

## **Incorporación de un software de aplicación en la enseñanza-aprendizaje de funciones matemáticas en el nivel Polimodal**

Raquel H. Petris y María Victoria López

<sup>1</sup> Departamento de Informática. Facultad de Cs. Exactas y Naturales y Agrimensura. UNNE.  
9 de julio 1449 - (3400) Corrientes - Argentina. TE (03783) 423126 int. 130- Fax (03783) 423968  
rpetris@exa.unne.edu.ar; mvlopez@exa.unne.edu.ar

### **Resumen**

En este trabajo se presentan diferentes propuestas de actividades para la enseñanza-aprendizaje del tema “funciones matemáticas” en el nivel Polimodal, usando como apoyo el software Advanced Grapher. El concepto de función adquiere una nueva dimensión y una dinámica de representación en la computadora más ágil e impactante que en las clases tradicionales de Matemática. El alumno puede ver, en fracciones de segundo, cómo se afecta una curva al realizar cambios en sus parámetros. Los conceptos pasan de un estado abstracto a una situación “real” visualizada en la pantalla. Advanced Grapher es una aplicación que ayuda a trazar diferentes gráficos y a analizarlos. Sólo se debe proporcionar la ecuación, o bien, introducir una tabla de valores y este programa lo graficará, logrando representaciones de alta calidad y posibilitando copiarlas a los documentos e imprimirlas. Esta herramienta posee las siguientes ventajas: agilidad y rapidez en el diseño, requerimientos mínimos de hardware, no requiere conocimientos especializados sobre el uso de la computadora ni de otras herramientas computacionales, sencillez de uso y aplicación. Se diseñaron las siguientes actividades para la enseñanza-aprendizaje de funciones usando el software mencionado: “Juego de la oca con funciones”, “Casita robada con funciones” y actividad para el aprendizaje de funciones lineales. Se ha observado que el desplazarse de las expresiones matemáticas que se formulan con lápiz y papel a las que se plantean en la pantalla, tiene un efecto positivo y motivador en los alumnos. En la metodología tradicional, solamente se representan expresiones matemáticas estáticas y aisladas, que se usan por lo general para ejercitar cálculos. En cambio, el empleo de este software de aplicación facilita que el estudiante comprenda y adquiera conceptos específicos, en lugar de dedicarse a realizar procedimientos mecánicos para la confección de los gráficos.

**Palabras clave:** Aprendizaje asistido por computadora. Software educativo. Funciones Matemáticas. Nivel Polimodal.

**Área:** Experiencias concretas de la utilización de TICs en la Enseñanza de las Ciencias.

## Introducción

El problema de la enseñanza y aprendizaje de las Ciencias Experimentales en la actualidad no puede despegarse del empleo de las nuevas tecnologías de la información y comunicación (NTICs). Haciendo uso de la selección crítica de los distintos elementos de la cultura, el educador ha de encarar su acción debiendo generar respuestas que interpreten adecuadamente los requerimientos de nuestra sociedad y su evolución, orientando, desde su disciplina, pero en colaboración, la estructura, metodologías y contenidos de las actividades de aprendizaje hacia el desarrollo de valores, habilidades y conocimientos significativos en una sociedad tecnológica. Del mismo modo, se han de desarrollar estrategias educativas acordes [1], sin olvidar que las NTICs son recursos de nuestra cultura, instrumentos de mediación, herramientas cognitivas que pueden colaborar con el docente, integrando las mismas con enfoques adecuados a la realización de experiencias de laboratorio y a la resolución de problemas, entre otros [2].

La aplicación de la informática en la enseñanza de la Matemática tiene sus inicios a mediados de la década de los 60 pero, económicamente hablando, la computadora no era accesible a los centros educativos. Con el surgimiento de las computadoras personales en la década pasada y la reducción de los precios en los equipos computarizados, se rompieron algunas de las barreras que impedían el uso de las computadoras en educación [3].

La enseñanza es una actividad sumamente compleja, y a través de la historia el hombre ha experimentado diversos métodos y procedimientos con el propósito de lograr en forma efectiva tanto la enseñanza como el aprendizaje. Por esta razón, desde la aparición de las computadoras, se buscaron formas para aprovechar en educación el gran potencial que ellas presentaban. El uso de las mismas en sus diversas modalidades ofrece, sobre otros métodos de enseñanza, ventajas tales como:

- Participación activa del alumno en la construcción de su propio aprendizaje.
- Interacción entre el alumno y la máquina.
- Posibilidad de dar una atención individual al estudiante, y de crear micromundos que le permitan explorar y conjeturar.
- Desarrollo cognitivo del estudiante.
- Control del tiempo y secuencia del aprendizaje por el alumno.
- Retroalimentación inmediata y efectiva, a través de la cual el alumno puede aprender de sus errores.

