

Apéndice D

D.1 Autovalores de polítropas

En las Tablas D.1 a D.6 presentamos autovalores de polítropas con $n = 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5$ y 4 para modos p , g y f en los casos $\ell = 2, 3$ y 4. La columna encabezada con N_{y_1} indica el número total de nodos de la autofunción $y_1 = \xi_r/r$. Para los casos $n = 3.5, 4$ (Tablas D.5 y D.6) dos columnas extras han sido incluídas, N_G y N_P , las cuales indican el número de nodos localizados en las zonas de propagación G y P, respectivamente (ver Figura 1.2). Nótese que para el caso $n = 1.5$ no existen modos g (tienen autovalor $\omega^2 = 0$). Un hecho notable es lo que sucede con el número de nodos en los casos $n = 3.5$ y 4. Aquí el número total de nodos no se corresponde con el orden radial del modo (indicado por el subíndice de las letras g y p). Como vimos al final de la Sección 1.2.2 de la Introducción, en modelos estelares con alta condensación central de masa, la correspondencia uno a uno entre el orden radial y el número de ceros de la autofunción radial deja de existir, y esto sucede en polítropas con $n \gtrsim 3.25$. Así, el modo f adquiere 2 nodos cuando $n = 3.5$, un nodo ubicado en la zona P y el otro en la zona G. De esta forma el modo f es un modo de carácter mixto, que oscila en ambas zonas de propagación. Para $n = 4$ la situación es aún más anómala: en los casos $\ell = 2$ y $\ell = 3$ el modo f posee cuatro nodos, y en el caso $\ell = 4$ seis nodos, repartidos simétricamente en las zonas P y G. En este caso incluso los modos p y g de bajo orden radial adquieren nodos extras (ver Tabla D6). En estos casos es necesario utilizar un esquema de clasificación adecuado, como el que ha sido provisto por Scuffaire (1974). La regla es asignar a los modos el orden radial de acuerdo a $k = N_P - N_G$ ó $k = N_G - N_P$, dependiendo de que el mayor número de nodos esté localizado en la zona P o en la zona G, respectivamente. Como mencionamos antes, estos modos tienen naturaleza mixta, en el sentido de que oscilan en ambas zonas de propagación, G y P, y esto es una consecuencia de que la frecuencia de Brunt-Väisälä adquiere un máximo local en la zona central de los modelos politrópicos de alto índice n . Un diagrama de propagación para el caso $n = 4$ con $\ell = 2$ puede apreciarse en la figura 5 de Scuffaire (1974).

Tabla D.1: Autovalores ω^2 para modos p (índice politrópico $n=1.5$)

Modo	$\ell = 2$	N_{y_1}	$\ell = 3$	N_{y_1}	$\ell = 4$	N_{y_1}
p ₁	10.287120	1	13.658657	1	16.746470	1
p ₂	23.514952	2	28.608011	2	33.408750	2
p ₃	41.304993	3	48.184728	3	54.746908	3
p ₄	63.472905	4	72.196211	4	80.570788	4
p ₅	89.921092	5	100.53369	5	110.76522	5
p ₆	120.59360	6	133.13122	6	145.25664	6
p ₇	155.45677	7	169.94703	7	183.99629	7
p ₈	194.48965	8	210.95388	8	226.95107	8
p ₉	237.67871	9	256.13348	9	274.09793	9
p ₁₀	285.01513	10	305.47393	10	325.42428	10
p ₁₁	336.49254	11	358.96438	11	380.90745	11
p ₁₂	392.10842	12	416.60177	12	440.54933	12
p ₁₃	451.85606	13	478.37751	13	504.33964	13
p ₁₄	515.73657	14	544.29182	14	572.27541	14
p ₁₅	583.74940	15	614.34645	15	644.35374	15
p ₁₆	655.88803	16	688.52147	16	720.56327	16
p ₁₇	732.15757	17	766.86437	17	800.91826	17
p ₁₈	812.55919	18	849.28193	18	885.39665	18
p ₁₉	897.08178	19	935.85572	19	974.01502	19
p ₂₀	985.73912	20	1026.5748	20	1066.7759	20

Tabla D.2: Autovalores ω^2 para modos g , f , y p (índice politrópico $n=2.0$)

