

Software matemático. Una proyecto con alumnos de nivel medio

Horacio Caraballo, Cecilia Zulema González

Cátedra de Matemática. Cátedra de Computación. Facultad Ciencias Agrarias y Forestales.

Universidad Nacional de La Plata.

carallohoracio@gmail.com ; cgonzalez@agro.unlp.edu.ar

Resumen

En este artículo se presenta una estrategia didáctica e instrumental que resuelve el primer contacto de los alumnos (último año del nivel secundario superior) con el software matemático. En este caso un sistema de álgebra computacional y un programa de matemática dinámica. Esto se da en el marco de un acuerdo de articulación institucional entre la Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales (FCAyF) y el Bachillerato de Bellas Artes "Prof. Francisco a. De Santo" (BBA) de la Universidad Nacional de la Plata.

La propuesta se refiere a superar el umbral de iniciación del software mediante un conjunto de instructivos. Estos instructivos son documentos que se utilizan simultáneamente con los programas y con las guías de trabajos prácticos. Cada instructivo muestra una secuencia de comandos y acciones en la interfase del programa que permite resolver las distintas actividades. La idea es utilizar el software para reelaborar las actividades propuestas en los trabajos prácticos de las materias. Se trata de una aproximación a los programas a partir de su uso directo sobre un tema específico.

Estas actividades se realizaron en 2010 en el laboratorio de Informática de la FCAyF con buenos resultados y se encuentra en desarrollo en este año.

Palabras claves:

Articulación. Software. Instructivos. Recursos didácticos.

Introducción

En nuestro país la incorporación de software educativo a las aulas de Matemática de la escuela media esta muy retrasada en términos comparativos o podría decirse que es casi inexistente. Los motivos son diversos y complejos y no nos proponemos estudiarlos en esta oportunidad. Se puede mencionar como uno de los aspectos fundamentales a la disparidad de recursos de los alumnos y docentes para realizar concretamente el tipo de tareas que implica el uso de programas específicos (computadoras, proyectores, laboratorios de informática, etc.), paradójicamente el software propiamente dicho no es un problema, hay gran cantidad de aplicaciones muy buenas y de dominio público.

La situación ha mejorado en los últimos tiempos y a corto plazo puede hacerlo aun más por la tendencia general que muestra nuestro sistema educativo a incorporar tecnología informática. Parece un momento adecuado para el estudio de las prácticas educativas en un contexto enriquecido por las nuevas herramientas.

En este contexto desde las cátedras de Matemática y de Computación de la FCAyF se emprendieron algunos diseños curriculares aplicables a la enseñanza de la Matemática en entornos enriquecidos por TICs en el ciclo de la enseñanza secundaria superior. Para llevar a cabo esta transferencia educativa e investigar su impacto y utilidad se comenzó estableciendo un vínculo con unos de los colegios del sistema preuniversitario, el BBA. A continuación se resumen los detalles del acuerdo de articulación institucional y el desarrollo del proyecto.

Acuerdo de articulación

Se redactó el acuerdo entre la Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales y el Bachillerato de Bellas Artes "Prof. Francisco A. De Santo" de la Universidad Nacional de La Plata. Se le dio un marco formal quedando el acuerdo como sigue:

Encabezado...

Primero: de forma...

Segundo: El objetivo del presente acuerdo de articulación es desarrollar una propuesta que contemple diferentes metodologías de enseñanza-aprendizaje en el uso y la aplicación de software como herramienta auxiliar de la Matemática. Las actividades se desarrollaran en el gabinete de informática de la Facultad, en el marco del proyecto "Uso de software como auxiliar en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática", utilizando los programas específicos.

Tercero: Los destinatarios del proyecto serán los alumnos de 7º año de la Educación Secundaria del Bachillerato.

Cuarto: Los responsables docentes de la implementación del proyecto serán, por el Bachillerato, el profesor a cargo de las materias optativas "Álgebra y geometría" y "Análisis matemático", y por la Facultad, docentes de los cursos de Matemática y de Computación.

