

# **Desarrollo de simulaciones computacionales como estrategia de acercamiento a la investigación. Una experiencia en la asignatura Matemática Avanzada de la carrera Ingeniería en Mecatrónica.**

**Eduardo Totter, Silvia Raichman, Aníbal Mirasso**

Facultad de Ingeniería – Universidad Nacional de Cuyo

Centro Universitario (M5502KFA), Ciudad, Mendoza - Argentina

[etotter@fing.uncu.edu.ar](mailto:etotter@fing.uncu.edu.ar), [sraichman@uncu.edu.ar](mailto:sraichman@uncu.edu.ar), [aemirasso@uncu.edu.ar](mailto:aemirasso@uncu.edu.ar)

## **Resumen**

Matemática Avanzada es una asignatura que pertenece al grupo de materias básicas de la carrera de Ingeniería en Mecatrónica, que se dicta en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Cuyo. La asignatura inicia al estudiante en la formulación y comprensión de modelos de sistemas dinámicos lineales y su resolución mediante métodos analíticos y numéricos. La apropiada utilización durante el cursado de la misma de una variedad de recursos tecnológicos, brinda la posibilidad de realizar mejoras en las estrategias didácticas tradicionales, enriqueciendo la calidad del aprendizaje significativo y permitiendo a los alumnos desarrollar actividades asociadas a la investigación. En este trabajo se presenta una descripción de las estrategias aplicadas al proceso educativo, basadas en el uso de simulaciones computacionales, tendientes a lograr en los estudiantes un acercamiento inicial a la investigación científica por medio de la realización de Trabajos Integradores de Investigación. Se muestran los resultados obtenidos luego de la implementación de la propuesta en el segundo semestre del ciclo lectivo 2010, estableciendo posteriormente las conclusiones derivadas de los mismos y proponiendo acciones a cumplir en el desarrollo de posteriores cursos de la asignatura.

**Palabras claves:** Ingeniería en Mecatrónica, Matemática Avanzada, simulaciones computacionales.

## **Introducción**

Matemática Avanzada es una asignatura que pertenece a la estructura curricular de la carrera de Ingeniería en Mecatrónica, que se dicta en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Cuyo en la ciudad de Mendoza, Argentina. La misma se desarrolla durante el cuarto semestre de la carrera y forma parte del grupo de asignaturas básicas de la especialidad, es decir aquellas que son indispensables en la formación del ingeniero en Mecatrónica, (*Plan de Estudios, Ingeniería en Mecatrónica, 2009*).

Matemática Avanzada provee al estudiante de los conocimientos y habilidades necesarias para el estudio y comprensión de los conceptos fundamentales que sustentan la formulación matemática de modelos de sistemas dinámicos reales de interés en Ingeniería en Mecatrónica y brinda a los mismos las herramientas necesarias para su resolución mediante la utilización de métodos analíticos y numéricos apropiados, (*Edwards, Penney, 2009*), (*Chapra, Canale, 2007*).

Por su importancia en el contexto y por conformar la base de sustento de este trabajo, es necesario indicar algunos de los objetivos planteados para el

desarrollo de la asignatura (*Programa de la asignatura Matemática Avanzada, 2010*):

Objetivos *generales*:

- Estimular el interés del estudiante por el dominio de los instrumentos analíticos y numéricos propios del ingeniero.
- Estimular las conductas apropiadas para un profesional que se desenvolverá en un medio en constante evolución: creatividad, curiosidad, objetividad, flexibilidad, espíritu crítico y energía exploratoria.
- Orientar, acompañar y fomentar, en un marco flexible y autónomo, el acercamiento inicial de los estudiantes a la investigación científica.

Objetivos específicos de *conocimientos*:

- Conocer las distintas etapas en el proceso de formulación y resolución de modelos de sistemas dinámicos reales.

