

## La gestión del laboratorio de física asistida por las TIC's.

Ema Elena Aveleyra<sup>1</sup>, Laura Chiabrando<sup>2</sup>, Adrián Ferrini<sup>3</sup>.

(1) *Gabinete de Desarrollo de Metodologías de la Enseñanza. Facultad de Ingeniería – Universidad de Buenos Aires*  
eaveley@fi.uba.ar

(2) *Gabinete de Desarrollo de Metodologías de la Enseñanza. Facultad de Ingeniería – Universidad de Buenos Aires*  
lchiabra@fi.uba.ar

(3) *Facultad de Ingeniería – Universidad de Buenos Aires*  
aferrini@uolsinectis.com.ar

### Resumen

En este artículo se presenta una experiencia educativa universitaria en la que se combina el trabajo en el aula-laboratorio y el desarrollado a través de un entorno virtual de enseñanza y aprendizaje (EVA).

El abordaje tecnológico del trabajo en el aula implica un modo de diseñar, implementar y evaluar, en donde se integren necesidades, competencias a desarrollar, contenidos y recursos en una situación concreta. En este caso el objeto bajo estudio es el de una masa-resorte que, bajo ciertas condiciones experimentales, realiza un movimiento oscilatorio amortiguado. La adquisición de datos se realiza utilizando sensores de fuerza y posición, con el auxilio de un programa el Science Workshop, y con el uso de una planilla de cálculo. Sigue la línea de un trabajo anterior referido al modelo del “*Péndulo Simple o Ideal*” (Ferrini, Aveleyra, 2006), pero a través del análisis de un modelo físico más complejo. La propuesta contempla un diseño didáctico adaptado a los contenidos de la materia y a las particularidades del grupo de estudiantes, en el que se ha

intensificado el trabajo grupal a través de un EVA con la herramienta foro y el correo interno. Este diseño busca generar un espacio colaborativo de trabajo que permita a los estudiantes alcanzar un aprendizaje significativo y crítico sobre el conocimiento en las ciencias naturales.

Se presenta una descripción del contexto, la planificación, el desarrollo de la práctica y del trabajo de los estudiantes en base a la observación realizada por los docentes del curso y a los registros escritos de los estudiantes participantes. Por último, se incluyen algunos comentarios comparativos de los entornos virtuales integrados a esta experiencia y a la práctica del *Péndulo Ideal* respectivamente.

**Palabras claves:** aprendizaje y enseñanza de modelos físicos, universidad, entorno virtual, sensores, trabajo colaborativo.

### Introducción teórica

La construcción del conocimiento científico involucra ciertas competencias para la adquisición de conceptos científicos y para el desarrollo de habilidades de proceso y de interacción en diferentes contextos de aprendizaje. Desde esta visión los tres conocimientos el conceptual, el procedimental y el social tienen la misma jerarquía pero adquieren dimensiones diferenciadas.

En busca de la calidad, la Asociación Americana de Educación Superior (AAHE) propuso ciertos parámetros para la implementación de una “buena práctica” educativa que fueron publicados en su boletín como “The seven principles of good practice in undergraduate education” (Salgado, 2006):

1) Interacción entre profesor y estudiante, estableciendo normas claras, 2) cooperación y colaboración entre los estudiantes, 3) fomento

del aprendizaje activo, 4) retroalimentación pronta tanto de información como de reconocimiento, 5) programación de actividades, 6) comunicación de expectativas altas que impliquen tareas con planteo de problemas reales, 7) respeto por la diversidad de talentos y estilos de aprendizaje.

Se observa que la aplicación de sensores-interfaz-PC en las fases de registro, análisis de datos, elaboración y comunicación de conclusiones, provoca un cambio cualitativo importante respecto a las aportaciones pedagógicas de experiencias de laboratorio tradicionales. Como las actividades se agilizan y simplifican, hay una nueva redistribución temporal de las sesiones de prácticas, en las que se produce un énfasis de las etapas del trabajo experimental, como ser la discusión acerca del diseño de las experiencias y la elaboración de conclusiones a partir del análisis de datos (Martínez, Parrilla Parrilla, 1994).

