

# Nuevas Alternativas para el Modelado de Volúmenes

Liliana Boscardín<sup>(1,3)</sup> Graciela Paolini<sup>(1,3)</sup> Diana Salgado<sup>(1,3)</sup>  
Silvia Castro<sup>(2,3)</sup> Liliana Castro<sup>(1,3)</sup>  
{lboscar, gpaolini, dsalgado, lcastro}@uns.edu.ar, [smc@cs.uns.edu.ar](mailto:smc@cs.uns.edu.ar)

<sup>(1)</sup>Departamento de Matemática

<sup>(2)</sup>Departamento de Ciencias e Ingeniería de la Computación

<sup>(3)</sup>Laboratorio de Investigación y Desarrollo en Visualización y Computación Gráfica  
Universidad Nacional del Sur  
Bahía Blanca, Argentina

## Resumen

Las demandas de ambientes complejos de computación gráfica (que actualmente corresponden desde cientos de miles a millones de polígonos) requieren nuevas representaciones y algoritmos. Las representaciones clásicas de parches para modelado geométrico, por ejemplo, adolecen de problemas tales como falta de robustez y requieren estructuras de datos complejas y manejo de restricciones. Es por ello que es necesario explorar el modelado de objetos con nuevos enfoques, entre los que se cuentan los basados en wavelets, subdivisión y, más generalmente, técnicas multirresolución. Las características clave que buscamos en estos nuevos métodos computacionales son fundamentos matemáticos sólidos, algoritmos numéricos robustos, generalidad y uniformidad de modo tal que los algoritmos básicos sean simples, puedan aplicarse a dominios de tipos topológicos generales y las estructuras de datos subyacentes sean sencillas. Las representaciones basadas en subdivisión y la generalización de las construcciones de wavelets básicas prometen satisfacer estos requerimientos; esto motiva la generación de nuevas alternativas de representación en las que actualmente estamos trabajando.

**Palabras clave:** Modelos 3D, Modelos Multirresolución, Wavelets, Subdivisión.

## Contexto

El trabajo se lleva a cabo en el Departamento de Matemática de la Universidad Nacional del

Sur y forma parte de la tarea propuesta por el Laboratorio de Investigación y Desarrollo en Visualización y Computación Gráfica (Dpto. de Ciencias e Ingeniería de la Computación, UNS). En éste se están desarrollando proyectos vinculados con temas de Visualización y Modelado. La línea de Investigación presentada está inserta en el proyecto “Representaciones Visuales e Interacciones para el Análisis Visual de grandes Conjuntos de Datos” (24/N020), dirigido por la Dra. Silvia Castro; el mismo es financiado por la Secretaría General de Ciencia y Tecnología de la Universidad Nacional del Sur y acreditado para incentivos.

## 1. Introducción

Las escenas tridimensionales contienen modelos detallados con requerimientos altamente exigentes para una gran variedad de aplicaciones entre las cuales se pueden mencionar las basadas en Internet, las de visualización interactiva, las de CAD colaborativo, los modelos 3D para ambientes virtuales complejos y los juegos multijugador entre muchas otras. Esto exige la transmisión y el rendering de modelos 3D para uso masivo lo que a su vez demandará mayor cantidad de gráficos 3D en la red.

Esta situación motiva el desarrollo de modelos de superficies 3D y de volúmenes que satisfagan requerimientos tales como el uso efectivo del espacio en disco y del ancho de banda de la red así como también una reducción sustancial del tiempo de transferencia en la red. Indudablemente, estos

modelos tienen demandas muy fuertes en lo referido a ancho de banda para la transmisión, capacidad de almacenamiento y tiempo de renderizado.

Tradicionalmente, los modelos geométricos de gran complejidad han sido construidos a partir de teselaciones de modelos de objetos en aproximaciones poligonales denominadas redes o de los sistemas de escaneado que producen modelos de miles a cientos de miles de vértices, que a menudo tienen además información adicional para representar los atributos. En todos los casos, la representación resultante requiere una gran cantidad de almacenamiento y su transmisión y rendering requieren también una cantidad importante de tiempo. Adicionalmente, se requieren determinadas características de orden práctico que incluyen compresión, aproximaciones multirresolución, simplificación de redes y transmisión progresiva.

El principal objetivo de esta línea de investigación es la construcción de mejores modelos 3D tanto de superficie como volumétricos. Estamos trabajando en la obtención de representaciones 3D que soporten multirresolución, transmisión progresiva, compresión, refinamiento bajo demanda y rendering rápido y eficiente.

