



Universidad Nacional de La Plata  
Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas

Práctica de la Especialidad:

EL ESTUDIO DE LAS CARACTERÍSTICAS  
DEL MATERIAL NEBULAR  
ASOCIADO A CÚMULOS GLOBULARES

Ileana Andruchow

Director: Prof. Dr. Juan Carlos Forte  
DICIEMBRE DE 2001

*a mis padres*

# Índice General

<b>1</b>	<b>Introducción</b>	<b>1</b>
1.1	Generalidades . . . . .	1
1.2	Material interestelar . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Simulación del Cúmulo</b>	<b>5</b>
2.1	Introducción . . . . .	5
2.2	Distribución espacial . . . . .	5
2.3	Generación del cúmulo . . . . .	8
2.4	Generación de las magnitudes . . . . .	9
2.5	Generación de los colores . . . . .	12
<b>3</b>	<b>Cálculo de los efectos del material interestelar</b>	<b>14</b>
3.1	Introducción . . . . .	14
3.2	Caracterización del material interestelar . . . . .	15
3.3	Consecuencias de la presencia de material interestelar . . . . .	15
3.4	Colores y magnitudes con extinción . . . . .	18
<b>4</b>	<b>Generación de las imágenes</b>	<b>22</b>
4.1	Introducción . . . . .	22
4.2	Resultados . . . . .	22
4.3	Estimación de la masa . . . . .	24
<b>5</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>27</b>
	<b>Epílogo</b>	<b>28</b>

A Ajustes de $V$ , $B-V$ y $\Phi$	29
B Código FORTRAN implementado	35
C Rutinas IRAF	45



# Índice de Figuras

1.1	Diagrama Color-Magnitud típico. . . . .	2
2.1	Especificación de las coordenadas usadas . . . . .	7
2.2	Histograma de la coordenada radial . . . . .	9
2.3	Distribución volumétrica de puntos en coordenadas cartesianas . . . . .	10
2.4	Proyección en el plano de cielo. . . . .	11
2.5	Diagrama Color-Magnitud simulado. . . . .	13
3.1	Diagrama Color-Magnitud, I . . . . .	19
3.2	Diagrama Color-Magnitud, II . . . . .	20
4.1	Comparación de los perfiles de brillo, I . . . . .	23
4.2	Comparación de los perfiles de brillo, II . . . . .	24
A.1	Diagrama Color-Magnitud.(Hesser) . . . . .	30
A.2	Ajuste para la SP . . . . .	32
A.3	Ajuste para la RG . . . . .	32
A.4	Logaritmo de la función de luminosidad . . . . .	33
A.5	Función de luminosidad normalizada . . . . .	33
A.6	Ajuste para la Sp de la función de luminosidad . . . . .	34
A.7	Ajuste para la RG de la función de luminosidad . . . . .	34
C.1	Cúmulo sin contenido de material interestelar. . . . .	48
C.2	Cúmulo correspondiente a $\tau_V = 2.0$ . . . . .	49

# Índice de Tablas

2.1	Parámetros observacionales y de identificación para NGC 104 . . . . .	6
3.1	Parámetros para la integración . . . . .	18
4.1	Parámetros de las partículas . . . . .	25
4.2	Masas estimadas de polvo . . . . .	25
A.1	Magnitudes y colores . . . . .	29
A.2	Función de luminosidad . . . . .	31

# Agradecimientos

Quisiera agradecer a mi Director, el Dr. Juan Carlos Forte, quien siempre confió en mi y me dió la libertad necesaria para diagramar mis tiempos de estudio e investigación. Hizo posible que se concretaran todos mis esfuerzos. Agradecer también en especial al Lic. Leonardo Pellizza, sin cuya colaboración el presente trabajo no podría ser una realidad. Las discusiones con él aportaron mucho para su concreción. Gracias a ambos por preocuparse tanto de mi trabajo como de mi persona y gracias por la paciencia.

Agradezco a mis co-autores, los Drs. Anchordoqui, Link, Romero y Torres, principalmente por confiar en mi y por darme la oportunidad de trabajar con ellos.

Quisiera agradecer a la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas por facilitarme las herramientas con las que se llevó a cabo este trabajo. Agradecer al Dr. Sergio Cellone, sin duda la persona que hizo que el programa IRAF fuera algo accesible para mi; a Federico Bareilles, por lidiar con mi ignorancia computacional; a Pablo Santamaría, por sus invalorable horas para hacer que este trabajo tenga forma; a las personas que conforman el departamento de espectroscopía, quienes siempre estuvieron dispuestos a contestar mis numerosas preguntas; y en particular, agradecer a la Dra. Nidia Morrell, por haberme llevado a observar por primera vez.

Uno puede hacer una carrera sin el apoyo de sus seres queridos, pero ese no fue mi caso. A los seres que está dedicado este trabajo les doy las gracias por enseñarme cada día que la vida es una y hay que vivirla. A mi hermana Roxana le agradezco que no hiciera que todos los días sean iguales unos a otros, los lunes no hubieran sido los mismos sin el síndrome del domingo por la noche. A mi hermana Gabriela le agradezco que me haya dado la oportunidad de conocerla nuevamente. Le agradezco también que me haya hecho conocer a alguien como Roque y que juntos me dieran dos sobrinos fuera de serie, Ana y Paulo. Agradezco a Marcela, por estar a su manera. Tengo la suerte de contar con una familia que me apoya, aunque no siempre estemos de acuerdo. Estos agradecimientos no estarían completos si no mencionara a Ricardo, quien siempre hizo que viera las cosas desde otro ángulo.

Nada de todo lo que hice tendría ningún sentido si no tuviera amigos para compartirlo. Las largas horas de tren hubieran quebrado mi voluntad si no las hubiera compartido con Lorena o Barbara. Nunca voy a decir gracias las suficientes veces a personas como Andrea Torres, Jorge Pauci, Gaby Grunfeld, Silvana o el Chufu. Siempre estuvieron para brindarme

una mano. Podría haber estudiado en cualquier otro lugar, pero me hubiera perdido de conocer a personas como Eauri, Erika, Gaby o Claudio, a quienes agradezco por hacerme parte de sus vidas (es probable que a Gaby si la conociera).

Me considero afortunada porque el destino quiso que conociera a seres como Martin y Pablo, sin los cuales nada sería lo mismo. Sin lugar a dudas, ellos son mis hermanos. Aprovecho a agradecer a Paula, Sofía y Santi, por hacer de sus vidas y la mía algo mas lindo.

Tengo la infinita suerte de llevar en mi corazón a personas por las cuales la frase: "yo te hago el aguante" no son sólo palabras. Decirle gracias a personas como Luis, Marta o el Tum es poco.

Gracias a la familia Torres y la familia Ozemo, especialmente a Angela y Tito, por su apoyo.

Gracias a Alex, Mimicha, David, Julieta, Fiorella, Bastet, Julia, Zorba, Anais, Adso, Margarita, Sarah, Juana, Arturo, Reina, Tobías, Valtar, Mumi, Soda y Frane. Por acompañarme siempre y quererme de la manera mas humilde, la única que conocen los perros y los gatos.

Por último, quisiera agradecerle a Diego, la persona que siempre estuvo junto a mi en todos estos años. Con la que comparto mi vida, con todo lo que eso significa, y con la cual espero que el destino obre para que pueda seguir siendo asi.



Ileana Andrichow

La Plata, noviembre de 2001.

# Capítulo 1

## Introducción

*El camino sigue y sigue  
desde la puerta,  
El camino ha ido muy lejos,  
y si es posible he de seguirlo  
recorriéndolo con pie fatigado  
hasta llegar a un camino más ancho  
donde se encuentran senderos y cursos.  
Y de ahí adónde iré? No podría decirlo.*

J. R. R. Tolkien  
*The Lord of the Rings*

### 1.1 Generalidades

Los cúmulos globulares son estructuras casi esféricas, muy ricas en estrellas, con cantidades que van desde  $10^4$  hasta  $10^6$ . Son estructuras gravitacionalmente estables de naturaleza compacta cuyas estrellas están distribuidas espacialmente dentro de alrededor de 100 pc. Se los encuentra desde el centro de la Galaxia hasta la parte externa del halo. Constituyen un sistema que rota alrededor del centro de la Galaxia, con bajas metalicidades, sus valores se encuentran dentro del rango  $[-2.2, 0.0]$  [Fe/H]. Tienen diagramas color-magnitud muy típicos; pero, a pesar de presentar pequeñas diferencias de uno a otro, todos están compuestos por las mismas secuencias. Estas son: la Secuencia principal (SP), la Rama de las subgigantes (une a la Rama de las gigantes con el Turn-Off (TO)), la Rama de las gigantes rojas (RG) y la Rama horizontal (RH). En algunos cúmulos también se encuentra bien definida la Rama asintótica (RA)[1]. Véase Fig. 1.1.

Hay catalogados más de 150 cúmulos globulares en la Vía Láctea y se cree que este conteo está incompleto. Si bien se los puede considerar como una población homogénea,

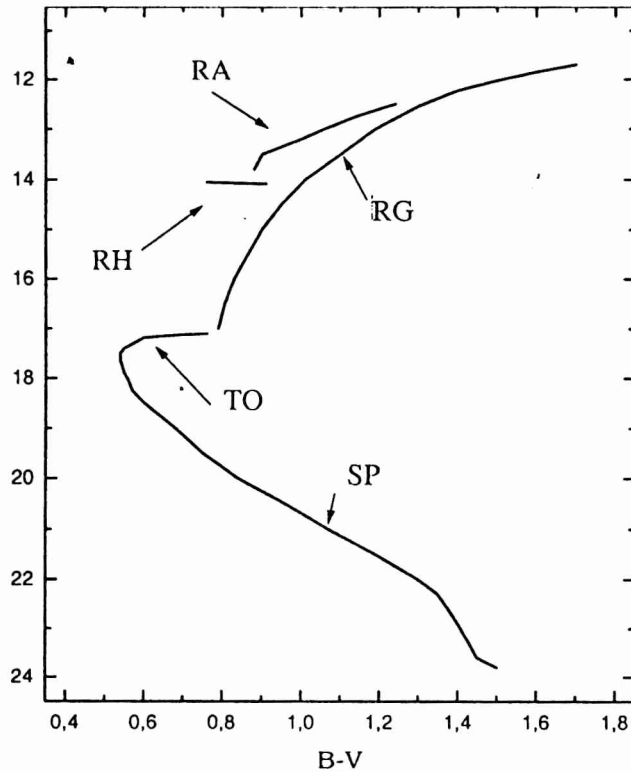


Figura 1.1: Diagrama Color-Magnitud típico.

sus propiedades, como metalicidad, tipo espectral o magnitud absoluta ( $M_v$ ), varían dentro de la muestra.

Su gran luminosidad facilita su detección a grandes distancias, por lo que se los puede identificar en otras galaxias y usarlos para derivar propiedades de las mismas. Por ejemplo: juegan un rol muy importante como test observacional de las teorías de formación, evolución y dinámica de las galaxias y su estudio proporciona claves sobre el pasado del Universo.

## 1.2 Material interestelar

Debido a que los cúmulos globulares son objetos viejos, sin evidencia de formación estelar, se los cree carentes de material intra-cúmulo. Pero, por otro lado, de las teorías de evolución estelar se tiene que las estrellas más masivas evolucionan como gigantes rojas o enanas blancas. En este proceso se libera material que es expulsado al medio.

El material interestelar está conformado por gas y granos de polvo y se detecta a través de la interacción que realiza con la radiación electromagnética que lo atraviesa. Esta interacción se da tanto en emisión como en absorción, y estos procesos incluyen la dispersión. Los granos de polvo se manifiestan en las observaciones por medio de una extinción de la luz recibida o de la polarización de la misma.

Las denominados “regiones oscuras” han sido detectados en varios cúmulos globulares desde la segunda mitad del siglo XIX, cuando Lord Rosse observó “dark lanes” en imágenes de NGC 6205 (M13) [2]. Numerosas observaciones se han realizado en este sentido, aún sin arrojar una respuesta definitiva al problema. Al no detectar material, se plantean mecanismos de barrido que hacen que los cúmulos globulares aparezcan “limpios”. Se cree, por ejemplo, que al realizar un pasaje por el plano de la Galaxia, la acción de la fuerza gravitatoria galáctica barre con el material interestelar. Este modelo, entonces, explicaría por qué los cúmulos globulares que se encuentran cerca del plano no contienen niveles significativos de polvo. Pero, el tiempo promedio entre dos pasajes consecutivos por el plano es de  $10^8$  años. Si suponemos que por lo menos 10 estrellas terminan como gigantes rojas cada millón de años, esto aporta una masa de material interestelar dentro del cúmulo que es del orden de  $10^2$  a  $10^3 M_{\odot}$  [3]. Siendo la distribución de los cúmulos casi uniforme en el halo y habiendo una población lo suficientemente abundante, la probabilidad de observar cúmulos entre dos pasajes por el plano con presencia de material interestelar es alta. Han sido varios los trabajos que se pueden encontrar en la literatura motivados por la búsqueda de este material intra-cúmulo.

En este sentido, se han realizado mapeos de cúmulos en el hemisferio sur analizando sus perfiles de brillo [4]. También se estudió la polarización asociada a la presencia de material dentro del cúmulo [5]. En los últimos años se ha detectado un fondo de radiación brillante en las observaciones de NGC 104 realizadas en la banda UV [6]. Esta luz difusa aparece en una distribución simétrica, y podría estar originada en la dispersión de la luz por las partículas de polvo.

Observaciones hechas en rayos X [7], confirman la presencia de gas dentro de NGC 104. Es muy importante el tratamiento que se le de al aporte de la radiación proveniente del fondo cuando se realiza el análisis de este tipo de observaciones, ya que de eso depende en gran medida cual será el resultado final.