En cuanto a la aplicación de diferentes contextos de aprendizaje, el b-learning puede definirse “como aquel modo de aprender que combina la enseñanza presencial con la tecnología no presencial: *which combines face-to-face and virtual teaching* (Bartolomé, 2004, p.11). Forma parte de un proceso de integración más amplio que del uso o no de las TIC's, en el marco de una sociedad que, a través de un proceso cultural y tecnológico, se organiza de forma más generalizada en red. Así con la flexibilidad de los medios digitales se pueden combinar de forma crítica diversas metodologías de enseñanza (Castells, 2003)<sup>1</sup>.

En un sistema que integra la enseñanza tradicional y el uso de recursos educativos basados en tecnología Web, la clave es la selección de recursos presenciales y no presenciales en función de los objetivos, los contenidos y las características del contexto. Se puede hablar de integración de paradigmas, en referencia a la complejidad

que implica el diseño, desarrollo e implementación de una solución b-learning (Brennan, 2004), (García Aretio, 2005).

Marsh (2003) cita una estrategia básica para el logro de aprendizajes a través del b-learning como es otorgar más responsabilidad a los estudiantes en su estudio individual. Sin embargo esta responsabilidad debe extenderse también al trabajo grupal, ya que el apoyo a la formación presencial mediante entornos virtuales de aprendizaje se caracteriza fundamentalmente por la flexibilidad e interactividad con el uso de herramientas comunicativas. De ese modo se supera la limitación espacio-temporal y se pueden considerar las necesidades que particularmente puedan presentar los usuarios.

Es necesario diferenciar entre diseño comunicativo y diseño de aprendizaje. El diseño comunicativo se refiere a la planificación y elaboración de los procesos de comunicación que se van a producir, mientras que el diseño de aprendizaje se refiere a cómo facilitar que se produzcan los aprendizajes que interesan. El diseño de aprendizaje implica un diseño comunicativo, pero no a la inversa. En el diseño comunicativo el centro es el mensaje y en el de aprendizaje, el centro es el usuario (Bartolomé, 1999).

Respecto a la flexibilidad, una modalidad de este tipo proporciona a los estudiantes posibilidades extras de aprendizaje, propias de la Educación a Distancia, referidas a cierta autonomía de tiempo, espacio y ritmo de estudio.

### **Situación inicial.**

Los elementos que determinaron el diseño didáctico fueron el tema y su inserción en la currícula, las características y necesidades de los usuarios, los objetivos, el marco y los recursos (en particular los tecnológicos).

---

<sup>1</sup> Citado por Bartolomé (2004).

### **a) Descripción del contexto.**

La experiencia desarrollada con modalidad mixta de aprendizaje, se llevó a cabo en un curso intensivo de física para recursantes, en una facultad de ingeniería de gestión estatal. Por ello, el contexto es muy particular y las inquietudes de los estudiantes son diferentes respecto a las de los cursos regulares que se dictan durante el año lectivo, ya que conocen el programa de la materia, la guía de ejercicios, las prácticas de laboratorio obligatorias y tienen expectativas diferentes en cuanto al enfoque de la materia proporcionada por los docentes.

El curso de 40 estudiantes fue dividido en 5 grupos de trabajo y participaron 4 docentes.

### **b) Uso de TIC's: entornos virtuales y sensores.**

La implementación con la modalidad b-learning en dos cursos de la materia data desde fines del 2005, y con resultados muy positivos de acuerdo a la evaluación formativa y sumativa continua que se realiza. Inicialmente el entorno que se utilizó fue Teleduc, desarrollo de la Universidad de Campinas (Brasil). Actualmente también está instalado, en el dominio institucional, el entorno "e-fiuba", que fue utilizado en este curso y que se describirá a continuación. Se trata de una plataforma con código abierto adaptada de "LRN" del MIT. El hosting se realiza en un servidor de ésta y su acceso mediante una inscripción en una base de datos propia. Los niveles de permiso son variables de acuerdo a la participación de los diferentes usuarios: estudiantes, profesores, tutores, administradores y participantes externos. Para la función académica están definidas las herramientas de interacción: actividades, material, foros, mail y evaluaciones. Para una función más administrativa se pueden visualizar: accesos, listados, notas de cada actividad y ponderación, promedios, etc.