En la enseñanza de la Matemática particularmente, la computadora se utilizó en sus inicios como herramienta de cálculo y en la aplicación de las técnicas de análisis numérico, pero posteriormente, en el intento de encontrar posibles soluciones a los ya bien conocidos problemas en la enseñanza de la Matemática, se utilizó en la creación de materiales de enseñanza computarizados [3].

Las herramientas tecnológicas ofrecen al maestro de Matemática la oportunidad de crear ambientes de aprendizaje enriquecidos para que los estudiantes perciban la Matemática como una ciencia experimental y un proceso exploratorio significativo dentro de su formación. Se ha observado que los estudiantes realizan fácilmente operaciones simples en las que se involucran una o dos variables, pero presentan problemas cuando deben relacionar variables complejas y deben leer, incorporar o elaborar gráficos en la resolución de problemas. La Matemática está cargada de conceptos abstractos (invisibles) y de símbolos. En este sentido, la imagen cobra un valor muy importante en esta asignatura ya que permite que el estudiante se acerque a los conceptos, sacándolos de lo abstracto mediante su visualización, y transformándolos realizando cambios en las variables implícitas. Las herramientas para graficar y analizar datos posibilitan que el estudiante descubra patrones en datos complejos, ampliando de esta forma su razonamiento estadístico [4].

En relación al tema de "funciones matemáticas", diversos autores coinciden en que los enfoques tradicionales para la enseñanza del mismo, a partir de los cuales ésta es desarrollada en forma abstracta, aunque formal y matemáticamente perfecta, no alcanzan a tener un verdadero significado

para la mayoría de los alumnos. Estos enfoques, alejados de las aplicaciones, propenden por lo general, a un aprendizaje memorístico, carente de significación. Los mismos tampoco promueven el desarrollo de procedimientos generales relacionados con el quehacer matemático ni los procesos de pensamiento que se ponen en juego ante la resolución de problemas en diversas ciencias. En relación con la enseñanza de la Matemática, se ha planteado en estos últimos años la discusión acerca de diversos cambios, tanto de enfoques como de metodologías. En relación con este último aspecto, la computadora aparece en escena como un recurso para el aprendizaje pudiendo constituirse en una herramienta eficaz para la construcción del conocimiento [5].

Junto a la propuesta de incorporación de recursos computacionales como herramientas para el aprendizaje, el proceso de reflexión adquiere una significación adicional para que no se adopten "fórmulas" pedagógicas ni se apliquen "modas" que se imponen sin fundamentos. El profesor de Matemática debe tomar contacto con la computadora, encontrar la posibilidad de su utilización dentro de su disciplina, y entender hasta dónde es ella asistente dentro y fuera del aula [6].

**En este trabajo se presentan diferentes propuestas de actividades para la enseñanza-aprendizaje del tema "funciones matemáticas" en el nivel Polimodal, usando como apoyo el software Advanced Grapher.** El concepto de función adquiere una nueva dimensión y una dinámica de representación en la computadora más ágil e impactante que en las clases tradicionales de Matemática. El alumno puede ver, en fracciones de segundo, cómo se afecta una curva al realizar cambios en sus parámetros. Los conceptos pasan de un estado abstracto a una situación "real" visualizada en la pantalla.

### **Características del software Advanced Grapher**

Advanced Grapher es una herramienta que ayuda a trazar diferentes gráficos y a analizarlos. Permite hacer todo tipo de gráficos, de una amplia variedad de ecuaciones y tablas. Sólo se debe proporcionar la ecuación, o bien, introducir una tabla de valores y este programa lo graficará, logrando representaciones de alta calidad y posibilitando copiarlas a los documentos como si se tratase de una imagen, e imprimirlas. Además es posible personalizar las gráficas, ya que proporciona la opción de poner rejillas en el plano cartesiano, agregar leyendas, aplicar diferentes colores, hacer varias gráficas en un solo plano, acercarse o alejarse en y, acercarse o alejarse en x, colocar los valores máximos y mínimos de los ejes, etc.

Esta potente utilidad incluye funciones de cálculo como las siguientes: análisis de regresión, obtención de ceros y extremos de funciones, intersecciones, derivadas, ecuaciones tangentes y normales, integración numérica, tabla de valores, calculadora.