Modo	$\ell = 2$	N_{y_1}	$\ell = 3$	N_{y_1}	$\ell = 4$	N_{y_1}
g ₂₀	0.0090505	20	0.0172918	20	0.0275532	20
g ₁₉	0.0099312	19	0.0189327	19	0.0301037	19
g ₁₈	0.0109474	18	0.0208192	18	0.0330258	18
g ₁₇	0.0121283	17	0.0230029	17	0.0363954	17
g ₁₆	0.0135119	16	0.0255501	16	0.0403094	16
g ₁₅	0.0151476	15	0.0285466	15	0.0448922	15
g ₁₄	0.0171008	14	0.0321052	14	0.0503057	14
g ₁₃	0.0194599	13	0.0363762	13	0.0567642	13
g ₁₂	0.0223462	12	0.0415641	12	0.0645557	12
g ₁₁	0.0259305	11	0.0479528	11	0.0740751	11
g ₁₀	0.0304587	10	0.0559456	10	0.0858756	10
g ₉	0.0362966	9	0.0661311	9	0.1007510	9
g ₈	0.0440071	8	0.0793966	8	0.1198744	8
g ₇	0.0544936	7	0.0971304	7	0.1450371	7
g ₆	0.0692830	6	0.1216056	6	0.1790874	6
g ₅	0.0911264	5	0.1567581	5	0.2267757	5
g ₄	0.1254077	4	0.2099006	4	0.2965133	4
g ₃	0.1838976	3	0.2959379	3	0.4043646	3
g ₂	0.2967409	2	0.4493971	2	0.5842435	2
g ₁	0.5633168	1	0.7674575	1	0.9185239	1
f	3.1132862	0	4.9535015	0	6.3308255	0
p ₁	11.554915	1	14.905582	1	17.846970	1
p ₂	24.074041	2	28.956621	2	33.421329	2
p ₃	40.631430	3	47.069877	3	53.070602	3
p ₄	61.132876	4	69.159996	4	76.723032	4
p ₅	85.510349	5	95.159545	5	104.31461	5
p ₆	113.71605	6	125.01832	6	135.79467	6
p ₇	145.71622	7	158.69909	7	171.12389	7
p ₈	181.48677	8	196.17411	8	210.27186	8
p ₉	221.01029	9	237.42258	9	253.21495	9
p ₁₀	264.27421	10	282.42881	10	299.93480	10
p ₁₁	311.26913	11	331.18065	11	350.41676	11
p ₁₂	361.98831	12	383.66943	12	404.65023	12
p ₁₃	416.42621	13	439.88751	13	462.62572	13
p ₁₄	474.57938	14	499.82895	14	524.33397	14
p ₁₅	536.44333	15	563.49001	15	589.77249	15
p ₁₆	602.01854	16	630.87095	16	658.93966	16
p ₁₇	671.30127	17	701.95824	17	731.81748	17
p ₁₈	744.28833	18	776.76071	18	808.42270	18
p ₁₉	821.00104	19	855.27543	19	888.73358	19
p ₂₀	901.38100	20	937.49004	20	972.76004	20

Tabla D.3: Autovalores ω^2 para modos g , f , y p (índice politrópico $n=2.5$)

Modo	$\ell = 2$	N_{y_1}	$\ell = 3$	N_{y_1}	$\ell = 4$	N_{y_1}
g ₂₀	0.0323241	20	0.0616886	20	0.0981509	20
g ₁₉	0.0354461	19	0.0674898	19	0.1071376	19
g ₁₈	0.0390446	18	0.0741515	18	0.1174189	18
g ₁₇	0.0432229	17	0.0818536	17	0.1292567	17
g ₁₆	0.0481132	16	0.0908256	16	0.1429826	16
g ₁₅	0.0538875	15	0.1013636	15	0.1590211	15
g ₁₄	0.0607736	14	0.1138557	14	0.1779232	14
g ₁₃	0.0690778	13	0.1288184	13	0.2004142	13
g ₁₂	0.0792204	12	0.1469511	12	0.2274646	12
g ₁₁	0.0917899	11	0.1692204	11	0.2603966	11
g ₁₀	0.1076321	10	0.1969922	10	0.3010487	10
g ₉	0.1279978	9	0.2322482	9	0.3520381	9
g ₈	0.1548006	8	0.2779521	8	0.4171922	8
g ₇	0.1910896	7	0.3386992	7	0.5022877	7
g ₆	0.2419671	6	0.4219287	6	0.6163749	6
g ₅	0.3165095	5	0.5403380	5	0.7742860	5
g ₄	0.4321658	4	0.7170901	4	1.0017135	4
g ₃	0.6261217	3	0.9982630	3	1.3463946	3
g ₂	0.9899082	2	1.4870867	2	1.9055712	2
g ₁	1.8047750	1	2.4601694	1	2.9041745	1
f	4.8323226	0	6.6869120	0	7.8945800	0
p ₁	13.139580	1	16.454875	1	19.175228	1
p ₂	25.120923	2	29.839058	2	33.954235	2
p ₃	40.683145	3	46.802364	3	52.302546	3
p ₄	59.794614	4	67.323319	4	74.213599	4
p ₅	82.422405	5	91.374831	5	99.666546	5
p ₆	108.53770	6	118.93094	6	128.63867	6
p ₇	138.11650	7	149.96871	7	161.10861	7
p ₈	171.13923	8	184.46854	8	197.05729	8
p ₉	207.58993	9	222.41383	9	236.46800	9
p ₁₀	247.45570	10	263.79065	10	279.32632	10
p ₁₁	290.72603	11	308.58734	11	325.61978	11
p ₁₂	337.39250	12	356.79420	12	375.33778	12
p ₁₃	387.44797	13	408.40288	13	428.47099	13
p ₁₄	440.88737	14	463.40702	14	485.01211	14
p ₁₅	497.70504	15	521.79999	15	544.95349	15
p ₁₆	557.89876	16	583.57831	16	608.29060	16
p ₁₇	621.46388	17	648.73659	17	675.01749	17
p ₁₈	688.39912	18	717.27349	18	745.13261	18
p ₁₉	758.70042	19	789.18156	19	818.62472	19
p ₂₀	832.36747	20	864.46346	20	895.50026	20