En cuanto al hardware del laboratorio se utilizó un equipo experimental de uso didáctico: un móvil PASCO ME-9554, sensores de posición Pasco CI-6742, de fuerza Pasco CI-6537, una interface Pasco 750 y una PC (Pentium II). El sistema para medir, grabar y analizar datos está controlado por la computadora a través del programa Science Workshop. Permite el uso de sensores digitales y analógicos, conectados en forma física a la interface.

## **Desarrollo de la experiencia**

### **a) Propuesta didáctica**

Estudiar el movimiento oscilatorio amortiguado de un carro con un freno aerodinámico, sostenido por un resorte sobre un plano inclinado. En el apéndice (1) se describe el modelo físico bajo estudio.

### **b) Trabajo en el laboratorio y en el entorno.**

Las consignas del trabajo práctico, incluidas en las carpetas "Actividades y Tareas"<sup>2</sup> del entorno, fueron expresadas en forma de guía con amplios grados de libertad de modo de favorecer la reflexión sobre la propia acción.

Se pautaron en el calendario de e-FIUBA las fechas de mediciones en el laboratorio, la que correspondía a la primera entrega del informe y las respectivas fechas de vencimiento.

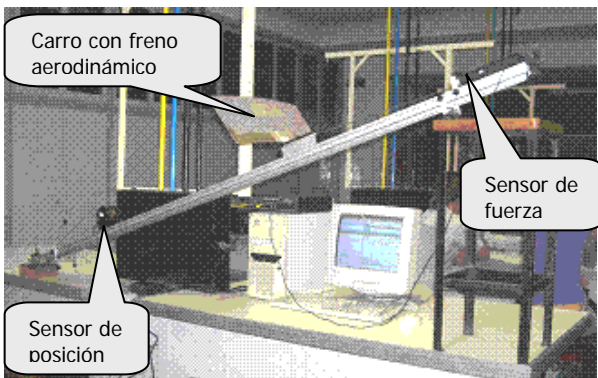
Simultáneamente al desarrollo experimental se habilitó un foro para consultas y trabajo colaborativo con el que a la vez se incentivaba la discusión de temas relacionados con dinámica de las partículas (clásicas).

Antes de iniciar la medición de posición, tiempo y fuerza se mostraron a los estudiantes

---

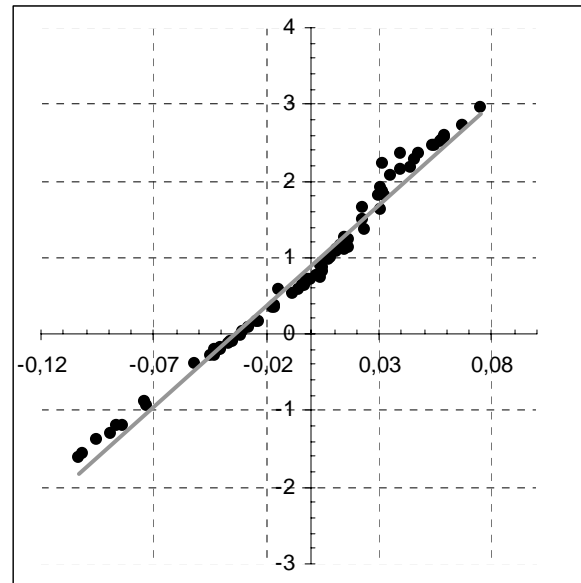
<sup>2</sup> Portlet, que puede ser modificado de acuerdo al criterio docente.

las acciones básicas del software: reseteo del programa, modificación de algunas condiciones del montaje de los equipos como también de las escalas de los gráficos, cantidad de puntos por unidad de tiempo para incorporar a las salidas del soft mediante tablas. Además cada grupo de estudiantes pudo exportar los datos a planillas de cálculo. Como se muestra en la Figura (1) las mediciones se realizaron utilizando los sensores de posición que miden la distancia entre el móvil y el sensor con una frecuencia de 20 mediciones por segundo<sup>3</sup> y el sensor de fuerza el cual mide la fuerza del resorte sobre el carro, con igual frecuencia. Utilizando el programa "Science Workshop" se pueden obtener las tablas correspondientes a la posición, fuerza y tiempo para luego ser exportadas a una planilla de cálculo.



