

"El polvo interestelar en la Nube Oscura de Norma"

Tesis presentada a la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas de la Universidad Nacional de La Plata, como parte de los requisitos para optar al título de Doctor en Astronomía (Especialidad Astrofísica).



por

Silvia Waldhausen

1987

21 MAR. 1990

Director de Tesis: Dr. Hugo Gustavo Marraco

525.162.1

A Sabrina

AGRADECIMIENTOS

Al Dr. H.G.Marraco por su constante ayuda en todos los aspectos relacionados con esta investigación, pero por sobre todo, por su permanente aliento y entusiasmo y por haber devuelto mi interés por este tema.

Al Dr. J.C.Muzzio por haberme asesorado en la primera etapa de esta investigación en temas vinculados con el manejo de las observaciones y por haberme permitido utilizar material obtenido por él, en el Observatorio Interamericano de Cerro Tololo.

A los Dres. G.Dubner, A.Feinstein y A.Ringuelet, jurados de esta tesis, por su pronto análisis de la misma y por las interesantes sugerencias que me proporcionaron para el futuro.

Al Lic. R.E.Martínez por las útiles discusiones relacionadas con el tema tratado y por mantener en alto mi entusiasmo durante los no pocos momentos difíciles que llevaron a la concreción de este trabajo.

Al Lic. C.Feinstein por haberme cedido el software referido al método Simplex.

Al Sr. G.E.Milesi por su gran ayuda en la corrección y tipeado del texto

Al Sr. R.C.Leonardi, la Sra. S.A. de Rocha y el Sr. A.J.Mateo por la colaboración en la preparación de los gráficos.

Al Sr. G.Sierra por la rápida y eficaz preparación del material fotográfico que se utilizó.

A las siguientes instituciones: a la Facultad de Ciencias

Astronómicas y Geofísicas de la Universidad Nacional de La Plata en cuyas instalaciones he llevado a cabo esta investigación, a la Comisión de Investigaciones Científicas de la Provincia de Buenos Aires y al Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas de la República Argentina que me otorgaron las becas que permitieron realizar este trabajo.

A Sabrina por su dulzura, madurez y gran cuota de paciencia que hicieron más cortas las horas que no pude estar a su lado.

A mi familia por la alegría con que festejó este logro.

INDICE

Página No.

Capítulo I: Introducción.....1

Capítulo II: Material Observacional.

- a. La Región de Norma.....10
- b. Material observacional utilizado.13
- c. Clasificación espectral.....15
- d. Fotometría fotográfica.....17
- e. Controles estadísticos.....20
- f. Diagramas B-V vs. $V-3(B-V)$23

Capítulo III: Formulación de los modelos.

- a1. Métodos de Monte Carlo.....27
- a2. Generación de números según distribuciones
prefijadas.....30
- b. Presentación de los modelos: Programas de
generación.....33
- c. Elección de los parámetros de los modelos.....35
- d. Modelos iniciales.....37

Capítulo IV: Resultados y Conclusiones.

- a. Modelos finales.....45

b. Conclusiones.....	52
Referencias.....	54
Tablas.....	57
Apéndice A.....	66
Apéndice B.....	71

CAPITULO I

I. INTRODUCCION

El término "medio interestelar" se usa para indicar el material en forma de polvo y gas que existe entre las estrellas. A pesar de disponerse de una considerable cantidad de evidencias que ya señalaban su existencia, las dificultades que presentaba su interpretación provocaron que la presencia de este medio, que representa una apreciable fracción de la masa completa de la galaxia, no fuese aceptada en forma más o menos contundente hasta 1930.

Durante mucho tiempo se pensó que el espacio interestelar estaba vacío; recién con el invento del telescopio hacia comienzos del siglo XVII, se pudieron observar algunos de sus aspectos más interesantes: la presencia de las llamadas "nebulosas difusas" (de acuerdo a la nomenclatura de la época).

En 1874 Herschell, notando una zona del cielo particularmente desprovista de estrellas, concluyó que realmente existían agujeros o túneles entre las estrellas. El reconocimiento de estos agujeros oscuros como las siluetas de nubes oscuras de polvo, tuvo que aguardar la aparición de una nueva tecnología: la de la fotografía estelar.

Entre tanto se fue acumulando evidencia observacional de la presencia de este material opaco en galaxias espirales, muy evidente a través de bandas ecuatoriales oscuras. Esto acentuó la idea de que si realmente la Vía Láctea era una galaxia espiral, un

oscurecimiento similar en el plano podía explicar la ausencia de cúmulos globulares y nebulosas espirales en ciertas zonas.

La idea de grandes nubes de polvo fue acentuándose cada vez más y Russell en 1922, enfatizó sobre la similitud entre nubes oscuras y nebulosas de reflexión, ya descubiertas en 1912, y sugirió la existencia de pequeñas partículas de polvo de tamaño milimétrico.

Entre 1932 y 1934 Trumpler proporcionó una de las demostraciones más convincentes de la existencia de la absorción interestelar general usando una escala de distancias que era independiente de las observaciones fotométricas, para lo cual basó su trabajo en mediciones de los diámetros angulares de cúmulos abiertos (al ser éste un método geométrico no resultaba sensible a la presencia de la absorción, mientras que las mediciones fotométricas sí lo eran). Esto le permitió mostrar, no sólo que la absorción debía estar presente, sino que obtuvo una estimación de su valor promedio. En 1933 Hubble brindó una vista más uniforme del contenido de polvo del material interestelar con el uso de recuentos de galaxias.

Paralelamente fueron apareciendo indicios de la presencia del gas interestelar (cuyo componente dominante es el hidrógeno, en alguna de sus tres formas: atómico (HI), molecular (H_2) o ionizado (HII). La primera evidencia directa que indicaba la existencia del gas interestelar, provino de un trabajo de Hartmann de 1904, quién observó líneas estacionarias en una binaria espectroscópica y sugirió que ya que estas líneas no formaban parte del sistema

binario su origen debía ser la absorción producida por una nube fría de gas interestelar ubicada entre el sistema binario y la Tierra. Sin embargo, se planteaba la duda de que el gas podía residir en las cercanías de la estrella y no en una vasta extensión a lo largo de la línea de la visual, por lo que la explicación propuesta por Hartmann no ganó una inmediata aceptación hasta que trabajos posteriores de Struve (1927) y de Plaskett y Pearce (1930) demostraron que las ideas originales de Hartmann eran sustancialmente correctas. En particular estos dos últimos autores demostraron la existencia de una fuerte correlación entre la intensidad de las líneas interestelares y la distancia de la estrella.

En 1945 van de Hulst anunció que debía ser posible observar hidrógeno atómico en la longitud de 21 cm. Esta predicción teórica fue confirmada en 1951 con la detección simultánea de la línea de 21 cm por Ewen y Purcell y por Muller y Oort. En 1955 Lilley, a través de la comparación de conteos de galaxias con un relevamiento en la línea de 21 cm del anticentro galáctico, dejó establecido que las nubes de polvo eran a la vez nubes de gas.

El descubrimiento en los últimos 20 años de numerosas y complejas especies moleculares, ha acentuado la enorme importancia de las nubes moleculares (coincidentes con los complejos oscuros) las que poseen casi la mitad de la masa del medio interestelar en nuestra galaxia, y que es el lugar donde nacen las estrellas. El avance de teorías de formación estelar cada vez más sofisticadas avalan la necesidad de obtener datos que puedan ser confiables,

para que éstas puedan desarrollarse sobre la base de condiciones iniciales bien establecidas.

El estudio del material interestelar resulta pues doblemente importante: a) porque juega un rol preponderante en la evolución de las galaxias, ya que éstas contienen casi un 40% de su masa en forma de gas y polvo interestelar. Las estrellas se forman en el medio interestelar y permanentemente vierten en él materia enriquecida en elementos pesados por nucleosíntesis. b) el medio interestelar cuya distribución y estructura dista mucho de ser homogénea, es escenario de una gran variedad de fenómenos: formación y destrucción de moléculas, ionización y recombinación, excitación de niveles atómicos y moleculares, condensación y destrucción de granos de polvo, intercambios térmicos, etc. Todos estos eventos que posibilitan la observación de un vasto rango de parámetros, lo convierten en un interesante laboratorio, tanto para la física, como para la química.

Las observaciones de radio de líneas moleculares han revelado la composición química de los componentes de las nubes oscuras y han dado idea de las temperaturas reinantes. Los estudios ópticos, por su parte, proporcionan datos sobre absorciones y distancias de las mismas, lo cual a su vez, conduce a valores estimativos de sus masas.

El polvo interestelar, que es el elemento estudiado en este trabajo, se encuentra en su mayor parte en forma de nubes o complejos oscuros, con masas y tamaños de muy diversos tipos, concentrados hacia el plano galáctico. Estos complejos oscuros

tienen como componentes pequeños granos de polvo, cuyas propiedades físicas y químicas sólo pueden ser detectadas por la observación de los efectos que producen sobre la luz que los atraviesa.

El polvo interestelar introduce diferentes modificaciones en la luz de las estrellas provocando una disminución de su intensidad. La luz estelar es enrojecida y extinguida por el polvo. La extinción interestelar resulta de la combinación de dos fenómenos: absorción y dispersión. Los efectos de extinción y enrojecimiento producidos por los granos de polvo afectan las estimaciones de distancias estelares y por lo tanto el análisis de las densidades estelares, con lo cual una determinación precisa de los mencionados fenómenos es de primordial importancia en los estudios de estructura galáctica (Mihalas y Binney, 1981). Además el polvo introduce un efecto de polarización interestelar, que no es más que la eliminación selectiva de la luz cuyos vectores de polarización están alineados paralelamente al eje mayor de los granos de polvo.

Por lo tanto, independientemente del interés que despierta el conocimiento de los problemas encontrados en el análisis de las propiedades físicas propias del medio interestelar, el desarrollo de teorías más complejas que permitan ajustar mejor los datos observacionales, ha creado la necesidad de profundizar, tanto en el conocimiento de las propiedades ópticas de los granos de polvo, como en el estudio de la distribución del polvo interestelar y en la determinación de los parámetros que caracterizan a las nubes

òscuras.

