

Capítulo 5

Efectos de la difusión sobre P y \dot{P}

Resultados publicados en el siguiente artículo:

- The effects of element diffusion on the pulsational properties of variable DA white dwarfs, Córscico, Benvenuto, Althaus & Serenelli, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society , 332, 392, (2002)

En el capítulo anterior llevamos a cabo un estudio astrosismológico detallado de la estrella G117-B15A empleando perfiles químicos con interfases tratadas según las predicciones de la difusión dependiente del tiempo. Al comparar nuestro modelo astrosismológico con los resultados obtenidos por Bradley (1998b) empleando la suposición de equilibrio difusivo en la aproximación de *trace element*, hemos encontrado resultados similares. En este Capítulo nuestro objetivo es explorar el efecto de la difusión en no-equilibrio sobre períodos y derivadas temporales de los períodos en enanas blancas DA, y comparar los resultados con las predicciones de la aproximación de equilibrio difusivo en la aproximación de *trace element*. Para tal fin calcularemos dos secuencias evolutivas, una considerando difusión dependiente del tiempo y la otra suponiendo equilibrio difusivo en la aproximación de *trace element*. No hemos tenido en cuenta la evolución pre-enana blanca.

5.1 Cálculos

Aquí hemos calculado la evolución de un modelo de enana blanca DA de $0.55 M_{\odot}$ con un perfil químico interno correspondiente al calculado por Salaris et al. (1997). Tal modelo tiene fracciones de masa de hidrógeno y helio de $M_{\text{H}}/M_{*} = 10^{-4}$ y $M_{\text{He}}/M_{*} = 10^{-2}$, respectivamente. Tales valores están en buen acuerdo con las predicciones de la teoría de evolución estelar y también son similares a aquellos encontrados por Bradley (1998b) y nosotros mismos en el Capítulo anterior para la estrella G117-B15A. El perfil químico interno de nuestro modelo es mostrado en Figura 5.1.

Es importante mencionar que en la base de la envoltura de hidrógeno de nuestros modelos, el hidrógeno y el helio están completamente ionizados y esto es así a través todas las etapas evolutivas consideradas. De esta manera los perfiles de abundancia química predichos por la aproximación de *trace element* permanecen fijos durante la evolución. En el cálculo de las opacidades radiativas hemos considerado $Z =$

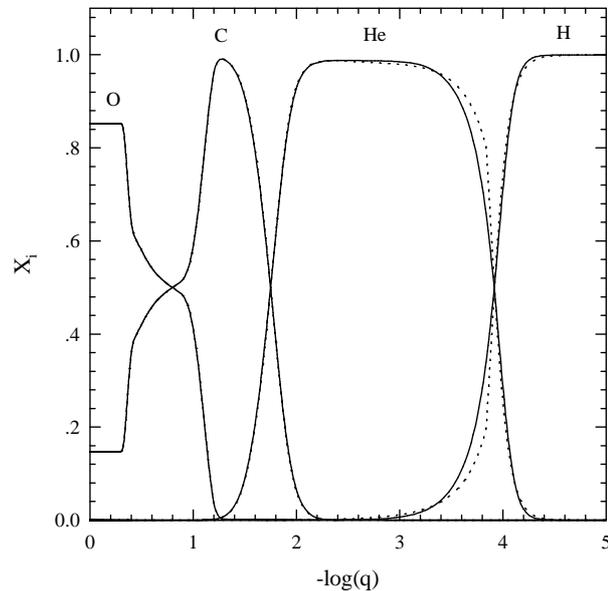


Figura 5.1: Los perfiles químicos internos del modelo de enana blanca de carbono-oxígeno de $0.55 M_{\odot}$ para el hidrógeno, helio, carbono y oxígeno a una temperatura efectiva de 14000 K. En el caso del equilibrio difusivo en la aproximación de *trace element*, los perfiles fijos son representados por líneas de puntos. Los perfiles para los cuales la difusión dependiente del tiempo ha sido considerada son representados por líneas sólidas. q es la fracción de masa externa, definida como $q = 1 - M_r/M_*$.

