcircled{=} (\textcircled{=}A \textcircled{=} B) (\textcircled{d})$

5. Conclusiones

Primero. El ámbito de disputa propuesto por Priest sobre el cariz de una negación paraconsistente no es el único desde el cual puede problematizarse el significado de la negación paraconsistente; puesto que además de verse el problema desde la discusión en torno a la contradictoriedad o contrariedad de la negación, es decir, desde PC y TND, también puede considerarse desde CPC.

Segundo. Si bien las razones expuestas por Lenzen sobre el rol de CPC en la caracterización de una negación arbitraria pueden ser fuertes, Priest no puede aceptar la prueba por el absurdo con la que Lenzen pretende demostrar CPC; pues la metateoría de Priest carece de la ley de consistencia.

Tercero. Una razón me permite incluir CPC en la caracterización de la negación dialetheista. Muchos ejemplos de CPC, desde un punto de vista estructural, pueden ser

considerados dialetheistas; ya que para derivarlos no se necesita de atenuación en el postsecuente. Sí se necesita introducción de la negación en el prosequente, pero esto es un requisito propio del dialetheismo porque en esa teoría de la negación deben quedar validados PC, DM, entre otros. A partir de esta razón creo que es posible determinar a la negación dialetheista como real.

Bibliografía

Aristóteles (1956). *De Interpretatione*, en: Minio Paluello (ed.).

da Costa, N. y Wolf, R. (1980). "Studies in paraconsistent Logic I: The dialectical principle of the unity of opposites", *Philosophia* 9, 2, 189-217.

Gabbay, D. M y Guentner, F. (eds.) (1998). *Handbook of Defeasible reasoning and Uncertainty Management Systems*. Dordrecht: Kluwer.

Gabbay, D. y Guentner, F. (eds.) (2002). *Handbook of Philosophical Logic*. Dordrecht: Kluwer.

Gabbay, D. y Wansing, H. (eds.) (1999). *What is Negation?*. Dordrecht-Boston-London: Kluwer.

Gentzen, G. (1955). *Recherches sur la déduction logique*. Paris: PUF.

Lenzen, W. (1998). "Necessary conditions for negations-operators (with particular applications to paraconsistent negation)", en: Gabbay, D. M y Guentner, F. (eds.).

Minio Paluello (ed.) (1956). *Aristotelis Categoriae et Liber De Interpretatione*. Oxford: Oxford University Press.

Palau, G. - Oller, C. (2002). "Negación y Realidad", en *Coloquio Internacional Bariloche de Filosofía*, 2002.

Palau, G. (2002). *Introducción filosófica a las lógicas no clásicas*. Barcelona: Gedisa.

Paoli, F. (2002). *Substructural Logics: A Primer*. Dordrecht: Kluwer.

Priest, G. (1998). "Dialetheism", en: Zalta (ed.).

Priest, G (1999). "What not? A Defence of Dialethic Theory of Negation", en: Gabbay, D. y Wansing (eds.).

Priest, G. (2000). "Paraconsistent Logic", en: Gabbay, D. y Guentner, F. (eds.).

Priest y Tanaka (2000). "Paraconsistent Logic", en: Zalta (ed.).

Raggio, A. (1986). "Propositional sequence-calculi for inconsistent systems", en: World Wide Web URL: <http://dns.uncor.edu/info/raggio/raggio01.htm>.

Zalta, E. N. (ed.) (2003). *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. World Wide Web URL: <http://plato.stanford.edu/>.