Quinto: Los alumnos del Bachillerato asistirán a las clases previstas en el proyecto, y realizarán un trabajo grupal o individual con el objetivo de concluir con la experiencia propuesta. Cumplidos estos requisitos, la Facultad emitirá un certificado de aprobación y/o asistencia.

Sexto: Los alumnos del Bachillerato concurrirán a la Facultad debidamente autorizados por sus padres o tutores.

El Proyecto

El curso fue diseñado para alumnos de Matemática del último año de la enseñanza secundaria y trata sobre la utilización de software como herramienta que permite:

- Abordar, plantear y resolver problemas geométricos, algebraicos y referidos al análisis de funciones en el plano.
- La innovación en la forma de desarrollar actividades y situaciones didácticas.
- La resolución de problemas de cierta complejidad.

Fundamentación

La incorporación de tecnología informática a la enseñanza de la matemática cubre la necesidad de poner a disposición de docentes y estudiantes nuevas herramientas que facilitan la enseñanza y aprendizaje de conceptos y contenidos, ayudan a resolver problemas y lo que es más importante contribuyen a desarrollar nuevas capacidades cognitivas.

Según Santos Trigo (2001) las calculadoras y computadoras son herramientas esenciales para la enseñanza, el aprendizaje y el desarrollo de las matemáticas. Generan imágenes visuales de las ideas matemáticas, facilitan la organización y el análisis de datos y realizan cálculos de manera eficiente y precisa. Cuando disponen de herramientas tecnológicas, los estudiantes pueden enfocar su atención en procesos de toma de decisiones, reflexión, razonamiento y resolución de problemas.

De acuerdo con Azinian (1998) algunas de las posibilidades que brinda la utilización de este tipo de aplicaciones esta relacionadas con la:

- Interactividad e inmediatez: la posibilidad de producir modificaciones, dar respuestas y

requerir acciones, con inmediatez y fluidez, permite, entre otras cosas, la exploración dinámica de representaciones y el control de una secuencia de acciones.

- Capacidad de almacenamiento y de recuperación de la información.
- Múltiples formas de representación en un mismo medio.
- Polivalencia, versatilidad: el mismo medio puede usarse de diversas maneras, ampliando enfoques.

Las características citadas, además de permitir el desarrollo de ambientes de aprendizaje enriquecidos, pueden ayudar al docente, abriéndole ventanas al proceso de aprendizaje de los alumnos.

Objetivos

- Familiarizar a los alumnos con el uso de los programas.
- Reconocer los programas como instrumentos para plantear y resolver problemas geométricos, algebraicos y referidos al análisis de funciones en el plano.
- Utilizar los programas para desarrollar actividades y situaciones didácticas innovadoras.
- Aplicar los programas a la resolución de problemas estructurados.

Plan de actividades

Los alumnos y el docente del bachillerato trabajan de manera conjunta con los docentes de los cursos de computación y matemática en el laboratorio de informática de la facultad. Se dictan una o dos clases mensuales de tres horas cátedra (120 minutos) de duración a lo largo del año.

Las actividades relacionadas con el manejo de los programas se proponen a través de instructivos, hay guías para los trabajos prácticos y se hace la distribución de los programas entre los participantes, colocándose todo este material en línea.

Metodología

La metodología es eminentemente práctica. Los alumnos trabajan cada uno en una computadora. En las clases hay distintos momentos, predomina el del uso del software en tareas establecidas con la consulta a los docentes, pero también hay momentos de puesta en común y momentos para las explicaciones expositivas. Tanto las puestas en común como las exposiciones se realizan con la ayuda de un proyector.

Por el bachillerato participan alumnos de séptimo año y el docente de las materias optativas “Álgebra y geometría” y “Análisis matemático”. Estas materias pertenecen al primer y segundo cuatrimestre. En la primer materia se revisan todos los temas vistos en el ciclo completo de enseñanza media, de un modo sintético, y luego se los resignifica y relaciona en el marco de las aplicaciones. La segunda materia aborda algunos tópicos relacionados al cálculo de una manera elemental. En ambas el uso de software específico como herramienta auxiliar agrega una dimensión más al aprendizaje. Por la facultad participarán docentes de los cursos de matemática y de computación quienes realizan una propuesta didáctica que contempla diferentes metodologías utilizando los programas.