0. El transporte convectivo ha sido tratado en el marco de la versión ML3 de la *mixing length theory* (MLT). La prescripción ML3, caracterizada por una eficiencia convectiva elevada, considera que la longitud de mezcla es dos veces la escala de altura de presión (ver Tassoul et al. 1990).

Un modelo realista de partida para nuestras secuencias evolutivas fue obtenido a través del procedimiento artificial descrito en Benvenuto & Althaus (1998). Como hemos mencionado antes, tal procedimiento produce una secuencia inicial de modelos físicamente inconsistentes, pero luego relaja a la secuencia correcta de enfriamiento (ver Althaus & Benvenuto 2000 para una discusión detallada) mucho antes de alcanzar la banda de inestabilidad de las DAVs. A partir de ese punto la difusión de elementos fue incorporada. Cuando el modelo alcanzó una $T_{\text{eff}} = 14000$ K comenzamos los cálculos pulsacionales. Específicamente hemos calculado modos dipolares ($\ell = 1$) (los cuales son los usualmente encontrados en las curvas de luz de las ZZ Ceti) con orden radial $k = 1, \dots, 21$ cubriendo un intervalo de períodos de $100 \text{ s} \lesssim P \lesssim 1000 \text{ s}$. Los cálculos fueron terminados a $T_{\text{eff}} = 10000$ K; de esta manera el intervalo explorado en temperatura efectiva cubre ampliamente la banda de inestabilidad observada de las DAVs. Para los modos calculados hemos obtenido los períodos y autofunciones. En el cálculo de la frecuencia de Brunt-Väisälä hemos empleado la descripción de Brassard et al. (1991) (Ecuación 3.21, Capítulo 3 de esta Tesis). Luego de obtener los períodos hemos calculado \dot{P} a través de diferenciación

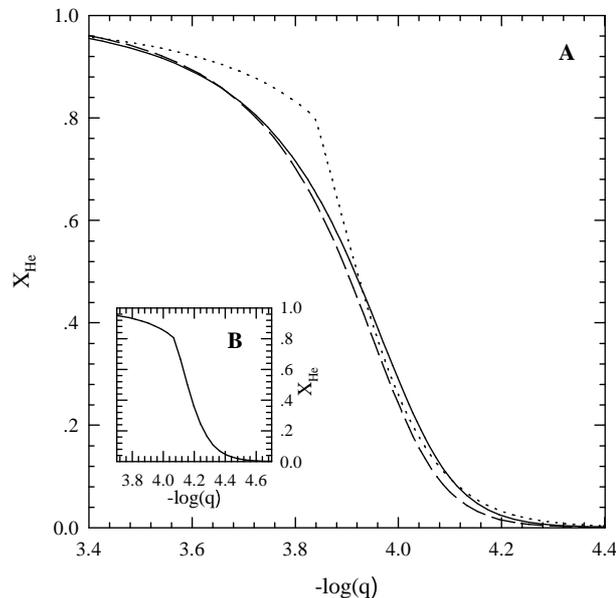


Figura 5.2: Panel A: El perfil interno del helio en función de q en la interfase hidrógeno-helio. La línea sólida corresponde a un modelo con $T_{\text{eff}} = 14000$ K en el cual la difusión dependiente del tiempo ha sido considerada. La línea de trazos indica el mismo tratamiento pero para un modelo a 10000 K. Finalmente la línea de puntos corresponde a la predicción del equilibrio difusivo en la aproximación de *trace element*. Panel B: El perfil químico para el helio de acuerdo a la predicción del equilibrio difusivo en la aproximación de *trace element* para un modelo de $0.50 M_{\odot}$ calculado por Bradley (comunicación privada). Notemos que la forma de los perfiles en ambos modelos con equilibrio difusivo es la misma.

numérica.