Objetivos específicos de *aptitudes*:

- Plantear y resolver modelos matemáticos de interés en Ingeniería en Mecatrónica que involucran ecuaciones diferenciales.
- Comparar la potencialidad y limitaciones de los distintos métodos analíticos y numéricos aplicados a la resolución de problemas que involucran ecuaciones diferenciales en su formulación.
- Realizar experimentación numérica mediante el uso de herramientas computacionales adecuadas para estudiar el comportamiento de sistemas dinámicos lineales.
- Desarrollar herramientas computacionales propias, que permitan abordar adecuadamente la resolución de los problemas planteados.
- Despertar en los alumnos el placer de investigar, por medio de una

intervención flexible, basada en la confianza hacia los estudiantes y sus capacidades.

El éxito en la concreción de los objetivos mencionados, tal como han sido planteados, se encuentra asociado a la apropiada utilización durante el cursado de la asignatura y en el marco del modelo pedagógico de la misma, de una variedad de recursos tecnológicos que brindan una atrayente posibilidad de realizar mejoras en las estrategias didácticas tradicionales, enriqueciendo e incrementando de esta manera la calidad del aprendizaje significativo de los contenidos involucrados y mejorando sustancialmente los procesos de construcción del conocimiento, (*Barberá, 2004*).

Estos recursos brindan además, la posibilidad a los alumnos de dar sus primeros pasos en el camino de la investigación científica, a partir de la utilización de los mismos para la resolución de Trabajos Integradores de Investigación, que se desarrollan durante el cursado de la asignatura.

La utilización de herramientas tecnológicas adecuadas, debidamente articuladas con el resto de los recursos didácticos disponibles, configuran una intervención educativa de gran valor pedagógico que permite crear ambientes de aprendizaje complementarios con elementos pedagógicos adicionales que no es posible recrear en una clase tradicional.

En trabajos anteriores, (*Totter, Raichman, 2009*), (*Raichman, Totter, 2010*), se presentó una propuesta pedagógica basada en la utilización de TIC's, en un modelo de componentes presenciales y virtuales, que incluye el diseño de herramientas computacionales interactivas, utilizadas en la componente virtual de la propuesta. Ésta implicó una mejora sustancial en el rendimiento académico de los estudiantes de la asignatura Geometría Analítica de

Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Cuyo.

En este trabajo se presentan, en el marco del modelo pedagógico de la asignatura Matemática Avanzada de la carrera de Ingeniería en Mecatrónica, las estrategias basadas en el uso de tecnologías aplicadas al proceso educativo, tendientes a lograr un acercamiento inicial de los alumnos a la investigación científica, en concordancia con los objetivos fijados en el programa de la asignatura, tomando como punto de partida que la utilización de las herramientas computacionales dispuestas para tal fin, permiten concretar los principios pedagógicos del aprendizaje como construcción y la autogestión del mismo.

## Descripción de la intervención educativa

Durante el segundo semestre del ciclo lectivo 2010, cursaron la asignatura Matemática Avanzada un total de 12 alumnos. Los mismos fueron seleccionados por una Comisión designada a tal efecto, entre la totalidad de los aspirantes a ingresar a la carrera de Ingeniería en Mecatrónica (*Plan de Estudios, Ingeniería en Mecatrónica, 2009*).

El régimen de cursado es de 4 horas semanales, totalizando una carga horaria para el semestre de 60 horas. El proceso de evaluación formativa de la asignatura (*Litwin, 1998*), incluye tres evaluaciones parciales, en las cuales el estudiante debe acreditar un puntaje mínimo como requisito para obtener la posibilidad, luego de cumplimentar otros requerimientos como son la carpeta de trabajos prácticos aprobada, el Proyecto Integrador de Investigación aprobado y la asistencia mínima cumplida, de rendir el examen final oral teórico-práctico de la asignatura, cuya aprobación acreditará la misma.

Las estrategias educativas, basadas en el uso de recursos tecnológicos, utilizadas en la presente propuesta pedagógica pueden ser clasificadas en dos grandes grupos, en función de la metodología de utilización:

- a) *Estrategias áulicas*. Se basan en la utilización de simulaciones computacionales interactivas, denominadas *Escenarios Matemáticos Interactivos* (EMIs). Las mismas fueron desarrolladas específicamente para esta asignatura, junto con sus actividades, para complementar el desarrollo en el aula de los contenidos seleccionados.
- b) *Estrategias extra-áulicas*. Consiste en la realización por parte de los alumnos de Trabajos Integradores de Investigación, fuertemente sustentados en el desarrollo propio de herramientas computacionales específicas necesarias para el estudio, análisis y experimentación numérica de los temas seleccionados.