Por otra parte, esta herramienta posee las siguientes ventajas:

- Agilidad y rapidez en el diseño.
- Requerimientos mínimos de hardware.
- No requiere conocimientos especializados sobre el uso de la computadora ni de otras herramientas computacionales.
- Sencillez de uso y aplicación.

Por todas estas razones, este programa resulta apropiado para estudiantes del nivel Polimodal.

### **Propuestas de actividades para la enseñanza-aprendizaje de funciones usando el software Advanced Grapher**

#### **Juego de la oca con funciones**

El Juego de la oca con funciones es un juego de mesa en el que pueden participar dos o más jugadores. Cada uno de los participantes avanza a su posición por un tablero que contiene treinta y dos casillas (Figura 1) y cada una de ellas posee una función Matemática. Además, este tablero tiene casillas especiales, y cuando se cae en una de éstas, se debe avanzar o retroceder de acuerdo a

lo que ella indica, por ejemplo: avance dos posiciones, vuelta al inicio, retroceda cinco posiciones, etc. Los pasos a seguir en el desarrollo del juego son:

1. Cada jugador, en su turno, tira el dado una vez.
2. Calcula el valor numérico de la función que se encuentra en su posición actual usando el software Advanced Grapher, y obtiene un gráfico de la función usando el mismo software.
3. Avanza tantas casillas como indica el valor de la función.

Ganará el juego el jugador que realice más rápido dos vueltas completas del tablero.

Las ventajas que se observaron con la implementación de este juego en la enseñanza de funciones en el nivel Polimodal son:

- Permite que el alumno adquiera destreza y agilidad en el cálculo del valor de la función en un punto.
- Posibilita la participación de grupos de dos a cuatro alumnos (cantidad de alumnos que usualmente comparten una computadora en la sala de computación).
- Cada alumno interactúa con el software en su turno, evitando que un solo alumno tenga el manejo de la computadora todo el tiempo.
- El alumno se ve motivado a participar y efectuar cálculos en forma permanente, no sólo cuando le corresponde su turno, sino que también debe controlar los resultados obtenidos por sus compañeros para evitar que hagan “trampa”.