5.2 Resultados

Comencemos examinando la Figura 5.2, en la cual mostramos la evolución del perfil químico para el helio resultante de la difusión dependiente del tiempo junto con el perfil químico predicho por el equilibrio difusivo en la aproximación de *trace element*. Notemos que en este último caso, los perfiles permanecen sin cambios ya que, como mencionamos, la ionización es completa en tales capas¹. En contraste, en el caso de la difusión dependiente del tiempo la distribución de abundancias químicas evoluciona apreciablemente durante la etapa de ZZ Ceti. Es notable que la forma del perfil en ambos tratamientos se torna marcadamente diferente en particular en el centro de la transición. Como veremos, esto tendrá una apreciable influencia en los valores de P y \dot{P} para algunos de los modos calculados.

En Figura 5.3 mostramos (panel A) el término de Ledoux y (panel B) el cuadrado

¹El equilibrio difusivo en la aproximación de *trace element* ha sido aplicada sólo a la interfase hidrógeno-helio, la cual es la más relevante en el contexto de las pulsaciones de las enanas blancas DAs.

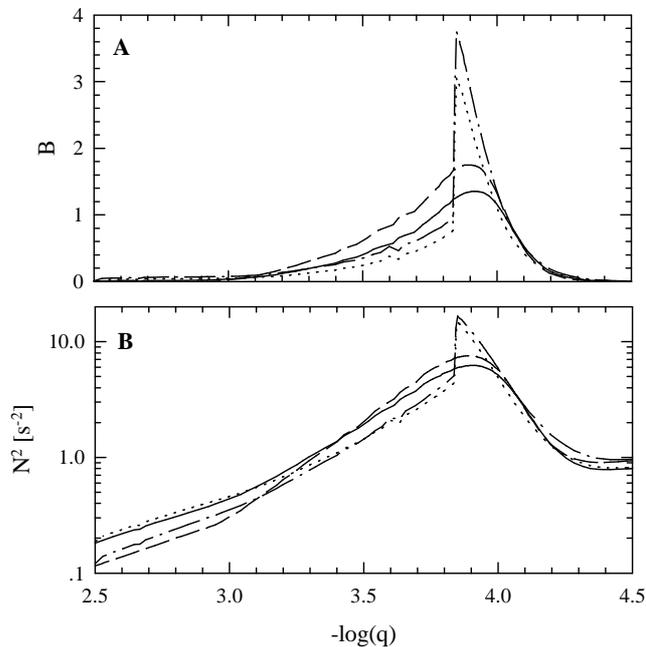


Figura 5.3: Panel superior: el término de Ledoux B en la interfase hidrógeno-helio en el caso de difusión dependiente del tiempo para valores de T_{eff} de 14000 K y 10000 K con líneas sólidas y líneas de trazos, respectivamente. Líneas punteadas y líneas de puntos y trazos corresponden a los mismos valores de T_{eff} pero para el equilibrio difusivo en la aproximación de *trace element*. Panel inferior: el cuadrado de la frecuencia de Brunt-Väisälä para los mismos casos analizados en el panel A.

de la frecuencia de Brunt-Väisälä, para dos valores seleccionados de T_{eff} , en la zona de transición hidrógeno-helio. Recordemos que el término B depende no sólo de la forma del perfil químico sino también de la estructura térmica y mecánica de la estrella (Ecuación 3.22). Así, aún suponiendo equilibrio difusivo en la aproximación de *trace element* el término B cambia con el enfriamiento. Debido al hecho de que en el término de Ledoux aparece la derivada del perfil químico (ver Ecuación 3.22), un leve cambio en la pendiente de la interfase hidrógeno-helio se traduce en un cambio notable en B . Entonces no es sorprendente que el término B exhiba un pico muy agudo en el caso del tratamiento *trace element*, en contraste con el tratamiento físicamente más consistente de la difusión en no-equilibrio. A su vez, este rasgo es reflejado en la frecuencia de Brunt-Väisälä.