Los estudios dedicados al material oscuro interestelar han dejado en claro la existencia de una microestructura ó estructura en pequeña escala de esas concentraciones, pero a pesar de ello, la mayor parte de los trabajos realizados se han ocupado de los grandes complejos oscuros como un todo y en cambio poco se ha dicho sobre las características estadísticas de los microcomponentes oscuros, así como de su distribución.

Ambarzumian fué el primero en proponer una representación para el material interestelar, responsable de la absorción observada, basada en un conjunto de nubes discretas caracterizadas por una cierta profundidad óptica promedio y distribuidas homogéneamente al azar en el plano galáctico.

Chandrasekhar y Münch (1952) consideraron un modelo de distribución de densidad continua del polvo pero presentando fluctuaciones de carácter estadístico, e introdujeron el concepto de coeficiente de correlación angular para el enrojecimiento interestelar.

Münch (1952) analizó la distribución estadística de los excesos de color en términos del modelo de nubes discretas de Ambarzumian y supuso que la dimensión lineal de estas nubes era tan pequeña, comparada con la distancia promedio entre ellas, que podían ser consideradas como puntos a lo largo de la línea de la visual, con lo cual resulta evidente que no podía ofrecer una respuesta clara respecto del tamaño de las micronubes, quedando establecida la necesidad de considerar, entre otros ajustes, nubes

con formas geométricas más reales y obtuvo en general sólo aspectos ilustrativos de otros parámetros, como ser el exceso introducido por cada microcomponente.

Aparecen luego, algunos otros trabajos que estudian las fluctuaciones de la distribución espacial de la materia oscura, como el de Serkowski (1958) que introduce el importante concepto de función de estructura del material interestelar y que le permite analizar las variaciones de la densidad proyectada; Krzeminski y Serkowski (1967) que en base a estudios de fotometría fotoeléctrica y polarización de las estrellas del cúmulo Stock 2 obtienen un valor de 1 pc para la microescala de fluctuaciones de la densidad del polvo en esa zona; Sheffler (1967) propone, para ajustar la función de estructura que observa, una hipótesis bimodal con nubes discretas, unas pequeñas y otras grandes, a las que le corresponden absorciones promedio y dimensiones lineales efectivas muy distintas.

Sobreviene luego un período de inactividad en el acopio de información sobre la microestructura del material oscuro interestelar. Los primeros en retomar esta orientación en el estudio del material interestelar fueron Clocchiatti y Marraco (1986a, 1986b), quienes rescatan el concepto de función de estructura del medio interestelar, mostrando que es un elemento sumamente efectivo para la investigación de la distribución de la densidad del polvo interestelar. Proponen una serie de modelos y de la comparación de la función de estructura observada para NGC 2516 y de la calculada a través de los modelos, obtienen

resultados que sugerirán la existencia de una cierta jerarquía y periodicidad en la distribución de las concentraciones de polvo y gas.

Este trabajo de tesis se ha centrado en el estudio de una zona ubicada en la región de la nube oscura de Norma. Los datos de fotometría fotográfica de la zona evidenciaban la posible existencia de microestructura dentro de la nube.

Para tratar de explicar este efecto y obtener información adicional sobre los elementos que caracterizarían a las microcomponentes, se desarrollaron modelos numéricos, que a través del ajuste de distintos parámetros libres permitiesen un acercamiento progresivo a los datos observados, obteniendo así, información sobre la distribución y estructura del polvo en la zona.

En el segundo capítulo se indicarán las características de la zona estudiada, así como la obtención y naturaleza de los datos de fotometría fotográfica de la misma, que han dado origen a los diagramas de excesos vs. distancias, los cuales servirán para testear el grado de ajuste con los resultados generados por los modelos.

El tercer capítulo corresponde a la descripción de los modelos estadísticos, que mediante el empleo de distribuciones estocásticas para la generación de posiciones y magnitudes, se han utilizado para representar el estado de la distribución del polvo en esa zona de la nube de Norma.

Por último, el cuarto capítulo corresponde a las conclusiones

ha que se ha arribado con el uso de este tipo de simulaciones, entre las que se incluyen los parámetros que mejor representan las observaciones, como ser radio de las micronubes, excesos medios, número de microcomponentes, eventuales indicios de periodicidad en las distribuciones, etc.

CAPITULO II

II. MATERIAL OBSERVACIONAL

IIa. La región de Norma

Dentro de las regiones de la Vía Láctea, la de Norma ha sido trascendente para los estudios que se ocuparon del esclarecimiento del trazado de los brazos espirales de la galaxia puesto que, entre las distintas secciones de ésta, la que corresponde a Norma-Circinus es donde los modelos de estructura espiral exhiben las mayores discrepancias sobre la existencia y trayectoria de los brazos galácticos (Rydgren, 1974). Es, en esta región, donde encontramos una extensa formación oscura que, comenzando en las proximidades de alfa Centauro, se desarrolla cercana al cero de latitud galáctica hasta casi $l=330^\circ$, para desplazarse luego hacia latitudes galácticas positivas en dirección a alfa Escorpio y a la que se conoce como la "Nube Oscura de Norma".

Los estudios realizados en esta región muestran la presencia de zonas de muy fuerte absorción, la que comenzando en las cercanías del Sol se incrementa con la distancia dentro de 1 kpc.

Haug y Bredow (1977) han encontrado en un mapeado de la absorción para cuatro rangos de distancia, indicios de dos posibles concentraciones separadas, una a menos de 0.3 kpc y otra más allá de 0.7 kpc del Sol. Esto coincidiría con lo hallado por Haug, Pfleiderer y Dachs (1966), Schnur (1970) y Rydgren (1974) en cuanto a que el enrojecimiento en la región de Norma aparece,

fundamentalmente, en una capa de fuerte oscurecimiento localizada aproximadamente a 0.7 kpc del Sol para luego incrementarse gradualmente hasta una distancia de 3 kpc. La extinción visual en esa capa variaría de 1.5 a más de 3 magnitudes. Por su parte Muzzio y Forte (1975) ratifican, en base a los grandes excesos de color hallados en las cercanías de $l=328^\circ$, que la capa de polvo, presente en la región, debe hallarse a menos de 1 ó 2 kpc del Sol.

Stephenson y Sanduleak (1971) realizaron una búsqueda de estrellas OB en placas de prisma objetivo, que se ha constituido en una de las fuentes más completas de este tipo de estrellas, en la región de Norma. Si se realiza un gráfico de l (longitud galáctica) vs. b (latitud galáctica), se observará la existencia de notables interrupciones en la distribución superficial de las estrellas OB, lo cual estaría sugiriendo la presencia de grandes concentraciones de polvo. Justamente, la existencia de altos valores en la absorción, fue señalada por Muzzio (1974) quien descubrió estrellas OB en las cercanías de $l=327^\circ.4$ y $b=-0^\circ.4$ (Campo Norma III de Bok, Bok y Miller, 1972) con excesos de color entre 1 y 2.5 magnitudes, lo cual las pondría fuera del alcance de las búsquedas de prisma objetivo. De este modo el límite de $E_{B-V}=1.2$ mag para las estrellas OB de Norma del mencionado catálogo, sería solamente un efecto observacional de selección provocado por el material absorbente.

Para llevar a cabo esta investigación, se eligieron dos campos: uno con absorción y otro libre de ella o de comparación. La elección de ambos se realizó en base a la inspección visual de

placas directas del telescopio Curtis-Schmidt del Observatorio Interamericano de Cerro Tololo.

La zona de absorción, ubicada precisamente dentro de la nube oscura, cuenta con una extensión de aproximadamente un grado cuadrado y fue seleccionada entre otras por la uniformidad de oscurecimiento que presentaba, en claro contraste con los alrededores. El campo elegido está centrado en $l=325^{\circ}6$ y $b=0^{\circ}.13$, valores estos que fueron hallados con referencia a las estrellas 3398, 3402, 3381 y 3386 del catálogo de estrellas brillantes de Stephenson y Sanduleak (1971).

En $l=325^{\circ}$ Haug y Bredow (1977) señalan la existencia de una notable brecha en la distribución de estrellas, lo que indicaría, según estos autores, la presencia de valores de la absorción no determinables a partir del tipo de muestra con el que trabajaron (estrellas entre B2 y B8).

El área elegida se superpone en parte al campo 308 del catálogo de Feitzinger y Stüwe (1984), donde se le asigna opacidad 3 (en una escala de 1 a 6, siendo 6 lo más opaco) de acuerdo al catálogo de Lynds (1962); en cuanto a su forma, se la clasifica alfa-beta, según la designación de van den Bergh (1972). La zona en cuestión también figura en el catálogo de Neckel (1967) donde se le asignan valores de la absorción entre $2.2 \text{ mag} \leq A_V \leq 3.0 \text{ mag}$. A su vez, la zona seleccionada contiene al campo 177 del catálogo de Hartley, Manchester, Smith, Tritton y Goss (1986), en el que se le asigna clase de densidad B, lo cual correspondería a una zona donde, si bien se distinguen estrellas

de fondo, hay una notable disminución en la densidad estelar comparada con una zona libre de absorción.

La elección de un buen campo de comparación requiere mucho cuidado, ya que si bien es de esperar la presencia de la absorción interestelar general, debe tratarse de que esté muy poco afectado por la nube oscura que se estudia pero lo más cercano a ella como sea posible. Con un tamaño de aproximadamente un grado cuadrado, el área seleccionada aquí, está situada en $l=327.8$ y $b=-2.36$, coincidiendo con una región ya estudiada por Drilling (1968), lo cual permitió incluir en este estudio objetos ya relevados por él.

Una vez establecidas las dos áreas de trabajo, se seleccionaron los objetos a utilizar para el estudio de la distribución de la absorción, para los cuales se determinaron espectros, magnitudes y colores.

I Ib. Material observacional utilizado

El material observacional utilizado, fue obtenido en turnos de observación otorgados al Dr. Juan Carlos Muzzio en el Observatorio Interamericano de Cerro Tololo (en adelante OICT), durante los años 1975 (placas de clasificación espectral en baja dispersión y directas BV) y 1977 (placas H-alfa); todo el material se obtuvo con la cámara Schmidt de 60 cm de diámetro (f/3.5, espejo de 90 cm de diámetro).