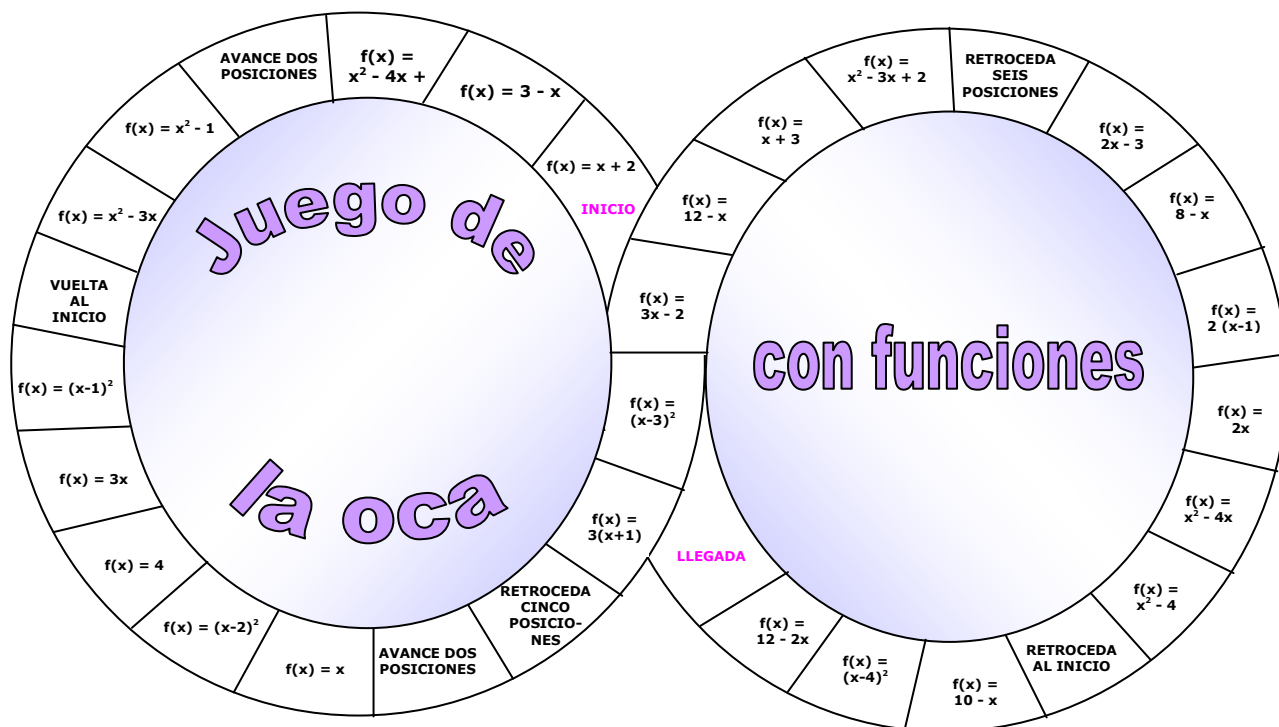


Figura 1: Tablero diseñado para el “Juego de la oca con funciones”

### Casita Robada con funciones

El material para implementar este juego se diseñó empleando el software Advanced Grapher. Se construyeron pares de cartas, con diferentes expresiones matemáticas y sus correspondientes gráficas (Figura 2). Con el objeto de tener más cartas, se confeccionaron dos mazos de cartas idénticos.

Este juego consiste, al igual que el juego homónimo, en unir cualquiera de las cartas que se tienen en la mano con otra correspondiente a igual función que se halle sobre la mesa, o en la parte superior del “pozo” de otro jugador. En este último caso, se “roba” todo el “pozo”. Se usa el

término “robar” para indicar la acción de juntar dos cartas que correspondan a la misma función. Pueden intervenir dos o más jugadores, en forma individual o por parejas.

Los pasos a seguir en el desarrollo del juego son:

1. Sorteado el jugador que dará las cartas, éste reparte tres a cada jugador, de una en una y de izquierda a derecha, descubriendo luego cuatro cartas boca arriba sobre la mesa. Cuando todos los jugadores hayan jugado sus tres cartas, deberá repartir otras tres a cada uno.
2. El juego es iniciado por el jugador situado a la derecha del que da las cartas, quien, si tiene entre sus cartas alguna que se corresponda con las de la mesa, la reúne con la suya explicando por qué puede “robar” la carta. En este momento, el alumno podrá usar como apoyo el software Advanced Grapher para graficar las funciones, en el caso de que tenga en mano una expresión Matemática y no sepa cuál es su representación gráfica, o viceversa. Si hubiera sobre la mesa dos cartas de la misma función (considerando que se tienen dos mazos idénticos), sólo podrá robar una de ellas. Las dos cartas que así reúne las coloca hacia arriba a su lado iniciando así su “pozo” y pasa el turno al siguiente.
3. El siguiente jugador podrá, con alguna de sus cartas, robar cualquiera de las de la mesa o el “pozo” de alguno de los otros jugadores. Si la carta superior del “pozo” de un contrario tuviera una función que se encuentra también sobre la mesa, no podrá robarle al jugador, debiendo limitarse a robar la de la mesa.
4. Acabado el mazo y jugadas las tres últimas cartas por cada jugador, finaliza la partida, resultando ganador aquél que más cartas haya logrado reunir en su “pozo”.

Después que se hubo implementado esta actividad en el aula, a medida que los alumnos fueron interactuando con el juego, surgieron propuestas de mejoras en las reglas, que ya fueron incluidas en la descripción anterior.

La aplicación de este juego en la enseñanza de funciones en el nivel Polimodal presenta las siguientes ventajas:

- Permite que el alumno establezca la relación entre los diferentes tipos de funciones (lineales, cuadráticas, trigonométricas, etc.) y su representación gráfica.
- Al igual que en el juego anterior, cada alumno interactúa con el software en caso de requerirlo, evitando que un solo alumno tenga el manejo de la computadora todo el tiempo.
- Los participantes se ven motivados a atender en forma permanente, no sólo cuando le corresponde su turno, sino que también deben controlar los resultados obtenidos por sus compañeros para evitar que hagan “trampa”, igual que en el caso anterior.

Se observaron mejores resultados cuando se constituyeron parejas de alumnos que competían entre ellas, en vez de jugadores individuales.

Como variantes para la aplicación de este juego en el aula, se propone que los alumnos:

- Enuncien conclusiones acerca de la forma de las expresiones de las funciones lineales, cuadráticas, y otras.
- Cuenten la cantidad de funciones de cada tipo dentro de su “pozo”, y luego informen por escrito al profesor.