A continuación se describen cada uno de los grupos de estrategias mencionados.

### Estrategias áulicas

Las mismas se basan en el concepto de aulas mediadas tecnológicamente, por el cual en este caso, la clase correspondiente al contenido desarrollado, se complementa en forma sincrónica con simulaciones computacionales interactivas denominadas en el marco de este trabajo, *Escenarios Matemáticos Interactivos* (EMIs).

Durante el ciclo lectivo 2010, se diseñaron, programaron y utilizaron para el trabajo diario en las aulas de Matemática Avanzada, las siguientes simulaciones interactivas:

EMI-ECU: Ecuación del Calor Unidimensional.

EMI-EOU: Ecuación de Onda Unidimensional.

EMI-ELBI: Ecuación de Laplace Bidimensional. Estudio del método de Diferencias Finitas

EMI-MOV3: Visualización gráfica de modos naturales de vibración para un sistema estructural dinámico de 3 niveles.

La Figura 1 permite observar una imagen correspondiente al Escenario EMI-ELBI, en donde se destacan sus controles de interactividad y pantalla de visualización, para el caso de una discretización espacial del dominio de 50 elementos, en el estudio de la Ecuación de Laplace en dos dimensiones.

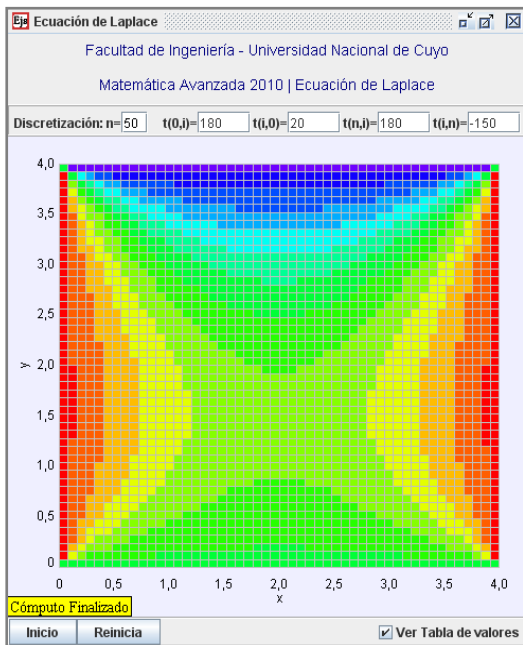


Figura 1. EMI-ELBI. Estudio de la ecuación de Laplace bidimensional.

En la Figura 2 se puede observar una imagen del escenario EMI-MOV3. En la misma se representa el modelo de una estructura edilicia de acero de 3 niveles de altura. El escenario muestra la estructura oscilando en su segundo modo de vibración. Los alumnos pueden observar en este caso, con la utilización de esta herramienta, los distintos modos de vibración de la estructura propuesta, en forma simultánea con el desarrollo del contenido teórico-práctico

presentado, contrastando las formas modales halladas en forma analítica en el trabajo desarrollado, con las que presenta el Escenario descripto.

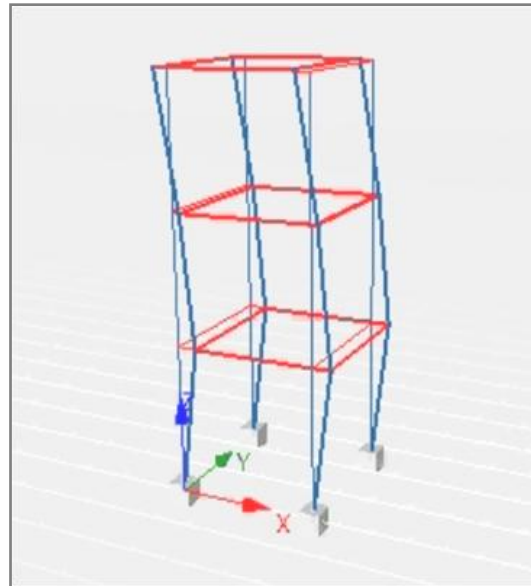
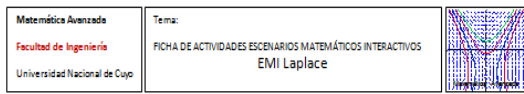


Figura 2. EMI-MOV3. Estudio de los modos de vibración de un modelo dinámico lineal.