Las placas sobre las cuales se realizó la clasificación espectral fueron tomadas con el prisma objetivo delgado adosado al

telescopio Curtis-Schmidt del OICT. Los espectros así obtenidos, que resultan con una dispersión de $1360 \text{ \AA}/\text{mm}$ en H-gamma, permiten reconocer grupos de clases espectrales, si se utiliza una emulsión IIIa-J (horneada en nitrógeno) y si se toma la precaución de tener buenas condiciones de "seeing". Como los espectros son más cortos que lo usual, se pueden alcanzar magnitudes más débiles (la magnitud límite es del orden de $B=15 \text{ mag}$) sin correr el peligro de entrar en serios problemas de superposición de los espectros. De todos modos las superposiciones ocurren y a menudo son resueltas con el agregado de una segunda placa con el prisma rotado 180° , de modo de tener los espectros orientados en direcciones opuestas sobre placas diferentes de la misma exposición. Los espectros fueron ensanchados 0.2 mm . En este caso se contó con dos placas de 30 minutos de exposición (tomadas con el prisma rotado), una de 10 minutos, otra de 15 (la única no horneada) y dos de 80 minutos.

Las placas BV directas fueron también obtenidas con la cámara Schmidt, empleando emulsión IIA-D y filtro GG-14 para el visual, y emulsión IIA-O y filtro GG-13 para el azul. Se obtuvieron tres placas para cada color con tiempos de exposición de 10 minutos tanto para el visual como para el azul.

Se poseían además, placas para realizar búsquedas de objetos con H-alfa en emisión, las cuales fueron obtenidas utilizando el prisma de 4° de la cámara Schmidt, la emulsión IIIa-F (horneada en nitrógeno) y un filtro Schott RG2 que limita la longitud de los espectros a la zona que interesa. El prisma produce una dispersión de $1040 \text{ \AA}/\text{mm}$ en H-alfa y los espectros se ensanchan

0.1 mm, lográndose así una magnitud límite en el rojo del orden de 15 mag. Se tomaron dos placas de 30 minutos de exposición cada una con el prisma rotado 180°.

Iic. Clasificación espectral

Las técnicas de clasificación espectral, si bien no ofrecen grandes dificultades, requieren de una práctica intensiva que debe llevarse a cabo antes de comenzar a aplicarlas. Esta experiencia se efectuó clasificando independientemente, una muestra de objetos de la zona centrada en AR=10h 20m y D=-53° tomadas de las listas de Wooden (1971) y con un trabajo anterior en la zona del Saco de Carbón (Martínez, Muzzio y Waldhausen, 1980).

El estudio de los espectros se realizó con una lupa binocular Olympus, utilizando por lo general 12x, pudiendo recurrir a aumentos mayores cuando los detalles lo requirieron.

En este trabajo se adoptaron los criterios de clasificación espectral para espectros con una dispersión de 1360 \AA/mm en H-gamma de Martínez, Muzzio y Waldhausen (1980). De acuerdo a ellos se puede trabajar con los siguientes grupos de clases espectrales: B4-B8, B9-A3, A4-F5, F6-G2, G3-K0, K1-K5 y K6-M (para estrellas más tempranas que B4 se pueden utilizar los criterios de Muzzio y Orsatti, 1977a).

Se debe prestar mucha atención en la elección del intervalo espectral que se utilizará para que haya suficiente cantidad de objetos, tanto en el campo de comparación como en el de absorción, de forma de permitir realizar el análisis estadístico de la

muestra.

También es importante destacar, la conveniencia de poseer intervalos espectrales angostos, puesto que en esos casos la magnitud absoluta media y la dispersión en torno a la media, son bastante bien conocidas, lo que asegura la exactitud de los parámetros que se utilizan (y eventualmente permite que, de calcularse distancias, éstas sean determinadas con mayor seguridad).

Para el estudio de la absorción se eligieron estrellas comprendidas en el rango B9-A3, ya que reúnen tres propiedades que las convierten en excelentes candidatos para el estudio de la nube oscura: i) son intrínsecamente brillantes como para penetrar la capa de polvo. ii) están presentes en gran número, permitiendo realizar estudios estadísticos. Trabajos previos indican marcadas concentraciones de estos objetos en la Vía Láctea dentro de 2 kpc del Sol (Drilling, 1968; McCuskey y Houk, 1971; McCuskey y Lee, 1976). iii) son bastante fáciles de clasificar en las placas de prisma objetivo delgado por la intensidad de las líneas de Balmer. Para las B9-A3 no es visible la línea K del CaII, permitiéndolas distinguir de tipos más tardíos y como el prisma objetivo transmite sustancialmente luz en el ultravioleta, el Salto de Balmer es fácilmente visible, lo cual ayuda a diferenciar las estrellas A de mayor luminosidad de estrellas de tipo más temprano sobre la Secuencia Principal.

Además de las estrellas B9-A3 se reconocieron, por razones de completitud, las comprendidas en los grupos espectrales B4-B8 y

A4-F5.

Los grupos mencionados presentan las siguientes características:

B4-B8: líneas de H de intensidad media, Salto de Balmer.

B9-A3: líneas de H y Salto de Balmer de máxima intensidad.

A4-F5: líneas de H de intensidad media, Salto de Balmer presente.

Líneas H y K del CaII bien visibles.

Esta búsqueda arrojó como resultado, la selección de 186 estrellas en la zona de absorción, comprendidas en los tres tipos espectrales, y 342 en la de comparación, y como esta última zona coincidía con una región ya estudiada por Drilling (1968), se agregaron otras 35 estrellas ya clasificadas por él.

IId. Fotometría fotográfica

Mediante fotometría fotográfica BV se calcularon los colores de las estrellas seleccionadas en los dos campos. Las mediciones se efectuaron con el fotómetro de iris Cuffey, instrumento que provee una forma sencilla y segura de medir los tamaños de las imágenes estelares. Este instrumento, perteneciente a la Comisión de Investigaciones Científicas y Técnicas de la Provincia de Buenos Aires (CIC), e instalado en la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas de la Universidad Nacional de La Plata, funciona de la siguiente manera: el haz emitido por una lámpara de proyección se divide en dos, el haz de medida y el haz de referencia. El haz de medida pasa a través de una lente de colimación, un diafragma de iris graduable y una lente objetivo

(inferior) que produce una imagen del iris sobre la superficie de la placa fotográfica; esta imagen del iris sobre la placa es enviada, a través de una lente objetivo (superior) a un espejo semiplateado, con lo que parte del haz de medida se proyecta sobre la pantalla y el resto (aproximadamente el 50%) pasa por un "chooper" mecánico y llega a una fotocélula. Por su parte, el haz de referencia pasa a través de una cuña de densidad variable llegando al "chooper" mecánico y luego a la fotocélula. El "chooper" desplaza alternativamente los dos haces de luz que llegan a la fotocélula. El haz de medida puede variarse abriendo o cerrando el diafragma; cuando ambos haces son iguales la aguja de una escala graduada es llevada a cero y la abertura del iris es entonces leída en un contador digital. De esta manera pueden obtenerse lecturas exactas del iris, ya que éste está acoplado mecánicamente al contador digital en forma directa.

Para investigar, identificar y centrar una imagen estelar, se utiliza el haz de campo (que se encuentra en el camino del haz de medida), el que ilumina un área de 5 mm de diámetro de la placa fotográfica.

Una medición se efectúa de la siguiente forma: antes de empezar a medir se elige una posición de cuña adecuada para la placa que se desea medir, la cuña se selecciona midiendo varias estrellas con distintas posiciones de la misma y se elige aquella que dé menor dispersión en magnitud. A continuación se miden las diferentes estrellas centrándolas en el diafragma y cerrando éste hasta conseguir el equilibrio de los haces. El tamaño del

diafragma da entonces una medida del brillo de la estrella en cuestión.

La lectura del tamaño del diafragma es convertida en magnitudes por medio de una secuencia fotoeléctrica patrón. Por lo tanto es necesario contar con una secuencia de este tipo en la placa a medir. En este caso se utilizó la de Bok, Bok y Miller (1972). En cada sesión se miden primero las estrellas patrón y luego las de programa, pero es necesario compensar pequeñas variaciones en las medidas con el tiempo (drift) lo cual se logra midiendo cada hora aproximadamente, cuatro estrellas con brillos intenso, intermedio y débil.

Debido a que el sistema fotográfico no coincide exactamente con el fotoeléctrico, es necesario emplear correcciones por color. Para las placas BV obtenidas con la cámara Curtis-Schmidt del OICT, las correcciones son (Muzzio y Orsatti, 1977a):

$$V_{fg} = V_{fe} - 0.20 (B-V)_{fe}$$

$$B_{fg} = B_{fe} - 0.23 (B-V)_{fe}$$

donde los subíndices fg y fe indican sistemas fotográfico y fotoeléctrico, respectivamente.

La reducción se efectúa calculando previamente los valores correspondientes a las estrellas patrón en el sistema fotográfico y representando gráficamente esos valores contra las medidas correspondientes obtenidas con el fotómetro de iris. Se traza luego la curva media y entrando a esta curva con las medidas

correspondientes a las estrellas de programa se obtienen los valores B o V, según el caso, de las mismas en el sistema fotográfico. Finalmente, invirtiendo las ecuaciones dadas arriba se obtienen los resultados BV en el sistema fotoeléctrico.

Las medidas se tomaron en dos placas directas para el azul (B) y dos para el visual (V). En la mayoría de los casos los resultados de las dos mediciones en cada color difirieron en menos de 0.30 magnitudes; cuando las diferencias fueron mayores de ese valor los objetos fueron remedidos en una tercera placa del color correspondiente. El error típico para este tipo de mediciones, teniendo en cuenta el tipo de placas, instrumento y método de reducción utilizados, es inferior a 0.06 magnitudes en cada color. Pero por supuesto, ya que éste es un valor promedio, cabe esperar errores menores en las zonas cercanas a la secuencia patrón empleada.

I I e. Controles estadísticos

Como paso previo a la utilización de los datos obtenidos para investigar la distribución del polvo en la región de Norma, se aplicaron algunos controles estadísticos para verificar la exactitud del método observacional empleado en la determinación de las medidas fotométricas, los cuales se pasan a detallar.

