

# Lista de figuras

- 1.1 Esquema de contornos de la parte real de los armónicos esféricos  $Y_\ell^m(\theta, \phi)$  sobre la superficie de una estrella que pulsa en modos no-radiales. Los contornos positivos son indicados por líneas continuas, y los negativos por líneas punteadas. El eje  $\theta = 0$  ha sido inclinado un ángulo de  $45^\circ$  hacia el observador; el ecuador es mostrado con símbolos "+". Los casos ilustrados son: a)  $\ell = 1, m = 0$ ; b)  $\ell = 1, m = 1$ ; c)  $\ell = 2, m = 0$ ; d)  $\ell = 2, m = 1$ ; e)  $\ell = 2, m = 2$ ; f)  $\ell = 3, m = 0$ ; g)  $\ell = 3, m = 1$ ; h)  $\ell = 3, m = 2$ ; i)  $\ell = 3, m = 3$ ; j)  $\ell = 5, m = 5$ ; k)  $\ell = 10, m = 5$ ; l)  $\ell = 10, m = 10$ . Adaptado de Christensen-Dalsgaard (1998a). . . . . 8
- 1.2 El cuadrado de la frecuencia de Brunt-Väisälä (con línea llena) y la frecuencia de Lamb (con línea de trazos) normalizadas por el factor  $GM_*/R_*^3$ , para una polítropa de índice  $n=3$  y un valor de  $\ell = 2$ . En el diagrama también hemos incluido los valores de las autofrecuencias adimensionales  $\omega^2 = \sigma^2/(GM_*/R_*^3)$  para los primeros 10 modos  $p$  y  $g$  y el modo  $f$  (el subíndice indica el valor de  $k$ ). 11
- 1.3 Diagrama de Hertzsprung-Russell esquemático ilustrando la localización de varias clases de estrellas pulsantes (ver Tabla 1.1). La línea de trazos muestra la secuencia principal, las curvas continuas representan algunos tracks evolutivos para masas de 1, 2, 3, 4, 7, 12 y  $20 M_\odot$ , la línea de trazos y puntos es la rama horizontal y la curva punteada es el track de enfriamiento de las enanas blancas (Adaptado de Christensen-Dalsgaard 1998b). . . . . 14
- 2.1 Diagrama Hertzsprung-Russell para la evolución de nuestro modelo estelar de  $3 M_\odot$ , desde la ZAMS hasta la etapa de enana blanca. Por claridad, los estados evolutivos correspondientes a los episodios de pérdida de masa no son mostrados. Los números entre paréntesis al lado de cada círculo a lo largo del track dan la edad (en  $10^4$  años) medida desde el final de la pérdida de masa y la masa de hidrógeno en las capas externas en unidades de  $10^{-4} M_\odot$ . La región correspondiente a la banda de inestabilidad de las estrellas ZZ Ceti es mostrada como una región sombreada. Como resultado de los episodios de pérdida de masa, la masa estelar decrece desde 3 a  $0.563 M_\odot$ . Notemos que después del final de la pérdida de masa, la estrella retorna hacia temperaturas efectivas bajas donde se quema una fracción apreciable del contenido de hidrógeno. Durante esta fase, la evolución es muy lenta. . . . . 32

- 2.2 Perfiles de abundancia para nuestro remanente de enana blanca de  $0.563 M_{\odot}$  para dos modelos seleccionados justo después del punto máximo en temperatura efectiva (líneas finas) y cerca del comienzo del régimen de las ZZ Ceti. Los modelos están caracterizados por valores  $(\log L/L_{\odot}, \log T_{\text{eff}})$  de (3.1, 5.15) y (-2.48, 4.07) (líneas finas y gruesas, respectivamente). En particular, la distribución de hidrógeno, helio y carbono (línea sólida, línea de trazos y puntos y líneas punteadas, respectivamente) es mostrada en función de la fracción de masa externa. El efecto de la difusión de elementos en la distribución de abundancias químicas es claramente notable. . . . . 35