Las actividades áulicas complementadas con la utilización de los Escenarios descriptos, se desarrollan en base al planteo de situaciones problema, la observación, el análisis, la reflexión y la integración de conocimientos, estimulando de esta manera el razonamiento, el pensamiento crítico y la confrontación de ideas como procesos en la construcción del conocimiento.

De forma adicional y según la línea de los conceptos vertidos en el párrafo precedente, se desarrollan en el aula, actividades específicamente orientadas a lograr los objetivos mencionados. En la Figura 3 se muestra un ejemplo de actividades de utilización del EMI-ELBI, en las cuales los alumnos, en forma previa a la utilización del Escenario, deben indicar en una Ficha de Actividades, en forma intuitiva, valores de temperatura en una placa, los cuales luego son corroborados por medio de la utilización del Escenario Matemático correspondiente, generando de esta

manera una discusión de estimaciones realizadas y resultados obtenidos.



Ecuación de Laplace

1 - Indique en forma intuitiva la temperatura (°C) en los puntos indicados, para el caso de las discretizaciones señaladas y las condiciones de borde definidas en cada caso.

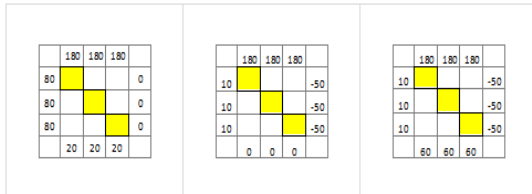


Figura 3. Ejemplo de Ficha de Actividades para la utilización de los Escenarios Matemáticos Interactivos.

El uso de herramientas específicas apropiadas para la asignatura Matemática Avanzada, permite ilustrar conceptos, obtener cálculos en forma rápida y eficiente, proponer y plantear problemas, y ensayar distintas alternativas frente a la variedad de situaciones problema, estimulando de esta manera la creatividad.

### Estrategias extra-áulicas

En virtud de la variedad de contenidos que posee la asignatura y teniendo en cuenta las posibilidades de vinculación de los mismos con diversas aplicaciones en Ingeniería en Mecatrónica, se utiliza una estrategia educativa no sincrónica, por la cual a lo largo del cursado de la asignatura se aborda el desarrollo por parte de los estudiantes de Trabajos Integradores de Investigación, orientados hacia problemáticas asociadas a los contenidos del programa de la asignatura y seleccionados por los propios alumnos. Estos trabajos son realizados en grupos de investigación, de no más de tres alumnos, con el adecuado acompañamiento, orientación y seguimiento por parte de los docentes de la Cátedra.

Al inicio del ciclo lectivo, se procede a realizar un estudio de diagnóstico sobre la totalidad de los alumnos inscriptos para cursar la asignatura, referido a los conocimientos previos que poseen los estudiantes, en relación a la utilización de herramientas informáticas y tecnológicas, lenguajes de programación, utilización de diversos paquetes y herramientas informáticas de cálculo algebraico y numérico. Este relevamiento inicial brinda a los docentes una multiplicidad de datos útiles al momento de orientar y brindar apoyo a los diversos grupos de estudiantes para la selección de sus temas de investigación y para el posterior desarrollo del trabajo según el tema seleccionado.

Como ejemplo ilustrativo de los desarrollos realizados por los alumnos y del nivel de calidad alcanzado en los trabajos, la Figura 4 muestra una visualización de una de las simulaciones interactivas diseñadas por ellos para el estudio y análisis numérico de la ecuación de onda bidimensional, en este caso con una condición inicial de perturbación central en el dominio considerado.