1.- Se calculó el promedio y la dispersión de las diferencias entre la magnitud visual fotoeléctrica y la fotográfica ($V_{fe}-V_{fg}$) y de los colores ($(B-V)_{fe}-(B-V)_{fg}$) para objetos con ambos tipos de fotometría en otras zonas. Los datos de fotometría

fotoeléctrica fueron extraídos del trabajo de Muzzio (1979) y los de fotometría fotográfica para los mismos objetos, de Muzzio y Orsatti (1977a) para la región de Crux-Centaurus, Muzzio y Orsatti (1977b) para Vela I y II, y Orsatti y Muzzio (1980) para Circinus-Norma. Los resultados están dados en la Tabla 1, donde N representa el número de objetos en cada zona. Los valores obtenidos muestran que no existen diferencias significativas que puedan indicar la presencia de anomalías en la fotometría fotográfica.

2.- Se estimó la dispersión que presentaba cada placa tanto para las medidas de magnitud visual V como para la magnitud azul B, para lo cual se seleccionaron en la zona de la nube 15 estrellas, bien distribuidas en magnitud, y 14 en la zona de comparación. Los objetos de ambas zonas fueron medidos junto con las secuencias de calibración de Bok, Bok y Miller (1972) en todas las placas V (8 en total) y B (también 8) tomadas en el OICT y que se hallaban disponibles en los Departamentos de Fotometría y Estructura Galáctica. El cálculo de la dispersión se efectuó utilizando la siguiente expresión:

$$\sigma_V^2 = \sum_{i=1}^{N_E} (V_i - V_j)^2 \quad (1 / (N_t - N_e))$$

donde V_j es el promedio para cada estrella en base a las 8 placas V, V_i es el valor de la magnitud V para cada estrella en cada placa, N_e es el número de estrellas por placa y N_t es igual a $8 \cdot N_e$; en igual forma se procedió con la magnitud B. En la Tabla 2

figuran los resultados obtenidos para cada placa por separado, los cuales tampoco presentan indicios de diferencias significativas, hallándose dentro de los valores que cabría esperar en comparaciones de este tipo ($\sqrt{\nu}=0.06$).

Estos resultados, al igual que los del punto anterior, constituyen un buen respaldo para este trabajo, ya que la no existencia de diferencias notables para estrellas medidas con el mismo instrumento y en las mismas placas, hace suponer que la fotometría fotográfica es correcta.

3.- Como último paso se procedió a controlar el fenómeno de vignetting, según el cual las estrellas muy cercanas al borde de la placa aparecerán más débiles de lo que realmente son, debido a la pérdida de una cierta cantidad de luz.

Si llamamos r a la fracción de luz perdida expresada en magnitudes, R a la distancia medida sobre la placa desde el centro y α al ángulo subtendido por la intersección de la imagen de la placa correctora con el espejo principal, se obtienen, variando α , los valores que se proporcionan en la Tabla 3. Como las placas fotográficas tienen un tamaño de 19 cm por 19 cm, de los valores hallados se ve que una estrella ubicada en el centro de uno de los lados (aproximadamente 9.6 cm del centro) sufre una atenuación que no llega a 0.05 magnitudes y para una estrella en la esquina misma de la placa (aproximadamente 13.3 cm del centro) la atenuación no llega a 0.2 magnitudes. En este trabajo la zona bajo estudio está a solo 7 cm del centro de la placa.

El control observacional de este fenómeno se efectuó de la

siguiente forma: se eligieron dos grupos de estrellas de los que se obtuvieron medidas de fotometría fotográfica en dos placas, de forma tal que en una de ellas, uno de los grupos estuviese ubicado muy cerca del borde y en la placa restante la ubicación fuese exactamente al revés.

Los valores obtenidos de las magnitudes no mostraban diferencias apreciables, lo que fue confirmado por la aplicación del test estadístico t de Student, con lo cual puede concluirse que el efecto de vignetting no introduce efectos de consideración.

III f. Diagramas B-V vs. V-3(B-V)

El número de estrellas clasificadas en la zona de absorción, notablemente menor al del campo de comparación, está señalando, sin lugar a dudas, la presencia de una masa de polvo absorbente en la región. La ubicación de este material oscuro podría determinarse graficando los excesos de color de las estrellas como función de la distancia al Sol.

Esto es lo que se ha hecho para cada tipo espectral por separado, pero presentando diagramas B-V vs. V-3(B-V), equivalentes a los más corrientes de E_{B-V} vs. (Vo-Mv). La explicación es la siguiente:

$$\begin{aligned}
 B-V &= E_{B-V} + (B-V)_o \\
 V-3(B-V) &= V-3E_{B-V} -3(B-V)_o \\
 V-3(B-V) &= V-Av-3(B-V)_o \\
 V-3(B-V) &= (Vo-Mv) + (Mv-3(B-V)_o)
 \end{aligned}$$

donde $(B-V)_0$ y $M_V - 3(B-V)_0$ son valores constantes para un tipo espectral dado (he aquí la ventaja de haber tomado grupos espectrales angostos). Por lo tanto estos diagramas resultan más prácticos que los conocidos de excesos vs. módulo de distancia, ya que al no ser necesario adoptar valores para $(B-V)_0$ y M_V desde un principio, basta con modificar el origen para alterarlos. Estos diagramas están dados por las figuras 1 a 6, cuyo detalle es el siguiente:

Figura	Zona	Tipo espectral	No. de estrellas
1	nube	B4-B8	50
2	nube	B9-A3	106
	nube	A4-F5	30
4	comparación	B4-B8	62
5	comparación	B9-A3	240
6	comparación	A4-F5	40

En cada figura se han trazado dos rectas que representan los límites de completitud de las búsquedas y que están dadas por las siguientes expresiones:

$$V-3(B-V) = B-4(B-V) \geq B_M - 4(B-V) \tag{1}$$

$$V-3(B-V) = B-4(B-V) \leq B_m - 4(B-V)$$

donde B_M y B_m representan los límites brillante y débil, respectivamente, de la búsqueda y para los que se han adoptado los valores:

Zona	B_M	B_m
nube	12mag	15mag
comparación	12mag	14mag

Desde ya que estos límites no son exactos sino aproximados, pudiendo alguna de las estrellas caer tanto por encima como por debajo de ellos.

La interpretación de las figuras 1 a 6 requiere tener en cuenta que la dispersión de los resultados es grande, tanto en abscisas (dispersión de las magnitudes absolutas) como en ordenadas (dispersión de la extinción en la nube). Las figuras 2 y 5 muestran una distribución similar para las estrellas B9-A3 de ambas zonas. Sin embargo y pese al mayor límite de magnitud aparente, hay muchas menos estrellas en la zona de la nube. La conclusión sería que en tanto que pocas estrellas de la zona de comparación tienen excesos tan grandes como para caer fuera de la zona de completitud de las observaciones, muchas de las estrellas de la zona de la nube poseen tales excesos.

En cuanto a las restantes figuras, una posibilidad sería aceptar que, en tanto que en la zona de comparación hay una distribución más o menos uniforme tanto para las estrellas B4-B8 como para las A4-F5, en la zona de la nube solo se hallan las

B4-B8 afectadas por fuerte absorción (las más lejanas) y las A4-F5 afectadas por baja absorción (las más cercanas). Sin embargo a juzgar por la gran dispersión de la extinción en la figura 2, resulta sospechosa la falta de estrellas B4-B8 con poca absorción y A4-F5 con fuerte absorción.

La presencia de objetos con H-alfa en emisión podría introducir una dispersión considerable en los valores observados, por lo tanto se realizó, como control adicional una búsqueda de aquellos, no encontrándose ninguno.

Lo que se ha observado en estos diagramas, parecería ratificar lo hallado en varios estudios realizados en la región de Norma, en cuanto a que el oscurecimiento parecería variar considerablemente sobre pequeñas distancias angulares en el cielo (Westerlund, 1969; Drilling, 1972) y por lo tanto los gráficos de excesos de color contra distancias, mostrarían bastante dispersión a menos que se elija un campo lo suficientemente pequeño.

Por lo tanto, se emplearán simulaciones numéricas para generar modelos de nubes en los que se variarán distintos parámetros libres, y que luego se utilizarán para explicar los diagramas observados.

CAPITULO III

III. Formulación de los modelos

IIIa1. Métodos de Monte Carlo

Es concebible pensar en un modelo de distribución del material interestelar, más o menos realista, dado por campos de nubes de polvo espaciadas estocásticamente con superposiciones arbitrarias. La construcción de un modelo con tales características requiere de la utilización de los Métodos de Monte Carlo.

Los Métodos de Monte Carlo constituyen una forma de efectuar muestreos artificiales y pueden ser utilizados para resolver problemas complicados en su formulación analítica o para simular problemas puramente estadísticos.

La simulación, que es la aplicación que se les dará en el presente estudio, se refiere a la provisión de imitaciones aritméticas de fenómenos físicos reales (El ejemplo clásico es la simulación del movimiento de un neutrón dentro de la pared de un reactor, su camino de zig-zag puede ser imitado por un paseo aleatorio aritmético).

La idea principal es construir, a través de la introducción de números aleatorios sujetos a reglas bien definidas, un modelo estocástico que permita simular la totalidad del problema a tratar. Luego de un número grande de pruebas o ensayos, se observan los resultados y se procede a la elaboración del análisis

estadístico correspondiente.

Las ventajas del método son, por sobre todo, que aún aquellos problemas que ofrecen grandes dificultades pueden, a menudo, ser tratados fácilmente, pudiéndose introducir las modificaciones deseadas sin mayores inconvenientes. Las desventajas son: una precisión quizás pobre (caso que no es el presente, puesto que no se trata de la aproximación con exactitud de un algoritmo algebraico) y el gran número de pruebas que son necesarias, hecho este último, que se ve compensado por la aplicación de los grandes y modernos equipos de cómputos; en este trabajo se utilizó el equipo HP 1000 adquirido con un subsidio de la Comisión de Investigaciones Científicas de la Provincia de Buenos Aires e instalado en la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas de la Universidad Nacional de La Plata.

De lo mencionado hasta ahora, se deduce que los números al azar juegan un importante rol en las aplicaciones de los Métodos de Monte Carlo y que por lo tanto es necesario, no solo poseerlos en gran cantidad, sino que es un requerimiento esencial, el obtenerlos con gran rapidez.