También, a partir de la detección de pulsares dentro de los cúmulos globulares, se realizaron observaciones en diversas longitudes de onda de radio, permitiendo la evaluación de gas ionizado [8].

Desde el punto de vista dinámico y evolutivo de las partículas, y siguiendo modelos de pérdida de masa para las estrellas, se llega a la conclusión que sería la propia dinámica del sistema la responsable de la eliminación de la mayor parte del material interestelar [9]. Esto se encuentra aún en estudio.

Ahora, si este material existe, por qué no se lo detecta? Es tan bajo el nivel de material interestelar dentro de los cúmulos que se necesitarían observaciones, claramente en el infrarrojo, mucho más precisas para obtener algún resultado definitivo? La interpretación que se le da a las observaciones depende del modelo que se elija. En estos se hacen hipótesis tales como que la radiación de los cúmulos globulares puede aproximarse por la de cuerpo negro, lo cual no es del todo cierto. Esta diferencia es mas importante en longitudes de onda del infrarrojo, región en donde la emisión del polvo es mayor. También se supone que el material está conformado de las mismas partículas que en el plano de la galaxia; decir

esto es lo mismo que decir que la composición química de las estrellas del halo y del plano es la misma, y esto no es real.

Se plantea como objetivo de este trabajo el comenzar un estudio sobre los niveles de detectabilidad del material interestelar intracúmulo desde el punto de vista de las observaciones ópticas en la banda del visual. Para esto se simulará un cúmulo globular que reproduzca la distribución espacial, de brillos y colores de las estrellas que lo componen. Una vez generadas estas simulaciones, se procederá a agregar material interestelar con una distribución determinada. A partir de estas simulaciones, se generarán imágenes utilizando el programa de procesamiento de datos IRAF. Por último se hará una comparación de estas imágenes para estimar las cotas de detectabilidad.

En el Capítulo II se presentan los parámetros utilizados para la simulación; en el Capítulo III, los modelos con la distribución de polvo; en el Capítulo IV se realiza la comparación entre ambos modelos; y por último, en el Capítulo V se presentan las conclusiones de este trabajo.



# Capítulo 2

## Simulación del Cúmulo

*Por otra parte, es en los libros  
donde todo pasa al pie de la letra.  
Mientras que la realidad puede permitirse  
el lujo de ser incongruente...*

Gesualdo Bufalino  
*Qui Pro Quo.*

### 2.1 Introducción

Se busca simular la distribución espacial, de brillos y de colores de las estrellas que conforman un cúmulo globular. De esta manera se pretende reproducir las propiedades globales del cúmulo a partir de la suma de las características individuales. Como se busca que el modelo represente a las observaciones, bajo cierto nivel de aproximación, se eligió un cúmulo real al cual se lo trató de “reproducir” numéricamente.

En este trabajo se usarán los parámetros de NGC 104 (47 Tucanae). Este cúmulo es considerado un prototipo dentro de la clase de cúmulos globulares ricos en metales. Sus parámetros son conocidos con gran precisión y comúnmente es usado como escala para otros cúmulos, por ejemplo, para comparación de los diagramas color-magnitud.

Los parámetros observados y de identificación para 47 Tuc se obtuvieron del Catálogo de Parámetros para los Cúmulos Globulares de la Vía Láctea [10]. Los valores más relevantes se listan en la tabla 2.1:

### 2.2 Distribución espacial

La distribución espacial de las estrellas dentro de un cúmulo guarda estrecha relación con la distribución de brillo. Esto se debe a que las estrellas de diferentes masas están bien

Tabla 2.1: Parámetros observacionales y de identificación para NGC 104

Parámetro	Valor
ID	NGC 104
Nombre	47 Tuc
$\alpha_{2000.0}$	00hs 24' 05.2"
$\delta_{2000.0}$	-72°04' 51"
$R_o$	4.5 Kpc
$(m - M)_v$	13.37
$M_v$	-9.42
[Fe/HI]	-0.76
SpT	G4
$r_c$	0.44 arcmin
$r_t$	47.25 arcmin
$r_c$	0.60 pc.
$r_t$	64.89 pc.

mezcladas, entonces la distribución radial de brillo está reflejando una distribución espacial de dichas masas. En la proyección sobre el plano del cielo, estos sistemas aparecen como aproximadamente circulares. Esto hace que, al modelarlos con simetría esférica, se tenga una muy buena representación de los mismos. Bajo estas consideraciones, la distribución, ya sea espacial o de brillo, deberá ser dependiente sólo del radio.

Estas distribuciones de brillo, llamadas perfiles de brillo, fueron estudiadas en profundidad por I. King. King derivó una ley empírica que describe el comportamiento del brillo superficial en función de la distancia radial al centro [11]. La expresión de esa ley es:

$$f(R) = k \left[ \frac{1}{\sqrt{1 + (R/r_c)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 + (r_t/r_c)^2}} \right]^2 \quad (2.1)$$

siendo  $R$ , el radio proyectado en el plano del cielo;  $r_c$ , el radio dentro del cual el brillo superficial cae aproximadamente a la mitad de su valor máximo, llamado radio de core;  $r_t$ , es el radio de marca del cúmulo, llamado radio tidal; y  $k$  es una constante que describe el brillo central del objeto. Cuando  $r_t \gg r_c$ , la ec. 2.1 se obtiene como la integral de una función que es la que describe el comportamiento de la densidad de estrellas. Esta función es:

$$F(r) = \frac{f_o}{(1 + (r/r_c)^2)^{3/2}} \quad (2.2)$$

En la Eq. 2.2,  $f_o$  es la densidad central. La expresión  $F(r)dV$  representa entonces el número de estrellas dentro del diferencial de volumen  $dV$ , ubicado a una distancia  $r$  del

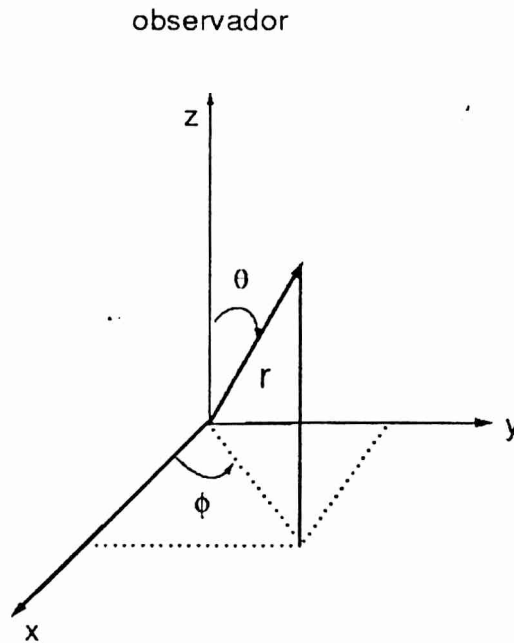


Figura 2.1: Especificación de las coordenadas usadas

centro.

Por lo expuesto más arriba, al ser esférica la forma que presentan estos objetos, es más sencillo trabajar en estas coordenadas y luego, de ser necesario, hacer un cambio a otros sistemas. Así, se generarán el radio,  $r$ , y las coordenadas angulares,  $\theta$  y  $\phi$  de las estrellas. La orientación de las coordenadas se muestra en la Fig. 2.1. Como el plano del cielo es el plano  $x$ - $y$ , la coordenada  $\theta$  responde a una distribución dada por :

$$g(\theta) = \frac{\sin(\theta)}{2}. \quad (2.3)$$

$\theta$  se mueve dentro del intervalo  $[0, \pi]$ . Para el caso de la coordenada  $\phi$ , la distribución es plana en los  $2\pi$  radianes en los que puede tomar valores. Con respecto a la coordenada radial, la distribución estará dada por la Eq. 2.2. Pero debemos tener en cuenta el hecho de que dicha ecuación representa una distribución espacial. La distribución, en ese caso, resulta:

$$f(r) = \frac{4\pi r^2}{(1 + (r/r_c)^2)^{3/2}} \quad (2.4)$$

El origen de los factores que aparecen en esta expresión representan al  $dV$  en coordenadas esféricas.

Una vez obtenidas las coordenadas esféricas para cada punto, se realiza el cambio a coordenadas cartesianas. Como se elige que el plano del cielo sea el plano x-y y que el eje z esté apuntando hacia el observador, los cambios serán:

$$\begin{cases} x = r \sin(\theta) \cos(\phi), \\ y = r \sin(\theta) \sin(\phi), \\ z = r \cos(\theta) \end{cases}$$

Vale aclarar que si bien se puede trabajar sin problemas en coordenadas esféricas, como se busca generar una imagen proyectada en el plano del cielo, es mejor, a los fines prácticos, hacer el pasaje de coordenadas y continuar el estudio en el sistema cartesiano.

## 2.3 Generación del cúmulo

La modalidad de trabajo es generar posiciones al azar, pero bajo la condición de que cumplan con las funciones de distribución correspondientes a cada coordenada. El método empleado en los programas fue Monte Carlo. Este consiste básicamente de tres pasos:

1. Se genera un número al azar y se calcula la variable asociada a ese número. Para nuestro caso, éstas serían las coordenadas.
2. Usando la expresión de la distribución que dicha coordenada debe cumplir, se evalúa a la misma en ese punto. En nuestro caso éstas serían las ecs. 2.3 o 2.4. Es conveniente, para este paso, que estén divididas por el valor máximo que toma la distribución. La razón para ésto se debe a que los generadores de números al azar dan valores entre 0 y 1.
3. Se genera otro número al azar que se utiliza para comparar con el valor de la distribución normalizada. Si este nuevo número resulta ser menor que el valor de la distribución en ese punto, entonces guardamos el primer número que se generó; si resulta ser mayor, se descarta.

De esta manera, lo que se hace es generar una distribución que incluye las posibles fluctuaciones estadísticas que caracterizan a estas funciones. Así se calcularon las coordenadas  $r$ ,  $\theta$  y  $\phi$  para un total de  $2 \times 10^6$  puntos. Este es el número de estrellas que se estima pertenecen a 47 Tuc. A modo de test, se pueden graficar histogramas de las variables generadas. Estos deben tener la forma de la distribución que se pide que siga la variable. Por ejemplo, en la Fig. 2.2, se muestra el correspondiente a la coordenada radial. Como se puede ver, si se traza una envolvente al histograma, lo que resulta es un perfil tipo King.

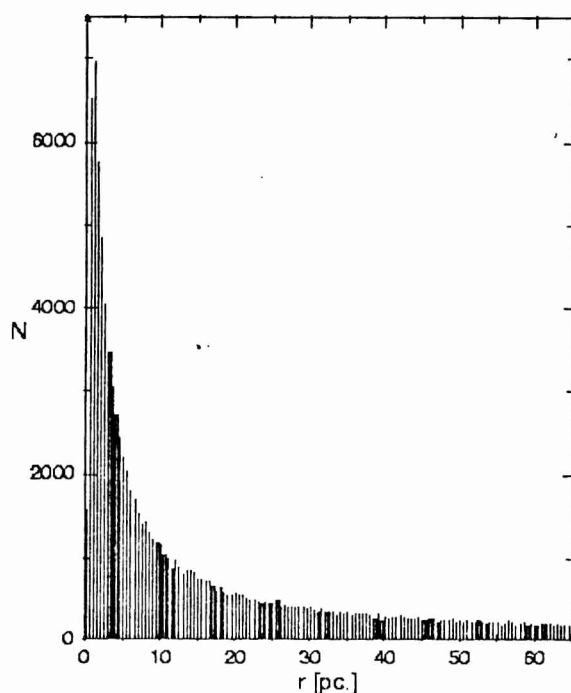


Figura 2.2: Histograma de la coordenada radial

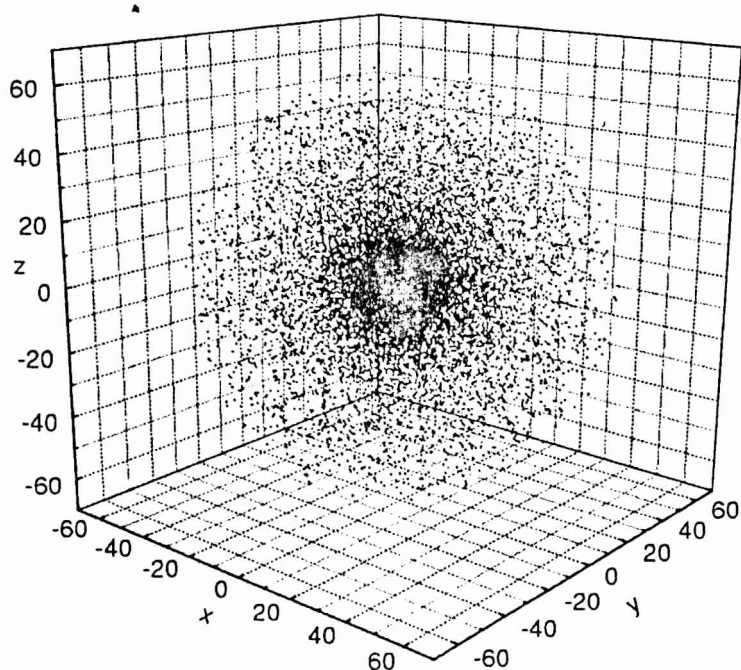
En la Fig. 2.3 se despliega la distribución de los puntos en 3 dimensiones. Cada uno de estos puntos representa una estrella.

Lo que se hizo luego fue realizar la proyección sobre el plano del cielo. Dentro de esta proyección también se tomó en consideración que se busca simular una observación real. En nuestro caso se eligió simular una imagen en un CCD que tenga  $2000 \times 2000$  pixels. A la distancia que se encuentra 47 Tuc, esto nos da una proyección en el plano del cielo de unos  $[-15 \text{ pc}, +15 \text{ pc}]$  en  $x$  y otro tanto en  $y$ . El origen de esa proyección está en el centro del cúmulo. El resultado de esa proyección se puede ver en la Fig. 2.4, donde tanto  $x$  como  $y$  están dadas en parsecs.