Elección del Software

Entre los numerosos programas que se utilizan en Matemática, podríamos hacer una clasificación simple en dos categorías:

- Sistemas de Álgebra Computacional (CAS), que permiten cálculos simbólicos y numéricos,

y también representaciones simbólicas. Por ejemplo: Maple, Mathematica, MatLab entre los comerciales y Maxima y Octave entre los GNU-GPL. Los comandos se introducen, esencialmente, con el teclado.

- Sistemas de Geometría Dinámica (DGS), que actualmente han evolucionado y pueden considerarse en general sistemas de Matemática dinámica. Estos entornos permiten la introducción directa en la ventana gráfica de objetos geométricos y la representación dinámica de los mismos. Aquí estarían Geogebra, Cabri, Regla y Compás y otros. Los comandos se introducen, fundamentalmente, con el ratón.

Luego de evaluar una serie de programas se empezó por descartar los propietarios o comerciales (Mathematica, Matlab, Maple, Cabri, etc.) ya que es necesaria la distribución libre para los alumnos. Se prestó, entonces, atención a Maxima, Sage, Octave, Scilab, Geogebra, CAR, CARMetal, GeoNext, etc. recayendo nuestra preferencia en Maxima y Geogebra.

La elección de Maxima está basada en las siguientes características:

- Tiene licencia GPL GNU, es software libre y se descarga y distribuye gratuitamente.
- Es relativamente “pequeño”, 24 Mb para versión 5.20.1 (diciembre de 2009) para Windows.
- Se instala fácilmente.
- Tiene una interfase gráfica simple y eficiente (wxMaxima).
- Está correctamente documentado.
- Está disponible en castellano.
- Existen varios manuales en castellano de reciente factura.

Tomando como fuente la presentación del sitio Web de Maxima podemos decir que este auxiliar matemático es un sistema de algebra computacional. Es un sistema para la manipulación de expresiones simbólicas y numéricas, incluyendo diferenciación, integración, expansión en series de Taylor, transformadas de Laplace, ecuaciones diferenciales ordinarias, sistemas de ecuaciones lineales, vectores, matrices y tensores. Maxima produce resultados con alta precisión usando fracciones exactas y representaciones con aritmética de coma flotante arbitraria. Adicionalmente puede graficar funciones y datos en dos y tres dimensiones. Maxima puede ser compilado sobre varios sistemas incluyendo Windows, Linux y MacOS X. El código fuente para todos los sistemas y los binarios precompilados para Windows y Linux están disponibles en el Administrador de archivos de SourceForge.

Maxima es un descendiente de Macsyma, el sistema de álgebra computacional desarrollado a finales de 1960 en el MIT. Macsyma fue revolucionario en sus días y muchos sistemas posteriores, tales como Maple y Mathematica, estuvieron inspirados en él.

La rama Maxima de Macsyma fue mantenida por William Schelter desde 1982 hasta su muerte en 2001. En 1998 él obtuvo permiso para liberar el código fuente bajo la licencia pública general (GPL) de GNU. Desde su paso a un grupo de usuarios y desarrolladores, Maxima ha adquirido una gran cantidad de usuarios.

Geogebra tiene algo de las dos categorías, pero no de forma separada, y esto es lo más interesante. Combina las representaciones gráficas y simbólicas ofreciendo ambas al mismo tiempo. Aclaremos que no tiene la potencia de los programas CAS ya que está diseñado para la educación mientras que los otros programas están diseñados para uso profesional y sí tiene las mismas funcionalidades que los programas DGS. Por un lado es un sistema de geometría dinámica. Permite realizar construcciones tanto con

puntos, vectores, segmentos, rectas, secciones cónicas como con funciones que a posteriori pueden modificarse dinámicamente. Por otro lado, se pueden ingresar ecuaciones y coordenadas directamente. Así, GeoGebra tiene la potencia de manejar sus objetos con variables vinculadas a números, vectores y puntos; permite hallar derivadas e integrales de funciones y ofrece un repertorio de comandos propios del análisis matemático, para identificar puntos singulares de una función, raíces, extremos, etc.