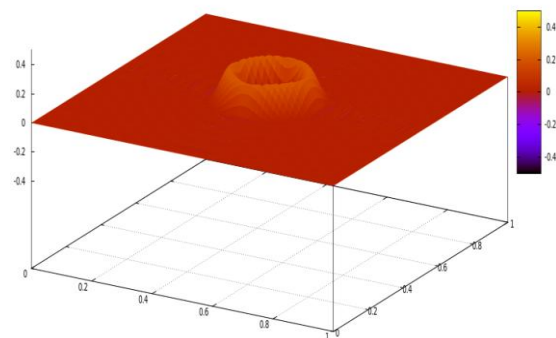


Figura 4. Simulación Interactiva de la Ecuación de Onda Bidimensional.

Por otra parte, la Figura 5 muestra para la misma simulación del ejemplo anterior, el efecto de la reflexión de la

onda estudiada sobre los bordes del dominio, tal cual fue estudiado y analizado numéricamente en el respectivo Trabajo Integrador de Investigación en el cual la simulación fue desarrollada.

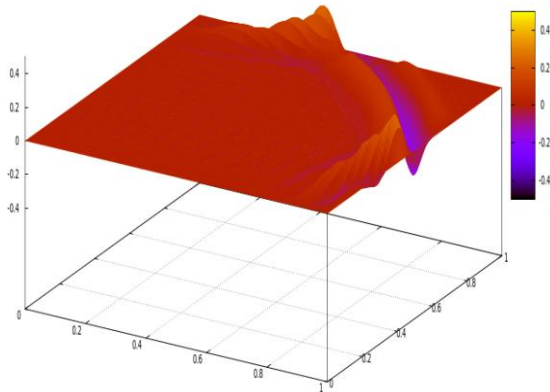


Figura 5. Reflexión de la onda estudiada en los bordes del dominio.

### Actividad de transferencia y divulgación

Al finalizar el ciclo lectivo 2010, se realizó una actividad de transferencia y divulgación, con la participación de todos los alumnos de la asignatura, en la cual los distintos grupos de trabajo presentaron al resto de los estudiantes del curso los resultados obtenidos en sus respectivos Trabajos Integradores de Investigación.

La metodología utilizada para esta actividad fue la simulación de una sesión técnica temática, similar a las usuales en Congresos y Jornadas de Ingeniería, moderada por los docentes de la Cátedra, en la cual los alumnos exponen su trabajo a través de una presentación multimedia. Cada uno de los grupos participantes dispuso de un tiempo de 20 minutos para exponer a sus compañeros todos aquellos aspectos relevantes de sus respectivos trabajos de investigación, generando luego de cada una de las exposiciones, un espacio de discusión y

consulta, con una duración de 10 minutos. Este espacio de debate e interacción, se realiza en un clima de respeto y de entusiasmo por el enriquecimiento del propio trabajo y el de los demás, en el que se ponen en juego los aprendizajes adquiridos.

De esta manera se cierran adecuadamente los primeros pasos dados por los alumnos en el desarrollo de sus Trabajos de Investigación. Se vinculan además los distintos trabajos por medio de la articulación de las distintas temáticas abordadas, logrando aportes del resto de los participantes. La Figura 6 muestra una fotografía de la presentación llevada a cabo por uno de los grupos participantes.



Figura 6. Actividad de transferencia y divulgación. Presentación al resto de los estudiantes de uno de los grupos de trabajo.

### Resultados obtenidos

Los resultados obtenidos luego de la primera implementación de la intervención educativa descripta, durante el segundo semestre del ciclo lectivo 2010, se pueden agrupar desde tres puntos de vista diferentes, en concordancia con las estrategias utilizadas en cada uno de los casos.

## Estrategias áulicas

El desarrollo e implementación de la presente propuesta derivó en la disponibilidad de una serie de simulaciones computacionales que fueron utilizadas en las clases tecnológicamente mediadas descritas en los apartados anteriores.

La Tabla 1 permite observar un detalle de las simulaciones computacionales realizadas y desarrolladas como apoyo al dictado de las clases de la asignatura, con una descripción de las características computacionales de las mismas.

Simulación	Descripción computacional
EMI-ECU	Diseño y Programación en Lenguaje MATLAB <sup>R</sup> .
EMI-EOU	Diseño y Programación en Lenguaje MATLAB <sup>R</sup> .
EMI-ELBI	Diseño y programación en Lenguaje JAVA a partir de la herramienta Easy Java Simulations ( <i>Programa Easy Java Simulations</i> ).
EMI-MOV3	Animación diseñada a partir del modelado estructural y análisis del mismo por medio de la utilización del software SeismoStruct, ( <i>Programa SeismoStruct, 2010</i> ).