## **2. Líneas de Investigación y Desarrollo**

Dentro de esta línea de Investigación se está trabajando simultáneamente en distintos modelos de representación 3D. A continuación se detalla cada uno de éstos.

### **2.1 Métodos de modelado basados en subdivisión**

En los últimos años ha habido un rápido desarrollo de una teoría y de algoritmos para subdivisión básica de superficies y se ha alcanzado cierto nivel de madurez pero aún es necesaria mucha investigación.

La subdivisión permite crear una función mediante refinamientos repetidos de una función a trozos para producir una secuencia de funciones cada vez más detalladas que convergen a una función límite. Los métodos de subdivisión permiten generalizar el análisis por multirresoluciones asociado a las wavelets

tradicionales y éste es uno de los motivos que hacen que estos métodos sean poderosos en computación gráfica.

Los métodos de subdivisión pueden ser usados para obtener una representación multirresolución si ésta puede ser evaluada local y progresivamente, permitiendo incrementar el nivel de detalle en regiones específicas. Esto hace posible la obtención de una máxima cantidad de detalle dentro de un tiempo de procesamiento acotado y/o la obtención de una mínima cantidad de detalle satisfaciendo una cota de error. Por otra parte, los métodos basados en multirresoluciones permiten visualizar un objeto con diferentes niveles de detalle bajo demanda del usuario o de la aplicación en particular; sin embargo, para ello es necesario que el método de representación permita extraer el detalle requerido. Es decir, que debe ser factible aplicar el método de subdivisión localmente para generar diferentes niveles de aproximación del objeto según sea el detalle a mostrar.

Hasta el momento, se ha trabajado en diversos métodos de subdivisión para generar curvas y superficies en forma paramétrica. En particular, se ha desarrollado un método de subdivisión para generar curvas y superficies Beta-spline cúbicas; el mismo está basado en polígonos de control a izquierda y a derecha. Actualmente se está trabajando en la obtención de una representación multirresolución para lo que es necesario ver cómo aplicar el método localmente.

### **2.2 Métodos de modelado basados en wavelets**

Debido a que la representación de volúmenes involucra el manejo de una gran cantidad de información, es esencial contar con un método que permita modelar un objeto 3D en forma compacta. Muchos dominios de aplicación, especialmente en el modelado físico, requieren un tratamiento de dominios en 3D. Algunas generalizaciones de las subdivisiones a 3D y dimensiones mayores han sido llevadas a cabo pero hay muy poco hecho hasta el momento, lo cual plantea la necesidad de nuevas alternativas en el

modelado de volúmenes. En el caso de los volúmenes, se requiere una representación eficiente de objetos tetraedrizados ya que esto es de gran importancia práctica para una gran variedad de aplicaciones. Las bases de wavelets definidas a través de métodos de subdivisión son una herramienta muy atractiva para lograr una representación eficiente de volúmenes y constituye un método alternativo muy promisorio, diferente de los métodos de representación convencionales.

La cantidad y variedad de aplicaciones sobre Internet, por ejemplo, es creciente y los modelos que se manejan son altamente detallados siendo necesarias, en muchos casos, redes tetraédricas. Esto debe conducir a la generación de representaciones progresivas y jerárquicas. A partir de estas representaciones, se debe poder lograr una compresión eficiente para que las mismas puedan ser transmitidas y almacenadas eficientemente.

Inicialmente, los métodos para el modelado y la compresión de volúmenes basados en el producto tensorial de wavelets fueron propuestos en settings regulares. Esto es adecuado cuando se limita el modelado a un objeto representado mediante una grilla regular. Si el objeto proviene de datos dispersos, su modelado se puede realizar mediante una red tetraédrica, lo que constituye un dominio topológico general para la representación intrínseca de un volumen. En este caso, se debe contar con wavelets construidas sobre los tetraedros y para ello, es necesario extender el análisis multirresolución para funciones definidas sobre volúmenes. Es por esto que extendimos las wavelets a dominios topológicos arbitrarios; esta extensión, que se basó en las wavelets de Haar y nos permitieron el modelado de volúmenes representados por una red tetraédrica. Partiendo de una red tetraédrica y usando la subdivisión como base, pudimos construir wavelets sobre dominios volumétricos de topología arbitraria. De este modo se logró representar volúmenes en dominios topológicos arbitrarios. Este método, a diferencia de la construcción de wavelets sobre superficies topológicas

arbitrarias, permite representar el volumen y su interior. Además permite compresión, transmisión progresiva y refinamiento selectivo. Sin embargo, debido al requerimiento de los espacios anidados para la definición de las wavelets, las construcciones están restringidas a dominios con conectividad de subdivisión, lo que a su vez restringe la clase de redes que pueden procesarse. Debido a que los grandes conjuntos de datos no estructurados provenientes de distintas aplicaciones no poseen esta propiedad, es muy deseable poder contar con wavelets sobre dominios tetraédricos no estructurados, es decir volúmenes representados con grillas tetraédricas no anidadas. Para ello, estamos trabajando actualmente en la construcción de wavelets para representar volúmenes con estas características.

