

# Diseño de formas en un entorno multidisciplinar mediante herramientas de simulación

Alicia Tinnirello<sup>1,2</sup>, Sara De Federico<sup>1</sup>, Paola Szekieta<sup>1</sup>,

<sup>1</sup> Laboratorio Multidisciplinar de Ciencias Básicas,  
Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Rosario,  
Zeballos 1341, Rosario, Santa Fe, Argentina [atinnirello@frro.utn.edu.ar](mailto:atinnirello@frro.utn.edu.ar)

<sup>2</sup> Facultad Arquitectura Planeamiento y Diseño  
Universidad Nacional de Rosario

**Abstract.** El objetivo de este trabajo es mostrar las actividades interdisciplinarias desarrolladas para abordar el proceso creativo del diseño, a través de la indagación de distintos tipos de visualización de formas variadas, con la incorporación de tecnologías digitales que posibiliten una ágil experimentación y verificación, utilizando diferentes herramientas matemáticas, que dan sustento a los sistemas de diseño asistido por computadora, con el propósito de mostrar la importancia de las mismas en el diseño en las etapas del proyecto final.

**Keywords:** simulación, diseño, modelos analíticos y paramétricos, aprendizaje por proyectos, multidisciplinaria

## 1 Introducción

La forma de trabajo que presentamos se origina a partir del análisis de los distintos sistemas de computación gráfica y su relación con los diferentes modelos matemáticos de los elementos geométricos presentes en los paquetes de diseño asistido, desde los básicos hasta las curvas y superficies de forma libre como son las de Bézier, B-Splines y Nurbs.

En el laboratorio Multidisciplinar del Departamento Ciencias Básicas se desarrolla una propuesta interdisciplinaria entre las asignaturas Fundamentos de Informática, perteneciente al segundo nivel de la carrera Ingeniería Mecánica, y Cálculo Avanzado, perteneciente al tercer nivel de la carrera. La planificación, realización y publicación de proyectos de diseño de elementos de máquinas, piezas o partes de piezas a través de la simulación digital utilizando software de cálculo simbólico, aplicando en su construcción métodos formales y modelos analíticos o paramétricos matemáticos, es uno de los objetivos de la línea de investigación que se lleva adelante.

En el ámbito de las ciencias básicas los estudiantes adquieren un conjunto de conocimientos que forman la base para la comprensión y la aplicación de otras áreas tecnológicas en las instancias superiores de la carrera de grado. Es fundamental que

una fuerte formación básica para poder utilizar en toda su capacidad y disponibilidad. las herramientas de diseño, tales como el SolidWorks, Rhino, Solid Edge, Mechanical Desktop, Comsol, entre otras.

La implementación de sistemas de aprendizaje basado en proyectos interdisciplinarios entre las asignaturas del área Matemática y las de Informática en los primeros niveles de la carrera, permiten consolidar e interrelacionar los conceptos desde los primeros años de cursado.

La incorporación de las superficies paramétricas y las entidades Spline en los sistemas informáticos de modelado de formas ha supuesto la creación de una nueva herramienta gráfica que no solo cubre el vacío que ha dejado la geometría clásica, sino que permite una rápida generación de formas complejas con una mínima cantidad de datos.

Curvas Bézier, B-Spline y de Polígonos continuos, fueron desarrolladas para construir versiones digitales de las líneas de diseño usadas para dibujar las secciones cruzadas de cascos de barcos, fuselajes de avión y diseños de la industria automovilística. La necesidad de establecer un riguroso control geométrico del trazado gráfico de líneas curvas, con recorridos libres en la configuración de la forma de las naves y vehículos derivadas de los respectivos estudios de aerodinámica e hidrodinámica, justificó ampliamente su desarrollo y utilización posibilitando una posterior aplicación al campo del diseño en general.

El diseño industrial las incorpora tempranamente otorgando a sus proyectos un control mas preciso en la ergonomía de la forma. Posteriormente, el diseño arquitectónico encuentra la solución a un problema de representación espacial que hasta ahora casi siempre se había tratado de una manera artesanal e intuitiva.