Tabla 1. Simulaciones computacionales utilizadas en el dictado de clases de Matemática Avanzada.

A los efectos de resolver los planteos, discusiones y posterior elaboración de conclusiones para cada uno de los trabajos prácticos de la asignatura, y como primer avance en las tareas de investigación, los estudiantes desarrollaron una serie de herramientas computacionales específicas, que es posible observar en la Tabla 2, junto con su correspondiente descripción computacional.

Simulación	Descripción computacional
Estudio de soluciones e influencia del número de términos considerados para la misma, mediante desarrollo en Series de Fourier.	Implementación algebraica en CAS Maxima y Lenguaje Python.
Estudio de la influencia del amortiguamiento en la solución de la ecuación de movimiento de sistemas dinámicos de un grado de libertad.	Implementación e interpretación de resultados en Planilla de cálculo.
Series de Fourier en la determinación de condiciones iniciales en el estudio de la ecuación de onda en una dimensión.	Implementación algebraica en CAS MAXIMA, lenguaje Python y análisis de resultados en software Scilab.

Tabla 2. Simulaciones computacionales desarrolladas por los alumnos en etapa de Trabajos Prácticos.

## Estrategias extra-áulicas

Con respecto a los resultados obtenidos desde el punto de vista de las estrategias extra-áulicas, es importante mencionar en primer lugar, que el 100% de los alumnos que cursaron la asignatura, participaron de la propuesta, formando parte en todos los casos de alguno de los grupos que desarrollaron sus Trabajos Integradores de Investigación. La Tabla 3 permite observar un detalle de los trabajos presentados.

Grupo	Título del trabajo	Descripción computacional
1	Análisis de la ecuación de onda bidimensional. Implementación computacional.	Programación de las rutinas necesarias en lenguaje Python. Análisis algebraico con la utilización de CAS MAXIMA. Visualización de resultados GNU-Plot.
2	Ecuación de flujo dimensional de calor. Aplicación al caso de losas radiantes.	Programación de las rutinas necesarias en lenguaje Python. Análisis algebraico con la utilización de CAS MAXIMA. Análisis numérico a partir de rutinas de Scilab.

3	Brazo robótico de dos grados de libertad. Método Lagrangiano, formulación matricial	Análisis algebraico con la utilización de CAS MAXIMA.
4	Ecuación de Laplace aplicada a un fluido ideal. Estudio de una cañería con obstáculos.	Estudio del problema por medio de simulaciones con elementos finitos.
5	Análisis de la influencia del amortiguamiento y resonancia en un sistema masa-resorte-amortiguador. Solución analítica e implementación computacional.	Análisis algebraico con la utilización de CAS MAXIMA.

Tabla 3. Detalle de las simulaciones computacionales desarrolladas por los alumnos como parte de sus Trabajos Integradores de Investigación.

### Resultados posteriores a la finalización del ciclo lectivo

Luego de la finalización del ciclo lectivo 2010, dos de los grupos de trabajo, compuestos ambos por un total de 5 alumnos, es decir el 41% de los alumnos que comenzaron el cursado de la asignatura, continuaron con el desarrollo de sus respectivos Trabajos Integradores de Investigación, profundizando los mismos, fortaleciendo sus argumentaciones y bases teóricas y realizando nuevas corridas con las herramientas computacionales por ellos desarrolladas, de manera de validar los resultados obtenidos para los problemas específicos estudiados, con resultados disponibles en la literatura.

Este proceso derivó en la presentación para su publicación de dos trabajos, en el marco del Encuentro de Docentes e Investigadores de Ingeniería EniDI 2011, a realizarse en el mes de Mayo 2011 en la ciudad de San Rafael, Mendoza. A la fecha, los dos trabajos han sido aceptados para su publicación y serán

presentados por los alumnos participantes en dicho Encuentro. La Tabla 4 muestra una descripción de lo mencionado.