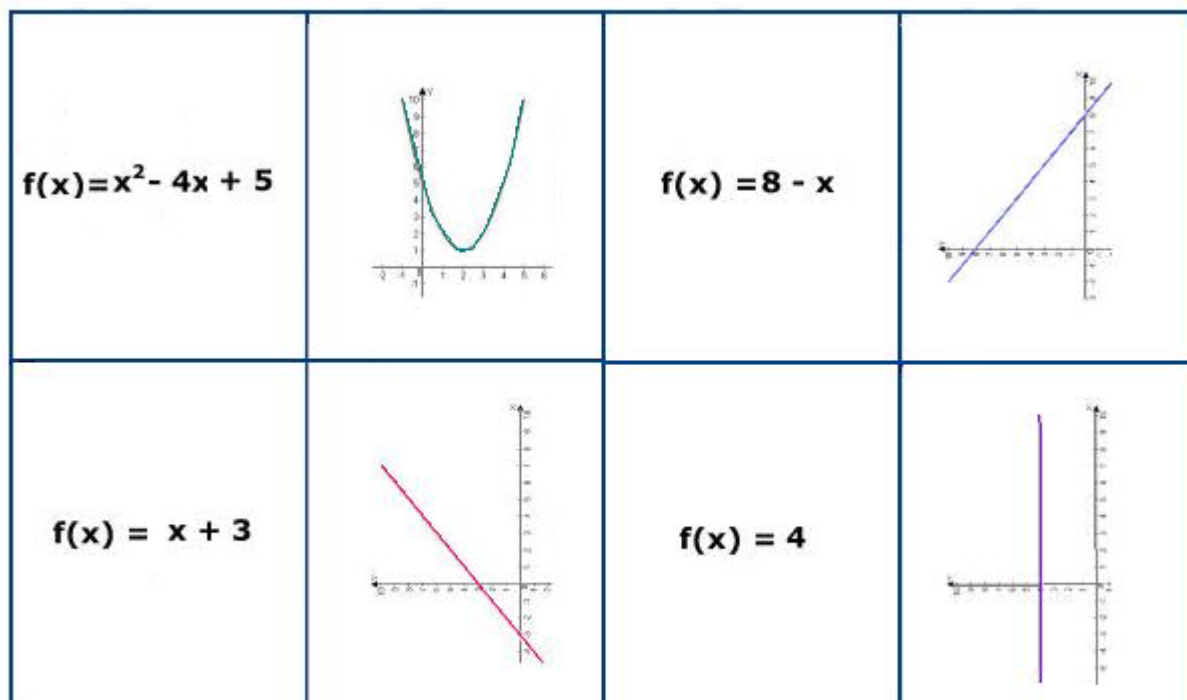


Figura 2: Algunas de las cartas diseñadas para el juego “Casita robada con funciones”

### Actividad para el aprendizaje de funciones lineales

A continuación se propone una actividad más convencional que las anteriores, para que el profesor pueda desarrollar el tema específico de funciones lineales.

La actividad consiste en estudiar y graficar diversas expresiones de la forma  $y = ax + b$  usando el software Advanced Grapher. Se considerará estudiar variantes con valores enteros, fraccionarios y decimales, mayores, menores o iguales a cero para el parámetro  $a$ .

Seguidamente se presenta un guía de aprendizaje a ser desarrollada por los estudiantes mediante el software Advanced Grapher:

- Graficar las funciones que se indican usando distinto color para cada una.
  - $y = x + 6$ ,
  - $y = -x + 6$ ,
- Verificar que la gráfica de a) tiene pendiente 1 y constante 6. Verificar que b) tiene pendiente -1 y constante 6.
- Graficar también las siguientes funciones:
  - $y = 3x + 6$ ,
  - $y = -3x + 6$
- Los resultados de los gráficos deberían ser los que se muestran en la Figura 3. ¿Qué se podría concluir con relación al gráfico de funciones  $ax + b$ ,  $-ax + b$ ? R: *Las rectas de pendientes opuestas e igual valor del intercepto  $b$  son simétricas.* Comprobar con otros ejemplos.
- Graficar en un mismo sistema de coordenadas, las funciones que se indican. Estas rectas tienen la forma  $y = ax + b$ , con  $a=0$  (Figura 4).
  - $y = -1,5$
  - $y = 1$
  - $y = -4$
- Si se observa la Figura 4, se puede ver que, para cualquier punto de  $x$ , el valor de  $y$  en cualquiera de las funciones es el mismo. Luego se puede expresar que *cuando  $a=0$ , es decir, la pendiente es 0, la función es constante.*