Ahora centremos nuestra atención en los modos calculados. En Figuras 5.4 y 5.5 mostramos P y \dot{P} correspondientes a modos con $\ell = 1, k = 1, \dots, 6$ para modelos con difusión dependiente del tiempo y con la aproximación de equilibrio difusivo en la aproximación de *trace element* en la interfase hidrógeno-helio como función de T_{eff} . A partir de las figuras puede notarse que los efectos de la difusión dependiente del tiempo son no-despreciables en P y \dot{P} , aunque para algunos modos los resultados son casi independientes del tratamiento de la difusión. El mismo comportamiento ha sido encontrado en modos de más alto orden radial (no mostrados

por brevedad). Notemos que para los modos mostrados en las figuras las mayores diferencias relativas encontradas son $\approx 20\%$ para \dot{P} y $\approx 5\%$ para P .

Las diferencias citadas aparecen principalmente por la muy diferente forma de los perfiles en la interfase resultante de ambos tratamientos de la difusión examinados aquí. En particular, las diferencias en el perfil de helio para $X_{\text{He}} \gtrsim 0.5$ (ver Figura 5.2) en estos tratamientos son la principal razón según la cual P y \dot{P} se tornan diferentes. En adición, hay una pequeña contribución a las diferencias debido a la evolución de los perfiles de cada interfase en respuesta a la difusión en no-equilibrio.

5.3 El equilibrio difusivo y la ocurrencia de un flash de hidrógeno

Con el objeto de decir si las diferencias en P y \dot{P} encontradas son debidas a la relajación de la suposición de equilibrio difusivo o a la aproximación de *trace element*, repetimos los cálculos simulando el equilibrio difusivo pero *sin* invocar la aproximación de *trace element*, y para esto decidimos llevar a cabo un experimento simple: simular la condición de equilibrio difusivo empleando nuestras rutinas de la difusión dependiente del tiempo. El equilibrio difusivo debería ser una buena aproximación si la escala de tiempo de la difusión fuera mucho más corta que la escala de tiempo evolutiva. Entonces, con el objeto de simular esta situación, simplemente hemos considerado que el paso del tiempo de la difusión es varias veces la escala de tiempo evolutivo ². Esto es equivalente a suponer que el proceso difusivo completo ocurre varias veces más rápido. Bajo esta hipótesis hemos calculado la evolución de nuestro modelo de enana blanca. El resultado fue que la enana blanca no evolucionó a lo largo de la rama de enfriamiento sino que experimentó un flash termonuclear de hidrógeno. La razón física para este comportamiento es que, si la difusión tuviera suficiente tiempo para actuar, entonces los perfiles evolucionarían de tal manera que la cola de hidrógeno debería ser capaz de alcanzar capas suficientemente calientes como para ser encendidas en forma de flash.

Este resultado pone de manifiesto cierta inconsistencia física de la suposición de equilibrio difusivo en la zona de la interfase hidrógeno-helio, al menos en envolturas masivas de hidrógeno, y demuestra que la única manera de modelar tales transiciones en composición es tener en cuenta en forma autoconsistente los procesos difusivos dependientes del tiempo, los procesos de quema nuclear y la evolución estelar.

Son oportunas aquí algunas palabras con respecto al tratamiento standard de la difusión en equilibrio, el cual está basado en el trabajo de Arcoragi & Fontaine (1980). Recientes estudios astrosismológicos de enanas blancas DAVs (Clemens 1993, Bradley 1998b, 2001) parecen favorecer grandes valores para el espesor de la envoltura de hidrógeno ($M_{\text{H}}/M_* \approx 10^{-4}$). Para las condiciones termodinámicas relevantes en los modelos de enanas blancas variables DAVs, encontramos que la mayor parte de la interfase hidrógeno-helio ocurre en condiciones degeneradas. Dado que las ecuaciones de Arcoragi & Fontaine (1980) (ver Apéndice C.3) son válidas en condiciones *no-degeneradas*, deberíamos remarcar que este tratamiento no puede ser aplicado a las interfases de hidrógeno-helio en enanas blancas DA con envolturas masivas de hidrógeno.