Resumiendo, GeoGebra es un software libre, de plataformas múltiples que está diseñado para la educación. Permite abordar dinámicamente el estudio de la matemática en un ámbito en que se reúnen la Geometría, el Álgebra y el Cálculo.

Algunas características relevantes de GeoGebra:

- Es gratuito y de código abierto (GNU GPL).
- Está disponible en español, incluido el manual de ayuda.
- Presenta foros en varios idiomas, el castellano entre ellos.
- Ofrece una wiki en donde compartir las propias realizaciones con los demás.
- Usa la multiplataforma de Java, lo que garantiza su portabilidad a sistemas de Windows, Linux, Solaris o MacOS X.
- Las realizaciones son fácilmente exportables a páginas web, por lo que podemos crear páginas dinámicas en pocos segundos.

Instructivos

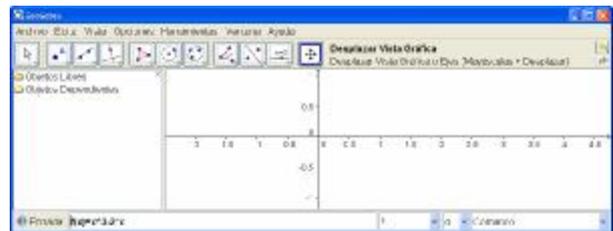
A continuación se muestra como ejemplo el primero de los instructivos que se utiliza para graficar funciones en plano. Está resumido por razones de espacio. En la practica es un documento .pdf que se utiliza como primer contacto con los procedimientos y comandos

del software que se relacionan con los trabajos prácticos propiamente dichos. Luego de haber seguido los pasos del instructivo se utiliza el software para resolver los trabajos prácticos propuestos, el instructivo sigue actuando como auxiliar para esta tarea.

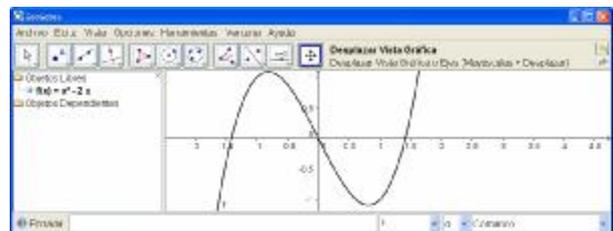
Funciones con GeoGebra

(los alumnos han tenido contacto previo con GeoGebra para otros temas, es la primera vez que lo utilizan para graficar funciones)

Directamente en la línea de entrada escribir la función. Por ejemplo:



Luego de dar enter se obtendrá:



Recordar que con clic derecho sobre la función en la ventana algebraica se tiene acceso a las propiedades.

Otra alternativa es ir al comando Función, la sintaxis es:

Función [expresión, xmin, xmax]

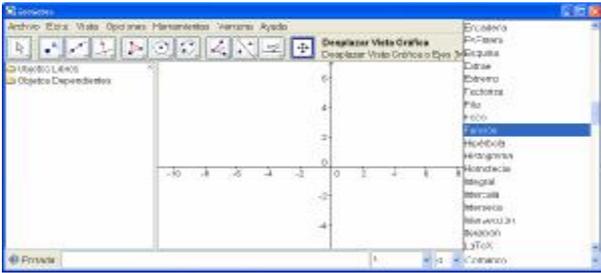
Notar el acento en Función.

expresión es la función de x por ejemplo $x^3 - 2x$

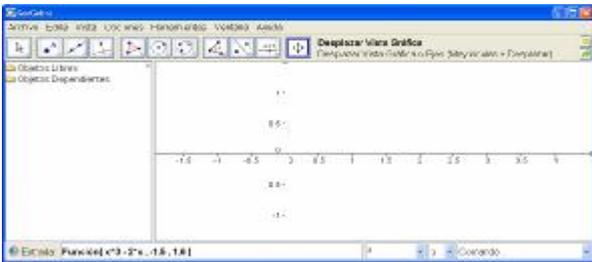
xmin y xmax da la restricción al dominio.