Tabla D.4: Autovalores ω^2 para modos g , f , y p (índice politrópico $n=3.0$)

Modo	$\ell = 2$	N_{y_1}	$\ell = 3$	N_{y_1}	$\ell = 4$	N_{y_1}
g ₂₀	0.0974808	20	0.185707	20	0.2948093	20
g ₁₉	0.1068543	19	0.203061	19	0.3215669	19
g ₁₈	0.1176544	18	0.222974	18	0.3521437	18
g ₁₇	0.1301872	17	0.245976	17	0.3873032	17
g ₁₆	0.1448456	16	0.272743	16	0.4280091	16
g ₁₅	0.1621408	15	0.304145	15	0.4754928	15
g ₁₄	0.1827482	14	0.341322	14	0.5313477	14
g ₁₃	0.2075745	13	0.385783	13	0.5976635	13
g ₁₂	0.2378604	12	0.439571	12	0.6772261	12
g ₁₁	0.2753390	11	0.505495	11	0.7738136	11
g ₁₀	0.3224916	10	0.587510	10	0.8926544	10
g ₉	0.3829773	9	0.691334	9	1.0411510	9
g ₈	0.4623623	8	0.825469	8	1.2300646	8
g ₇	0.5694591	7	1.003011	7	1.4755196	7
g ₆	0.7188911	6	1.244992	6	1.8025671	6
g ₅	0.9363708	5	1.586933	5	2.2518485	5
g ₄	1.2705178	4	2.092711	4	2.8928591	4
g ₃	1.8222705	3	2.886668	3	3.8524148	3
g ₂	2.8281515	2	4.236443	2	5.3811291	2
g ₁	4.9145734	1	6.766970	1	8.0029616	1
f	8.1753282	0	9.413778	0	10.052897	0
p ₁	15.263638	1	18.443581	1	20.751993	1
p ₂	26.723372	2	31.259984	2	34.896420	2
p ₃	41.473426	3	47.316174	3	52.236377	3
p ₄	59.427851	4	66.566361	4	72.762480	4
p ₅	80.566560	5	88.998609	5	96.470289	5
p ₆	104.87698	6	114.60450	6	123.35428	6
p ₇	132.34813	7	143.37581	7	153.40803	7
p ₈	162.96994	8	175.30437	8	186.62474	8
p ₉	196.73319	9	210.38227	9	222.99753	9
p ₁₀	233.62953	10	248.60200	10	262.51969	10
p ₁₁	273.65141	11	289.95649	11	305.18468	11
p ₁₂	316.79218	12	334.43937	12	350.98657	12
p ₁₃	363.04574	13	382.04455	13	399.91936	13
p ₁₄	412.40707	14	432.76698	14	451.97825	14
p ₁₅	464.87099	15	486.60121	15	507.15753	15
p ₁₆	520.43426	16	543.54378	16	565.45392	16
p ₁₇	579.09182	17	603.58933	17	626.86160	17
p ₁₈	640.84264	18	666.73630	18	691.37903	18
p ₁₉	705.68107	19	732.97891	19	758.99995	19
p ₂₀	773.60820	20	802.31762	20	829.72490	20