7. Graficar en un mismo sistema de coordenadas, las funciones que se indican (Figura 5).
  - a)  $y = -x/3$
  - b)  $x+3y=15$
  - c)  $1/3x + y = -2.5$
8. ¿Qué podría concluir, en relación al gráfico de funciones de igual pendiente? ¿Cómo son, paralelas o perpendiculares? R: *Cuando las funciones tienen pendientes iguales, sus gráficas corresponden a rectas paralelas.* Crear otras funciones y graficarlas para comprobarlo.
9. Graficar en un mismo sistema de coordenadas, las funciones que se indican.
  - a)  $y = -2x + 1$
  - b)  $y = x/2 - 4$
10. Cambiar de color y graficar las funciones siguientes (Figura 6).
  - a)  $2x + y = 6$
  - b)  $-x + 2y = 0$
11. Observar que las dos primeras funciones tienen pendientes  $-2$  y  $1/2$ , respectivamente, y que su producto es  $-1$ . En las segundas funciones ocurre también lo mismo. ¿Qué conclusión puede sacarse en relación al gráfico de funciones cuyo producto de las pendientes es  $-1$ ? R: *Las gráficas de funciones cuyo producto de pendientes es  $-1$  son rectas perpendiculares.* Crear otras funciones que cumplan estas condiciones y graficarlas para comprobarlo.

A través de esta actividad, que involucra el uso del software Advanced Grapher para el estudio de la recta, los alumnos podrán:

- Establecer la relación entre la expresión algebraica de la función lineal y su correspondiente gráfica.
- Identificar parámetros de pendiente e intercepto con el eje de las ordenadas en la expresión  $y = ax + b$  de la ecuación de la recta.
- Individualizar estos parámetros en las respectivas gráficas.
- Descubrir y expresar las relaciones específicas de paralelismo, perpendicularidad, rectas paralelas a los ejes y puntos de intersección de las rectas con los ejes.

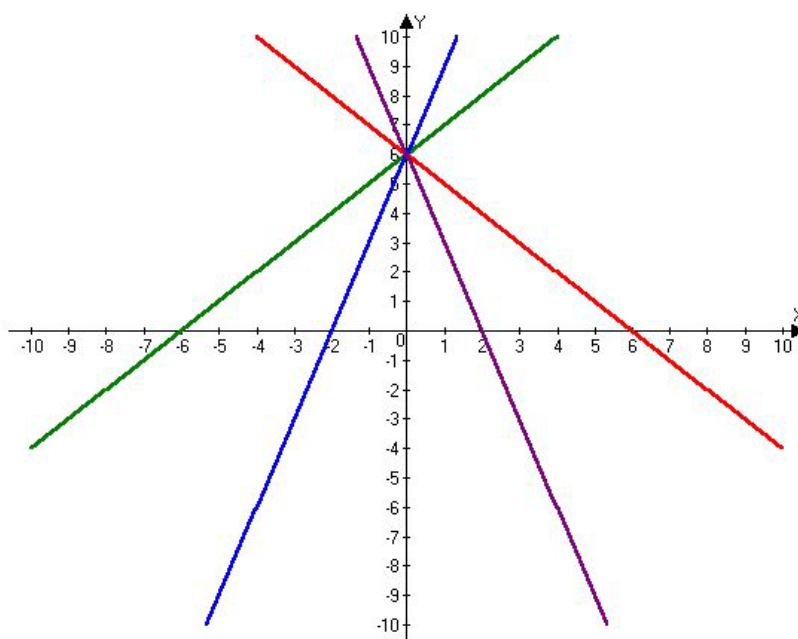


Figura 3: Gráfico de rectas de pendientes opuestas e igual valor del intercepto b