Ejemplo:

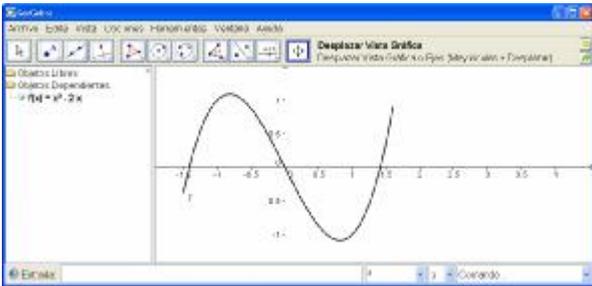
Ir a Comando ... Funcion



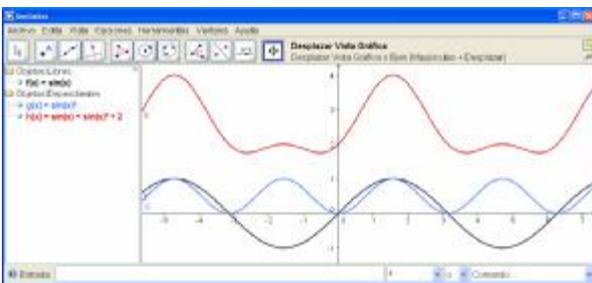
Completar los argumentos de Función en la línea de Entrada:



Dar enter:



Se pueden graficar varias funciones y operar entre ellas por ejemplo:



Funciones definidas a trozos:

Se pueden graficar con el comando Función para cada uno de los trozos restringiendo los dominios de manera adecuada.

Otra alternativa es utilizar el comando Si

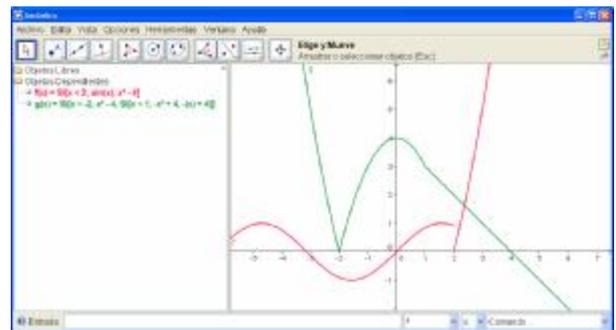
Si[condición, Objeto a, Objeto b]: Proporciona el Objeto a si la condición resulta cierta, y el Objeto b si se la evalúa falsa.

Si $[x < 2, \sin(x), x^2 - 4]$ ofrece una función igual a:

$\sin(x)$ para $x < 2$ o $x^2 - 4$ para $x \geq 2$.

El comando Si puede anidarse:

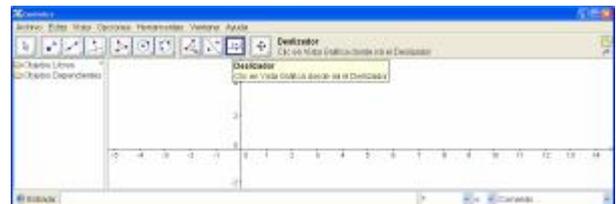
Si $[x < -2, x^2 - 4, \text{Si}[x < 1, -x^2 + 4, -(x) + 4]]$



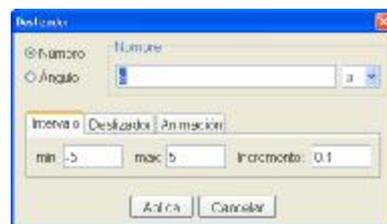
Deslizadores

Un deslizador es un objeto gráfico que permite elegir un número cualquiera de un conjunto dado.