²Aquí hemos considerado un paso de tiempo de la difusión unas cien veces el paso de tiempo evolutivo.

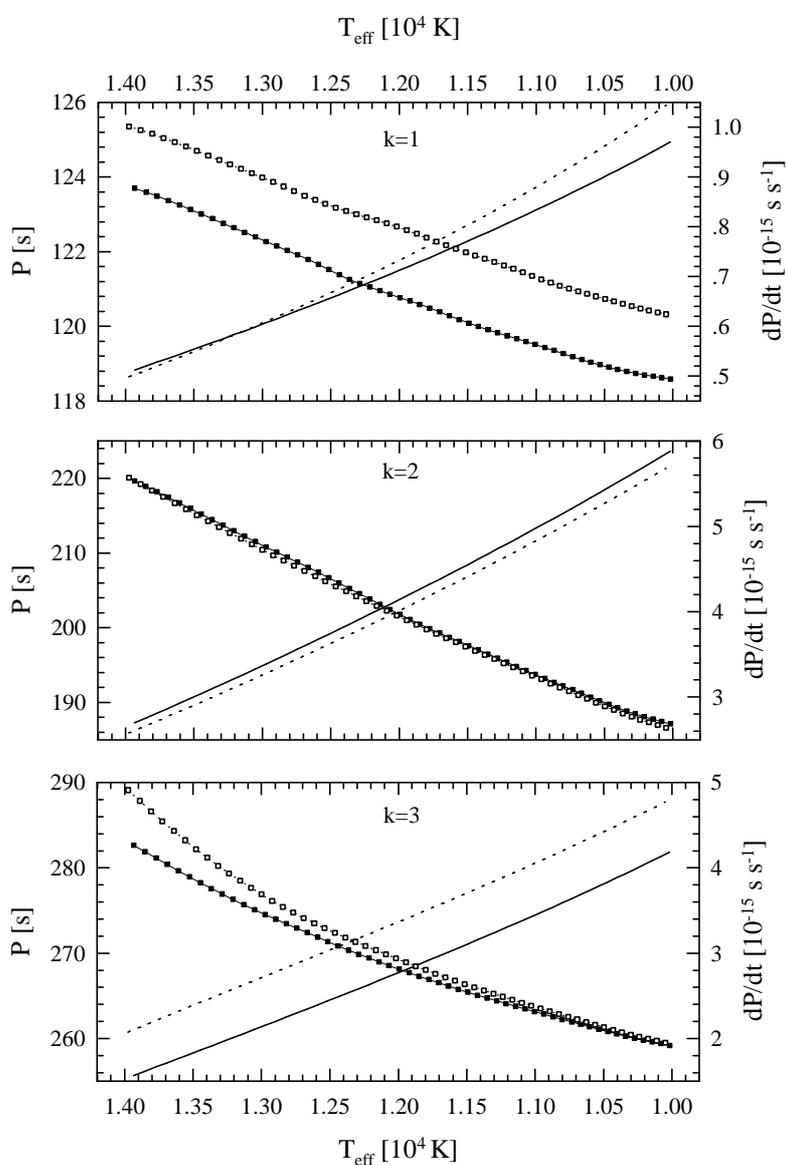


Figura 5.4: Períodos y derivadas de períodos para modos con $\ell = 1$, $k = 1, 2, 3$ modos para un modelo de enana blanca de carbono-oxígeno de $0.55 M_{\odot}$ en un intervalo de T_{eff} conteniendo la banda de inestabilidad de las DAVs. Líneas sólidas (cuadrados llenos) corresponden a períodos (derivadas de períodos) calculadas considerando difusión en no-equilibrio, mientras líneas de puntos (cuadrados vacíos) muestran períodos (derivadas de períodos) calculados de acuerdo al equilibrio difusivo en la aproximación de *trace element* en la interfase hidrógeno-helio.