Actualmente, la mayoría de los programas de modelado 3D calculan representaciones matemáticas NURBS para construir modelos de superficies. Uno de los aportes más importante para el diseño en general ha sido el posibilitar operar, controlar y modelar con algoritmos que superan la complejidad de las ecuaciones cartesianas tradicionales realizándolo solo desde la gráfica y con un manejo intuitivo de la geometría. De esta manera se ha hecho posible para muchos diseñadores y estudiantes prescindir del conocimiento propio de las estructuras geométricas-matemáticas que las sustentan. Hecho que ha generado entre los estudiantes situaciones favorables en algunos casos y contraproducentes en muchos de ellos.

La programación de los B-Splines en lenguajes tradicionales como Fortran, Pascal, C, etc. mediante la evaluación recursiva propuesta por de Boor está sumamente difundida. Sin embargo, a partir de la década de los ochenta con el nacimiento de los sistemas de cálculo simbólico Mathematica, Maple, etc, es posible avanzar un poco más y obtener las expresiones analíticas de los B-Splines que resultarían útiles, en primera instancia, para fines académicos en cursos de grado y posgrado, de acuerdo a la profundidad a otorgarle al tema. Con la finalidad de aprovechar estas nuevas herramientas, específicamente Mathematica, es que hemos elaborado este trabajo en el que se plantea la utilización de los modelos conceptuales que generan las distintas herramientas de construcción de curvas Spline para lograr la creatividad y la motivación necesarias en la enseñanza de las ciencias.

### 3 Distintos Métodos de diseño

La mayor parte de los métodos de diseño de curvas y superficies se basan en la utilización de puntos de control a partir de los cuales se definen como un promedio de los puntos de control,

$$P(u) = \sum_{i=1}^n P_i B_i(u) . \quad (1)$$

donde  $P_i$  son los puntos de control y  $B_i(u)$  son funciones de forma, dadas en forma paramétrica.

Existen diversos métodos de diseño de curvas, con diferentes características. Entre estas, cabe destacar el carácter del método, que puede ser local o global, y el comportamiento respecto a los puntos de control interpolante o no. Un método tiene carácter local cuando la modificación de un punto de control afecta solamente a la forma de la curva, o superficie, en las proximidades del punto de control. Por el contrario, en un método global, la modificación de un punto de control afecta a toda la curva, o superficie. Es más fácil editar una curva o superficie utilizando un método local, ya que permite ajustar la forma de la curva trozo a trozo.

Decimos que un método interpola a los puntos de control cuando el elemento generado curva o superficie pasa por ellos.

Habitualmente es necesario usar polinomios continuos a trozos, para conseguir métodos de diseño local, lo que influye en el grado de continuidad de la curva. El grado de continuidad indica el número de veces que se puede derivar su ecuación obteniendo una función continua.

También se debe tener en cuenta la influencia del grado del polinomio de las funciones de forma. Cuanto mayor sea el grado del polinomio más restricciones podremos aplicar a la curva ya que hay más coeficientes, pero también será mayor la oscilación de ésta, y más costoso su cálculo. Independientemente del método usado, la descripción de la curva se puede realizar usando notación matricial, separando la dependencia con el parámetro de la dependencia con los puntos de control.

En general, la curva se puede expresar como una ecuación matricial en la que interviene una matriz de potencias del parámetro, una matriz de coeficientes, cuyos valores dependerán del método de diseño, y una matriz de puntos de control.

Por ejemplo para  $n = 2$

$$P(u) = \begin{pmatrix} B_0(u) \\ B_1(u) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_0 \\ P_1 \end{pmatrix} . \quad (2)$$

### 3.1 Curvas de Bézier

Una curva de Bézier de grado  $n$ , queda definida por  $n + 1$  vértices  $P_i$  de un polígono que, de modo único, establece la forma de la curva. Matemáticamente se expresa:

$$P(t) = \sum_{i=0}^n P_i J_{n,i}(t) \quad 0 \leq t \leq 1. \quad (3)$$

donde la función de base o de mezcla  $J_{n,i}$ , es un polinomio de Bernstein

$$J_{n,i} = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i}. \quad (4)$$

Las curvas de Bézier tienen una formulación paramétrica, lo que permite valores múltiples o representar una pendiente infinita (tangente vertical) por dos coordenadas finitas. Son independientes del sistema de referencia.