- 3.1 Diagrama esquemático ilustrando el funcionamiento conjunto de los códigos de evolución y pulsación. Nótese que la búsqueda de modos es llevada a cabo sólo en el primer modelo del intervalo de interés en  $T_{\text{eff}}$  ("modelo evolutivo 1"). A partir de ahí los modos encontrados van siendo gradualmente recalculados para los modelos posteriores de la secuencia, empleando en cada oportunidad los modos del modelo anterior como solución inicial a los del modelo actual. La única condición requerida es que el paso de tiempo evolutivo adoptado ( $\Delta t$ ) sea lo suficientemente pequeño de forma tal que la solución correspondiente a modelos consecutivos no difiera notablemente. . . . . 43
- 3.2 Diferencias relativas (en valor absoluto) del cuadrado de la autofrecuencia entre nuestros resultados y los cálculos de Christensen-Dalsgaard & Mullan (1994). Los casos mostrados son para polítropas con  $n = 1.5, 3$  y  $4$ , con  $\ell = 2$  (círculos),  $\ell = 3$  (cuadrados) y  $\ell = 4$  (triángulos). Con propósitos de claridad, los puntos correspondientes a modos del mismo grado  $\ell$  están conectados con líneas. Nótese que las diferencias relativas entre ambos conjuntos de cálculos son mayores cuanto mayor es el orden  $k$  del modo (esto es, cuando las autofunciones son mas fuertemente oscilantes). . . . . 46
- 3.3 **a.** La autofunción  $y_1$  para los modos  $g_1, \dots, g_5$  con  $\ell = 1$ , correspondientes a un modelo de enana blanca de  $0.3 M_{\odot}$  de helio puro con  $T_{\text{eff}} = 11900$  K. Nótese las grandes amplitudes de tales modos en el núcleo estelar. **b.** Igual que para el panel **a.**, pero para el caso  $\ell = 2$ . . . . . 48
- 3.4 La función de peso normalizada ( $wf$ ) correspondiente a los mismos modos incluídos en Figura 3.3a. . . . . 48
- 3.5 **a.** Períodos de modos dipolares ( $\ell = 1$ ) con orden radial desde  $k = 1$  hasta  $k = 56$  y **b.** el espaciamiento asintótico de períodos  $\Delta P_{\ell}^A$  predicho por la teoría de Tassoul (1980) en función de la temperatura efectiva. Nótese que lo períodos de los modos de alto orden tienen un comportamiento muy similar comparados con  $\Delta P_{\ell}^A$  durante el enfriamiento de la enana blanca. . . . . 49
- 3.6 La energía cinética en función de la temperatura efectiva para los mismos modos con  $\ell = 1$  incluídos en la Figura 3.5. La unidad de  $(E_{\text{kin}})_k$  es ergios. La condición de normalización adoptada es  $y_1 = 1$  en la superficie del modelo. 50
- 3.7 Espaciamiento de períodos hacia adelante ( $\Delta P_k$ ) vs. orden radial, para modos con  $\ell = 2$  para tres modelos con diferentes valores de  $T_{\text{eff}}$ . Los símbolos correspondientes a modos de la misma  $T_{\text{eff}}$  están conectados por claridad. Líneas horizontales corresponden al valor del espaciamiento asintótico de períodos en cada temperatura efectiva de acuerdo a Tassoul (1980). . . . . 51

- 3.8 Los períodos de los modos dipolares ( $\ell = 1$ )  $k = 1, 2, 3$ , y 4 para un modelo de  $0.50 M_{\odot}$  a  $T_{\text{eff}} = 11620$  K como una función de la fracción de masa de hidrógeno. El resto de los perfiles químicos corresponden al mejor ajuste obtenido (ver el texto para detalles). Los puntos corresponden a los modelos calculados, mientras que las líneas de trazos representan los períodos de oscilación observados en G117-B15A. En este caso, con una masa estelar considerablemente baja, el mejor ajuste corresponde a los modos  $k = 1, 2$ , y 3 con  $\log M_{\text{H}}/M_{*} = -6.6$ . . . . . 54