**Figura 1** Dispositivo utilizado

A partir del gráfico de la fuerza en función de la posición (Gráfico 1), los estudiantes calcularon la constante elástica del resorte ( $k$ ) utilizando la función "línea de tendencia" ó el método de cuadrados mínimos (Baird, 1988).



**Gráfico 1** Fuerza del resorte [N], en función del estiramiento [m]

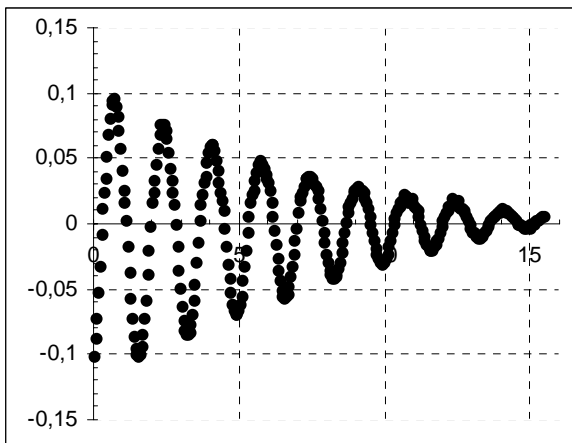
Se puede suponer que el freno aerodinámico ejerce una fuerza proporcional a la velocidad, en sentido contrario al movimiento. Si este modelo resulta adecuado, la ecuación horaria del movimiento es:

$$x(t) = A \cdot e^{-\lambda t} \cdot \text{sen}(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \sigma_0)$$

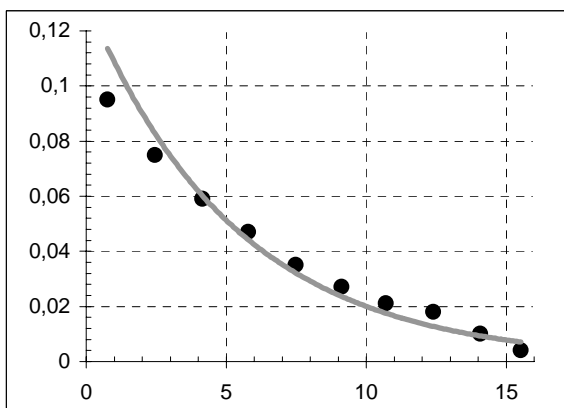
Donde  $\lambda$ , la constante de tiempo, está relacionada con el amortiguamiento,  $f$  es la frecuencia y  $\sigma_0$  la fase inicial del movimiento.

A partir del gráfico de posición en función del tiempo (Gráfico 2) se seleccionaron los máximos relativos, que permitieron calcular la constante de tiempo y el factor de amortiguamiento ( $\lambda$  y  $\gamma$ ). Para ello se utilizó una línea de tendencia exponencial ajustada a la modulación de la amplitud (Gráfico 3).

<sup>3</sup> Con posibilidad de ser modificado.



**Gráfico 2** Estiramiento del resorte[m] en función del tiempo[s]



**Gráfico 3** Estiramiento máximo del resorte[m] en función del tiempo[s]

El factor de amortiguamiento se define como (Hertig, 1978):

$$\gamma = \lambda / \omega_0 \quad \text{con:} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Finalmente, los estudiantes midieron la frecuencia de oscilación ( $f$ ) a partir del gráfico de posición en función del tiempo (Gráfico 2) y la compararon con la calculada a través de los parámetros medidos anteriormente:

$$f = \frac{1}{2 \cdot \pi} \sqrt{\frac{k}{m} - \lambda^2}$$

Donde  $m$  es la masa del carro, determinada con una balanza.

El tratamiento de errores se incluye en el Apéndice (2).