### 3.2 Curvas B-Spline

Poseen muchas de las ventajas de las curvas de Bézier: la posición de los puntos de control influye sobre la forma de la curva, presentan valores múltiples, suavizan las imperfecciones y son independientes del sistema de referencia. Una curva B-Spline, queda definida por  $n + 1$  vértices  $P_i$  de un polígono descriptor, y está dada por:

$$P(t) = \sum_{i=0}^n P_i N_{i,k}(t). \quad (5)$$

La función  $N_{i,k}(t)$ , que determina como cada punto de control influye sobre curva en el tiempo  $t$ , es denominada la función base para dicho punto. Si los puntos de control son seis, se tendrán seis funciones base, una para cada punto. Si cada función tiene la misma forma, en el mismo intervalo son funciones base uniforme, en el caso de que los intervalos no sean del mismo ancho se tiene son no uniformes (NU) de donde proviene el nombre NURBS.

### 3.3. Curvas B-Spline racionales: NURBS

Son la representación más general de una forma, ya que pueden considerarse como una generalización de las B-Spline y Bézier. Una curva B-Spline racional es la proyección sobre el espacio físico tridimensional de una B-Spline no racional definida en el espacio 4D de coordenadas homogéneas. Matemáticamente su formulación es:

$$P(t) = \frac{\sum_{i=0}^n N_{i,k} w_i P_i}{\sum_{i=0}^n N_{i,k}(t) w_i} \quad (6)$$

donde  $P_i$  son los puntos de control (vértices del polígono de control),  $w_i$  son los llamados pesos y  $N_{i,k}(t)$  son las funciones de base definidas sobre el vector de nodos, como se indicó anteriormente. Cuando dicho vector de nodos se genere de un modo no uniforme, la curva racional será una curva NURB (Non Uniform Rational B-Spline).

#### 4 Metodología de trabajo

La exigencia de competencias interdisciplinarias y aquellas orientadas a la acción no condice con la selección de métodos actuales de enseñanza aprendizaje. Por ello, la necesidad de lograr un trabajo por parte del alumno, en el que se conecte la enseñanza teórica y práctica con el entorno ingenieril, habilita a la implementación de actividades bajo la metodología de aprendizaje orientado a proyectos (*Project Based Learning, PBL*) [2] que se caracteriza por la eliminación de la actual división entre teoría y práctica, y la sustituye por una formación de carácter más global e integral, como es la planificación y la realización de proyectos.

Es necesario comprender que la aplicación del PBL tiene que ser un desafío fundamental, que integre el quehacer de todos los ámbitos de la institución universitaria, ya que los proyectos deben colocarse en espacios curriculares centrales en el plan de estudios, y no ser sólo experiencias realizadas por algunos profesores con intención de una renovación didáctica.

Estos proyectos deben ser seleccionados, planificados y dirigidos por los propios estudiantes, con la guía del docente, lo que implica que los profesores se involucran dejando espacio para la libertad y la autonomía en la toma de decisiones por parte de los estudiantes.

De esta forma el alumno adquiere una mayor flexibilidad y conceptualización de los temas en forma interactiva y autogestionada, incorporando al mismo tiempo habilidades para la posterior adaptación al ambiente laboral y al cambio permanente en la tecnología.

#### 5 Realización de los proyectos

La experiencia comienza con clases especiales de los conceptos más importantes en el diseño por computadora: Splines, B-Splines y Nurbs. En estas clases los alumnos comprenden la base teórica de las Splines y su utilización en los software para diseño

3D; asimismo observan la imposibilidad de controlar las gráficas 2D (de las cuales se parte para la construcción espacial) con modelos matemáticos y parametrización.