Principalmente se utilizan tres métodos para la generación de números al azar (Fröberg, 1969 pág. 386):

- i) El que utiliza la parte media de un cuadrado.
- ii) El método de Fibonacci.
- iii) El que emplea los residuos de potencias.

Los números generados por cualesquiera de estos métodos, siguen una ley de formación prefijada con lo cual se puede probar

que no son completamente al azar. Es un hecho que después de obtener una serie finita de números, periódicamente comenzarán a repetirse a intervalos dados. Pero si el período es lo suficientemente grande y si satisfacen una serie de test estadísticos, se pueden usar con confianza y se los llamará números "pseudo-al azar".

El método de los residuos, que es el usado con mayor frecuencia, puede explicarse definiendo el operador mod tal que, dados dos números enteros X e Y, $X(\text{mod } Y)$ sea igual al residuo de la división de X por Y. Por ejemplo: $22(\text{mod } 3)=1$ puesto que $22=3*7+1$. Podemos enunciar las siguientes propiedades del operador mod:

- 1) Si $Z=X(\text{mod } Y)$ entonces $(X-Z)(\text{mod } Y)=0$
- 2) Si $X \leq Y$ entonces $X(\text{mod } Y)=X$ y siempre $X(\text{mod } Y) < Y$.

Entonces dado un número inicial X_0 y la fórmula de recurrencia:

$$X_{n+1} = XX_n(\text{mod } N)$$

donde X y N son enteros, los sucesivos X_{n+1} son números "pseudo-al azar".

Veamos un ejemplo con $X_0=1$, $N=11$ y $X=2$. El conjunto de los $[X_n]$ números resultantes será:

$$[X_n] = 2, 4, 8, 5, 10, 9, 7, 3, 6, 1, 2, \dots$$

a partir del último valor los números se repiten cíclicamente, generándose una secuencia de $N-1=10$ números "pseudo-al azar" comprendidos entre 1 y ese valor (Vazsonyi, 1970 pág. 332).

Si uno elige convenientemente X y N puede obtener' secuencias de Xn suficientemente largas antes de repetirse. En Hamming (1962, pág. 384) se brinda una explicación de como elegirlos.

Para la generación de números al azar se usó aquí la subrutina RANDU extraída del "Scientific Subroutine Package" (Fortran IV) IBM (1977, pag. 77) que fuera adaptada a las características del equipo HP1000 por el Dr. Hugo G. Marraco. Dicha subrutina calcula números al azar reales, uniformemente distribuidos entre 0 y 1, utilizando el método de residuos de potencia antes mencionado.

IIIa2. Generación de números según distribuciones prefijadas.

La distribución más simple que se puede emplear es la "rectangular". La expresión normalizada de esta distribución es:

$$\varphi(x) \begin{cases} 1/(b-a) & a < x < b \\ 0 & x < a ; x > b \end{cases} \quad (1)$$

Cuando se desea una distribución rectangular, con a y b arbitrarios, se la obtiene a partir de la distribución con límites 0 y 1, como ya se mencionó. Sea [Xi] el conjunto de números sujeto a la función distribución (1), se pueden obtener los Xi por medio de:

$$X_i = (b-a)X'_i + a$$

cuando $X'_i=0$ resulta $X_i=a$

cuando $X'_i=1$ resulta $X_i=b$

por lo tanto $a < X_i < b$ ya que $0 < X'_i < 1$

La distribución rectangular juega un papel realmente importante para los métodos de Monte Carlo, puesto que otras distribuciones de números al azar pueden ser obtenidas a partir de ella.

Si en vez de tratarse de la distribución rectangular como en el caso anterior, los parámetros libres que se desean fijar deben determinar una función no constante, se pueden generar los números al azar empleando algunos de los siguientes métodos:

- 1) Método de la función distribución acumulativa.
- 2) Método de rechazo.
- 3) Métodos especiales.

En los dos primeros casos surgen dificultades al aplicarlos a la función distribución normal. En el caso del método de la función distribución acumulativa ésta no es expresable analíticamente, por lo cual resulta imposible obtener su inversa sin emplear aproximaciones. En el caso del método de rechazo, en teoría, es aplicable a cualquier distribución pero resulta práctico solo si se lo utiliza en distribuciones válidas dentro de un intervalo finito de la variable aleatoria. En el punto 3) bajo la denominación de métodos especiales, se incluye el que usa el teorema central del límite para calcular los números al azar con distribución normal para un valor medio y dispersión dados. De

acuerdo con el teorema central del limite se puede obtener una aproximación a la distribución normal de los números al azar "Y", a partir de una secuencia de números al azar con distribución uniforme, mediante la expresión:

$$Y = \left(\sum_{i=1}^K X_i - K/2 \right) / \left(\sqrt{K/12} \right)$$

donde:

X_i es el número al azar con distribución uniforme entre 0 y 1.

K es el número de X_i valores usados.

Cuando K tiende a infinito, Y se aproxima a la distribución normal asintóticamente.

Así se obtiene una distribución normal con valor medio cero y dispersión unitaria. Para ajustar a un valor medio $\langle Y \rangle$ y a una dispersión dados se aplica la siguiente conversión:

$$Y' = \sqrt{K} Y + \langle Y \rangle$$

Para la generación de los números al azar con distribución gaussiana se utilizó, en este trabajo, la subrutina GAUSS, tomada al igual que la RANDU, del "Scientific Subroutine Package" IBM (1977), pero usando $K=48$ en vez de $K=12$, lo que dá un mejor ajuste.

II Ib. Presentación de los modelos: Programas de generación

El modelo estadístico para el material interestelar presentado aquí, está compuesto de numerosas concentraciones de polvo o micronubes, que por razones de simplicidad adoptarán simetría esférica. Manejadas adecuadamente, estas concentraciones esféricas pueden ser utilizadas para delinear concentraciones mayores de forma arbitraria. Desde ya, no se debe considerar que estas micronubes son completamente reales, el rol que desempeñan es similar al de las esferas usadas para modelar granos interestelares cuando se intenta estudiar el enrojecimiento interestelar; por lo tanto los parámetros que se deduzcan para ellas serán válidos desde el punto de vista estadístico.

Cada una de estas micronubes estará caracterizada por dos parámetros físicos de interés: su radio y el exceso medio provocado sobre la luz de las estrellas que la atraviesan y que se constituirán en parámetros libres del modelo.

No existen de antemano, razones para suponer una distribución determinada para las nubes en la región, no demasiado extensa, que se estudia aquí. Por lo tanto se utilizará como hipótesis de trabajo, una distribución uniforme para las posiciones de los centros de las micronubes, lo que significa que estarán distribuidas al azar dentro de un elemento de volumen determinado.

Este elemento de volumen corresponderá al contenido por una pirámide cuadrangular truncada, de altura D_{MIN} . Su base mayor (de lado $2 \cdot D_{LAT}$), subtendida por un ángulo sólido de 1° (similar al

área de las zonas observadas) estará ubicada a una distancia máxima DMAX del observador O (ver figura 1)

La presencia de la absorción provocada por cada una de las microcondensaciones de polvo, debe ser estudiada a través del efecto que produce sobre la luz de las estrellas, con lo cual resulta imprescindible contar con un cierto número de éstas dentro del mismo elemento de volumen. Para ello se han generado, también según una distribución al azar, las coordenadas (x,y,z) para cada estrella, dentro de un volumen similar al que contiene los centros de las micronubes. El tamaño de los volúmenes mencionados no es el mismo ya que, aquél donde se han generado los centros de las micronubes, es mayor que el correspondiente al de las estrellas en un valor equivalente al radio de una de las micronubes. El objeto de esta precaución es contemplar los posibles efectos de borde ocasionados por cada microcomponente oscura. O sea, lo que se pretende es que el espacio tomado en consideración represente, en la forma más real posible, un trozo de una región mayor en la cual se halla inmerso.

Tanto las coordenadas de las estrellas, como las de los centros de las micronubes, fueron obtenidas siguiendo una distribución rectangular del tipo de (1) dentro de los límites del área definida por el producto DMIN*DLAT. Obviamente como se desprende de la observación de la figura 1, no interesan todos los valores hallados, haciéndose necesario un recorte que limite los mismos a la distribución deseada, dada por la expresión:

$$f(y) = -(DLAT/DMAX)X + DLAT$$

La figura 2 muestra un corte, según el cuadrante positivo del plano (x,y), del volumen de generación. Los valores para las coordenadas son generados en toda el área rayada, aceptándose solamente, los correspondientes a la zona cuadrículada y descartándose el resto. Los demás cuadrantes se obtuvieron por un proceso similar.

Además de las posiciones, para cada estrella se generaron al azar sus magnitudes absolutas de acuerdo a una distribución gaussiana de valor medio $\langle M_v \rangle$ y dispersión en torno a la media

$$\sqrt{M_v}$$

IIIc. Elección de los parámetros de los modelos

Para el cálculo de las distancias se utilizó la expresión:

$$M_v = V + 5 - 5 \cdot \log(d)$$

donde M_v es la magnitud absoluta visual del objeto, V su magnitud visual aparente y d su distancia en parsecs (pc).

La generación al azar de las magnitudes absolutas, según una distribución gaussiana, exigió la adopción de un valor para la magnitud absoluta visual promedio $\langle M_v \rangle$ y la dispersión en magnitudes $\sqrt{M_v}$. El poseer, en este caso, "grupos espectrales", condujo a la utilización de los datos de McCuskey (1966), quien justamente, proporciona valores de $\langle M_v \rangle$ y de $\sqrt{M_v}$ para "grupos espectrales"; el más cercano al grupo B9-A3 de este trabajo, era

el B8-A0 de McCuskey, para el cual: $\langle M_V \rangle = +0.2$ y $\sqrt{M_V} = 0.5$.