Tabla D.5: Autovalores ω^2 para modos g , f , y p (índice politrópico $n=3.5$)

Modo	$\ell = 2$	N_{y_1}	N_G	N_P	$\ell = 3$	N_{y_1}	N_G	N_P	$\ell = 4$	N_{y_1}	N_G	N_P
g ₂₀	0.3188269	20	20	0	0.6057413	20	20	0	0.9582834	20	20	0
g ₁₉	0.3494416	19	19	0	0.6621446	19	19	0	1.0446974	19	19	0
g ₁₈	0.3847065	18	18	0	0.7268317	18	18	0	1.1433591	18	18	0
g ₁₇	0.4256160	17	17	0	0.8015109	17	17	0	1.2566987	17	17	0
g ₁₆	0.4734455	16	16	0	0.8883551	16	16	0	1.3877804	16	16	0
g ₁₅	0.5298525	15	15	0	0.9901623	15	15	0	1.5405122	15	15	0
g ₁₄	0.5970228	14	14	0	1.1105842	14	14	0	1.7199407	14	14	0
g ₁₃	0.6778861	13	13	0	1.2544589	13	13	0	1.9326730	13	13	0
g ₁₂	0.7764414	12	12	0	1.4283053	12	12	0	2.1874939	12	12	0
g ₁₁	0.8982623	11	11	0	1.6410747	11	11	0	2.4962852	11	11	0
g ₁₀	1.0513022	10	10	0	1.9053242	10	10	0	2.8754293	10	10	0
g ₉	1.2472218	9	9	0	2.2391038	9	9	0	3.3480094	9	9	0
g ₈	1.5036674	8	8	0	2.6690948	8	8	0	3.9473547	8	8	0
g ₇	1.8483383	7	7	0	3.2360116	7	7	0	4.7228976	7	7	0
g ₆	2.3266380	6	6	0	4.0042675	6	6	0	5.7500413	6	6	0
g ₅	3.0169858	5	5	0	5.0798067	5	5	0	7.1461729	5	5	0
g ₄	4.0628610	4	4	0	6.6415924	4	4	0	9.0834124	4	4	0
g ₃	5.7411891	3	3	0	8.9586192	3	3	0	11.463156	3	3	0
g ₂	8.5456644	2	2	0	11.654023	2	2	0	13.071750	2	2	0
g ₁	12.098295	1	1	0	14.378194	1	1	0	17.251649	1	1	0
f	16.165369	2	1	1	20.297012	2	1	1	22.564853	2	1	1
p ₁	0.3188269	1	0	1	0.6057413	1	0	1	0.9582834	1	0	1
p ₂	0.3494416	2	0	2	0.6621446	2	0	2	1.0446974	2	0	2
p ₃	0.3847065	3	0	3	0.7268317	3	0	3	1.1433591	3	0	3
p ₄	0.4256160	4	0	4	0.8015109	4	0	4	1.2566987	4	0	4
p ₅	0.4734455	5	0	5	0.8883551	5	0	5	1.3877804	5	0	5
p ₆	0.5298525	6	0	6	0.9901623	6	0	6	1.5405122	6	0	6
p ₇	0.5970228	7	0	7	1.1105842	7	0	7	1.7199407	7	0	7
p ₈	0.6778861	8	0	8	1.2544589	8	0	8	1.9326730	8	0	8
p ₉	0.7764414	9	0	9	1.4283053	9	0	9	2.1874939	9	0	9
p ₁₀	0.8982623	10	0	10	1.6410747	10	0	10	2.4962852	10	0	10
p ₁₁	1.0513022	11	0	11	1.9053242	11	0	11	2.8754293	11	0	11
p ₁₂	1.2472218	12	0	12	2.2391038	12	0	12	3.3480094	12	0	12
p ₁₃	1.5036674	13	0	13	2.6690948	13	0	13	3.9473547	13	0	13
p ₁₄	1.8483383	14	0	14	3.2360116	14	0	14	4.7228976	14	0	14
p ₁₅	2.3266380	15	0	15	4.0042675	15	0	15	5.7500413	15	0	15
p ₁₆	3.0169858	16	0	16	5.0798067	16	0	16	7.1461729	16	0	16
p ₁₇	4.0628610	17	0	17	6.6415924	17	0	17	9.0834124	17	0	17
p ₁₈	5.7411891	18	0	18	8.9586192	18	0	18	11.463156	18	0	18
p ₁₉	8.5456644	19	0	19	11.654023	19	0	19	13.071750	19	0	19
p ₂₀	12.098295	20	0	20	14.378194	20	0	20	17.251649	20	0	20