En esta primera instancia, podemos ver que la forma que toma esta proyección es lo que se esperaba. Este gráfico muestra una distribución muy similar a la que se ve en las observaciones.

## 2.4 Generación de las magnitudes

Luego de tener una distribución espacial correcta de los puntos, se le debe asignar a éstos los valores de la magnitud en la longitud de onda que se quiera. En el presente trabajo se eligieron las magnitudes en el visual (V) y en el azul (B). La metodología es la descrita



**Figura 2.3:** Distribución volumétrica de puntos en coordenadas cartesianas

en la sección anterior, pero ahora se tienen distintas expresiones para las distribuciones de color.

Para saber cómo es la forma que tienen estas expresiones, se necesita saber cómo es la función de luminosidad. Esta depende del cúmulo que se elija simular y es preciso tener datos fotométricos confiables. Para el caso de 47 Tuc, la mayor fotometría realizada hasta ahora es la que se encuentra en el trabajo realizado por Hesser y colaboradores [12]. En este trabajo se presentan los datos individuales de cerca de 9000 estrellas. Los valores tabulados están separados en 4 campos y son la posición y las magnitudes  $V$  y  $B$ . De estos últimos valores se derivó el color  $B - V$ , que también aparece tabulado para cada objeto.

Lo primero que se hizo fue calcular los porcentajes respecto del total de estrellas que pertenecen a cada rama del diagrama H-R. Para esto se utilizaron las tablas II, III, IV y V del trabajo de Hesser y se consideró que la muestra dada en el mismo representa bien al total del cúmulo y se los puede aplicar a una muestra más grande. Se trabajó con 4 ramas, a saber: la secuencia principal (SP), que se extiende desde  $V = 17.10$  hasta  $V = 23.80$ ; el turn off (TO) que toma valores desde  $V = 17.10$  a  $V = 17.20$ ; la rama de las gigantes (RG) que va desde  $V = 11.70$  a  $V = 17.10$ ; y la rama horizontal (RH), con  $V = 14.06$  a  $V = 14.09$ . Nótese que a la rama asintótica se la consideró dentro de la rama de las gigantes. Con esta información y los valores del color  $B - V$  para cada una de las ramas propuestas, se encontraron que los porcentajes correspondientes son:

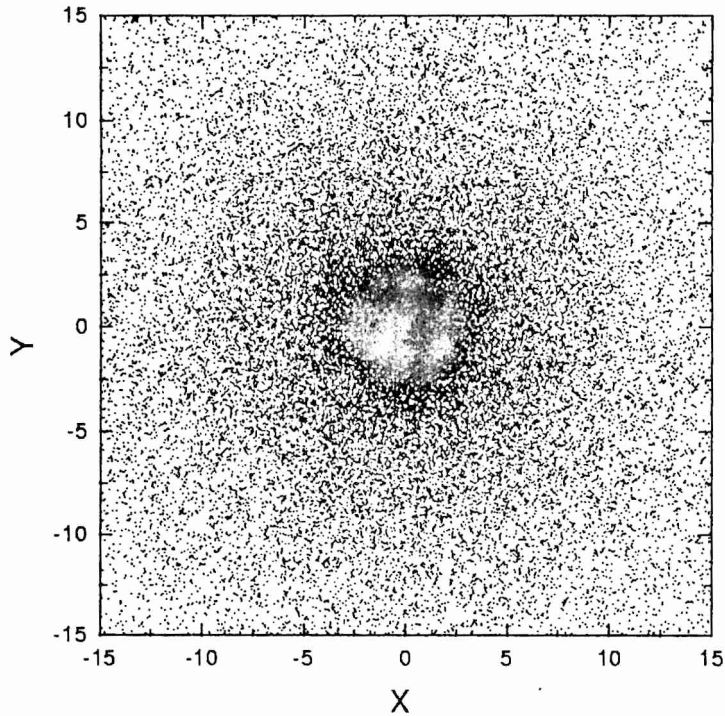


Figura 2.4: Proyección en el plano de ciclo.

SP=79.62

TO= 2.14

RG=17.73

RH= 0.51

En función de estos porcentajes, se calculó el número total de estrellas en cada rama. Además, las estrellas dentro de cada rama no tienen una distribución uniforme. Lo que debemos hacer ahora es estimar cual es la distribución en cada una de estas ramas. La forma en la cual se distribuyen la da la función de luminosidad,  $\Phi$ . Esta función nos da el número de estrellas que tienen magnitudes entre  $V$  y  $V + dV$ . La modalidad de trabajo fue la siguiente: utilizando la tabla XV del trabajo de Hesser y colaboradores, se reprodujo la figura 22 de dicho trabajo. Esta figura describe el comportamiento del  $\log(\Phi)$  como función de  $V$ . Se rehizo esta figura, pero ahora como  $\Phi$  contra  $V$  y se identificó en dicho gráfico las secciones correspondientes a cada rama del diagrama H-R.

Sólo se consideraron distribuciones uniformes en la SP y en la RG, dejando distribuciones planas las correspondientes al TO y a la RH. A continuación se realizaron ajustes para cada sección de la curva [Ver apéndice A].

Una vez conocida la distribución de estrellas dentro de cada rama, se pueden generar las magnitudes para los  $2 \times 10^6$  de estrellas que se van a simular.

## 2.5 Generación de los colores

Para calcular  $B - V$ , se adoptó el diagrama color-magnitud descrito en la sección VI del trabajo de Hesser y colaboradores. Nuevamente, se reproduce el diagrama en base a los datos compilados en la tabla IX de dicho paper y se separa en las distintas ramas. Para cada una de ellas se obtiene un ajuste para  $B - V$  en función de  $V$ . Con las magnitudes ya calculadas, sólo resta calcular el color valiéndonos de estos ajustes.

A estos valores se los generó sumándoles un parámetro de error. Este valor depende de la sección que se simula y fue sumado o restado al azar, teniendo como valores extremos los errores medios que salen de la fotometría de 47 Tuc del trabajo de Hesser.

En la Fig. 2.5 se muestra el diagrama color magnitud simulado. El ancho que presenta es debido a la simulación de los errores fotométricos, i.e., cuánto se desvía el cúmulo real de un ajuste perfecto.

Por último, se calcularon las magnitudes en el azul a partir de los colores  $B - V$  y de la magnitud en el visual. Esto se hizo a fin de facilitar los cálculos que se deben realizar en la siguiente parte del trabajo.

Todo lo descrito en el presente capítulo se realizó mediante la implementación de un programa en FORTRAN 77. Las fuentes de este programa se encuentran en el Apéndice B de este trabajo.



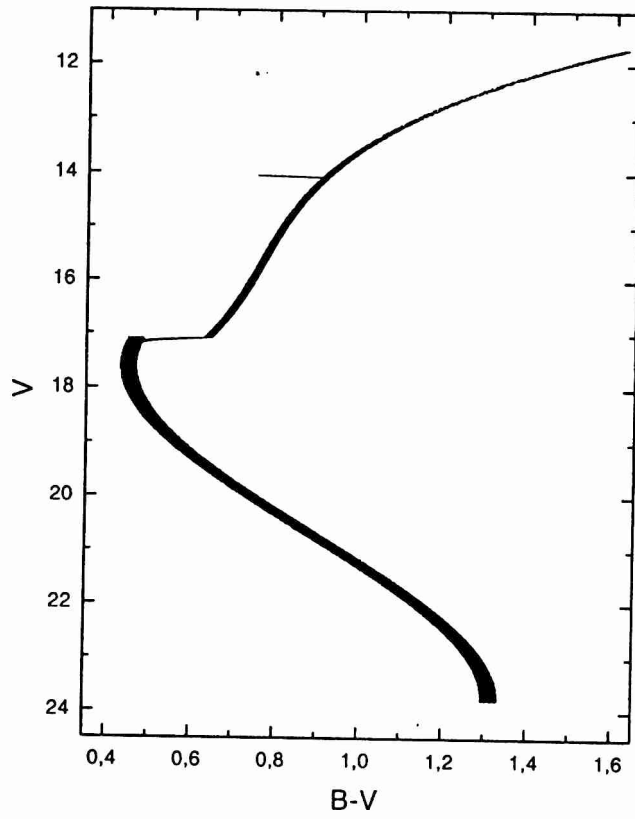


Figura 2.5: Diagrama Color-Magnitud simulado.

## Capítulo 3

# Cálculo de los efectos del material interestelar

*-Querrían decirme -dijo Alicia, con cierta timidez- por qué están pintando esas rosas? Cinco y Siete no dijeron nada, pero miraron o Dos.*

*Dos empezó en voz baja:  
-Bueno, el hecho es, señorita, que aquí debería haber un rosal rojo, y nosotros pusimos por error uno blanco. Y si la Reina lo descubre, nos hará cortar la cabeza a todos.*

Lewis Carrol  
*Aventuras de Alicia en el País de las maravillas.*

### 3.1 Introducción

Con el objeto de poder determinar el nivel de detectabilidad del material interestelar dentro de los cúmulos globulares, es necesario ahora modelar las características de este. Para ello ya se han generado las distribuciones espaciales y de brillo individuales de las estrellas que lo conforman. Este paso ha sido descrito en el capítulo anterior. En base a esta generación, que daremos en llamar “cúmulo limpio” (por la idea de que está libre de material interestelar), se calcularán los efectos sobre las estrellas de una distribución de gas y polvo. Sólo se considerará al polvo con una distribución que sea la misma que la de las estrellas en el cúmulo. Esto es, que la densidad de polvo dentro del mismo sigue una ley de la forma de un perfil de King, en donde las diferencias entre ambas distribuciones, la correspondiente al cúmulo y la del material interestelar, radican en los valores de la densidad central.

## 3.2 Caracterización del material interestelar

La existencia de material interestelar trae como consecuencia la absorción de la radiación emitida por las estrellas. Esta absorción se traduce en un aumento de las magnitudes observadas, esto es una disminución del brillo. La cantidad en la cual se disminuye la radiación depende de las características del material y de la longitud de onda de la observación.

El material interestelar absorbe y emite radiación en las distintas longitudes de onda con distinta eficiencia. Estos procesos se realizan por medio de dos mecanismos: la emisión o absorción pura y la dispersión. En el presente trabajo consideraremos solo la absorción y lo haremos de manera global. Consideraremos que el material está descrito, en este sentido, por un coeficiente de absorción del medio,  $\kappa_\nu$ , que depende de las características físicas de este y de la longitud de onda. La forma que toma este coeficiente no es trivial y en la mayoría de los casos sólo se lo conoce de manera aproximada.

En función de este coeficiente, se define una cantidad, llamada Profundidad óptica del medio,  $\tau_\nu$ , que nos aporta información acerca de la masa de material responsable de la absorción, y se define como

$$d\tau_\nu = \kappa_\nu dS, \quad (3.1)$$

donde  $dS$  es un diferencial de camino dentro del medio. A partir de esta definición es que podemos pensar en la profundidad óptica como una medida de la inversa del camino libre medio de la luz dentro del material. Si el medio es opaco (esto es, está descrito por un  $\tau_\nu$  mucho mayor que 1), gran parte de la radiación que incide sobre el material será absorbida por el mismo y sólo observaremos la luz proveniente de la parte mas externa, producida en los procesos de emisión que allí ocurran [14]. A este tipo de medio se lo llama ópticamente grueso. Si, por el contrario, el medio es ópticamente delgado ( $\tau_\nu$  mucho menor que 1), la radiación observada aportará información de regiones más internas.

## 3.3 Consecuencias de la presencia de material interestelar

De qué manera se tienen en cuenta estos efectos sobre la radiación observada? Las magnitudes observadas se definen como

$$m_\nu = -2.5 \log(I_\nu) + C \quad (3.2)$$

donde  $I_\nu$  es la intensidad específica neta que emerge de la fuente observada y  $C$  es una constante que surge debido a que las observaciones deben ser calibradas con fuentes estandar. Esta intensidad se calcula como solución a la ecuación de transporte. Se puede aproximar a la intensidad por la expresión:

### 3.3. Consecuencias de la presencia de material interestelar

---

$$I_\nu = I_o \exp(-\tau_\nu). \quad (3.3)$$

El valor  $I_o$  es la intensidad incidente sobre el material. Necesitamos, entonces, una expresión para  $\tau_\nu$ . Ésta está provista por la integral de la ecuación 3.1, para lo cual hay que conocer  $\kappa_\nu$ . La integral se extenderá desde la posición que ocupa la fuente que emite la radiación hasta donde haya material interestelar, en sentido hacia el observador. De esta manera, lo que obtenemos es:

$$\tau_\nu = \int \kappa_\nu dS. \quad (3.4)$$

Si la densidad numérica de partículas que conforman el medio está dada por  $n$ , y  $m_p$  es la masa que tienen dichas partículas, la relación entre ambas cantidades está dada por la función de distribución del medio,  $\rho(\mathbf{r})$

$$n = \frac{\rho(\mathbf{r})}{m_p}. \quad (3.5)$$

Si llamamos a la sección eficaz que caracteriza a las partículas  $\sigma_\nu$ , podemos usar una expresión aproximada para el coeficiente de absorción dada por:

$$\kappa_\nu = \sigma_\nu n. \quad (3.6)$$

Y reemplazando la ecuación 3.5 en la ecuación 3.6, obtenemos:

$$\kappa_\nu = \frac{\sigma_\nu \rho}{m_p}. \quad (3.7)$$

Finalmente, la expresión que buscamos para  $\tau_\nu$  es:

$$\tau_\nu = \frac{\sigma_\nu}{m_p} \int \rho(\mathbf{r}) dS. \quad (3.8)$$

Es en este punto donde debemos resolver dos cuestiones:

1. Necesitamos conocer como es la expresión de la distribución de polvo en el medio,  $\rho(\mathbf{r})$ . Esta dependerá de la posición ya que representa la densidad de partículas.
2. Debemos fijar las constantes que caracterizan al medio, las cuales englobaremos en un solo valor,  $C_\nu$ .