## Justificación y análisis de la propuesta desarrollada

Frente a la situación inicial de los estudiantes y a la importancia asignada a la variable contexto, se propuso una práctica con algunas diferencias de modelo y de ejecución en la aplicación de los conceptos elementales de dinámica. Esta decisión surge de la experiencia del grupo docente y del análisis de un foro de estudiantes para cursos anteriores. Por un lado, al enfrentarse a situaciones novedosas se les permitió a los estudiantes poner a prueba sus conocimientos sobre los modelos físicos. En segundo lugar, la reiteración de prácticas ya realizadas durante la primera cursada es un factor que disminuye la motivación del estudiante. En esta experiencia se incorporó, a través de una "vela", el estudio de la fuerza de rozamiento con el aire proponiendo al estudiante operaciones concretas sobre el sistema real de modo de adecuar un modelo físico que permitiera su estudio (Lombardi, 1999) así como el correspondiente tratamiento de errores. Se despreció la fuerza de rozamiento dinámico seco, la cual en la realidad se estimó mediante una corrida previa del carrito sin "vela". Se verificó, que en esta situación, la oscilación disminuye en amplitud pero en un lapso de tiempo mucho más prolongado que el obtenido con el carrito más "vela". Esto significa que el valor del amortiguamiento debido al roce con el aire, proporcional a la velocidad y de signo contrario a ella, resultó más significativo que el debido a la fricción seca.

La frecuencia de oscilación del carro se obtuvo por dos caminos, a través del gráfico amplitud - tiempo y por aplicación de la fórmula proporcionada por el modelo físico correspondiente. De este modo se esperó favorecer en los estudiantes el desarrollo de

estrategias metacognitivas como, en este caso, el control del propio aprendizaje.

El uso de sensores en el desarrollo de la práctica de laboratorio puede sintetizarse como *una dinámica de ensayo previo, predicción y ensayo de confirmación*. ¿Qué ventajas se pueden remarcar con su incorporación? a) la rapidez en la adquisición de datos, b) la posibilidad de disponer de tablas y gráficos confeccionados por el programa inmediatamente de realizar la experiencia, para este caso la posición y la fuerza en función de tiempo, c) la factibilidad de seleccionar y variar las escalas y, d) la posibilidad de incluir la predicción con la modificación de algún parámetro (Ferrini, Aveleyra, 2006; Aveleyra, Lipovetzky, Garea, 2005).

A estas ventajas del trabajo con sensores se adicionan las propias del trabajo con la plataforma. Para este caso: a) la posibilidad de contar con un calendario flexible, que respondió al monitoreo de cómo los estudiantes avanzaban con la experiencia, b) la interacción en el foro entre estudiantes y estudiantes-docentes respecto a las dificultades y avances en el análisis del modelo y tratamiento de errores.

En cuanto a la aplicación del entorno e-fiuba frente a Teleduc, si bien la primera ofrece más herramientas y se ve facilitado el seguimiento de los estudiantes, el "portafolio" utilizado en el desarrollo de la experiencia del péndulo ideal con apoyo de Teleduc fue muy efectivo para el trabajo colaborativo (Ferrini, Aveleyra, 2006).

## Reflexiones finales

El diseño e implementación de la experiencia fueron realizados teniendo en cuenta los principios de la docencia universitaria efectiva pero adecuado al contexto científico-tecnológico que se requiere para el perfil de un ingeniero. Es así que se favoreció el

contacto entre profesor y estudiante al definir canales de comunicación y tiempos de respuesta, se facilitó la cooperación entre los estudiantes a través de la herramienta foro, se fomentó el aprendizaje activo del estudiante al tener que tomar decisiones continuas respecto a la ejecución de la práctica, se incrementó la retroalimentación con la discusión en clase y a través del entorno, se programaron las actividades a través del calendario y consignas, la comunicación de expectativas altas se logró con una práctica abierta más cercano a un problema real y, se respetaron el ritmo y los estilos de aprendizaje en función del tiempo pautado.

Se reitera la importancia de enfrentar al estudiante a la posibilidad de operar en la construcción del modelo del sistema real bajo estudio, ya que coincidiendo con Lombardi (1999) "no existe el modelo de un sistema real sino una multiplicidad de modelos según los factores considerados relevantes".

Finalmente, si bien los entornos tecnológicos no son determinantes en los resultados de una propuesta pedagógica, su uso y comparación proporcionan información útil a la hora de introducir o adecuar desarrollos de herramientas que resulten más apropiadas para el logro de aprendizajes.

## Bibliografía

Alonso M., Finn E., (1995). *Física*. Estados Unidos: Addison-Wesley Iberoamericana.