Grupo	Título del trabajo
1	Análisis del comportamiento de una membrana en movimiento vibratorio con animaciones interactivas.
2	Resolución de ecuaciones diferenciales parciales parabólicas, con condiciones de Neumann y puntos internos de temperatura fija.

Tabla 4. Trabajos presentados por los alumnos para su publicación en EniDI 2011.

### Conclusiones

Se ha presentado una intervención educativa en la asignatura Matemática Avanzada en Ingeniería en Mecatrónica, que promueve el acercamiento de los estudiantes a la investigación científica. Por medio de una estrategia de elaboración de Trabajos Integradores de Investigación, y a partir de la necesidad de desarrollo de simulaciones computacionales propias y de utilización de recursos tecnológicos ya disponibles, se potencian los procesos comprensivos, reflexivos y creativos. El eje de la propuesta lo constituye el aprendizaje autónomo y dinámico de los estudiantes, con la apropiada orientación y seguimiento de los docentes.

En virtud de los resultados presentados, se concluye que la presente propuesta desafía los procesos cognitivos de los estudiantes, motiva a los mismos a la elaboración de herramientas computacionales propias, a la vez que promueve el desarrollo inicial de habilidades vinculadas a la investigación.



## Trabajos a futuro

Luego de la experiencia realizada y del análisis de las variables puestas de manifiesto en las distintas etapas del proceso, se espera contar con nuevas simulaciones para el próximo ciclo lectivo 2011, que complementen a las ya descritas para las aulas mediadas tecnológicamente. Así mismo, se considera conveniente invitar a participar a los estudiantes del ciclo lectivo anterior, los que a partir de su propia experiencia puedan contagiar de entusiasmo por las actividades vinculadas a los Trabajos Integradores de Investigación a los nuevos alumnos.

## Agradecimientos

Los autores agradecen a los estudiantes del ciclo lectivo 2010 por la participación activa en la totalidad de las propuestas realizadas y en especial a los alumnos Armando Cabrerizo y Fernando Cladera por facilitar las Figuras 4 y 5 del presente trabajo.

## Referencias Bibliográficas

Barberá, E., “La Educación en la Red. Actividades virtuales de enseñanza y aprendizaje”; Ediciones Paidós Ibérica, España, 2004.

Chapra, S. Canale R., “Métodos Numéricos para Ingenieros”, Mc Graw Hil Interamericana, México, 2007.

Edwards C.; Penney D., “Ecuaciones Diferenciales y Problemas con Valores en la Frontera. Cómputo y Modelado”. Pearson, Prentice Hall, 2009.

Lenguaje de programación Python.  
[www.python.org](http://www.python.org)

Litwin, E. Camilloni, A, Celman, S., Palou, B., “La evaluación de los aprendizajes en el debate didáctico contemporáneo”, Buenos Aires, Paidós, 1998.

Plan de Estudios de la Carrera de Ingeniería en Mecatrónica, Ordenanza N° 01, Consejo Directivo, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Cuyo, Marzo de 2009.

Programa de análisis estructural SeismoStruct. [www.seissoft.com](http://www.seissoft.com)

Programa de cálculo algebraico computacional CAS MAXIMA.  
<http://maxima.sourceforge.net>

Programa de cálculo científico SCILAB.  
[www.scilab.org](http://www.scilab.org)

Programa de la asignatura Matemática Avanzada, Ingeniería en Mecatrónica. Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Cuyo, Mendoza, 2010.

Programa Easy Java Simulations. Sitio web oficial, <http://fem.um.es/EJS>

Raichman, S. R., Totter, E.; “Creatividad e innovación en la enseñanza de las superficies cuádricas: utilización de escenarios geométricos interactivos en ambientes virtuales complementarios de aprendizaje”. V Seminario Internacional de Legados y Horizontes para el Siglo XXI. U. Nacional del Centro. ISBN 978-950-658-246-3. Tandil, Septiembre de 2010.

Totter, E., Raichman, S. R.; “Creación de espacios virtuales de aprendizaje en el área Ciencias Básicas en carreras de Ingeniería”. Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología, Vol.4. La Plata, Octubre de 2009. <http://teyet-revista.info.unlp.edu.ar/>