### 3.3. Consecuencias de la presencia de material interestelar

---

Para resolver ambos problemas, tenemos que tener en cuenta los modelos que se elijan. Como una primera aproximación al problema general que se plantó en este trabajo, supondremos que la distribución de polvo tiene la misma forma que la distribución de estrellas dentro del cúmulo. Luego la forma asumida para  $\rho(\mathbf{r})$  será

$$\rho(\mathbf{r}) = \frac{\rho_o}{\left(1 + (r/r_c)^2\right)^{3/2}}. \quad (3.9)$$

La integral 3.8, se realiza a lo largo de la línea de la visual. En nuestro caso, esto es lo mismo que integrar a lo largo de la variable  $z$ , desde la posición que ocupa la estrella hasta el borde del cúmulo. Sólo estamos considerando la presencia de material interestelar dentro del cúmulo. La relación entre  $r$  y  $z$  la da la definición del radio:

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2. \quad (3.10)$$

Finalmente la integral que debemos realizar es:

$$\tau_\nu = C_\nu \int \frac{r_c^3}{(r_c^2 + x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} dz. \quad (3.11)$$

Esta integral debe calcularse para cada una de las estrellas pertenecientes al cúmulo. Esto se llevó a cabo mediante la implementación de un programa en Fortran 77 [Ver apéndice B]. Como sólo integramos a lo largo de la línea de la visual, la integración se realizó sólo sobre las estrellas que forman parte de la proyección sobre el plano del cielo.

El otro problema que se nos presenta es: Qué tipo de partícula conforma el polvo? De esto depende el valor de  $C_\nu$ , el cual a su vez depende fuertemente de la longitud de onda. Esta constante es de la forma

$$C_\nu = \frac{\sigma_\nu \rho_o}{m_p}. \quad (3.12)$$

Vemos que engloba todas las constantes que caracterizan al tipo de partícula que conforma el medio interestelar. Como lo que estamos buscando es saber cual es el nivel de detectabilidad del material dentro de los cúmulos, la metodología adoptada fue la siguiente. Primero se fijaron los valores totales de  $\tau_\nu$  en la longitud de onda del visual. Se tomaron cuatro valores distintos, a saber

- $\tau_V = 0.5$
- $\tau_V = 1.0$
- $\tau_V = 1.5$
- $\tau_V = 2.0$

**Tabla 3.1:** Parámetros para la integración

$\tau_V$	$\tau_B$	$C_V$	$C_B$
0.5	0.6563	0.41668	0.54690
1.0	1.3125	0.83337	1.09380
1.5	1.9688	1.25005	1.64700
2.0	2.6250	1.66674	2.18759

Estos valores corresponden a la integral 3.11 con  $(x,y)=(0,0)$  y desde  $z_1 = -r_t$  hasta  $z_2 = r_t$ . Esto significa que el máximo valor posible que puede llegar a tomar la profundidad óptica en cada uno de los casos es uno de los que se listaron. Calculando la integral y teniendo el valor de  $\tau_V$ , derivamos los valores de  $C_V$ , como el valor de  $\tau_V$  dividido por la integral descripta. El valor de esta integral es 1.20. Para hallar los valores correspondientes a  $C_B$  nos valemos de la constante de absorción, cuya expresión es

$$R = \frac{A_V}{(A_B - A_V)} = \frac{\tau_V}{(\tau_B - \tau_V)}, \quad (3.13)$$

donde  $A_V$  son las absorciones en cada una de las bandas dadas. Tomando el valor típico para  $R$  en la Galaxia,  $R=3.2$  [15], obtenemos que los valores  $\tau_B$  son:

$$\tau_B = 1.3125 \tau_V, \quad (3.14)$$

Y con ambas profundidades ópticas, la constante  $C_B$  resulta:

$$C_B = \frac{C_V \tau_B}{\tau_V}. \quad (3.15)$$

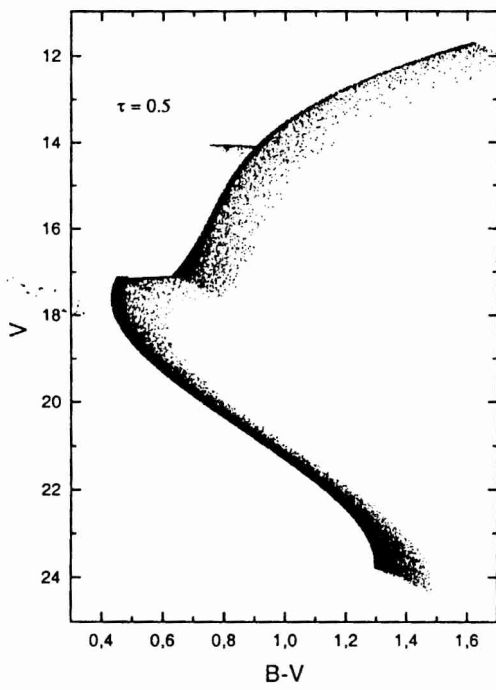
Los resultados correspondientes a cada longitud de onda se compilan en la tabla 3.1.

### 3.4 Colores y magnitudes con extinción

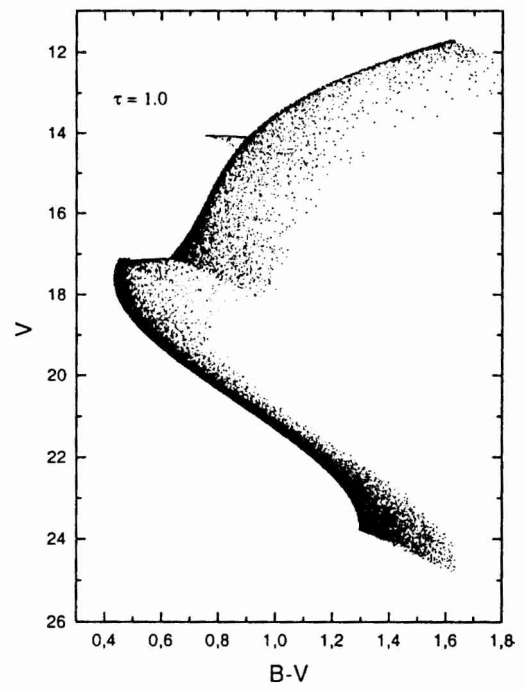
Valiéndonos de las ecuaciones 3.2 y 3.3, se obtiene que la magnitud se verá afectada en una cantidad:

$$\Delta m_\nu = -2.5 \log(I_\nu/I_0) = 2.5 \log(e)\tau_\nu. \quad (3.16)$$

En función de esta expresión y de los valores tabulados en 3.1, se calcularon las nuevas magnitudes en las dos bandas propuestas. Esto se llevo a cabo mediante la implementación de un programa realizado en FORTRAN 77, el cual se puede ver en el Apéndice B. En las Figs. 3.1 y 3.2 se presentan los diagramas Color-Magnitud para los distintos valores de  $\tau_\nu$ .

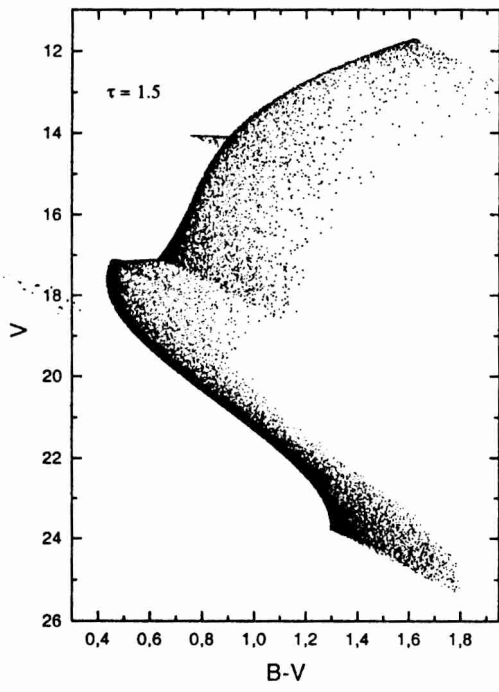


(a)  $\tau_V = 0.5$

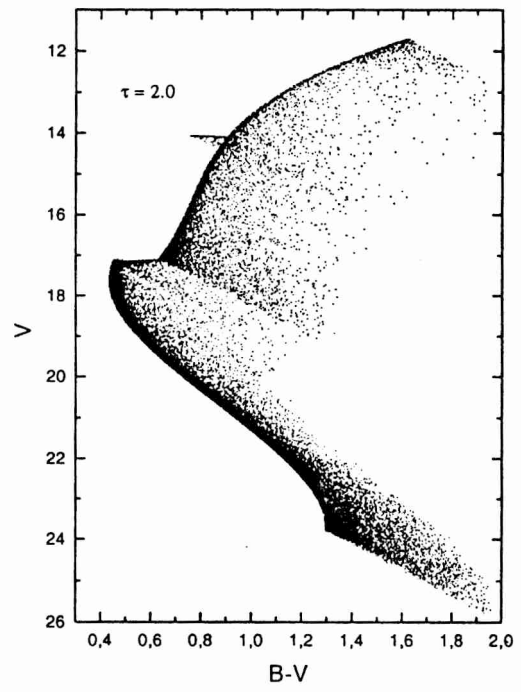


(b)  $\tau_V = 1.0$

Figura 3.1: Diagrama Color-Magnitud, I



(a)  $\tau_V = 1.5$



(b)  $\tau_V = 2.0$

Figura 3.2: Diagrama Color-Magnitud, II



### 3.4. Colores y magnitudes con extinción

---

Si comparamos los diagramas con alguno de los observacionales, como por ejemplo el presentado en la fig. 18 del trabajo de Hesser [12], en donde se trata de ajustar los modelos teóricos a las observaciones, lo que vemos es que un efecto como el puesto de manifiesto en las figs.3.1 y 3.2 puede caer dentro de los márgenes de error de las observaciones y pasar inadvertido para bajos valores de  $\tau_v$ . Estos primeros resultados nos estarían dando la pauta de que, si existe material interestelar dentro de los cúmulos globulares, la detección de este puede estar enmascarada por los errores de observación.

# Capítulo 4

## Generación de las imágenes

*Fuiste atrapado en el fuego cruzado de tu infancia  
y tu estrellato, soplado por la brisa de acero.  
Vamos tú, blanco de risas lejanas;  
vamos, extranjero; y tú, leyenda,  
y tú, mártir; y brilla!*

Brilla tu Diamante Loco  
Wright, Waters, Gilmour.  
*Pink Floyd.*

### 4.1 Introducción

Lo que buscamos ahora es poder generar una imagen que simule una observación. Para esto fueron utilizados los paquetes que contiene el programa de procesamiento de imágenes, IRAF [16].

### 4.2 Resultados

Utilizando la subrutina MKOBJECT, que se encuentra dentro del paquete NOAO - ARTDATA, se generaron las imágenes correspondientes a cada uno de los cúmulos simulados. Esta subrutina crea una imagen con formato FITS a partir de un archivo ASCII que contenga las coordenadas de las estrellas en pixels y las magnitudes. Sobre cada una de las futuras estrellas, ajusta una PSF (Point Spread Function), cuyos parámetros deben ser ajustados dentro de la subrutina y también dentro del paquete que la contiene. Se debe fijar un tiempo de exposición y un punto cero para la magnitud, así como también si se desea que la imagen posea ruido o no. La especificación de cada uno de estos puntos depende de la precisión con la que se quiera a la imagen final. En el Apéndice C, damos un

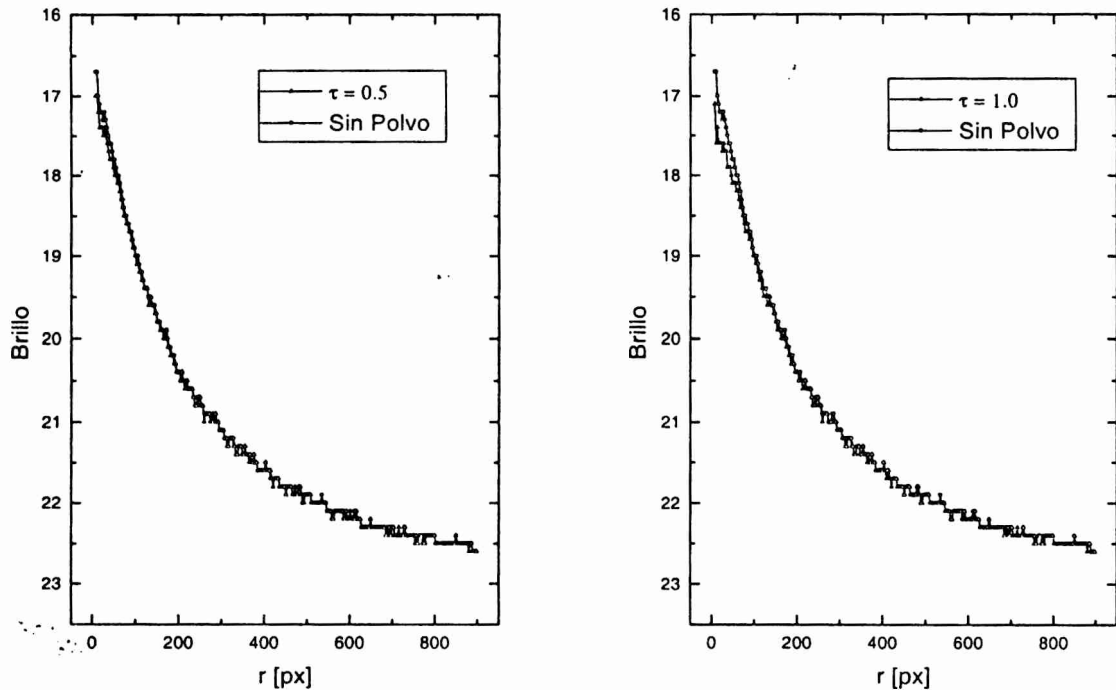


Figura 4.1: Comparación de los perfiles de brillo, I

ejemplo. Algunas de las imágenes desplegadas se muestran en el mismo Apéndice. Como se ve en las mismas, desde el punto de vista de la forma y el tamaño del cúmulo, no hay diferencias entre las imágenes. Solo realizando un análisis más profundo, se pueden obtener diferencias apreciables.