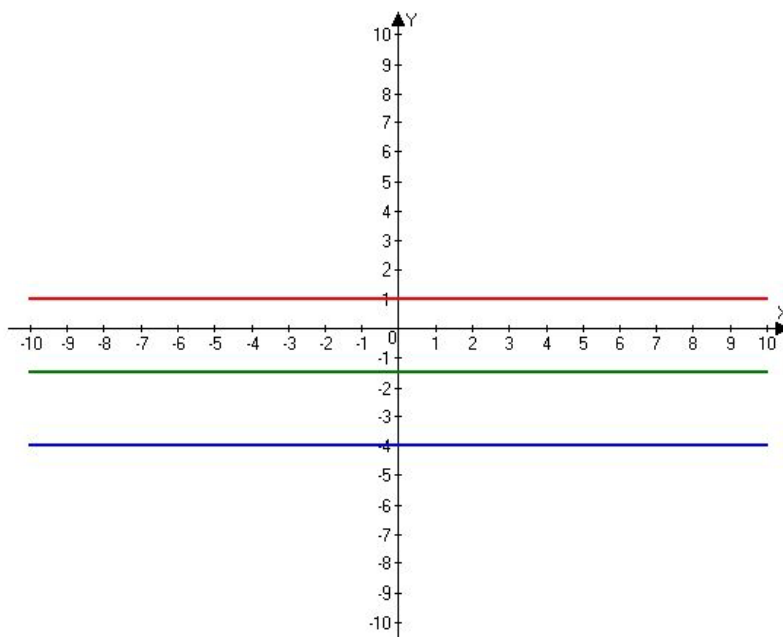


Figura 4: Gráfico de tres rectas de la forma  $y = ax + b$ , con  $a=0$

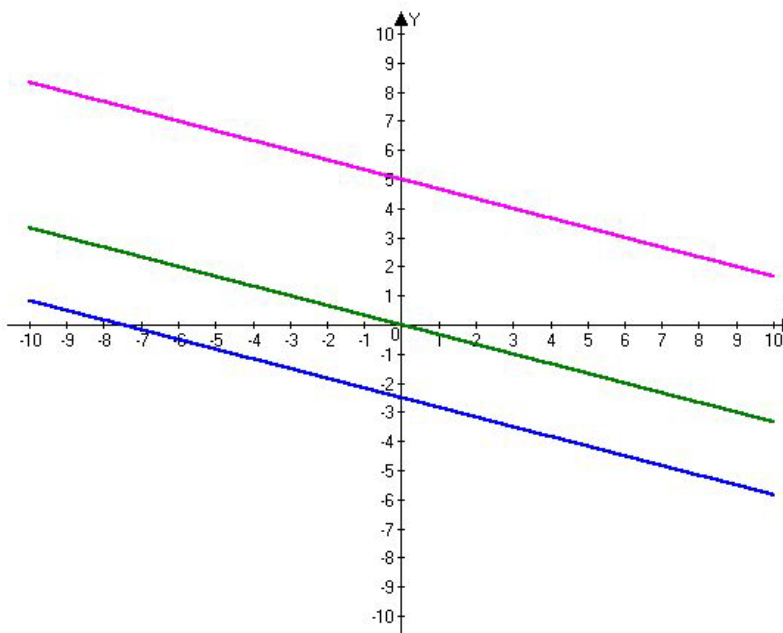


Figura 5: Gráfico de funciones que tienen pendientes iguales



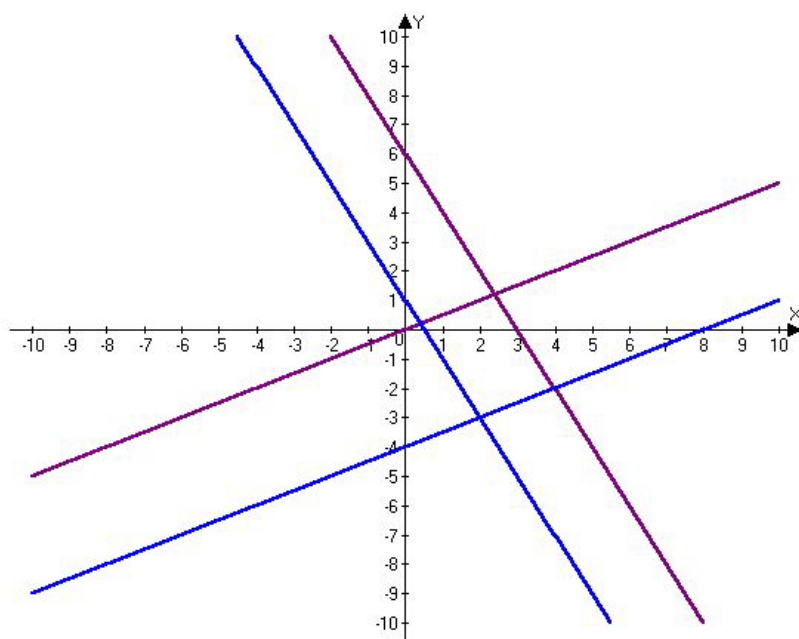


Figura 6: Gráficos de funciones cuyo producto de pendientes es -1

### Consideraciones finales

En este trabajo se han presentado un conjunto de actividades para la enseñanza-aprendizaje del tema “funciones matemáticas” en el nivel Polimodal, utilizando el software Advanced Grapher. Esta herramienta informática resulta un recurso idóneo para que el docente trabaje en la identificación y reconocimiento de funciones en sus distintas formas de representación, en el análisis de las propiedades de las funciones fundamentales y en la resolución de problemas que involucren el uso de funciones.