Seleccionar el botón:

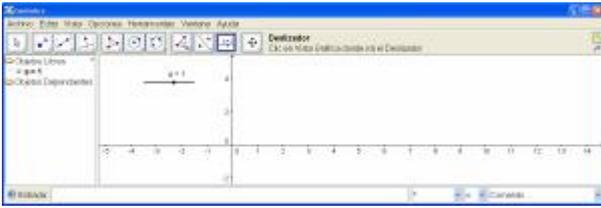


Dar clic en la zona grafica, se presenta la caja de dialogo del deslizador

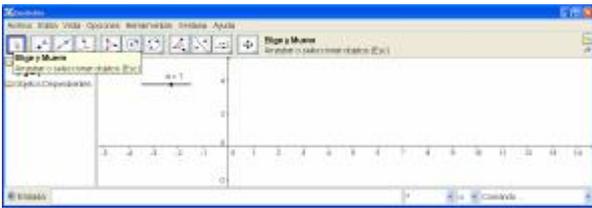


Por defecto se proponen todos los números entre -5 y 5 con un incremento de 0.1

Se edita de ser necesario y se Aplica.

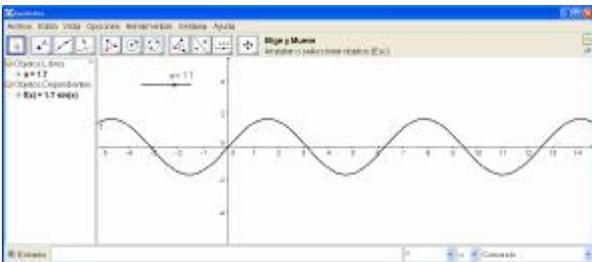


Para deslizar el punto se selecciona el botón Elige y Mueve se hace clic sobre el punto y manteniendo pulsado se mueve.



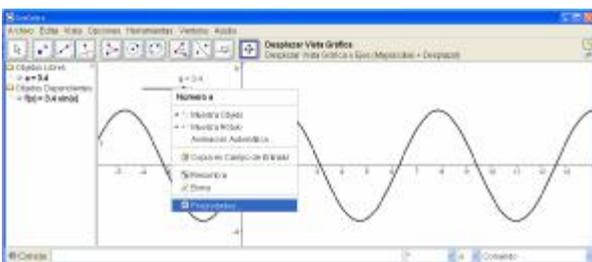
El siguiente ejemplo muestra la utilidad de los deslizadores.

Una vez definido el deslizador a, en la línea de Entrada introduzca: $f(x)=a*\sin(x)$ dar enter para obtener:

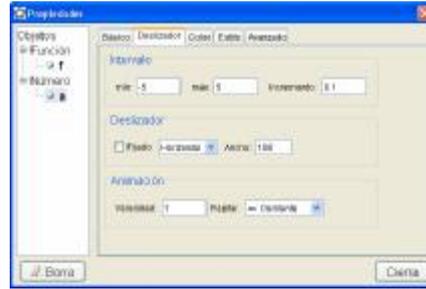


Seleccionar el botón Elige y Mueve hacer clic en el punto del deslizador a y manteniendo pulsado deslizar.

Hacer clic derecho sobre a y elegir propiedades

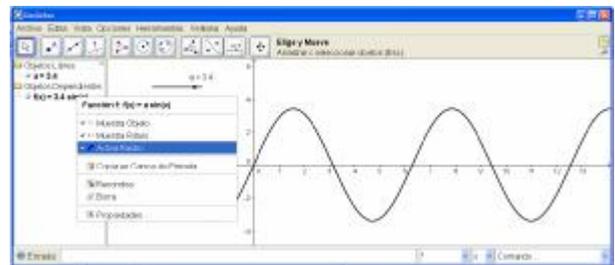


Se presenta la caja de propiedades

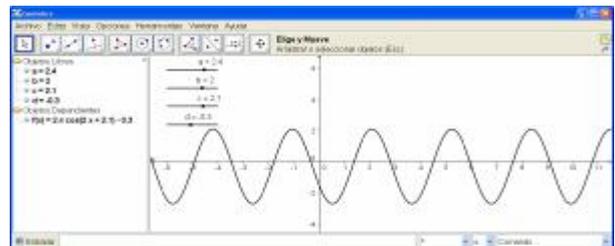


Investigar diferentes posibilidades. Hacer lo propio con la función.