Una vez obtenidas las 5 imágenes, una del “cúmulo limpio” y las 4 restantes correspondientes a cada valor de  $\tau_V$ , se aplicó la subrutina ELLIPSE, que se encuentra dentro de STSDAS - ANALYSIS - ISOPHOTE. Básicamente, esta subrutina traza elipses concéntricas, calculando el brillo total contenido en cada anillo entre dos de ellas consecutivas [Ver Apéndice C]. Esto nos permite levantar un perfil de brillo del objeto estudiado. Porque queremos hacer esto? Para ver si ocurre algún cambio en las imágenes al agregar polvo a las mismas. En las figs. 4.1 y 4.2 se presentan los perfiles de brillo comparados respecto al correspondiente al cúmulo globular sin contenido de polvo.

Lo que observamos a partir de los perfiles de brillo es que, efectivamente, la radiación que recibiría un observador se ve disminuida. Esta merma en la cantidad de luz detectada es mayor a medida que la profundidad óptica aumenta, siendo de casi una magnitud más para el caso de  $\tau_V=2.0$ . Se espera que una distribución de polvo suave, como la que se planteó en este trabajo, sea ópticamente delgada. Esto conduce a tener valores de  $\tau_V$  menores que

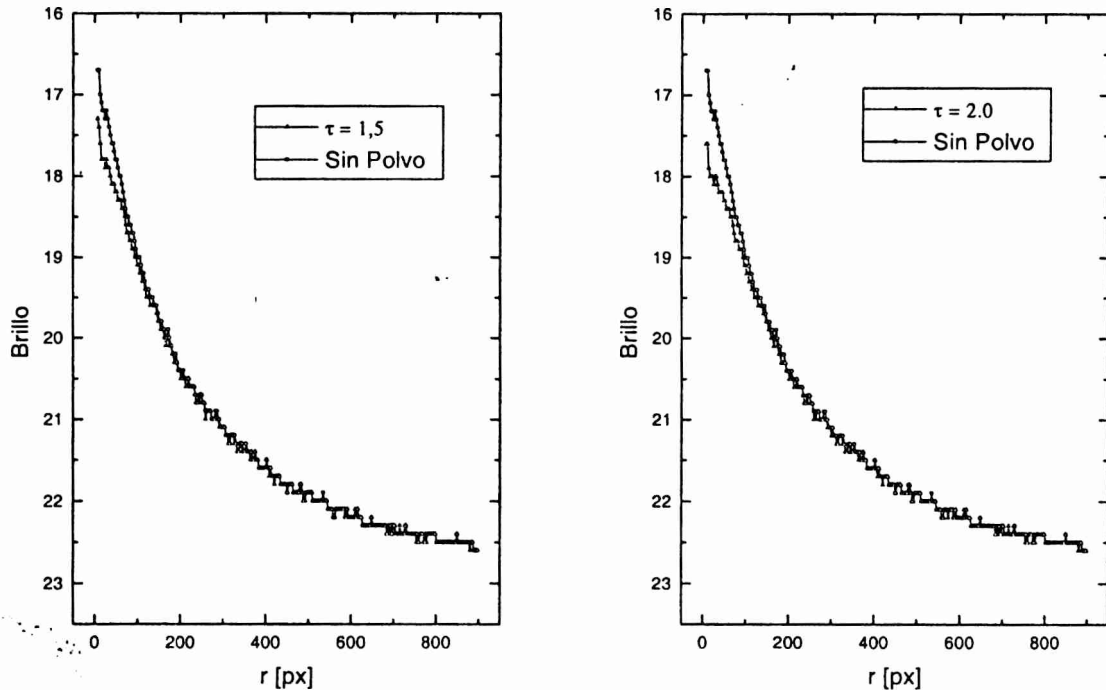


Figura 4.2: Comparación de los perfiles de brillo, II

la unidad. Si esto es lo que está ocurriendo, entonces tenemos un argumento mas a favor de que la presencia de polvo dentro de los cúmulos globulares podría ser enmascarada tras los errores observacionales, ya que, para  $\tau_V = 0.5$ , los errores típicos de las observaciones son del orden de la diferencia entre los dos perfiles de brillo (el correspondiente al cúmulo sin polvo y el que tiene un  $\tau_V = 0.5$ ).

Nos preguntamos ahora que significan, en terminos de la masa de polvo, los distintos valores de la profundidad óptica que escogimos. Lo que buscamos es poder tener un marco de referencia mayor a los fines de poder realizar una comparación.

### 4.3 Estimación de la masa

En esta sección estimaremos la cantidad de masa de polvo que esta representada por los valores de  $\tau_V$  impuestos en el capítulo anterior. El cálculo se basa en que la masa total de polvo es

Tabla 4.1: Parámetros de las partículas

$a_i$ (nm)	$\sigma_V$ ( $pc^2$ )	$m_p$ (grs)
3	$2.97 \cdot 10^{-50}$	$3.70 \cdot 10^{-19}$
10	$3.30 \cdot 10^{-49}$	$4.14 \cdot 10^{-17}$
30	$2.97 \cdot 10^{-48}$	$3.74 \cdot 10^{-16}$
100	$3.30 \cdot 10^{-47}$	$1.38 \cdot 10^{-14}$
300	$2.97 \cdot 10^{-46}$	$3.74 \cdot 10^{-13}$

Tabla 4.2: Masas estimadas de polvo

$\tau_v$	$M(M_\odot)$
0.5	0.026
1.0	0.053
1.5	0.079
2.0	0.105

$$M = \int \frac{\rho_o}{(1 + (r/r_c)^2)^{3/2}} dv \quad (4.1)$$

donde la integral se extiende sobre todo el volumen que ocupa el cúmulo. Para poder conocer  $M$ , necesitamos saber cual es el valor de  $\rho_o$ . Este valor lo podemos derivar apartir de considerar el valor de  $C_v$ , calculados en el capítulo anterior. Luego, necesitamos estimar de alguna manera las cantidades que definen la constante  $C_v$ . Es necesario, entonces conocer los valores de los parámetros  $\sigma_V$  y  $m_p$ . Para esto debemos elegir que tipo de partículas conforman el material interestelar.

Basándonos en las conclusiones del trabajo de Pellizza [9], el tipo de partícula que permanece por mas tiempo dentro del cúmulo son los silicatos. Tomando los tamaños típicos de estos en la Galaxia, dados por Draine y Lee [17], se tienen cinco tamaños diferentes, dados por los radios  $a_i$ . Para cada uno de estos tamaños, se calcularon las secciones eficaces y las masas. Esta última se calcula como el producto de la densidad de cada partícula,  $\rho_p$ , por el volumen de cada una de ellas. El valor adoptado  $\rho_p$  fue de  $3.3 \text{ grs/cm}^3$ . En la tabla 4.1 se dan los distintos valores hallados.

En función de estos resultados se calcularon los valores medios de la sección eficaz y de la masa,  $\sigma$  y  $m$ . Los promedios fueron pesados por las función de distribución correspondientes. Estas son proporcionales al radio de la partícula a la  $-3.5$ , en el caso de los tamanños, y lo mismo ocurre para el caso de  $m$ . Utilizando toda esta información las masas estimadas son las dadas en la tabla 4.2.

El valor para la masa de polvo dentro de los cúmulos, que sale de los modelos de

evolución [3] es de  $0.03 M_{\odot}$ . Esto estaría, según nuestros cálculos, representado por una profundidad óptica de entre 0.5 y 1.0.

# Capítulo 5

## Conclusiones

*Gonzalvo.- Por la virgen, señor, no puedo mas!  
Me duelen mis viejos huesos: hemos andado  
en mil laberintos, por atajos y por  
sinuosas rutas. Con vuestro permiso,  
necesito descansar.*

William Shakespeare  
*The tempest, Act. III, Scene III*

Hemos estudiado la presencia de material interestelar, basicamente polvo, dentro de los cúmulos globulares simulando computacionalmente distintas situaciones. A partir de los resultados obtenidos lo que podemos concluir es que la posible presencia de material interestelar dentro de los cúmulos globulares podría pasar inadvertida para bajos valores de  $\tau_V$ , ya que los niveles a los cuales se hace detectable su presencia, son comparables con los errores observacionales. Esto se puede ver tanto en los diagramas color-magnitud como en los perfiles de brillo, obtenidos a partir de las imágenes generadas.

En este sentido, no estamos en condiciones de afirmar que efectivamente existe material intra-cúmulo. Por otro lado, estos primeros resultados ponen de manifiesto que, el hecho de no detectarlo, no significa que no podría existir. Hemos visto que para bajos niveles esperados de polvo dentro de los cúmulos globulares [3], los efectos son enmascarados por los errores de la fotometría. Esto nos lleva pensar en que deberíamos buscar la manera de realizar mediciones más precisas, o con diferentes técnicas, con el fin de poder tener una resolución mayor y así obtener mediciones con menor error. Esto debería estar acompañado por el desarrollo de una teoría más detallada desde le punto de vista evolutivo de las estrellas que conforman los cúmulos globulares y una caracterización más precisa de las partículas que conforman el medio interestelar del halo de la Galaxia.

# Epílogo

*La táctica consiste en saber  
qué hacer cuando hay algo que hacer.  
La estrategia, en saber qué hacer  
cuando no hay nada que hacer.*

Savielly Tartakover.

En el presente trabajo se planteó un modelo sencillo para el material interestelar y sus posibles consecuencias observacionales sólo se las consideró desde el punto de vista de sus características ópticas observacionales. En base a lo ya realizado, nos proponemos estudiar, como una continuación a este trabajo, modelos más completos.

Es así que se plantea como trabajo a futuro, generar una estructura individual e independiente de material interestelar con ubicación conocida a priori y analizar cuál es su nivel de detectabilidad. Es decir, si es observable o no una estructura de este tipo ubicada dentro de un cúmulo globular.

A ésto le seguiría un modelo más realista aún, basado en la ubicación de “burbujas” de material interestelar alrededor de estrellas que hayan llegado a su etapa de gigantes rojas. Los tamaños de estas “burbujas” dependerán de qué tan evolucionada sea la estrella y la cantidad de estas estructuras estará dada por la edad del cúmulo a simular. Por último, se sumarán ambos modelos de distribución de polvo, el suave y el localizado, y se realizará el mismo tipo de comparación que en el presente trabajo.

Además, se propone incluir la dispersión en los modelos y estudiar qué es lo que sucede con la polarización.



# Apéndice A

## Ajustes de $V$ , $B-V$ y $\Phi$

Se reproducen aquí las tablas IX y XV del trabajo de Hesser y colaboradores, en las cuales se basaron los ajustes para generar las magnitudes y los colores. También se dan las expresiones de los ajustes y sus gráficos correspondientes. Con estos valores se realiza el diagrama que se ve en la Fig.A.1.

Tabla A.1: Magnitudes y colores

V	B-V	V	B-V	V	B-V
RGB		13.00	1.06	18.50	0.60
11.70	1.70	13.20	1.00	18.75	0.64
11.85	1.60	13.50	0.90	19.00	0.68
12.03	1.50	13.80	0.88	19.50	0.75
12.23	1.40	RHB		20.00	0.84
12.55	1.30	14.06	0.76	20.50	0.96
13.00	1.19	14.09	0.91	21.00	1.07
13.50	1.10	MS		21.50	1.19
14.00	1.01	17.10	0.76	22.00	1.30
14.50	0.95	17.12	0.70	22.30	1.35
15.00	0.90	17.18	0.60	22.65	1.38
16.00	0.83	17.40	0.55	22.90	1.40
16.50	0.81	17.50	0.54	23.30	1.43
17.00	0.79	17.65	0.54	23.60	1.45
AGB		17.90	0.55	23.80	1.50
12.50	1.24	18.05	0.56		
12.75	1.14	18.25	0.57		

Los ajustes se realizaron para cada sección. Recordar que a la rama asintótica se la consideró junto con la rama de las gigantes y en el caso del turn off, se lo tomó por separado de la secuencia principal. Se dan a continuación los ajustes realizados.