Aveleyra E., Ferrini A. (2007). El aprendizaje de modelos físicos con el uso de sensores y su gestión a través de una plataforma de e-learning. I Jornadas de Investigación en Educación: Sujetos, prácticas y alternativas, Mar del Plata. [http://www.formadores.org/rediparc\\_archivos/rediparcinvestigacionesyponencias.htm](http://www.formadores.org/rediparc_archivos/rediparcinvestigacionesyponencias.htm)

Aveleyra E., Lipovetzky J., Garea T. (2005). Aplicación de las TIC's en el laboratorio de

Física. Análisis de una experiencia con aplicación de sensores de fuerza y posición. 1º Congreso de Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC's) en la Enseñanza de las Ciencias, La Plata.

Baird, D.C. (1988). *Experimentación*. México: Prentice Hall.

Bartolomé, A. (2004). Blended Learning. Conceptos básicos. *Píxel-Bit*. Revista de Medios y Educación, 23, 7-20. Recuperado en noviembre de 2006. [www.sav.us.es/pixelbit/articulos/n26/n26art/art2603.htm](http://www.sav.us.es/pixelbit/articulos/n26/n26art/art2603.htm)

Brennan, M. (2004). Blended Learning and Business Change. *Chief Learning Officer Magazine*. Recuperado en setiembre de 2007, <http://www.clomedia.com/content/anmviewer.asp?a=349>

Ferrini A., Aveleyra, E. (2006). El desarrollo de prácticas de laboratorio de física básica mediadas por las NTIC's, para la adquisición y análisis de datos, en una experiencia universitaria con modalidad b-learning. *Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología TE&ET'06*, 1(1).

García Aretio, L. Citado en Informe especial: ¿Es el Blended Learning la respuesta? *Learning Review*, N°9, Oct-Nov. 2005, p.4.

Herrán Martínez, C. Parrilla Parrilla, J. L. (1994). La utilización del ordenador en la realización de experiencias de laboratorio. *Enseñanza de las Ciencias*, noviembre, 12(3).

Hertig, R. (1978). *Mecánica teórica*. Buenos Aires: EUDEBA.

Lombardi, O. (1999). La noción de modelo en ciencias. *Educación en Ciencias*, 2(4), 5-13.

Marsh G., McFadden A. y Price B. (2003). Blended Instruction: Adapting Conventional Instruction for Large Classes. *Online Journal*

*of Distance Learning Administration*, (VI), Number IV. Recuperado setiembre de 2007, <http://www.westga.edu/~distance/ojdla/winter64/marsh64.htm>

Piskunov N. (1978). *Cálculo Diferencial e Integral*. Barcelona: Montaner y Simon.

Salgado García, E. (2006). Siete Principios de la Docencia Universitaria Efectiva. ULACIT. Curso Superior de Docencia Universitaria III. San José, Costa Rica.

## Apéndice 1 Reflexión sobre el modelo físico

Para el modelo del movimiento armónico la amplitud de las oscilaciones es constante. En el modelo de las oscilaciones amortiguadas la amplitud decrece gradualmente hasta que se anula.

Suponemos el caso de una partícula de masa  $m$  acoplada a un resorte ideal de constante  $k$  que se lo desplaza una distancia  $x$  de su posición de equilibrio. La fuerza elástica, de restauración, opuesta al apartamiento respecto a la posición de equilibrio, está dada por:

$$F = -kx \quad (1)$$

El planteo de la expresión matemática de la segunda ley de Newton, si se desprecia el rozamiento con el aire, la dirección del eje  $x$  (dirección del movimiento) y la fuerza (1) se obtiene:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx \quad (2)$$

Una posible solución de esta ecuación diferencial puede expresarse como:

$$y = A \sin(\omega_0 t + \sigma_0) \quad (3)$$

$A$  es la amplitud del movimiento,  $\omega_0$  es su frecuencia angular y  $\sigma_0$  el ángulo de fase o fase inicial.

Si en cambio no se puede despreciar el efecto del rozamiento con el aire se debe introducir una fuerza de resistencia (amortiguamiento) en el planteo de la ecuación (2). Esta fuerza se puede suponer que, en algunos casos, es proporcional y opuesta a la velocidad instantánea de la partícula.

$$F = -bv$$

Con la incorporación de esta fuerza y la segunda ley de Newton, resulta:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - b \frac{dx}{dt} \quad (4)$$

donde  $b > 0$  es una constante que depende del medio y de la forma del cuerpo.