- 3.9 Igual que en la Figura 3.8, pero para el caso de un modelo de  $0.55 M_{\odot}$ . En este caso, el mejor ajuste a las observaciones se encuentra para  $k = 2, 3, 4$  y  $\log M_{\text{H}}/M_{*} = -4.0$ . Como este es el mejor ajuste que hemos encontrado con las observaciones, nos referiremos a este como el modelo fiducial. Otro ajuste aceptable es obtenido con  $k = 1, 2, 3$  y  $\log M_{\text{H}}/M_{*} = -7.0$  pero las diferencias entre los valores observados y calculados son mayores que en el caso previamente mencionado. . . . . 55
- 3.10 Igual que en la Figura 3.8, pero para el caso de un modelo de  $0.60 M_{\odot}$ . En este caso encontramos que las observaciones no son bien ajustadas por ninguna de las fracciones de hidrógeno consideradas. Esto sugiere, de acuerdo con lo encontrado por otros autores (ver texto), que la masa de esta estrella es más baja que el valor considerado en esta figura. . . . . 57
- 3.11 La composición química interna de nuestro modelo fiducial. . . . . 58
- 3.12 Panel superior: El período del modo  $\ell = 1$ ,  $k = 2$  del modelo fiducial en función de  $T_{\text{eff}}$ . El intervalo en  $T_{\text{eff}}$  ha sido elegido correspondiendo a la temperatura efectiva de G117-B15A  $\pm 200$  K. Los puntos corresponden a los modelos calculados. Panel inferior: igual que en el panel superior, pero para la derivada temporal del período. . . . . 59
- 3.13 Panel superior: El período del modo  $\ell = 1$ ,  $k = 2$  para modelos de enanas blancas con el perfil fiducial y  $T_{\text{eff}} = 11620$  K en función de la masa estelar. Los modelos calculados son mostrados con puntos. Panel inferior: Igual que en el panel superior pero para la derivada temporal del período. . . . . 59
- 3.14 Perfil de la abundancia de carbono en función del radio estelar para modelos con abundancias centrales de carbono de  $X_{\text{C}} = 0.0, 0.1, \dots, 1.0$ . Las líneas de trazos corresponden a los perfiles escaleados mientras que la línea sólida corresponde al perfil fiducial de carbono. . . . . 60
- 3.15 Panel superior: El período del modo  $\ell = 1$ ,  $k = 2$  para modelos de enanas blancas de  $0.55 M_{\odot}$  y una  $T_{\text{eff}}$  of 11620 K en función de la abundancia central de carbono. Las líneas de trazos señalan la abundancia y el período correspondientes al modelo fiducial. Panel inferior: Igual que en el panel superior, pero para la derivada temporal del período. . . . . 61
- 3.16 Panel superior: Los períodos de los modos  $\ell = 1$ ,  $k = 2, 3$ , y 4 correspondientes al modelo fiducial a una  $T_{\text{eff}}$  de 11620 K en función de la masa de los axiones. Nótese que, a pesar de la aceleración del proceso de enfriamiento inducido por la emisión de axiones, el período de los modos no cambia significativamente. Panel inferior: Igual que en el panel superior, pero para el  $\dot{P}$ . Notemos que para altos valores de la masa de los axiones, dado que el enfriamiento es fuertemente acelerado, el valor de  $\dot{P}$  muestra un crecimiento muy pronunciado. . . . . 62

- 3.17 La derivada temporal del período del modo  $\ell = 1, k = 2$  del modelo fiducial a  $T_{\text{eff}} = 11620$  K. Las líneas horizontales a trazos indican el valor observado de  $\dot{P}$ ,  $\dot{P} + \sigma$ , y  $\dot{P} + 2\sigma$  de Kepler et al. (2000). También mostramos el valor previo de  $\dot{P}$  derivado por Kepler et al. (1991). Si consideramos dos desviaciones estandar a partir del valor observacional, concluimos que las observaciones son compatibles con una masa de los axiones menor a  $3.97 \cos^2 \beta$  meV. . . . 63