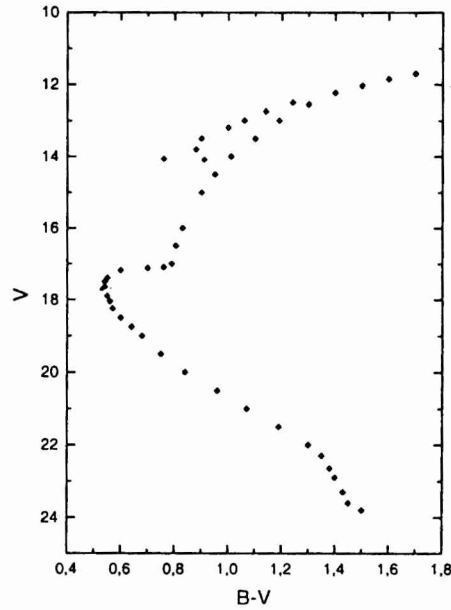


Figura A.1: Diagrama Color-Magnitud.(Hesser)

$$B - V = 62.96 - 9.427 V + 0.466 V^2 - 0.00751 V^3 \quad \text{para la SP} \quad (\text{A.1})$$

$$B - V = 4931.49 - 573.36 V + 16.667 V^2 \quad \text{para el TO} \quad (\text{A.2})$$

$$B - V = 37.603 - 6.915 V + 0.437 V^2 - 0.0093 V^3 \quad \text{para la RG} \quad (\text{A.3})$$

$$B - V = -69.54 + 5 V \quad \text{para la RH} \quad (\text{A.4})$$

En las Figs. A.2 y A.3 se muestran los ajustes que corresponden a la SP y a la RG, a modo de ejemplo. Nótese que los ejes están invertidos respecto a los diagramas color-magnitud típicos ya que lo que se busca es  $B - V$  como función de  $V$ .

Tabla A.2: Función de luminosidad

V	$\log(\phi)$	V	$\log(\phi)$	V	$\log(\phi)$
12.36	-0.97	16.39	0.28	20.15	1.43
12.66	-0.67	16.63	0.47	20.40	1.34
12.83	-0.67	16.89	0.54	20.62	1.46
13.13	-0.49	17.15	0.98	20.87	1.34
13.42	-0.75	17.37	1.16	21.11	1.48
13.91	-0.01	17.63	1.18	21.36	1.43
14.09	0.32	17.88	1.29	21.62	1.46
14.41	-0.67	18.13	1.28	21.88	1.51
14.59	-0.07	18.38	1.29	22.14	1.69
14.88	-0.37	18.63	1.30	22.38	1.69
15.13	-0.22	18.86	1.45	22.62	1.74
15.39	-0.19	19.13	1.18	22.88	1.90
15.63	-0.12	19.41	1.20	23.10	1.79
15.88	-0.08	19.60	1.43	23.38	1.98
16.12	-0.04	19.87	1.40	23.59	2.02

Con los valores dados en la tabla A.2 se realizaron las Figs.A.4 y A.5, a partir de las cuales se calcularon los ajustes utilizados en el programa.

Los ajustes de la función de luminosidad se dan a continuación:

$$\begin{aligned}
 \phi(V) &= -83.628753779 + 12.927084594 V - 0.6641067 V^2 + +0.011367699 V^3 \text{ (SP)}, \\
 \phi(V) &= 19.572905996 - 5.657188484 V + 0.611450814 V^2 \\
 &\quad -0.029292671 V^3 + 0.00052496 V^4 \text{ (RG)}. \quad (\text{A.5})
 \end{aligned}$$

Los puntos correspondientes a la RH fueron removidos para hacer el ajuste y los mismos se hicieron por separado en cada una de las ramas. En las figs.A.6 y A.7 se muestran las curvas correspondientes a los ajustes realizados.

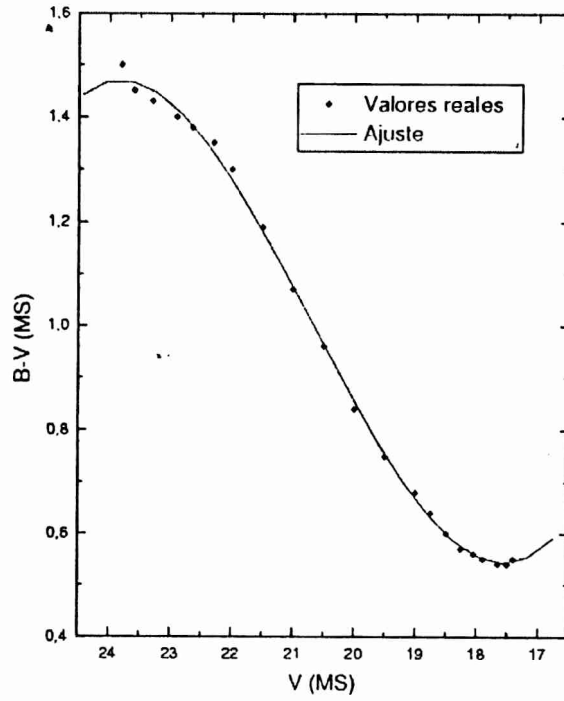


Figura A.2: Ajuste para la SP

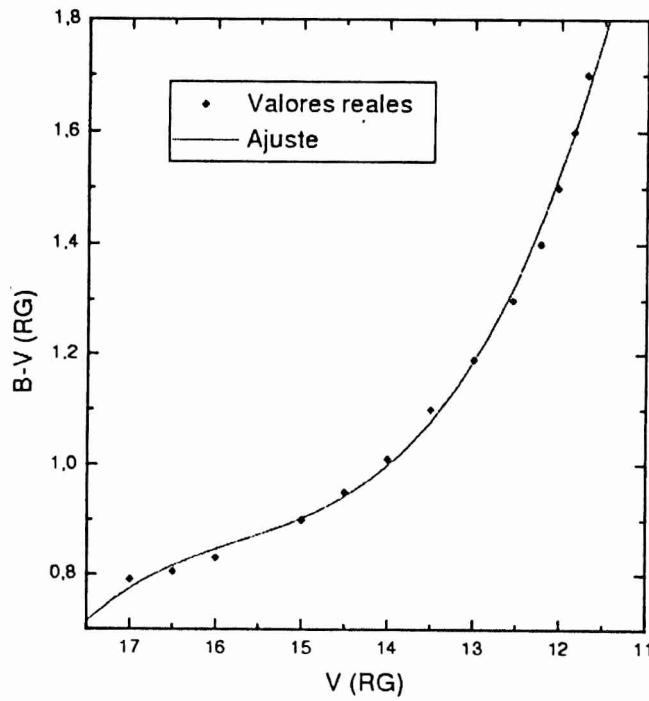


Figura A.3: Ajuste para la RG

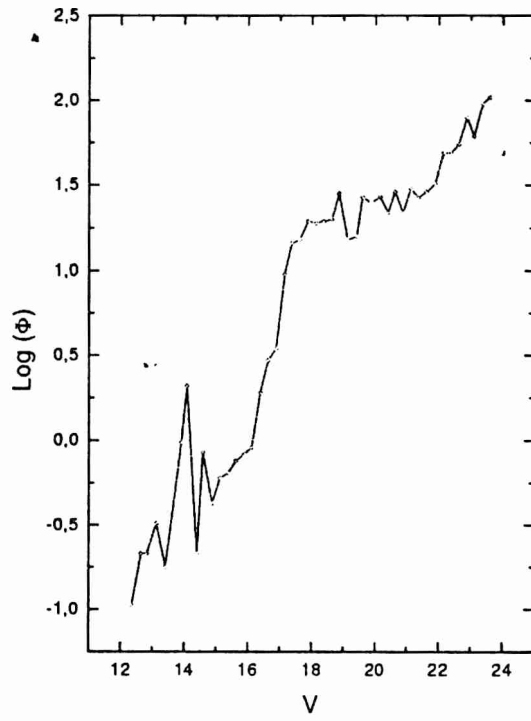


Figura A.4: Logaritmo de la función de luminosidad

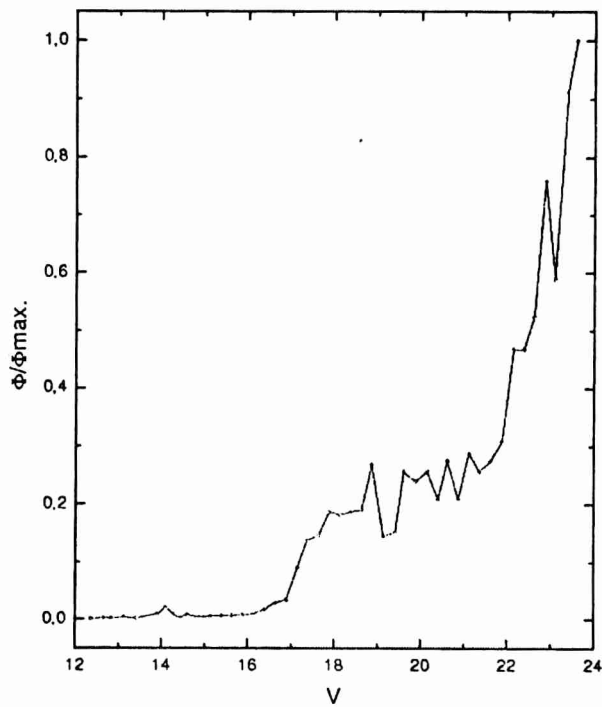


Figura A.5: Función de luminosidad normalizada

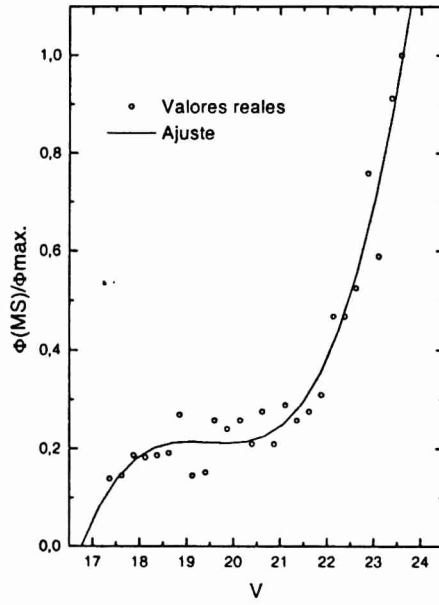


Figura A.6: Ajuste para la SP de la función de luminosidad

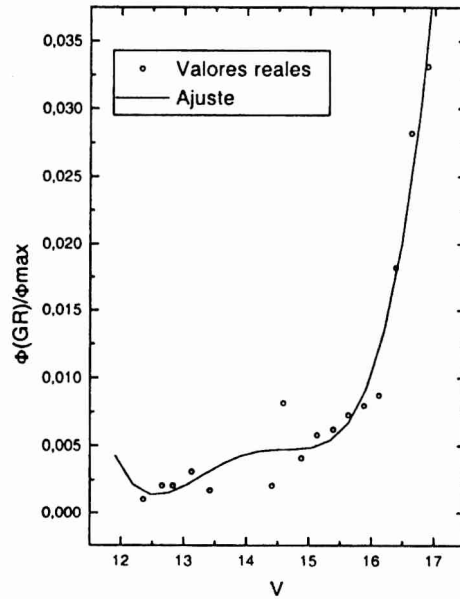


Figura A.7: Ajuste para la RG de la función de luminosidad

# Apéndice B

## Código FORTRAN implementado

El programa de generación de las posiciones, colores y magnitudes para cada estrella en el cúmulo se muestra en este apéndice. En él se hizo uso de la subrutina de generación de números al azar Ran2, extraída del Numerical Recipes [13]. Esta subrutina nos garantiza la suficiente cantidad de números al azar independientes que necesitamos. La misma tiene un período de  $10^{18}$ ; después de llegar a generar tal cantidad de números, puede llegar a reiterarse. A continuación se muestra el código correspondiente.

```
PROGRAM PARA LA GENERACION DE UN CUMULO GLOBULAR
C -----
IMPLICIT NONE
INTEGER i,Nstar,semilla,DEBUG
REAL a1,a2,a3,a4,ran2
DOUBLE PRECISION r,pi,radiocore,radiotidal,x,y,z,phi,theta
DOUBLE PRECISION f,distri
LOGICAL clave
REAL xa,xb,ya,yb
INTEGER NumSP, NumTO, NumGR, NumRH
INTEGER NsimSP, NsimTO, NsimGR, NsimRH
INTEGER Ncontrol2, dif
REAL b1, b2, b3, b4, b5, b6,b7,b8,b9,b10
REAL b11,b12, b13, b14, b15, ran3
DOUBLE PRECISION V,BmenosV,errorSP,errorTO,errorGR,errorRH,p
DOUBLE PRECISION VSPi,VSPf,VTOi,VTOf,VGRi,VGRf,VRHi,VRHf,porSP,
DOUBLE PRECISION porTO,porGR,porRH,FISP,FIGR,BLUE

PARAMETER(pi=3.141592654D0)
C -----
OPEN(UNIT=10,FILE='coord-cart.dat')
OPEN(UNIT=13,FILE='proyec.dat')
```