Se parte de la inquietud de los alumnos, que desean diseñar alguna forma que será utilizada en la elaboración de sus proyectos, o por inquietud en investigar algún diseño preestablecido. Luego se realizan dibujos a mano y en Autocad (pudiendo hacerse en la cátedra de Sistemas de Representación) de los cortes de las piezas seleccionadas. De estos cortes se ingresan en el software un conjunto de puntos referenciales a los que luego se les aplicarán algoritmos de proyección espacial, formando la estructura puntual en 3D de la pieza deseada. Los alumnos hacen pruebas con diferentes modelos matemáticos, obteniendo resultados que varían en calidad y perfección de acuerdo a la visualización deseada.

Luego, con el uso de algoritmos que utilizan NURBS a los puntos que definen un corte o una vista 2D de la pieza, se visualiza la superficie de la estructura y se aplica el formato de la vista (color, brillo, iluminación, ángulo de incidencia, etc) para lograr un acabado realista de la pieza construida.

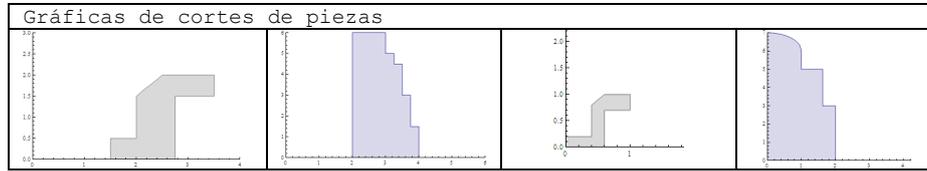
## **5.1 Alcance**

Se incentiva a los estudiantes para que se extiendan tanto como sus propios límites lo posibiliten, sin establecer fechas restrictivas a la creatividad y la investigación, propulsando la autogestión. Solamente se fijan pequeñas reuniones personalizadas para mostrar el grado de avance y los descubrimientos, que se comparten entre todos los grupos, estimulando al trabajo conjunto y la cooperación entre los estudiantes. También se pautan horarios de consulta extracurriculares para despejar dudas o estudiar contextos de programación concretos. Estas horas se toman de las dedicaciones destinadas al proyecto que involucra esta propuesta. Además se habilitan canales de comunicación adicionales vía aplicaciones Web y por medio del espacio virtual del Laboratorio Multidisciplinar.

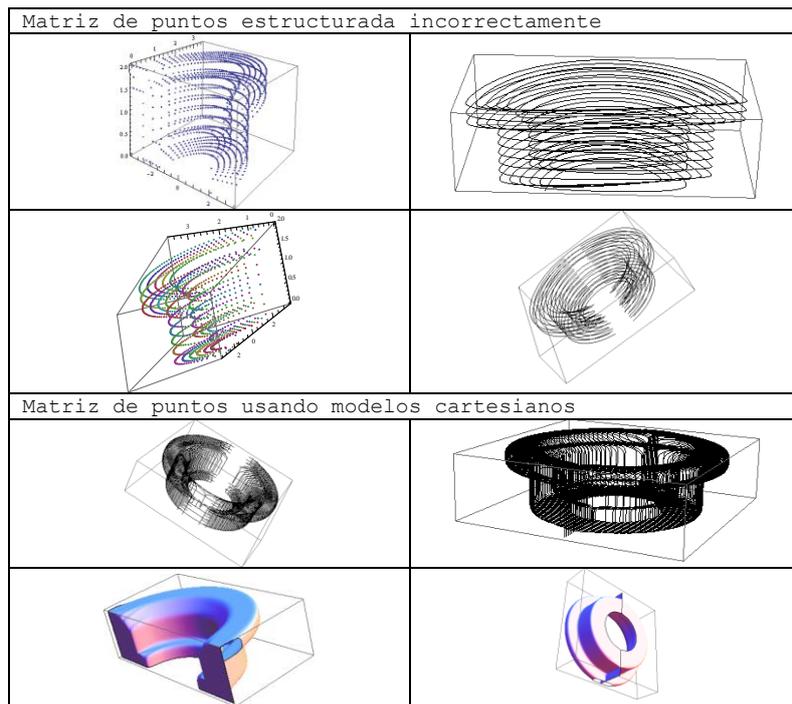
Algunas de las competencias específicas de los proyectos se evalúan a partir del resultado final del mismo, aunque se exige asimismo una presentación formal que se efectúa frente a los compañeros. Esta presentación es una experiencia para el estudiante para defender sus proyectos y enfrentar otras situaciones similares en el entorno profesional, pudiendo explayarse en conceptos como en la exposición de los productos de diseño obtenidos.