- 4.1 El perfil de la base de la envoltura de hidrógeno para nuestro conjunto de modelos de  $0.55 M_{\odot}$  a  $T_{\text{eff}} = 12500$  K representados por líneas sólidas. Para los correspondientes valores de  $\log(M_{\text{H}}/M_{*})$ , ver Tabla 4.1. Las líneas finas representan los perfiles correspondientes al tratamiento estandar de equilibrio difusivo en la aproximación de *trace element* para los mismos valores de  $\log(M_{\text{H}}/M_{*})$ . Nótese que, mientras que para envolturas gruesas de hidrógeno los perfiles son bastantes similares, hay grandes diferencias en el caso de envolturas delgadas. Los círculos indican el cambio en la pendiente en los perfiles calculados con equilibrio difusivo en la aproximación de *trace element*. . . . 66
- 4.2 Algunas de las principales características de nuestros modelos para el caso de una masa de  $0.55 M_{\odot}$ . Panel superior: perfiles de carbono (líneas sólidas) y helio (líneas de trazos). Panel medio: El término de Ledoux de la frecuencia de Brunt-Väisälä. Panel inferior: El logaritmo del cuadrado de la frecuencia de Brunt-Väisälä. . . . 68
- 4.3 El valor de  $\psi$  en función de la temperatura efectiva de la estrella para el caso de un modelo de enana blanca de  $0.50 M_{\odot}$ . Las curvas son etiquetadas con los respectivos valores de  $\log(M_{\text{H}}/M_{*})$ . **A** y **B** significan las identificaciones de los modos observados con  $k = 1, 2, 3$  y  $k = 2, 3, 4$  respectivamente. Nótese el profundo mínimo de  $\psi$  para el caso **A** a  $T_{\text{eff}} = 11400$  K. . . . 69
- 4.4 Igual que en Figura 4.3 pero para el caso de modelos de enanas blancas de  $0.55 M_{\odot}$ . Para este valor de la masa estelar, los mínimos correspondientes a ambas identificaciones de modos se han desplazado al borde frío del intervalo en  $T_{\text{eff}}$  considerado. . . . 70
- 4.5 Igual que en Figura 4.3 pero para el caso de modelos de enanas blancas de  $0.60 M_{\odot}$ . Para este valor de la masa estelar, los valores de la función  $\psi$  son mayores que en los casos de las otras masas consideradas. Así, la masa de G117-B15A debería ser menor a  $0.60 M_{\odot}$ . . . . 71
- 4.6 El valor de  $\psi$  en función de la temperatura efectiva de la estrella considerando el caso **B** para los valores más grandes de  $\log(M_{\text{H}}/M_{*})$ . . . . 72
- 5.1 Los perfiles químicos internos del modelo de enana blanca de carbono-oxígeno de  $0.55 M_{\odot}$  para el hidrógeno, helio, carbono y oxígeno a una temperatura efectiva de  $14000$  K. En el caso del equilibrio difusivo en la aproximación de *trace element*, los perfiles fijos son representados por líneas de puntos. Los perfiles para los cuales la difusión dependiente del tiempo ha sido considerada son representados por líneas sólidas.  $q$  es la fracción de masa externa, definida como  $q = 1 - M_r/M_{*}$ . . . . 75

5.2	Panel A: El perfil interno del helio en función de $q$ en la interfase hidrógeno-helio. La línea sólida corresponde a un modelo con $T_{\text{eff}} = 14000$ K en el cual la difusión dependiente del tiempo ha sido considerada. La línea de trazos indica el mismo tratamiento pero para un modelo a 10000 K. Finalmente la línea de puntos corresponde a la predicción del equilibrio difusivo en la aproximación de <i>trace element</i> . Panel B: El perfil químico para el helio de acuerdo a la predicción del equilibrio difusivo en la aproximación de <i>trace element</i> para un modelo de $0.50 M_{\odot}$ calculado por Bradley (comunicación privada). Notemos que la forma de los perfiles en ambos modelos con equilibrio difusivo es la misma. . . . .	76