Tabla D.6: Autovalores ω^2 para modos g , f , y p (índice politrópico $n=4.0$)

Modo	$\ell = 2$	N_{y_1}	N_G	N_P	$\ell = 3$	N_{y_1}	N_G	N_P	$\ell = 4$	N_{y_1}	N_G	N_P
g ₂₀	1.4155110	20	20	0	2.6797302	20	20	0	4.2195049	20	20	0
g ₁₉	1.5514526	19	19	0	2.9288602	19	19	0	4.5985195	19	19	0
g ₁₈	1.7079907	18	18	0	3.2144253	18	18	0	5.0309042	18	18	0
g ₁₇	1.8895048	17	17	0	3.5438751	17	17	0	5.5271052	17	17	0
g ₁₆	2.1016001	16	16	0	3.9266517	16	16	0	6.1002050	16	16	0
g ₁₅	2.3515430	15	15	0	4.3748559	15	15	0	6.7667137	15	15	0
g ₁₄	2.6488840	14	14	0	4.9041781	14	14	0	7.5475834	14	14	0
g ₁₃	3.0063713	13	13	0	5.5352102	13	13	0	8.4693828	13	13	0
g ₁₂	3.4413128	12	12	0	6.2952953	12	12	0	9.5650741	12	12	0
g ₁₁	3.9776531	11	11	0	7.2210701	11	11	0	10.871193	11	11	0
g ₁₀	4.6492096	10	10	0	8.3615885	10	10	0	12.400304	10	10	0
g ₉	5.5048103	9	9	0	9.7800554	9	9	0	13.964450	9	9	0
g ₈	6.6165208	8	8	0	11.539484	8	8	0	15.400874	8	8	0
g ₇	8.0923471	7	7	0	13.562006	7	7	0	17.649221	7	7	0
g ₆	10.090474	6	6	0	15.412331	6	6	0	20.820250	8	7	1
g ₅	12.768193	5	5	0	18.016939	5	5	0	24.071739	7	6	1
g ₄	15.357911	4	4	0	21.777947	6	5	1	26.338994	6	5	1
g ₃	18.003959	5	4	1	24.986716	5	4	1	31.899209	5	4	1
g ₂	23.008664	4	3	1	30.244567	4	3	1	37.514588	6	4	2
g ₁	27.596060	3	2	1	35.949569	5	3	2	41.412658	5	3	2
f	34.336477	4	2	2	42.425766	4	2	2	52.511538	6	3	3
p ₁	42.138603	3	1	2	51.003411	5	2	3	55.566767	5	2	3
p ₂	50.815507	4	1	3	61.388277	4	1	3	71.589601	6	2	4
p ₃	62.880905	5	1	4	69.685188	5	1	4	76.082462	5	1	4
p ₄	76.685759	4	0	4	88.007631	6	1	5	93.375311	6	1	5
p ₅	87.471007	5	0	5	99.539032	5	0	5	111.20699	7	1	6
p ₆	105.28724	6	0	6	112.52192	6	0	6	117.58847	6	0	6
p ₇	128.44523	7	0	7	137.11513	7	0	7	143.56934	7	0	7
p ₈	154.80133	8	0	8	164.86265	8	0	8	172.52099	8	0	8
p ₉	183.97366	9	0	9	195.33318	9	0	9	204.13288	9	0	9
p ₁₀	215.85577	10	0	10	228.46119	10	0	10	238.38101	10	0	10
p ₁₁	250.40619	11	0	11	264.22586	11	0	11	275.25783	11	0	11
p ₁₂	287.60539	12	0	12	302.61839	12	0	12	314.75983	12	0	12
p ₁₃	327.44299	13	0	13	343.63453	13	0	13	356.88503	13	0	13
p ₁₄	369.91300	14	0	14	387.27208	14	0	14	401.63225	14	0	14
p ₁₅	415.01173	15	0	15	433.52988	15	0	15	449.00068	15	0	15
p ₁₆	462.73675	16	0	16	482.40727	16	0	16	498.98976	16	0	16
p ₁₇	513.08632	17	0	17	533.90382	17	0	17	551.59903	17	0	17
p ₁₈	566.05917	18	0	18	588.01928	18	0	18	606.82815	18	0	18
p ₁₉	621.65436	19	0	19	644.75353	19	0	19	664.67689	19	0	19
p ₂₀	679.87114	20	0	20	704.10652	20	0	20	725.14508	20	0	20