Con clic derecho sobre la función seleccionar Activa Rastro luego utilizar el deslizador



Definir cuatro deslizadores. Definir la función $f(x) = a*\cos(b*x+c)+d$. analizar el rol de cada uno.



Conclusiones

Nuestra experiencia se desarrolló en el segundo cuatrimestre de 2010 y está en ejecución este año con un saldo muy bueno. A los alumnos los motiva el hecho de entrar en la facultad y participan con entusiasmo de las actividades.

Esta modalidad de establecer un acuerdo directo entre instituciones facilita las cuestiones referidas a la salida de los estudiantes del colegio y aclara el tema de las responsabilidades.

El contacto entre docentes de distintos niveles es enriquecedor. En general, a los docentes del nivel medio les interesa acercarse a la actividad universitaria, nuestra experiencia consistió en tratar solo con dos cursos del BBA pero ya tuvimos pedidos de ampliar la oferta.

Respecto de las actividades concretas se nota una predisposición y permeabilidad muy grande para utilizar los nuevos entornos que proponen los programas y para adueñarse de estas herramientas.

El uso de instructivos, como forma didáctica parece un tanto simplista, sin embargo, refiere a un tipo de aprendizaje muy presente en los jóvenes que tiene que ver con el sistema de ensayo y error tan presente en el uso de artefactos electrónicos (celulares, cámaras digitales, etc.) y de herramientas de comunicación (redes sociales, sistemas de mensajería, etc.). En esta situación el instructivo funciona como un sustituto mejorado del ensayo y error.

Nuestra experiencia en este campo es alentadora y esta en desarrollo actualmente.

Bibliografía

Azinian H. (1998). *Capacitación docente para la aplicación de la información en el aula de geometría*. Acta do IV Congresso Iberoamericano de Informática na Educação, Brasília.

Caraballo, H. (2010) *Matemática dinámica. Modelos mediados a partir de TICs*. Jornadas de Enseñanza Media Universitaria (JEMU) 2010. Universidad Nacional de San Juan.

Caraballo, H., González, C. (2010) *Incorporación de software de manera autónoma y asincrónica en un curso de Matemática*. Segundas Jornadas de Educación a Distancia. Dirección de Educación a Distancia de la UNLP.

Caraballo, H., González, C. (2010) *Sistemas de cálculo simbólico. Instructivos*. IX Conferencia Argentina de Educación Matemática. Autor-Expositor. Universidad Nacional de Villa María.

Caraballo, H., González, C. (2009) *Herramientas para la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática. Software libre*. II Jornadas de enseñanza e investigación educativa en el campo de las ciencias exactas y naturales. Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación. UNLP.

García Terán J., Lorenzana A., Magdaleno Martín J. (2003). *Método didáctico para el aprendizaje del uso del sistema de cálculo simbólico Maple*. Departamento de Ingeniería de Estructuras, Ingeniería del Terreno y Edificación. Escuela Universitaria Politécnica de Valladolid

Gomez Gabaldón J. (2004). *Nuevos planteamientos metodológicos en la Enseñanza de la geometría*. Geometría dinámica con Cabri. XVI Congreso Internacional De Ingeniería Gráfica. Zaragoza España.

González C., Caraballo H., (2002). *Curso de introducción al software matemático*. X EMCI (Enseñanza de la Matemática en Carreras de Ingeniería). Universidad Nacional del Nordeste. Resistencia.

González C., Caraballo H., (2008). *Software de matemática dinámica como recurso didáctico*. X Reunión de docentes de Matemática de facultades de Agronomía, Forestales y afines de la Republica Argentina.

Rodríguez Riotorto M. (2008) *Primeros pasos en Maxima*.

Santos Trigo L. (2001). *Potencial didáctico del software dinámico en el aprendizaje de las matemáticas*. Avance y Perspectiva vol. 20. Pág. 247 258