Se ha observado que el desplazarse de las expresiones matemáticas que se formulan con lápiz y papel -tales como símbolos algebraicos- a las que se plantean en la pantalla -que incluyen gráficas y tablas-, tiene un efecto positivo y motivador en los alumnos. En la metodología tradicional, solamente se representan expresiones matemáticas estáticas y aisladas, que se usan por lo general para ejercitar cálculos. En cambio, el empleo de este software de aplicación facilita que el estudiante comprenda y adquiera conceptos específicos -paralelismo, perpendicularidad, puntos de intersección de las rectas con los ejes, entre otros- en lugar de dedicarse a realizar procedimientos mecánicos para la confección de los gráficos.

El uso del software mencionado en la enseñanza-aprendizaje de funciones ofrece, entre otros, los siguientes beneficios:

- Prioriza el proceso de pensamiento de los estudiantes a medida que éstos construyen conocimiento matemático.
- Posibilita el establecimiento de vínculos entre lo concreto y lo simbólico.
- Permite a los estudiantes razonar mientras manipulan en la computadora gráficas dinámicas y las expresiones matemáticas relacionadas con éstas.
- Visualiza los efectos que tiene en una expresión Matemática, modificar otra. Por ejemplo, cambiar el valor de un parámetro de una ecuación, su signo y ver cómo la gráfica resultante cambia de forma.
- Acelera la exposición a un gran número de problemas y ofrece retroalimentación inmediata cuando los estudiantes generan expresiones matemáticas incorrectas.
- Promueve y facilita explicaciones completas y precisas, ya que el estudiante debe especificarle a la computadora, con precisión, lo que debe hacer para obtener resultados concretos.

- Permite obtener un registro del trabajo con mucha facilidad, ya que las actividades realizadas pueden guardarse y recuperarse sin inconvenientes permitiendo retomarlas en diferentes instancias, e imprimirlas.
- Las representaciones gráficas son más fáciles de construir haciendo uso del software, que con elementos físicos.
- Permite que los alumnos adquieran el hábito en el manejo de herramientas de software aplicadas al aprendizaje de las ciencias.

## Referencias

- [1] Von Pamel, O.; Marchisio, S. 1999. "Los nuevos ambientes de aprendizaje en la educación universitaria: una experiencia de integración de tecnologías de la información al dictado de la asignatura Física IV en la Argentina". Revista "La Universidad N° 17". Secretaría de Políticas Universitarias. Ministerio de Cultura y Educación. Argentina.
- [2] Marchisio,S; Plano,M.; Ronco, J.; Von Pamel,O. "Experiencia con uso de simulaciones en la enseñanza de la Física de los dispositivos electrónicos". Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura. Univ. Nacional de Rosario. Argentina.  
[http://www.ateneonline.net/datos/53\\_03\\_MARCHISIO\\_SUSANA.pdf](http://www.ateneonline.net/datos/53_03_MARCHISIO_SUSANA.pdf)
- [3] Alemán de Sánchez, C. A. "La enseñanza de la Matemática asistida por computadora".  
<http://www.utp.ac.pa/articulos/ensenarmatematica.html>
- [4] EDUTEKA. Copyright 2000 - 2003. <http://www.eduteka.org>.
- [5] Anido de López, M; Simoniello de Álvarez, A. M.; Marchisio, S. "La incorporación de herramientas computacionales en la enseñanza de la Matemática desde la perspectiva de la capacitación docente a distancia". Facultad de Ciencias Económicas y Estadística. Universidad Nacional de Rosario. Facultad Regional Santa Fe. Universidad Tecnológica Nacional. Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura. Univ. Nacional de Rosario. Avda. Rosario. Argentina.  
[http://www.econ.uba.ar/www/icde/trabajos\\_region/trabajos\\_sp/24\\_marchisio.pdf](http://www.econ.uba.ar/www/icde/trabajos_region/trabajos_sp/24_marchisio.pdf)
- [6] Simoniello, A.M., Álvarez, A.M., Venturini, V. 1995. "Un asistente Matemático-informático aplicado al aprendizaje de las funciones y el cálculo infinitesimal". Curso de la Red Federal de Educación. Santa Fe. Argentina.