## **Resultados**

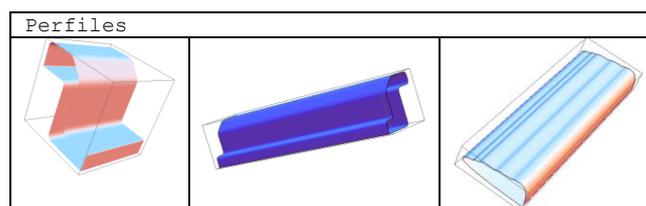
Al seleccionar en forma interactiva las posiciones espaciales para los puntos de control, mediante el conocimiento analítico de algunas formas, un diseñador puede establecer una curva inicial, luego del ajuste polinómico, reestructurar lo realizado cambiando todos o algunos puntos de control. Para ello, podemos destacar las ventajas que significa utilizar el sistema base generado y la posibilidad de introducir cambios en las posiciones de los nodos de forma tal que se logren distintas formas con sólo realizar pequeñas modificaciones en el algoritmo generador de puntos.



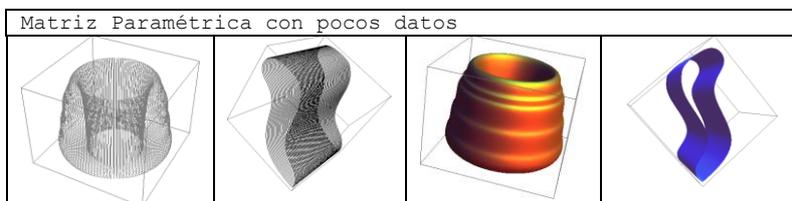
**Fig. 1.** Gráficas digitales de los cortes seleccionados.