5.3	Panel superior: el término de Ledoux $B$ en la interfase hidrógeno-helio en el caso de difusión dependiente del tiempo para valores de $T_{\text{eff}}$ de 14000 K y 10000 K con líneas sólidas y líneas de trazos, respectivamente. Líneas punteadas y líneas de puntos y trazos corresponden a los mismos valores de $T_{\text{eff}}$ pero para el equilibrio difusivo en la aproximación de <i>trace element</i> . Panel inferior: el cuadrado de la frecuencia de Brunt-Väisälä para los mismos casos analizados en el panel A. . . . .	77
5.4	Períodos y derivadas de períodos para modos con $\ell = 1, k = 1, 2, 3$ modos para un modelo de enana blanca de carbono-oxígeno de $0.55 M_{\odot}$ en un intervalo de $T_{\text{eff}}$ conteniendo la banda de inestabilidad de las DAVs. Líneas sólidas (cuadrados llenos) corresponden a períodos (derivadas de períodos) calculadas considerando difusión en no-equilibrio, mientras líneas de puntos (cuadrados vacíos) muestran períodos (derivadas de períodos) calculados de acuerdo al equilibrio difusivo en la aproximación de <i>trace element</i> en la interfase hidrógeno-helio. . . . .	79
5.5	Igual que en la Figura 5.4 pero para modos con $\ell = 1, k = 4, 5, 6$ . . . . .	80
6.1	Panel a: La distribución de abundancias químicas de nuestro modelo. Panel b: el término de Ledoux, $B$ . Panel c: el logaritmo del cuadrado de la frecuencia de Brunt-Väisälä ( $N^2$ ). En el subpanel se muestra esta misma cantidad pero calculada despreciando el término $B$ . Notemos que la presencia de las zonas de transición química en la forma funcional $N^2$ no es completamente eliminada, en particular en las interfases helio-carbono-oxígeno e hidrógeno-helio. La masa estelar del modelo de enana blanca es $0.563 M_{\odot}$ y la temperatura efectiva es $\approx 12000$ K. . . . .	84
6.2	El logaritmo de la energía cinética de oscilación, espaciamiento de períodos y coeficientes de splitting rotacional a primer orden (panel superior, medio e inferior, respectivamente) para modos con $\ell = 1$ en función de los períodos calculados. Las líneas de puntos muestran el comportamiento asintótico para $\Delta P_k$ y $C_{\ell,k}$ . Los valores de $(E_{\text{kin}})_k$ corresponden a la normalización $y_1 = 1$ en $r = R_*$ . . . . .	86
6.3	Igual que en la Figura 6.2, pero para $\ell = 2$ . . . . .	87
6.4	Igual que en la Figura 6.2, pero para $\ell = 3$ . . . . .	87
6.5	La función de peso normalizada (líneas sólidas) en función de la fracción de masa externa, para los modos $g_1$ a $g_8$ con $\ell = 1$ . Con el objeto de comparación, las líneas punteadas muestran el perfil del término de Ledoux (en unidades arbitrarias). . . . .	89
6.6	Igual que en la Figura 6.5, pero para los modos $g_9$ a $g_{16}$ . . . . .	90
6.7	Igual que en la Figura 6.5, pero para los modos $g_{17}$ a $g_{24}$ . . . . .	91

- 6.8 Panel superior: distribución de abundancias para el hidrógeno en la interfase hidrógeno-helio según la predicción de la difusión dependiente del tiempo (línea sólida) y el equilibrio difusivo en la aproximación de *trace element* (línea fina). Panel inferior: el logaritmo del cuadrado de la frecuencia de Brunt-Väisälä para ambos tratamientos de la difusión. El panel pequeño muestra la forma del término de Ledoux. . . . . 92
- 6.9 El logaritmo de la energía cinética de oscilación (panel superior) y el espaciamiento de períodos (panel inferior) para  $\ell = 1$  (Figura a),  $\ell = 2$  (Figura b) y  $\ell = 3$  (Figura c) en términos de los períodos calculados, para el caso del equilibrio difusivo en la aproximación de *trace element*. Comparar con Figuras 6.2 a 6.4. . . . . 94