Cabe destacar que las wavelets definidas sobre grillas tetraédricas no anidadas permiten representar funciones definidas sobre una tetraedrización irregular dada y esto tiene como aplicación inmediata la representación de distintos atributos definidos sobre un objeto como pueden ser su color, su densidad, etc.

Brevemente, la idea básica de las técnicas basadas en wavelets es codificar un conjunto de datos como una aproximación gruesa seguida por una sucesión de coeficientes de detalle que miden el error entre dos aproximaciones sucesivas. Estos métodos suponen que la malla sobre la cual están definidos los datos puede obtenerse subdividiendo recursivamente la malla de mayor resolución; a partir de ésta, se obtiene una sucesión de mallas anidadas (en términos de la teoría de wavelets, esto equivale a obtener un conjunto de espacios anidados) y un conjunto de detalles.

Las mallas irregulares no pueden obtenerse por medio de una regla de subdivisión recursiva y, por lo tanto, la estructura jerárquica que se necesita para trabajar con ellas es más compleja. En el caso de mallas triangulares irregulares, son ejemplo de este tipo de estructura jerárquica las triangulaciones de Delaunay y las mallas

progresivas. Dado que en este caso no es posible aplicar las técnicas tradicionales basadas en wavelets, es necesario introducir un nuevo marco de trabajo: el de las wavelets no anidadas o wavelets de segunda generación. Este marco de trabajo ya ha sido aplicado al análisis multirresolución de conjuntos de datos definidos sobre mallas triangulares irregulares.

Adicionalmente, conociendo los resultados en imágenes planas, se intenta usar wavelets tridimensionales no separables en la compresión de imágenes digitales en  $R^3$  (volúmenes). Según la matriz de dilatación elegida, se pierden detalles, los cuales pueden ser significativos o no, según el uso que se desee dar a la imagen obtenida. Esto motiva que se esté trabajando en el análisis de las modificaciones dependiendo de la matriz de dilatación que se elija.

### 3. Resultados Obtenidos/Esperados

Continuando en la línea de los trabajos realizados hasta el momento, se está trabajando en:

- Diferentes tipos de subdivisión que permiten extraer niveles de detalles requeridos por la aplicación o por el usuario.
- La posibilidad de definir localmente el método de subdivisión de curvas y superficies beta-splines por medio de polígonos o de poliedros de control a izquierda o a derecha.
- La factibilidad de aplicar los métodos arriba mencionados para representar el nivel de detalle de una curva o de una superficie.
- Wavelets de segunda generación
- Wavelets definidas sobre grillas tetraédricas no estructuradas.
- Esquemas de subdivisión de grillas tetraédricas.
- Cálculo del error en la aproximación de volúmenes representados mediante grillas tetraédricas no estructuradas.
- Construcción de wavelets tridimensionales no separables, utilizando filtros de dimensión 3 para una matriz de dilatación con

coeficientes enteros que hemos seleccionado y el análisis de las modificaciones dependiendo de la matriz de dilatación elegida.

## 4. Formación de Recursos Humanos

### 4.1. Tesis en Desarrollo

#### Tesis de Doctorado en Matemática

- Liliana Boscardín. Tema: *Bases de wavelets para la representación de funciones definidas sobre volúmenes*. Dirección: Dra. Liliana Castro.

### 4.2. Cursos de Pre/Post grado relacionados con el tema de la línea de Investigación dictados por integrantes del Grupo de Trabajo

#### Cursos de Pregrado

- *Wavelets de primera generación: Una introducción*. Materia optativa para los estudiantes de la Licenciatura en Matemática. Liliana Castro. Dto. de Matemática. UNS.
- *Introducción a la Visualización*. Materia optativa para los estudiantes de la Licenciatura en Cs. de la Computación. UNS.