Para el índice de color intrínseco $(B-V)_0$, se consideró $(B-V)_0 = 0.0$ y para la constante de absorción selectiva R_V ($R_V = A_V / E_{B-V}$) se adoptó el valor $R_V = 3.0$. La existencia de un valor normal de R_V para la región comprendida entre las longitudes galácticas $320^\circ \leq l \leq 332^\circ$, fue corroborada por Waldhausen y Marraco (1982), quienes obtuvieron un valor standard para λ_{max} (longitud de onda de máxima polarización) entre $0.48 \mu m$ λ_{max} $0.68 \mu m$. Ya que λ_{max} está relacionada con el tamaño promedio de los granos de polvo responsables de la polarización observada, resulta ser un buen estimador de R_V , con lo cual aplicando la relación de Whittet y van Breda (1978) pudieron obtener R_V a partir de λ_{max} .

Para las magnitudes visuales aparentes límites débil (V_{1_d}) y brillante (V_{1_b}), se adoptaron las obtenidas para las estrellas del grupo B9-A3 de la zona de la nube, siendo: $V_{1_d} = 14.11$ y $V_{1_b} = 11.12$, respectivamente.

Los datos de V_{1_d} , V_{1_b} y $M_V = \langle M_V \rangle - \sqrt{M_V}$ se utilizaron para calcular D_{MAX} y D_{MIN} .

Para el exceso de color por nube (E_m), se ha considerado el propuesto por Spitzer (1978), para el modelo de "Nube Standard", $E_m = 0.05$ mag. Esta cantidad, que luego multiplicada por la constante R_V nos dará el valor de la absorción en el visual (A_V), corresponde al mayor efecto que una micronube puede provocar sobre el rayo de luz que la atraviesa. Es decir, cuando el haz de luz de la estrella pasa por una nube a lo largo de su diámetro,

sufre una atenuación máxima dada por $A_v=0.05 \cdot R_v$ magnitudes.

El radio de las micronubes fue variando a lo largo de los distintos ensayos, se comenzó inicialmente con un valor de 0.001 kpc, correspondiente al mencionado modelo de "Nube Oscura", para ir luego aumentando progresivamente hasta 0.004 kpc, valor con el cual se realizaron buena parte de las simulaciones iniciales que se describirán en el próximo punto.

El número de estrellas generadas en todos los modelos de la primera etapa, que se pasan a detallar, no es mayor que 1000. Si bien este es un número un poco alto comparado con la cantidad real de objetos en cada zona (186 en la región de la nube y 344 en la de comparación), resulta adecuado contar con un panorama amplio de los resultados de cada una de las corridas.

IIId. Modelos iniciales

Es necesario tener presente que el objetivo que se persigue, es tratar de representar, con la mayor exactitud posible, los datos observados, lo cual, en última instancia, significa poder reproducir los diagramas (B-V) vs. V-I (B-V) observados para las estrellas B9-A3 (Fig. II2 y II5).

Como se recordará, los gráficos observados mostraban estrellas cercanas con un alto valor del exceso y estrellas lejanas con poco exceso, por esta razón, intentar ajustar los resultados obtenidos con un sólo exceso promedio, resultaba difícil y poco realista.

En consecuencia se procedió la siguiente forma: en los

diagramas observados para las estrellas B9-A3 (Fig.II2 y II5), se eligieron dos intervalos en $V-3(B-V)$, cercanos a los extremos de la distribución de las estrellas en dichos gráficos (tomándose la precaución de que en cada uno hubiese suficientes objetos como para que la muestra fuese representativa del resto). Se calculó en base a las expresiones:

$$E_{B-V} = \frac{\sum_i (E_{B-V})_i}{n} \quad \sigma_{E_{B-V}}^2 = \frac{\sum_i (\langle E_{B-V} \rangle - (E_{B-V})_i)^2}{n}$$

el valor medio del exceso "EREAL" y de la dispersión "SIGMR" para las estrellas cuyos valores de $V-3(B-V)$ correspondían a cada uno de los dos intervalos elegidos y que, además, se encontraban entre los límites de completitud, descartándose las que se hallaban por encima del límite débil o por debajo del límite brillante. La figura 2b permite una visualización de lo que se pretendía, allí se observan sobre un diagrama $(B-V)$ vs $V-3(B-V)$ las rectas correspondientes a los límites de completitud brillante y débil, respectivamente, y dentro de ellos, dos áreas rayadas que corresponden a las zonas del diagrama que se trataban de reproducir. Este procedimiento se efectuó tanto para la zona de la nube, como para la de comparación. Los intervalos seleccionados fueron:

$$9 \leq V-3(B-V) \leq 10 \quad \text{y} \quad 11 \leq V-3(B-V) \leq 12$$

obteniéndose:

Zona de la Nube

NE1=12	EREAL1=0.95	SIGMR1=0.18
NE2=36	EREAL2=0.50	SIGMR2=0.21

Zona de Comparación:

NE1=22	EREAL1=0.72	SIGMR1=0.11
NE2=64	EREAL2=0.48	SIGMR2=0.11

donde:

NE1: Número de estrellas en el primer intervalo

EREAL1: Exceso medio en el primer intervalo

SIGMR1: Dispersión del exceso en el primer intervalo

NE2: Número de estrellas en el segundo intervalo

EREAL2: Exceso medio en el segundo intervalo

SIGMR2: Dispersión del exceso en el segundo intervalo

EREAL1 y EREAL2 fueron elegidos como parámetros de ajuste.

Al conjunto de valores iniciales que caracterizan un cierto tipo de nubes, lo llamaremos modelo y a la ejecución de un programa con esos valores se le denominará corrida.

Básicamente, para la obtención de un modelo que se ajuste a las suposiciones antes establecidas, se procedió de la siguiente manera: se comenzó por generar un número dado inicial de nubes (NUNU) y de estrellas (NUE), ambos parámetros libres del modelo. A continuación se calculó para cada estrella, el camino recorrido por el rayo de luz hasta el observador, controlándose cada posible intersección con cada una de las nubes generadas, de producirse ésta, el tramo recorrido por la luz dentro de cada micronube fué

multiplicado por el coeficiente de atenuación correspondiente, acumulándose en un vector, de modo tal que la suma total de atenuaciones, fuese precisamente, la cantidad de absorción total que experimenta la luz de cada estrella, luego de finalizada su trayectoria a través de la zona analizada.

Estos valores finales de la absorción para cada estrella, se convirtieron en excesos, verificándose si aquellas estrellas que se hallaban dentro de los límites de completitud, pertenecían a alguno de los dos intervalos seleccionados en $V-3(B-V)$, de ocurrir así, el objeto era asignado al intervalo correspondiente. Concluida la verificación se procedía al cálculo de los valores del "exceso medio calculado" (EM1 y EM2) obtenido para cada uno de los dos intervalos. De no alcanzarse los valores de EREAL1 y EREAL2 se recomenzaba nuevamente todo el proceso, generando una nueva cantidad de nubes cuyo efecto era acumulado al ya existente. Este procedimiento fue repetido tratando de obtener, aproximadamente, los valores de EREAL1 y EREAL2, lo que indicaría que la absorción provocada por la cantidad de material interestelar considerado, era la adecuada para reproducir en forma aceptable los valores observados.

La figura 3 muestra uno de los primeros modelos corridos con datos reales. Allí se generaron 6000 nubes con radio $R=0.004$ kpc y exceso medio por nube $Em=0.05$ mag. Con ésto se intentaba reproducir el "campo general" o "fondo de absorción", que estaría presente tanto en la zona de comparación cómo en la zona de la nube. En la figura 4 se observa este "campo general", afectado

por la presencia de una pantalla de 0.001 kpc de ancho y ubicada a una distancia del observador (DFAN) de 0.7 kpc y en la que se generaron 500 micronubes (para las que se mantuvieron los parámetros anteriores). La figura 5 muestra el mismo gráfico pero con la diferencia de que en el eje de abscisas se ha graficado el módulo de distancia verdadero $V_0 - M_V$ para cada estrella. En ambos gráficos se distingue con facilidad que una zona de absorción, aún de escasa profundidad aunque de considerable densidad, provoca el enrojecimiento o aumento del exceso de todas las estrellas del modelo, o sea un incremento en el valor de la absorción causado por la aparición de la nube de polvo, representada en este caso por la pantalla de 500 micronubes

De las pruebas realizadas en esta etapa inicial surgieron las siguientes conclusiones:

a.- En los gráficos de $(B-V)$ vs. $V-3(B-V)$ observados para las estrellas B9-A3 (Fig.II2 y II5), el valor de $V-3(B-V)$ no es mayor que 13, en cambio en el correspondiente a las simulaciones numéricas esta cantidad es ampliamente excedida, lo que indicaría un alcance en distancia mayor que el necesario, resultando conveniente reducir DMAX, cuyo valor inicial era aproximadamente 7.9 kpc (lo cual corresponde a $V_0 - M_V = 14.5$).

b.- Al tratar de ajustar EM1 y EM2 contra EREAL 1 y EREAL2 se vió que:

i) Era necesario aumentar el número de estrellas que para el primer intervalo de $V-3(B-V)$, se hallaban dentro de los límites de completitud; ii) lograr que, al superponer la pantalla, los

efectos de ésta no provocasen un desplazamiento masivo fuera de los límites de completitud, para las estrellas cuyos módulos de distancia aparente pertenecían al segundo intervalo. Esto llevó a pensar en una pantalla menos densa, lo cual equivaldría a tener "huecos" en ésta región de mayor absorción, aumentando la probabilidad de que parte de las estrellas no se vieran afectadas por la pantalla y disminuyendo así, los candidatos a tener excesos muy grandes además, provocaría una dispersión más acorde con los valores observados de SIGMR1 y SIGMR2.

Tratando siempre de hallar las condiciones iniciales que arrojasen como resultado, valores lo más aproximados posible a EREAL1 y EREAL2, se efectuó una serie de simulaciones, que involucró 9 modelos con diferentes variantes.

Los valores adoptados para los parámetros fueron los siguientes: DMAX=3.98 kpc, DMIN=3.28 kpc y para las micronubes R=0.004 kpc y EM=0.05 mag. La pantalla de 0.001 kpc de ancho se ubicó a 1 kpc del observador.

Se generaron modelos con 1000, 2000 y 4000 micronubes, superponiéndole a cada "campo general" pantallas de 50 y 100 micronubes, respectivamente. En las figuras 6 a 11 se muestran las distribuciones de "fondo" y aquéllas con pantallas de 100 nubes solamente. Los resultados obtenidos para EM1, SIGMA1, EM2 y SIGMA2 se presentan en la Tabla 4 (Como antes NE1 y NE2 representan el número de estrellas en el primer y segundo intervalo respectivamente).