- 6.10 La función de peso normalizada para los modos  $g_{38}$  y  $g_{39}$  con  $\ell = 2$  correspondientes al modelo estelar en el que la transición química de hidrógeno-helio ha sido tratada según el equilibrio difusivo en la aproximación de *trace element*. Notemos la baja amplitud de  $wf$  debajo de la transición de hidrógeno-helio para el modo con  $k = 39$ , el cual corresponde a un modo atrapado en la envoltura de hidrógeno. . . . . 95
- 6.11 Igual que en la Figura 6.10, pero para el caso en el cual la transición química hidrógeno-helio ha sido calculada suponiendo difusión dependiente del tiempo. 95
- 6.12 La distribución de nodos de las autofunciones  $y_1$  (puntos llenos) e  $y_2$  (puntos vacíos) en la región de la transición química de hidrógeno-helio para modos con  $\ell = 2$ , de acuerdo al equilibrio difusivo en la aproximación de *trace element*. 96
- 6.13 Igual que en la Figura 6.12, pero para el caso en que el perfil químico ha sido calculado de acuerdo a la difusión dependiente del tiempo. . . . . 96
- 6.14 Panel superior: El término de Ledoux  $B$  para modelos de  $0.6 M_{\odot}$  y temperatura efectiva  $\approx 11800$  K, para los cinco valores de la masa de la envoltura de hidrógeno consideradas. Las líneas sólidas corresponden a nuestros modelos con difusión dependiente del tiempo, y las líneas de puntos muestran los resultados correspondientes al uso de la aproximación de *trace element*. Notemos que en el último caso  $B$  muestra picos muy agudos y de gran magnitud en la interfase hidrógeno-helio, en comparación con los resultados de la difusión dependiente del tiempo. Panel inferior: el logaritmo del cuadrado de la frecuencia de Brunt-Väisälä. . . . . 98
- 6.15 El logaritmo de la energía cinética de oscilación y el espaciamiento de períodos para grados armónicos  $\ell=1$  (paneles superiores),  $\ell=2$  (paneles centrales) y  $\ell=3$  (paneles inferiores), para un modelo de enana blanca de  $0.6 M_{\odot}$  a  $T_{\text{eff}} \approx 11800$  K y  $\log(M_{\text{H}}/M_{*}) = -3.941$ . Los valores de  $E_{\text{kin}}$  corresponden a la normalización usual  $y_1 = 1$  en  $r = R_{*}$ . Por claridad, la escala para la energía cinética en el caso de equilibrio difusivo está desplazada hacia arriba por 1 dex. La flecha indica un modo centralmente realzado con  $\ell = 2$ ,  $k = 24$ . . . 100
- 6.16 Igual que en la Figura 6.15, pero para  $\log(M_{\text{H}}/M_{*}) = -4.692$ . . . . . 101
- 6.17 Igual que en la Figura 6.15, pero para  $\log(M_{\text{H}}/M_{*}) = -5.672$ . . . . . 102
- 6.18 Igual que en la Figura 6.15, pero para  $\log(M_{\text{H}}/M_{*}) = -6.700$ . . . . . 103
- 6.19 Igual que en la Figura 6.15, pero para  $\log(M_{\text{H}}/M_{*}) = -7.349$ . . . . . 104

6.20 La densidad de energía cinética de oscilación ( $dE_{\text{kin}}/dr$ ) en función del radio estelar para modos con orden radial  $k = 23$  (línea de puntos),  $k = 24$  (línea sólida) y  $k = 25$  (línea de trazos) para  $\ell = 2$ . El modelo de enana blanca tiene una temperatura efectiva de  $T_{\text{eff}} \approx 11800$  K y una masa de la envoltura de hidrógeno  $M_{\text{H}}/M_{*} = -3.941$ . El panel interno muestra el perfil del término de Ledoux  $B$ . Notemos que el modo  $k = 24$  (el cual es un modo centralmente realzado) adopta grandes amplitudes de ( $dE_{\text{kin}}/dr$ ) en comparación con los modos adyacentes. Esto es particularmente cierto para la región limitada por el centro estelar y la localización del primer pico en  $B$ . Como resultado, el modo  $k = 24$  tiene un valor realzado de su energía cinética de oscilación ( $E_{\text{kin}}$ ) (ver Figura 6.15). . . . . 105