## B. Código FORTRAN implementado

```
OPEN(UNIT=16,FILE='magni.dat')
OPEN(UNIT=14,FILE='color.dat')
C -----
40 FORMAT(2(f12.4,2x),I7)
41 FORMAT(3(f12.4,2x))
42 FORMAT(2(f12.4,2x))
43 FORMAT(5(f12.4,2x))
44 FORMAT(2(f12.5,2x))
45 FORMAT(4(f12.4,2x))
C -----
WRITE(*,*) 'Bienvenido a Andru.for'
WRITE(*,*) 'Suerte con su cumulo!'
WRITE(*,*) 'GENERACION DEL DIAGRAMA COLOR COLOR'
WRITE(*, '(A,$)') 'Numero de estrellas? : '
READ(*,*) Nstar
C -----
radiotidal = 64.89d0
radiocore = 0.60d0
WRITE(*,*) 'El radio tidal elegido para el cumulo es
@      (pc) ',radiotidal
WRITE(*,*) 'El radio de core elegido para el cumulo es (pc)'
@      ,radiocore
C -----
porSP=79.62
porTO=2.14
porGR=17.73
porRH=0.51
WRITE(*,*) 'Los porcentajes elegidos para la SP,TO,GR,y RH son'
WRITE(*,*) porSP,porTO,porGR,porRH
C -----
NumSP=INT((porSP/100.)*Nstar)
NumTO=INT((porTO/100.)*Nstar)
NumGR=INT((porGR/100.)*Nstar)
NumRH=INT((porRH/100.)*Nstar)
Ncontrol2=NumSP+NumTO+NumGR+NumRH
dif=Nstar-Ncontrol2
IF(dif.LT.0)THEN
    NumSP=NumSP-dif
ENDIF
IF(dif.GT.0)THEN
    NumSP=NumSP+dif
ENDIF
WRITE(*,*)NumSP,NumTO,NumGR,NumRH
```



```

C -----
VSPi=17.10
VSPf=23.80
VTOi=17.10
VTOf=17.20
VGRi=11.70
VGRf=17.10
VRHi=14.06
VRHf=14.09
NsimSP=0
NsimTO=0
NsimGR=0
NsimRH=0

C -----
semilla = -1
DO i=1,Nstar
  b1 = ran2(semilla)
  IF((b1.LT.(porSP/100.)).AND.(NsimSP.LT.NumSP)) THEN
    errorSP=0.020
    clave = .false.      ! Comienzo con no lo encuentre
    DO WHILE (.NOT.clave)
      b2 = ran2(semilla)
      b3 = ran2(semilla)
      V = VSPi+(VSPf-VSPi)*b2
      FISP = -83.628753779+12.927084594*V-0.6641067*V**2
      +0.011367699*V**3
      IF (b3.LT.FISP) clave = .true. ! Lo encuentro
    END DO
    b4 = ran2(semilla)
    b5 = ran2(semilla)
    p=(-1)**(INT(2*b4))
    BmenosV=(62.96-9.427*V+0.466*V**2-0.00751*V**3)
    +p*errorSP*b5
    BLUE=BmenosV+V
    NsimSP=NsimSP+1
    WRITE(14,41) V,BmenosV,BLUE
  ELSE
    IF((b1.LT.(porSP/100.+porTO/100.)).AND.(NsimTO.LT.NumTO).
    AND.(b1.GT.(porSP/100.)))THEN
      b6 = ran2(semilla)
      V = VTOi + (VTOf-VTOi)*b6
      errorTO=0.020
      b7 = ran2(semilla)

```

```

      b8 = ran2(semilla)
      p=(-1)**(INT(2*b7))
      BmenosV=4931.49-573.36*V+16.667*V**2+p*errorTO*b8
      BLUE=BmenosV+V
      NsimTO=NsimTO+1
      WRITE(14,41) V,BmenosV,BLUE
ELSE
  IF((b1.LT.(porSP/100.+porTO/100.+porGR/100.)).
    @      AND.(NsimGR.LT.NumGR).AND.(b1.GT.(porSP/100.
    @      +porTO/100.)))THEN
      errorGR=0.01
      clave = .false. ! Comienzo con no lo encuentre
      DO WHILE (.NOT.clave)
          b9      = ran2(semilla)
          b10     = ran2(semilla)
          V       = VGRi+(VGRf-VGRi)*b9
          FIGR=19.572905996-5.657188484*V+0.611450814*V**2-
    @          0.029292671*V**3+0.00052496*V**4
          IF (b10.LT.FIGR) clave = .true. ! Lo encuentro
      END DO
      b11 = ran2(semilla)
      b12 = ran2(semilla)
      p=(-1)**(INT(2*b11))
      BmenosV=37.603-6.915*V+0.437*V**2-0.0093*V**3
    @          +p*errorGR*b12
      BLUE=BmenosV+V
      NsimGR=NsimGR+1
      WRITE(14,41) V,BmenosV,BLUE
ELSE
  IF((NsimRH.LT.NumRH)) THEN
      b13 = ran2(semilla)
      V = VRHi + (VRHf-VRHi)*b13
      errorRH=0.01
      b14 = ran2(semilla)
      b15 = ran2(semilla)
      p=(-1)**(INT(2*b14))
      BmenosV=-69.54+5*V+p*errorRH*b15
      BLUE=BmenosV+V
      NsimRH=NsimRH+1
      WRITE(14,41) V,BmenosV,BLUE
  ENDIF
ENDIF
ENDIF
ENDIF

```

```

ENDIF
clave = .false.      ! Comienzo con no lo encuentre
DO WHILE (.NOT.clave)
  a1  = ran2(semilla)
  a2  = ran2(semilla)
  r    = radiotidal*db1e(a1)
  f    = distri(r,radiocore)
  IF (a2.LT.f) clave = .true. ! Lo encuentro
END DO
a3  = ran2(semilla)
a4  = ran2(semilla)
theta = acos(1-2*db1e(a3))
phi  = 2.d0*pi*db1e(a4)
x = r*cos(phi)*sin(theta)
y = r*sin(phi)*sin(theta)
z = r*cos(theta)
xa=-15.
xb=15.
ya=-15.
yb=15.
IF(((x.GT.xa).AND.(x.LT.xb)).AND.
@   ((y.GT.ya).AND.(y.LT.yb)))THEN
  WRITE(13,41)x, y, z
  WRITE(16,42)V,BLUE
ENDIF
WRITE(10,45) r,x,y,z
END DO
WRITE(*,*) 'Definicion de la proyeccion en el
@   eje x de la caja observacional, x-minimo y-maximo
@   iguales a' ,xa,xb
WRITE(*,*) 'Definicion de la proyeccion en el
@   eje y de la caja observacional, y-minimo y-maximo
@   iguales a',ya,yb
C -----
CLOSE(UNIT=10)
CLOSE(UNIT=13)
CLOSE(UNIT=14)
CLOSE(UNIT=16)
C -----
STOP
END
C =====
DOUBLE PRECISION FUNCTION distri(r,rcore)

```

```

IMPLICIT NONE
DOUBLE PRECISION r,rcore
DOUBLE PRECISION term1,x
x      = r/rcore
term1  = (1.d0+x**2)**(1.5)
distri = 7.2168784*(r**2)/term1
RETURN
END

```

```

C =====
REAL FUNCTION ran2(idum)
INTEGER idum,IM1,IM2,IMM1,IA1,IA2,IQ1,IQ2,IR1,IR2,NTAB,NDIV
REAL AM,EPS,RNMX
PARAMETER (IM1=2147483563,IM2=2147483399,AM=1./IM1,IMM1=IM1-1,
*IA1=40014,IA2=40692,IQ1=53668,IQ2=52774,IR1=12211,IR2=3791,
*NTAB=32,NDIV=1+IMM1/NTAB,EPS=1.2e-7,RNMX=1.-EPS)
INTEGER idum2,j,k,iv(NTAB),iy
SAVE iv,iy,idum2
DATA idum2/123456789/, iv/NTAB*0/, iy/0/
if (idum.le.0) then
  idum=max(-idum,1)
  idum2=idum
  do 11 j=NTAB+8,1,-1
    k=idum/IQ1
    idum=IA1*(idum-k*IQ1)-k*IR1
    if (idum.lt.0) idum=idum+IM1
    if (j.le.NTAB) iv(j)=idum
11  continue
  iy=iv(1)
endif
k=idum/IQ1
idum=IA1*(idum-k*IQ1)-k*IR1
if (idum.lt.0) idum=idum+IM1
k=idum2/IQ2
idum2=IA2*(idum2-k*IQ2)-k*IR2
if (idum2.lt.0) idum2=idum2+IM2
j=1+iy/NDIV
iy=iv(j)-idum2
iv(j)=idum
if (iy.lt.1)iy=iy+IMM1
ran2=min(AM*iy,RNMX)
return
END
C =====

```

## B. Código FORTRAN implementado

El segundo programa implementado es el que realiza las integrales para el cálculo de  $\tau$ . También fue hecho en FORTRAN 77 y se integra utilizando el método de Simpson. Dentro del mismo código se realiza el cálculo de las nuevas magnitudes y los nuevos colores para los distintos valores de  $\tau$ . El código es:

```
PROGRAM MULTITAU
C -----
  IMPLICIT NONE
  INTEGER n, ICONT,p
  DOUBLE PRECISION DeltamVa, DeltamBa, NewVa,NewBa,NewBmenosVa
  DOUBLE PRECISION DeltamVb, DeltamBb, NewVb,NewBb,NewBmenosVb
  DOUBLE PRECISION DeltamVc, DeltamBc, NewVc,NewBc,NewBmenosVc
  DOUBLE PRECISION DeltamVd, DeltamBd, NewVd,NewBd,NewBmenosVd
  DOUBLE PRECISION tauVb,tauBb,tauVc,tauBc, tauVd,tauBd
  DOUBLE PRECISION tau,d,ztidal,c, rc, rt,h
  DOUBLE PRECISION tau2, tau1,tauVa,tauBa
  DOUBLE PRECISION x_star, y_star, z_star, V,B,t
  DOUBLE PRECISION f
  EXTERNAL F
C -----
41  FORMAT(3(f12.4,2x))
42  FORMAT(2(f12.4,2x))
43  FORMAT(5(F12.4,2x))
44  FORMAT(2(f12.5,2x))
46  FORMAT(4(f12.4,2x))
C -----
  rc = 0.6d0
  rt = 64.89d0
  c=1.085736203
  h=rc/100.
C -----
  WRITE(*,*) 'Programa para el calculo de Tau'
  OPEN (UNIT=9,FILE='tau-simpa.dat')
  OPEN (UNIT=10,FILE='tau-simpb.dat')
  OPEN (UNIT=11,FILE='tau-simpc.dat')
  OPEN (UNIT=12,FILE='tau-simpd.dat')
  OPEN (UNIT=13,FILE='newmagia.dat')
  OPEN (UNIT=14,FILE='newmagib.dat')
  OPEN (UNIT=15,FILE='newmagic.dat')
  OPEN (UNIT=16,FILE='newmagid.dat')
  OPEN (UNIT=7,FILE='magni.dat')
  OPEN (UNIT=8,FILE='proyec.dat')
  ICONT = 0
```

```

100  READ (8,*,END=150) x_star,y_star,z_star
    READ (7,*,END=150) V,B
    ICONT = ICONT+1
C    -----
    d=sqrt(x_star**2+y_star**2)
    ztidal = sqrt(rt**2-x_star**2-y_star**2)
    n=INT((ztidal-z_star)/h)
    t=n/2.
    p=INT(t)
    IF(t.EQ.p)THEN
20    IF (z_star.LT.0) THEN
        CALL simpson(f,-1.*z_star,ztidal,n,tau1,x_star,y_star,rc)
        CALL simpson(f,0.d0,-1.*z_star,n,tau2,x_star,y_star,rc)
        tau=2*tau2+tau1
        tau = (rc**3)*tau
    ELSE
        CALL simpson(f,z_star,ztidal,n,tau,x_star,y_star,rc)
        tau = (rc**3)*tau
    ENDIF
    ELSE
        n=n+1
        GOTO 20
    ENDIF
    tauVa=0.416684478*tau
    tauBa=0.546898377*tau
    tauVb=0.833368956*tau
    tauBb=1.093796755*tau
    tauVc=1.250053435*tau
    tauBc=1.640695133*tau
    tauVd=1.666737913*tau
    tauBd=2.187593511*tau
    DeltamVa=c*tauVa
    DeltamBa=c*tauBa
    DeltamVb=c*tauVb
    DeltamBb=c*tauBb
    DeltamVc=c*tauVc
    DeltamBc=c*tauBc
    DeltamVd=c*tauVd
    DeltamBd=c*tauBd
    NewVa=V+DeltamVa
    NewBa=B+DeltamBa
    NewBmenosVa=NewBa-NewVa
    NewVb=V+DeltamVb

```

```

NewBb=B+DeltamBb
NewBmenosVb=NewBb-NewVb
NewVc=V+DeltamVc
NewBc=B+DeltamBc
NewBmenosVc=NewBc-NewVc
NewVd=V+DeltamVd
NewBd=B+DeltamBd
NewBmenosVd=NewBd-NewVd
C -----
WRITE (9,43) tauVa,tauBa
WRITE (10,43) tauVb,tauBb
WRITE (11,43) tauVc,tauBc
WRITE (12,43) tauVd,tauBd
WRITE(13,41)NewVa, NewBa, NewBmenosVa
WRITE(14,41)NewVb, NewBb, NewBmenosVb
WRITE(15,41)NewVc, NewBc, NewBmenosVc
WRITE(16,41)NewVd, NewBd, NewBmenosVd
GOTO 100
C -----
150 WRITE (*,*) 'Cantidad de registros leidos',ICONT
CLOSE(UNIT=7)
CLOSE(UNIT=8)
CLOSE(UNIT=9)
CLOSE(UNIT=10)
CLOSE(UNIT=11)
CLOSE(UNIT=12)
CLOSE(UNIT=13)
CLOSE(UNIT=14)
CLOSE(UNIT=15)
CLOSE(UNIT=16)
STOP
END
C =====
DOUBLE PRECISION FUNTION f(z,x,y,rc)
DOUBLE PRECISION d,f,x,y,z,rc
d = (rc**2+x**2+y**2+z**2)**(1.5d0)
f = 1d0./d
RETURN
END
C =====
SUBROUTINE SIMPSON (F,A,B,N,INTEG,x,y,rc)
C -----
C ALGORITMO DE SIMPSON para aproximar una integral

```

```

C      definida entre los límites a y b, dividiendo
C      el intervalo en un número par de sub-
C      intervalos iguales.
C      F      = Función
C      A,B    = Extremos del intervalo de integración
C      N      = Número par de subintervalos
C      INTEG = Estimación de la integral
C      -----
C      DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
C      DOUBLE PRECISION INTEG
C      -----
C      H = (B-A)/REAL(N)
C      SUME = F(A,x,y,rc)+F(B,x,y,rc)
C      SUMP = OD+0
C      SUMI = OD+0
C      DO I=1,N-1
C          Z = A + DBLE(I)*H
C          IF (MOD(I,2).EQ.0) THEN
C              SUMP = SUMP + F(Z,x,y,rc)
C          ELSE
C              SUMI = SUMI + F(Z,x,y,rc)
C          ENDIF
C      END DO
C      INTEG = (H*(SUME + 2D+0*SUMP + 4D+0*SUMI))/3D+0
C      RETURN
C      END
C      =====

```



# Apéndice C

## Rutinas IRAF

A continuación, se muestran las subrutinas IRAF usadas, con los parámetros utilizados en cada caso, así como algunas de las imágenes generadas. Nótese que, a simple vista, no presentan diferencia alguna. Estas surgen, sólo cuando se las analiza.