Si uno superpone los gráficos observados (Fig. I11 y II2), a

los obtenidos a partir de los modelos, encuentra un acuerdo razonable para el modelo con 2000 micronubes. Desde ya, en todos los modelos aparece una gran cantidad de estrellas que no figuran en los gráficos observados, simplemente por la imposibilidad práctica de detectarlas (estrellas lejanas con mucho exceso o estrellas cercanas con poco exceso).

Para controlar los resultados obtenidos y verificar las dispersiones introducidas por los factores de azar, cada uno de los modelos sin pantalla y aquéllos con pantallas de 100 nubes fueron corridos, por lo menos tres veces cada uno, utilizando números semilla diferentes (Un número semilla es el dato de entrada que precisa la subrutina de generación de números al azar para iniciar el proceso), en la Tabla 5 se extractan los datos hallados.

A continuación, se decidió estudiar la influencia de dos parámetros muy importantes: el radio R de las micronubes y el exceso medio E_m por micronube. Se generaron modelos, manteniéndose los parámetros utilizados para el grupo anterior, con "campos generales" de 2000 micronubes en los que se variaron, alternativamente, el radio R y el exceso medio E_m . En la figura 12 se muestra el resultado de la corrida con $R=0.008$ kpc y en la que se mantuvo $E_m=0.05$ mag. Para el modelo siguiente se consideró $E_m=0.1$ mag y $R=0.004$ kpc (figura 13). Para el caso que dió origen a la figura 14 se alteraron simultáneamente el radio y el exceso, que pasaron a tomar los valores $R=0.008$ kpc y $E_m=0.10$ mag. En el modelo de la figura 15 se adoptó para $R=0.002$ kpc y para

$E_m=0.10$ mag.

Además, se corrió otro grupo de modelos con "campos generales" de 1000 micronubes, en los que también se variaron el radio y el exceso medio (figuras 16 a 18)

Los resultados de estos grupos se presentan en la Tabla 6.

Resulta evidente que los mejores ajustes, tanto en las distribuciones en $(B-V)$ vs. $V-3(B-V)$, así como en los valores para EREAL1 y EREAL2 ocurren para $R=0.004$ kpc y $E_m=0.05$ mag.

De lo expuesto hasta aquí, se desprende que un acuerdo realmente bueno con los datos reales está próximo a concretarse, debiendo resolver para ello la cuestión de como ajustar la distribución de aquellos objetos, que estando dentro de los límites de completitud, no corresponden a ninguno de los dos intervalos en $V-3(B-V)$ seleccionados. En otras palabras, es necesario poder comparar la distribución completa a lo largo del eje de abcisas debiéndose efectuar una mayor cantidad de experimentos numéricos, para lo cual resulta imprescindible emplear métodos más rápidos y expeditivos, tal como se explicará en el próximo capítulo.

CAPITULO IV

IV. RESULTADOS Y CONCLUSIONES

IVa. Modelos Finales

En el capítulo anterior se presentó la necesidad de encontrar un método de ajuste expeditivo y rápido, que permitiese lograr un acuerdo más general entre los modelos propuestos y los datos observados. Para ello se recurrió al método Simplex y al test estadístico "Chi cuadrado". (Ver Apéndice A)

En este estudio, el uso conjunto del método Simplex y el test Chi cuadrado, se materializó a través de un programa, cuyo funcionamiento ha sido detallado en el Apéndice B, el que, a través del cálculo de varios modelos, arroja un valor de Chi cuadrado, que corresponde al mejor valor obtenible a partir de los parámetros iniciales dados; a cada uno de estos procesos completos se los ha dado en llamar "JOB".

Los parámetros iniciales fueron, según el caso, el número de nubes de fondo (NBK) y el de la pantalla (NPT) o el número de nubes de la pantalla y el radio de las mismas nubes (Rp); en ambos casos se consideraron, según la prueba, excesos y radios distintos para ambas clases de nubes

Se comenzó a trabajar con la zona de absorción, teniendo como objetivo la aproximación al diagrama observado para las estrellas B9-A3 (Fig.II2) de la zona en cuestión. Se decidió reducir el valor de DMAX a 2.51 kpc (considerando que se estaba perdiendo

tiempo al generar objetos en un volumen mayor que el real) y llevar la base menor de la pirámide de generación a 0.6 kpc del observador para poder disponer de objetos con los valores más chicos de la distribución en $V-3(B-V)$.

Se tomaron como valores del radio y exceso, tanto para las micronubes del fondo como de la pantalla, los que lograron los mejores acuerdos en los modelos iniciales del capítulo anterior, o sea $R=0.004$ kpc y $E_m=0.05$ mag. Imponiendo estas cantidades y tomando como parámetros iniciales de ajuste el número de nubes en el fondo (NBK) y en la pantalla (NPT), se corrieron 8 JOBs, que condujeron a valores promedios para NBK y NPT de 960 y 60 nubes respectivamente. Las figuras 1 y 2 (JObS 04 y 06) corresponden a esta serie.

A partir de aquí, incluyendo las figuras a que se ha hecho mención, en todos los diagramas aparecen las rectas que marcan los límites de completitud de las búsquedas (ver Capítulo II(1)). La inscripción NUBES seguida por la suma de dos números corresponde a NBK (el primero) y NPT (el segundo). Con RB y EMB se indican los valores del radio y el exceso para las nubes del fondo y con Rp y EMP los correspondientes a la pantalla.

Si se comparan las figuras 1 y 2, con el gráfico observado (Fig.II2), se ve que la mayor parte de las estrellas se hallan concentradas entre $10 \leq V-3(B-V) \leq 11.5$, faltando objetos en los extremos de la distribución. Se pensó entonces, en micronubes más pequeñas, de modo de provocar una dispersión mayor (que es lo que se nota en la Fig.II2) dentro de los límites de completitud; si se

recuerda que la absorción producida por cada nube era proporcional al tamaño de la misma, podría suceder que al ser menor el radio, el efecto final provocado por la totalidad del material oscuro, fuese también menor, aumentando la dispersión en el diagrama y permitiendo que algunas estrellas cercanas cayesen dentro de las rectas de completitud.

Por consiguiente, se ejecutaron varias corridas del JOB (8 al 14 inclusive), manteniendo los parámetros anteriores pero proponiendo tanto para RB como para Rp el valor 0.002 kpc.

La figura 3 (JOB 14) muestra la distribución obtenida para una de estas corridas. Allí se observa que se ha alcanzado en parte lo esperado, pero en cambio se nota un desmejoramiento en cuanto al despegue masivo de los objetos del límite brillante, para concentrarse hacia la recta débil (como si muchos objetos tuviesen fuertes valores del exceso). En consecuencia se decidió proceder en forma opuesta a la explicitada en el paso anterior, o sea, nubes con radios más grandes, de modo de causar que la mayoría de los objetos estuviesen afectados por fuerte absorción, escapándose algunos de los límites de completitud y mostrando, quizás, una distribución más uniforme. Por lo tanto se llevaron a cabo una serie de 5 JOBs (JOB 17 al 21) con radios para las micronubes del fondo y de la pantalla de 0.006 kpc. La figura 4 (JOB 19) es ejemplo de uno de ellos. El acuerdo logrado con la Fig.II2 no es malo, pero no resultó óptimo. Se comenzaron entonces a variar, en forma paulatina, los valores del radio para las nubes del fondo y de la pantalla, teniendo en cuenta consideraciones

similares a las formuladas recientemente.

En la Tabla 7 se proporcionan los datos de todos los JOBs corridos para la zona de absorción. La columna 1 indica el número de JOB, (las posibles alteraciones en la correlatividad de la numeración corresponden a corridas fallidas, por problemas introducidos por el sistema de tiempo compartido utilizado y no a omisiones voluntarias), la segunda dá el mejor valor obtenido para Chi, las seis columnas siguientes corresponden a los valores del radio, exceso y número de nubes para el campo general y la pantalla respectivamente, que responden al valor citado para Chi. En la columna 9 se indica el número de modelos que integraron cada JOB y a continuación se señala, en los casos en que corresponde, el número de figura que los representa.

A partir del JOB 25 comenzaron a introducirse variaciones para los excesos de las nubes del fondo (EMB) y de la pantalla (EMP). Ya la figura 7 (JOB 26) muestra un muy buen acuerdo con el gráfico observado (Fig.II2).

El número de estrellas utilizadas para el muestreo se redujo, a partir del JOB 27, a la mitad de su valor o sea $NUE=500$, con lo cual se ahorró tiempo de cómputo sin perder precisión en las representaciones.

De la comparación simultánea del gráfico observado (Fig.II2) y de las figuras presentadas resulta, decididamente, que la figura 9 (JOB 31) es la que mejor se ajusta a aquel, a pesar de que su Chi no fué el más bajo obtenido; los parámetros que caracterizaron este modelo fueron $RB=0.004$ kpc y $EMB=0.05$ mag para

el campo general y $R_p=0.001$ kpc y $EMP=0.10$ mag para la pantalla.

El JOB 37 se corrió como comprobación, por cuanto se le entregaron tres pares de valores iniciales distintos y un número semilla también diferente, arribándose a un Chi similar (15.00) caracterizado por los mismos valores de RB, R_p , EMB y EMP.

Habiendo llegado a una aproximación satisfactoria para la zona de absorción, se trató a continuación, de modelar la zona de comparación. Para esta región los parámetros iniciales de cada modelo fueron el número de nubes y su radio (en los gráficos las variables correspondientes al radio y exceso de las nubes del campo general serán RADNU y EM, respectivamente).

Para el número de estrellas se volvió a $NUE=1000$ (recordar que el número de objetos de esta zona es notablemente mayor al de la anterior).

De los valores que lograron el mejor acuerdo para la región oscura, se adoptaron, para iniciar este nuevo conjunto de pruebas, los correspondientes a la componente más diluida de la absorción, o sea al campo general, resultando: $EM=0.05$ mag y $RADNU=0.004$ kpc.

Para esta serie de experimentos los JOBs se indicarán como JOBC para distinguirlos de los ejecutados para la zona opaca.