#### Cursos de Posgrado

- *Introducción a la teoría de wavelets y sus aplicaciones*. Liliana Castro. Dto. de Matemática. UNS.
- *Seminario: Aplicaciones de wavelets*. Liliana Castro. Dto. de Matemática. UNS.
- *Seminario: Matemática y Visualización*. Liliana Castro. Dto. de Matemática. UNS.
- *Seminario: Tópicos de Visualización*. Liliana Castro. Dto. de Matemática.
- *Sistemas de Modelamiento de Volúmenes*. Silvia Castro. Dpto. Cs. e Ing. de la Computación. UNS.
- *Modelado Geométrico Multirresolución de Superficies*. Liliana Castro, Silvia Castro. Dpto. Cs. e Ing. de la Computación. UNS.
- *Introducción al Análisis Funcional y a la Teoría de Operadores*. Liliana Castro. Dto. de Matemática.
- *Modelamiento Multirresolución*. Silvia Castro. Dpto. de Informática y Estadística de la Fac. de Economía y

Administración. Universidad Nacional del Comahue.

## 5. Bibliografía

- [ 1 ] M. Bertram, *Multiresolution Modeling for Scientific Visualization*. PhD. Thesis, Dept. Of Computer Science, University of California, Davis, July 2000.
- [ 2 ] M. Bertram, M.A. Duchaineau, B. Hamann y K.I. Joy, *Generalized B-spline subdivision surface wavelets and lossless compression*, Computer-Aided Geometric Design, Elsevier, submitted, 2000.
- [ 3 ] M. Bertram, M.A. Duchaineau, B. Hamann y K.I. Joy, *Bicubic lifted subdivision-surface wavelets for large-scale isosurface representation and visualization*, Proceedings of Visualization 2000, Salt Lake City, Utah, IEEE, Oct. 2000, to appear.
- [ 4 ] J. Bey. Tetrahedral grid refinement. Computing, Vol. 55(4), 355-378, 1995.
- [ 5 ] L. Boscardín, L. Castro y S. Castro. *Haar-like wavelets defined over tetrahedral grid refinement*, in IEEE XX International Conference of the Chilean Computer Science Society. Santiago de Chile, Chile, 2000.
- [ 6 ] A. Gerussi. Analyse Multirésolution Non Emboîtée. Applications à la visualization Scientifique. Thèse de Docteur de l'Université Joseph Fourier, Grenoble, 2000.
- [ 7 ] L. Boscardín, L. Castro, S. Castro. *Wavelets definidas sobre grillas tetraédricas*, CACiC 2000, Ushuaia, Argentina, 2000.
- [ 8 ] L. Boscardín. *Wavelets definidas sobre volúmenes*. Tesis para optar al grado de Magister en Matemática, Dpto. de Matemática, UNS, Noviembre 2001.
- [ 9 ] S. Castro, L. Castro y A. D. Giusti, *Multiresolution volume rendering*, in IEEE XIX International Conference of the Chilean Computer Science Society, Talca, Chile, 1999.
- [ 10 ] L. Castro, S. Castro, S. Kahnert y D. Salgado, "Matrices de subdivisión para curvas Beta-spline cúbicas". CACiC 2007, pág, 710-720, Corrientes-Chaco, 1 al 5 de octubre de 2007,.
- [ 11 ] I. Daubechies y W. Sweldens, *Factoring wavelet transforms into lifting steps*, Journal of Fourier Analysis and Applications, Vol. 4, No. 3, CRC Press Inc., 1998, pp. 245-267.
- [ 12 ] M. Girardi y W. Sweldens. *A new class of unbalanced Haar wavelets that form an unconditional basis for  $L_p$  on general measure spaces*. J. Fourier Anal. Appl, Vol. 3, pp.457-474, 1997.
- [ 13 ] Ana María Ruedin, *Multiwavelets no separables: construcción y aplicaciones para el procesamiento de imágenes*. Tesis de doctorado, Dto. de Computación, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, UBA (1972).
- [ 14 ] Ana María Ruedin, *Dilation Matrices for Nonseparable Bidimensional Wavelets*, J Blanc-Talon et al (eds) ACIVS 2006, LNCE 4179, pp 91-102, 2006
- [ 15 ] D. Salgado, S. Kahnert, L. Castro y S. Castro, *Subdivisión de curvas Beta-spline cúbicas*. XVII Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones, San Luis, Argentina, del 10 al 13 de Noviembre de 2008.
- [ 16 ] D. Salgado, L. Castro y S. Castro, *Matrices de subdivisión para superficies Beta-spline cúbicas*. CACiC 2008, La Rioja, Argentina, del 6 al 9 de Octubre de 2008.