La ecuación (4) puede escribirse también:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{b}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = 0$$

si se reemplaza por conveniencia:

$$\varpi_0^2 = \frac{k}{m} \quad \wedge \quad 2\lambda = \frac{b}{m} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\lambda \frac{dx}{dt} + \varpi_0^2 x = 0 \quad (5)$$

Ésta es la ecuación diferencial del movimiento del oscilador armónico amortiguado. Un efecto del amortiguamiento es la disminución de la frecuencia de oscilación dada por  $\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}$  donde  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$  es la frecuencia natural del oscilador simple.

Se define como factor de amortiguamiento a  $\gamma = \lambda / \omega_0$  (Hertig, 1978) que permite distinguir tres movimientos posibles: sobreamortiguado, amortiguamiento crítico o subamortiguado, de acuerdo a si este factor  $\gamma > 1$ ,  $\gamma = 1$  o  $\gamma < 1$  respectivamente.

La solución puede hallarse sabiendo que es una ecuación diferencial lineal homogénea de segundo orden con coeficientes constantes (Piskunov, 1978) y, para el caso en estudio donde  $\gamma < 1$  las raíces de la ecuación característica son complejas conjugadas.

Una solución posible entonces puede escribirse:

$$x(t) = (Ae^{-\lambda t}) \sin(\omega' t + \sigma_0) \quad (6)$$

en donde el factor entre paréntesis indica que la amplitud de oscilación no es constante sino



que disminuye exponencialmente con el tiempo por el efecto del amortiguamiento. La energía perdida es absorbida por el medio. *Observación:* como  $\omega'$  es variable el movimiento resultante es oscilatorio pero no es estrictamente periódico (Alonso, Finn, 1995).

## Apéndice 2.

### Análisis de incertezas.

La estimación de las incertezas en la medición de la frecuencia y del factor de amortiguamiento (sugerido a nivel de física elemental y dentro de los tiempos que se emplean en el desarrollo de esta unidad) se realizó mediante la propagación de incertezas en las ecuaciones:

$$(ec.1) \quad x(t) = A \cdot e^{-\lambda t} \cdot \text{sen}(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \sigma_0)$$

$$(ec.2) \quad f = \frac{1}{2 \pi} \sqrt{\frac{k}{m} - \lambda^2}$$

Se considera que la incerteza de  $\pi$  puede despreciarse si su error relativo es menor que el 10% del error relativo final que se obtiene. La incerteza de la fase inicial se considera despreciable en la ecuación que se utiliza durante el ajuste de curvas. Finalmente la idea es obtener dos ecuaciones con dos incógnitas que son la incerteza o error absoluto de la frecuencia y el error absoluto del factor de amortiguamiento.

Diferenciando la ec. 1

$$\begin{aligned} \Delta x = & \left| e^{-\lambda t} \text{sen}(2\pi ft) \right| \Delta A + \left| A \lambda e^{-\lambda t} \text{sen}(2\pi ft) \right| \Delta t + \\ & + \left| A e^{-\lambda t} 2\pi f \cos(2\pi ft) \right| \Delta t + \left| A t e^{-\lambda t} \text{sen}(2\pi ft) \right| \Delta \lambda + \\ & + \left| A e^{-\lambda t} 2\pi t \cos(2\pi ft) \right| \Delta f \end{aligned}$$

Diferenciando la ec. 2

$$2\pi f \Delta f = \frac{\Delta k}{m} + \frac{k}{m^2} \Delta m + 2\lambda \Delta \lambda$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones precedente se pueden establecer los valores de  $\Delta f$  y  $\Delta \lambda$ .

Se utilizaron los valores medios del módulo de las funciones seno y coseno, con el objetivo de obtener incertezas no tan pesimistas y que resulten representativas de los órdenes de magnitud que se deben considerar.

Así, por ejemplo, para el caso de la función seno se obtuvo:

$$\begin{aligned} \text{Si } y = \text{sen } x & \Rightarrow \langle y \rangle \cdot \pi = \int_0^\pi \text{sen } x \cdot dx \\ \langle y \rangle \cdot \pi & = -\cos x \Big|_0^\pi = -(-1 - 1) = 2 \\ \therefore \langle y \rangle & = \frac{2}{\pi} \approx 0,637 \end{aligned}$$