NOAO - ARTDATA - MKOBJECT

```
input = "limpio"           List of input images
  (output = "")           List of output images\n\nIF NEW IMAGE
  (title = "limpio")     Image title
  (ncols = 2000)         Number of columns
  (nlines = 2000)       Number of lines
  (header = "artdata$stdheader.dat") Image or header keyword file
(background = 100.)      Default background (in ADU)\n\nOBJECT
                          PARAMETER
  (objects = "limpio.dat") List of objects files
  (xoffset = 0.)         X coordinate offset
  (yoffset = 0.)         Y coordinate offset
  (star = "moffat")     Star
  (radius = 1.5)        Seeing radius/scale (pixels)
  (beta = 2.5)          Moffat parameter
  (ar = 1.)             Axial ratio (minor/major)
  (pa = 0.)            Position angle (degrees)
(distance = 1.)         Relative distance
(exptime = 10.)        Exposure time
(magzero = 23.)        Magnitude zero point\n\nNOISE
                          PARAMETERS
  (gain = 2.)           Gain (electrons/ADU)
  (rdnoise = 10.)      Read noise (electrons)
  (poisson = yes)      Add Poisson noise?
```

```

(seed = 1)           Random number seed\n
(comments = yes) *  Add comments to image?
(mode = "ql")

```

---

## STSDAS - ANALYSIS - ISOPHOTES - ELLIPSE

```

input = "limpio"           input image name
output = "brilimpio"      output table name
(dqf = ".c1h")           data quality file name or extension
(inellip = "")           table with input ellipses for no-fit
                           mode
(geompar = "")           geometric parameters (pset)
(controlpar = "")        algorithm control parameters (pset)
(samplepar = "")         sampling control parameters (pset)
(magpar = "")            magnitude scale parameters (pset)
(interactive = no)       interactive ?
(device = "red")         graphics output device
(icommands = "")         image cursor
(gcommands = "")         graphics cursor
(masksz = 5)             pixel square mask size
                           ('m' cursor key)
(region = no)            region masking mode ?
(memory = yes)           memory-intensive (versus
                           disk-intensive) ?
(verbose = yes)          list summary at STDOUT ?
(mode = "al")

```

---

## ELLIPSE - GEOMPAR

```

(x0 = 1001.)           initial isophote center X
(y0 = 1001.)           initial isophote center Y
(ellip0 = 0.05)        initial ellipticity
(pa0 = 20.)            initial position angle
                           (degrees)

```

(sma0 = 10.)	initial semi-major axis length
(minisma = 0.)	minimum semi-major axis length
(maxsma = 900.)	maximum semi-major axis length
(step = 3.)	sma step between successive ellipses
(linear = yes)	linear sma step ?
(maxrit = INDEF)	maximum sma length for iterative mode
(recenter = yes)	allows finding routine to re-center x0-y0 ?
(xylearn = yes)	updates pset with new x0-y0 ?
(physical = yes)	physical coordinate system ?
(mode = "al")	

-----

#### ELLIPSE - CONTROLPAR

(conver = 0.03)	convergency criterion
(minit = 10)	(maximum harmonic amplitu minimum no. of iterations at each sma
(maxit = 50)	maximum no. of iterations at each sma
(hcenter = no)	hold center fixed ?
(hellip = no)	hold ellipticity fixed ?
(hpa = yes)	hold position angle fixed ?
(wander = INDEF)	maximum wander in successive isophote centers
(maxgerr = 0.05)	maximum acceptable gradient relative error
(olthresh = 1.)	object locator's k-sigma threshold
(soft = no)	soft stop ?
(mode = "al")	

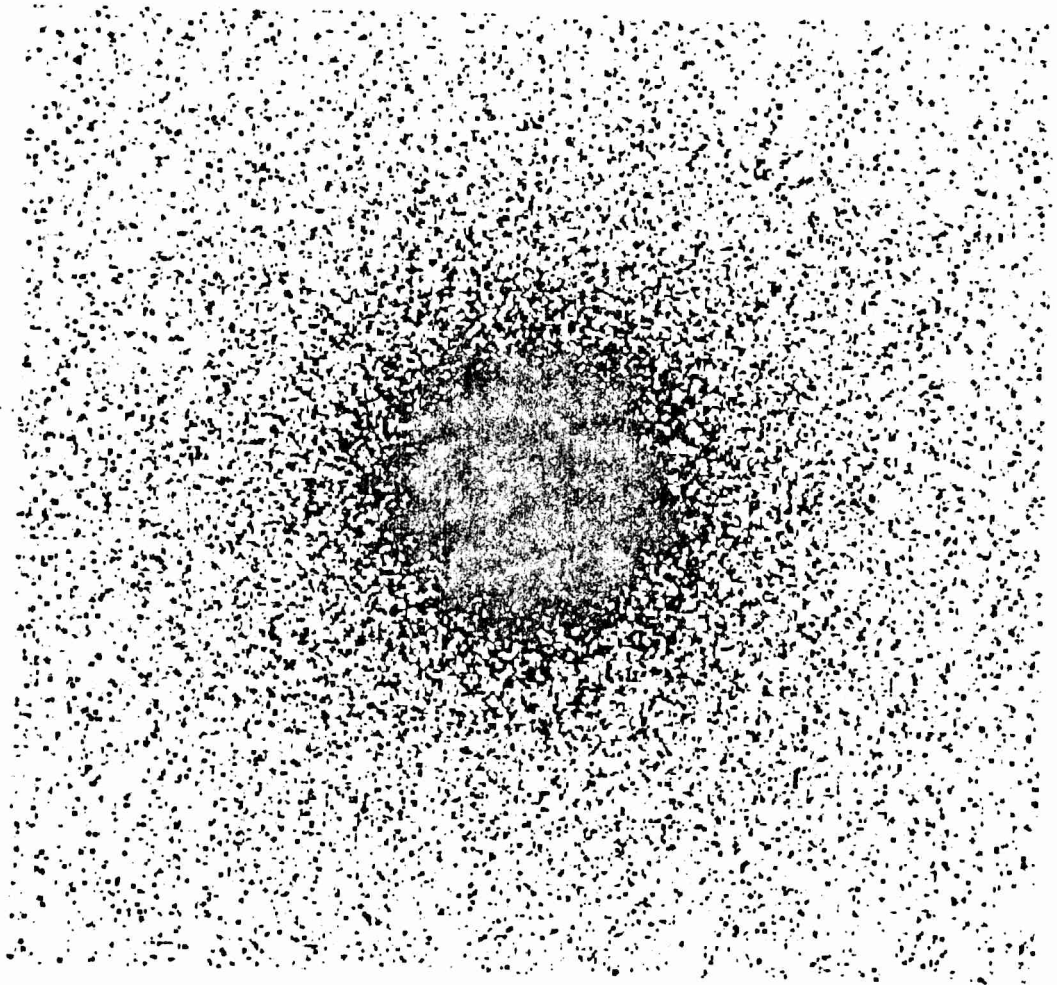


Figura C.1: Cúmulo sin contenido de material interestelar.

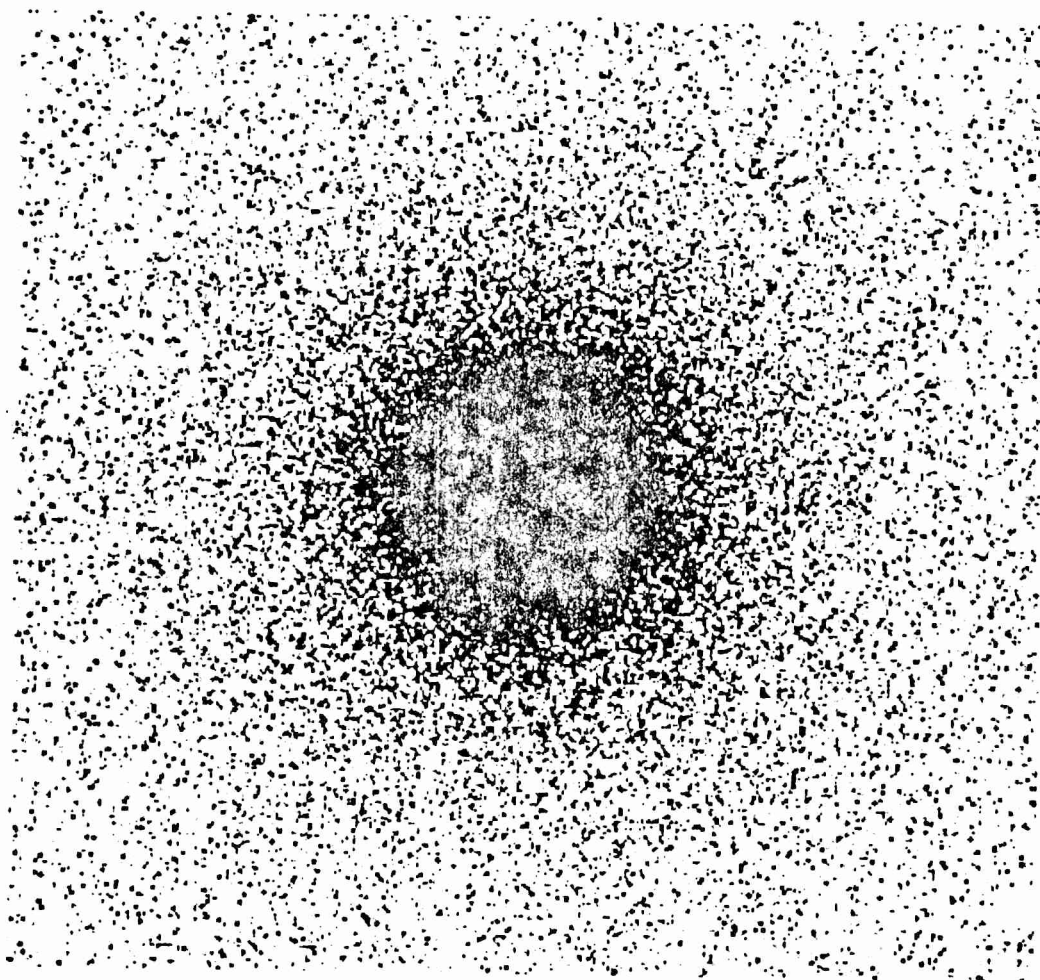


Figura C.2: Cúmulo correspondiente a  $\tau_V = 2.0$

# Bibliografía

- [1] Binney J. and Merrifield M.; Galactic Astronomy; Princeton Series in Astrophysics,(1998).
- [2] Kanagy,S.P. and Wyatt,S.P.; Dust Patches in Globular Clusters; A.J.83,779,(1978).
- [3] Roberts, Morton S.; Interestellar Matter in Globular Clusters; The Harlow-Shapley Symposium on Globular Cluster Systems in Galaxies; Grindlay, J.E. and Davis Philip, A.G.,411,(1986).
- [4] Forte,J.C. and Mendez,M.; Dust Within Globular Clusters; A.J.95,500(1988).
- [5] Méndez, R.M.; Evidencias Fotométricas y Polarimétricas sobre la Existencia de Nubes de Polvo en el Interior de Cúmulos Globulares.; Tesis de Doctorado en Astronomía; U.N.L.P.(1989).
- [6] O'Connell, R.W. *et al.*; Ultraviolet Imaging of the Globular Cluster 47 Tucanae; A.J.,114,1982,(1997).
- [7] Krockenberger, M. and Grindlay, J.E.; Discovery of Diffuse X-Ray Emission in 47 Tucanae; Ap.J.,451,200,(1995).
- [8] Freire, P.C. *et al.*; Detection of Ionized Gas in the Globular Cluster 47 Tucanae; Ap.J.L.,557,L105,(2001).
- [9] Pellizza González, L.J.; Análisis del Espectro Infrarrojo del Polvo Interestelar Asociado con Cúmulos Globulares y su Evolución Temporal. Cotas para su detección Mediante Sensores Satelitales.; Tesis de Licenciatura en Física, Fac. de Ciencias Exactas; U.B.A.(1998).
- [10] Harris, W.E.; Catalog of Parameters for Milky Way Globular Clusters; <http://physun.physics.mcmaster.ca/harris/mwgc.dat>.
- [11] King, Ivan R.; The Structure of Star Clusters I. An Empirical Density Law; A.J.,67,471 (1962).
- [12] Hesser, James E. *et al.*; A CCD Color-Magnitude Study of 47 Tucanae; P.A.S.P,99,739 (1987).

- [13] Numerical Recipes in Fortran 77: The Art of Scientific Computing; Cambridge University Press (1986-1992).
- [14] Mihalas, D.; Stellar Atmospheres, 2nd. ed.; W.F. Freeman and Company, (1978).
- [15] Mihalas, D. and Binney, J.; Galactic Astronomy: Structure and Kinematics; W.H. Freeman and Company, (1981).
- [16] IRAF: Image Reduction and Analysis Facility; National Optical Astronomy Observatories; Version 2.11.3.
- [17] Draine, B.T. and Lee, Hyung M.; Optical Properties of Interstellar Graphite and Silicate Grains; A.J., 285, 89 (1984).