**Fig. 2.** Primeros intentos de graficación.

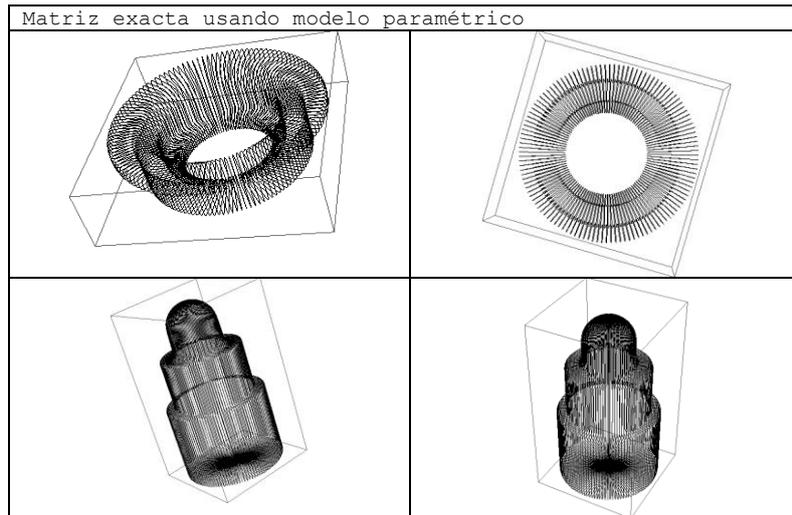


**Fig. 3.** Perfiles obtenidos por traslación.

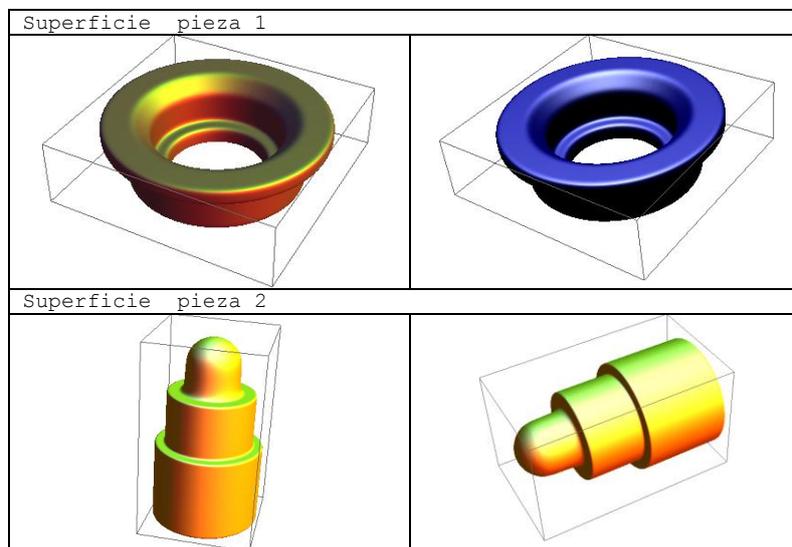


**Fig. 4.** Curvas y superficies obtenidas por B-Splines con pocos datos de referencia.

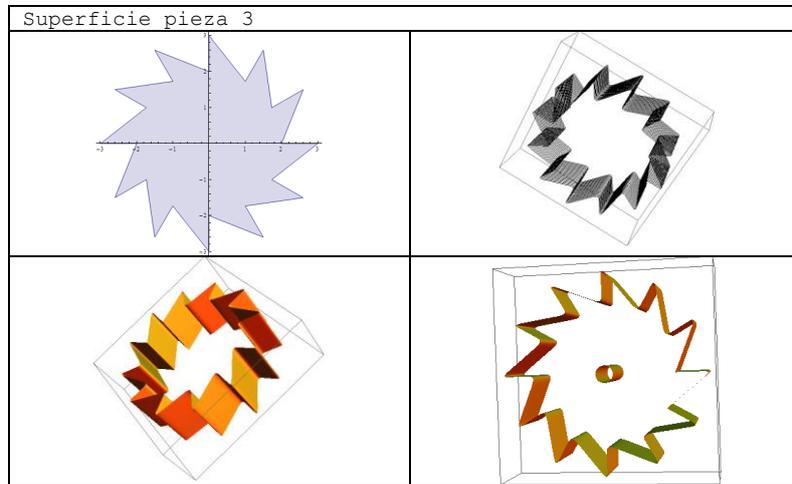
Haciendo pruebas extensivas los grupos de trabajo comprobaron que la utilización de modelos paramétricos para la construcción de la matriz referencial de puntos, genera formas limpias y netas, y se obtienen resultados óptimos de graficación, con una calidad destacable, comparable con los software de diseño 3D, como se observa en la Fig 5.



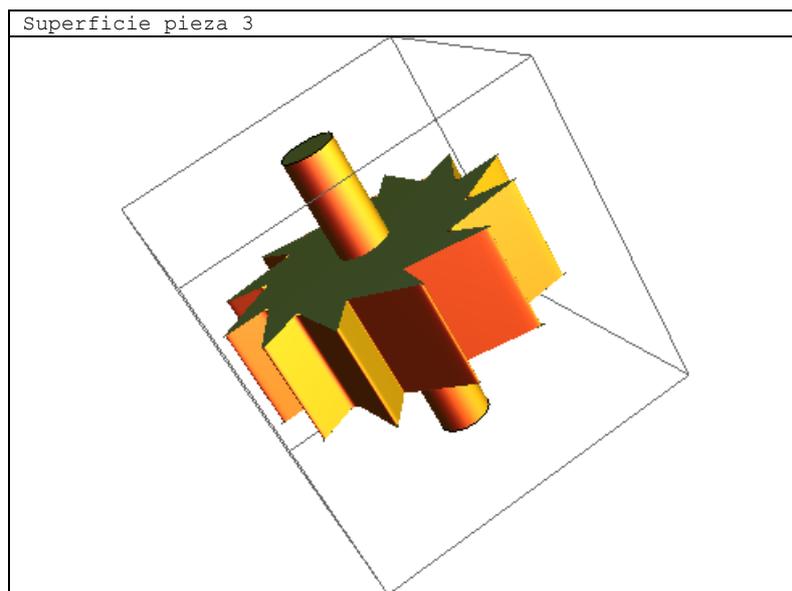
**Fig. 5.** Curvas con alto nivel de resolución y detalle a partir de un modelado paramétrico de los puntos y aplicación de B-Splines.