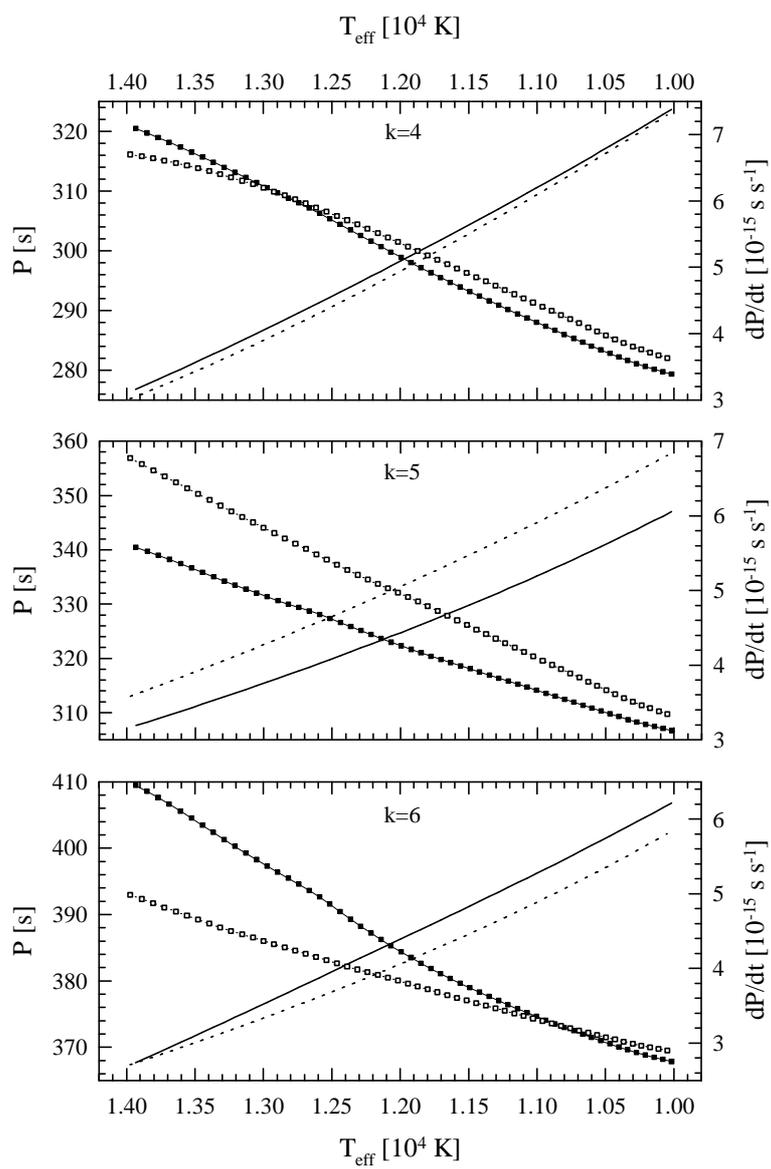


Figura 5.5: Igual que en la Figura 5.4 pero para modos con $\ell = 1, k = 4, 5, 6$.

Finalmente, remarquemos que, en el caso de la aproximación de *trace element*, hemos encontrado que el objeto no experimenta ningún flash termonuclear. Esta es una consecuencia propia de la aproximación, debido al truncamiento *ad hoc* del perfil para algún valor bajo de la densidad. En particular, en nuestros cálculos hemos encontrado que los modelos estelares evolucionan a lo largo del track de enfriamiento de enana blanca si truncamos el perfil de hidrógeno para $X_{\text{H}} = 10^{-3}$. Sin embargo, si permitimos que el perfil de equilibrio de hidrógeno se extienda a abundancias levemente menores (digamos $X_{\text{H}} = 10^{-4}$) el modelo experimenta un flash termonuclear.