**Fig. 6.** Superficies con alto nivel de resolución y detalle a partir de un modelado paramétrico de los puntos y aplicación de Nurbs



**Fig. 7.** Armado de pieza paso a paso.



**Fig. 8.** Superficie con tratamiento de color, iluminación y brillo.

Los alumnos evidenciaron una gran dedicación en el desarrollo de los proyectos grupales, involucrándose en este nuevo sistema de aprendizaje, logrando superficies complejas y de gran trabajo de programación para obtener diseños como los que se muestran en la Fig. 8.

## 4. Conclusión

El enfoque multidisciplinar desarrollado permite profundizar e integrar conceptos matemáticos básicos, como así también despertar el interés de los estudiantes en la incorporación de nuevas temáticas, al poder mostrar desde los primeros años de las carreras aplicaciones concretas y presentar líneas de trabajo de reciente desarrollo que motiven hacia una búsqueda constante de nuevos conocimientos.

La creación de un espacio de información simbólico y dinámico es insoslayable en la educación en Ingeniería, los avances en informática y la comunicación, han delineado un nuevo paradigma en la enseñanza de las ciencias, favoreciendo el desarrollo de capacidades intelectuales, la sustitución de técnicas obsoletas por medios más eficientes y rápidos, la interpretación de los conceptos mediante simulaciones y animaciones, y una mejor interacción en el proceso de enseñanza aprendizaje. Esta forma de trabajo permite a los alumnos integrar conocimientos de distintas disciplinas, y formarse para iniciar actividades de investigación en líneas de reciente desarrollo.

## Referencias

1. Delgado Olmos, A. Márquez García, M, Rodríguez Ruiz, F.:El Modelado Analítico-Paramétrico Frente a la Creación Grafica Directa. Ventajas e Inconvenientes. En el XVI Congreso Internacional de Ingeniería Gráfica, Zaragoza (2004)
2. Menéndez, J.: Aprendizaje Por Proyectos la Experiencia en la Universidad de Castilla-La Mancha, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. En Proceedings de la I International Meeting in civil Engineering Education, Ed. Universidad de Castilla La Mancha (2003)
3. Tinnirello, A., De Federico, S.: Simulación dinámica para la Generación de curvas libres. Proceedings of Internacional Conference of Mathematics & Design 2008, organizado por The Internacional Mathematics & Design Association. Universidad Nacional de la Plata (2008).
4. Tinnirello A. Modelos conceptuales para la generación de curvas libres. Proceedings of Internacional Conference of Mathematics & Design 2010, organizado por The Internacional Mathematics & Design Association (2010).
5. Michalik, P., Kim, D. Bruderlin, D.: Sketch-and constraint-based Design of B-Spline Surfaces Computer Graphics Group, Dept. of Technical University of Ilmenau, Germany.
6. Schaefer, S., Levin, D., Goldman, R.: Subdivision, Schemes and Attractors. Eurographics Symposium on Geometry Processing.
7. Chiarella, M.: Superficies paramétricas y Arquitectura: Conceptos, Ideación y Desarrollo. UNL –FADU. Centro de Información y Diseño. (2004)
8. Gleicher, M.: A Curve Tutorial for Introductory Computer Graphics. Department of Computer Sciences University of Wisconsin. (2004)