Comparándola con el gráfico observado para las estrellas B9-A3 de la zona de comparación (Fig.115), la figura 14 (JOBC 01) que representa las corridas efectuadas con estos valores, muestra la completa ausencia de objetos para $V-3(B-V) \leq 10.2$ (menos importante resulta la falta de estrellas para $V-3(B-V) > 11.5$). Es por ello que se acercó la base menor, del volumen de

generación, hasta 0.3 kpc del observador, con lo cual se esperaba captar aquellas estrellas cercanas con excesos no demasiado elevados. Este valor para la distancia mínima al observador, coincidiría muy bien con el primer escalón de polvo en las cercanías del Sol, ubicado a menos de 0.3 kpc (Fornie, 1962; Neckel, 1966; Haug y Bredow, 1977).

A pesar de ello, la figura 15 (JOB02) seguía presentando la ausencia de estrellas en el primero de los intervalos en $V-3(B-V)$ mencionados. Por lo tanto se decidió llevar el valor de EM a 0.1 mag. La figura 16 (JOB04) muestra la distribución obtenida, evidentemente el acuerdo mejoró sorprendentemente y es de destacar el cambio sustancial operado en el valor de RADNU, arrojado por el Simplex para $\chi=9.19$ (notablemente bueno). En este gráfico se han dibujado también las estrellas que cayeron por debajo del límite brillante, para controlar su comportamiento en relación directa con los objetos ubicados en ese sector del diagrama B9-A3 observado (Fig. I15). Obviamente en el modelado han entrado muchas más estrellas que en los diagramas reales, son todas aquellas que no pueden ser detectadas con el tipo de búsquedas que se utilizaron en esta investigación (los objetos cercanos y con poco exceso serán lo suficientemente brillantes como para aparecer sobre-expuestos en las placas de prisma objetivo).

Para tratar de completar el vacío sufrido entre los límites de completitud para $V-3(B-V) \leq 10.2$, se efectuaron nuevas corridas pero con $EM=0.15$ mag, de modo que, al provocar un aumento general del exceso se lograra, a su vez, que aumentase la cantidad de

objetos para ese intervalo de $V-3(B-V)$.

Los resultados alcanzados fueron tan satisfactorios (figura 17 JOBC 05) que se decidió tomar los valores $EM=0.15$ mag y $RADNU=0.0013$ kpc como definitivos para esta región. Como control estadístico se corrieron tres JOBCs (JOBC06 al 08) con distintos números semilla, inclusive para la configuración de las estrellas, que arrojaron valores similares para EM y RADNU (el JOBC07 proporcionó un valor alto de Chi, comparado con los restantes, porque fué interrumpido, antes de alcanzar un resultado óptimo, debido a inconvenientes del equipo).

Los datos correspondientes a los modelos de esta región se detallan en la Tabla 8, que sigue una estructura similar a la tabla anterior, con la salvedad de que solo se proporcionan datos para el campo general.

A continuación se retornó a la nube, donde se efectuaron dos nuevas corridas cuyos datos aparecen en la Tabla 9. Para el campo diluido, se tomaron como base los valores de RB y EMB arrojados por las experiencias realizadas con la zona de comparación (0.0013 kpc y 0.15 mag, respectivamente). En este caso los parámetros iniciales entregados al Simplex, fueron radio y número de nubes de la pantalla (R_p y NPT). En ambos JOBs el valor del exceso considerado para las micronubes de la pantalla fue $EMP=0.10$ mag. La figura 19, que corresponde al modelo con el mejor valor de Chi para el JOB00 (Tabla 9), fué obtenida con este conjunto de valores iniciales y se caracteriza por presentar, en la pantalla, nubes con radios inferiores a 0.002 kpc. Si se la

compara con el gráfico observado para las estrellas B9-A3 (Fig.II-2) de esta zona, se ve que el ajuste alcanzado es excelente. Por lo tanto, con el objeto de corroborar los valores obtenidos, se efectuó una nueva corrida con el mismo conjunto de valores iniciales, pero distinto número semilla (figura 20, JOB01), el que arrojó valores similares para R_p .

IVb. Conclusiones

Como se recordará, se partió de diagramas observados B-V vs. V-3(B-V) para estrellas B9-A3 (Fig.II2 y II5); éstos mostraban una gran dispersión, tanto en abcisas, como en ordenadas (dispersión de la extinción dentro de la nube), sugiriendo la posible existencia de microestructura dentro de la capa de material absorbente, responsable de la extinción observada.

Para analizar estos fenómenos se realizaron simulaciones numéricas con las que se trató de modelar el medio oscuro observado. La elaboración de estos modelos, con parámetros libres tales como radio y exceso de las micronubes representativas del material oscuro, permitieron alcanzar un conjunto de valores característicos para las mismas.

El excelente ajuste logrado, materializado a través de la figura 17 para la zona de comparación y 19 y 20 para la de absorción, está indicando, sin lugar a dudas, que la singularidad o concentración de la densidad, representada por la pantalla de polvo, está caracterizada por pequeñas nubes con radios entre 0.0015 y 0.002 kpc, realmente contundentes en cuanto al efecto

provocado por cada una en forma individual.

Estos valores para los radios de las micronubes, entre 0.001 y 0.002 kpc, coinciden muy bien con los propuestos por Serkowski (1958), Krzeminski y Serkowski (1967) y Sheffler (1967) para la microescala de fluctuaciones de la densidad espacial del polvo interestelar.

Por otra parte, se hallan en buen acuerdo con lo encontrado por Clocchiatti y Marraco (1986b), quienes logran explicar la pendiente en la vecindad de 0.001 kpc, de la función de estructura del material interestelar, observada para el cúmulo NGC 2516, con nubes de tamaño típico promedio inferior a 0.003 kpc. No obstante, como los modelos que calcularon con estas características provocaban una dispersión del exceso de color, mayor que el requerido, propusieron, como solución para este desacuerdo, el agrupamiento de nubes individuales en complejos o concentraciones de nubes.

De lo expuesto se concluye que la representación adecuada para la región de polvo estudiada, estará dada por un campo general diluido con una zona de mayor concentración en la densidad del polvo, caracterizada por pequeñas nubes o "balines" de polvo cósmico (con radios entre 0.0015 y 0.002 kpc), responsables de las grandes dispersiones presentes en los diagramas observados.

REFERENCIAS

- Bok, B.J., Bok, P.F. y Miller, E.W.: 1972, *Astron. J.* 77, 733
- Clocchiatti, A. y Marraco, H.G.: 1986, *Rev. Mex. Astron. Astrofís.* 12, 264
- Clocchiatti, A. y Marraco, H.G.: 1986, *Astron. J.* 92, 1130
- Chandrasekhar, S. y Münch, G.: 1952, *Astrophys. J.* 115, 103
- Drilling, J.S.: 1968, *Astron. J.* 73, 590
- Drilling, J.S.: 1972, *Astron. J.* 77, 463
- Feitzinger, J.V. y Stüwe, J.A.: 1984, *Astron. Astrophys., Suppl.* Ser. 58, 365
- Fernie, J.D.: 1962, *Astron. J.* 67, 224
- Froberg, C.E.: 1969, "Introduction to Numerical Analysis" 2nd. Ed., Addison-Wesley, Mass.
- Hamming, R.W.: 1962, "Numerical Methods for Scientist and Engineers", McGraw-Hill, N.Y.
- Haug, U., Pfeleiderer, J. y Dachs, J.: 1966, *Zs. f. Ap.* 64, 140
- Haug, U. y Bredow, K.: 1977, *Astron. Astrophys., Suppl. Ser.* 30, 235
- Hartley M., Manchester R.N., Smith R.M., Tritton S.B. y Goss W.M.: 1986, *Astron. Astrophys., Suppl. Ser.* 63, 27
- Krzeminski, W. y Serkowski, K.: 1967, *Astrophys. J.* 147, 988
- Lynds, B.T.: 1972, *Astrophys. J., Suppl. Ser.* 7, 1
- Martínez R.E., Muzzio J.C. y Waldhausen, S.: 1980, *Astron. Astrophys., Suppl. Ser.* 42, 179

- McCuskey, S.W.: 1966, *Vistas Astron.* 141
- McCuskey, S.W. y Houk, N.: 1971, *Astron. J.* 76, 1117
- McCuskey, S.W. y Lee, S.G.: 1976, *Astron. J.* 81, 604
- Mihalas, D. y Binney, J.: 1981, "Galactic Astronomy", ed. W.H. Freeman and Company, San Francisco
- Münch, G.: 1952, *Astrophys. J.* 116, 575
- Muzzio, J.C. y Forte, J.C.: 1975, *Astron. J.* 80, 1037
- Muzzio, J.C. y Orsatti, A.M.: 1977a, *Astron. J.* 82, 345
- Muzzio, J.C. y Orsatti, A.M.: 1977b, *Astron. J.* 82, 474
- Muzzio, J.C.: 1979, *Astron. J.* 84, 639
- Neckel, Th.: 1966, *Zs. f. Ap.* 63, 221
- Neckel, Th.: 1967, *Landessternwarte Heildelberg-Konigstuhl*, 19
- Orsatti, A.M. y Muzzio, J.C.: 1980, *Astron. J.* 85, 265
- Plaskett, J.S. y Pearce, J.A.: 1930, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 90, 243
- Rydgren, A.E.: 1974, *Publ. Astron. Soc. Pac.* 86, 363
- Scheffler, H.: 1967, *Zs. f. Ap.* 65, 60
- Schnur, G.: 1970, *Astron. Astrophys.* 5, 431
- Serkowski, K.: 1958, *Acta Astron.* 8, 3
- Spitzer, L.Jr.: 1978, "Physical Processes in the Interstellar Medium", ed. John Wiley and Sons, N.Y.
- Stephenson, C.B. y Sanduleak, N.: 1971, *Publ. Warner Swasey Obs.* 1, No1
- Struve, O.: 1927, *Astrophys. J.* 65, 163
- van den Bergh, S.: 1972, *Vistas Astron.* 13, 265
- Vazsonyi, A.: 1970, "Problem Solving by Digital Computers with

PL/1 Programming", Prentice-Hall, New Jersey

Waldhausen, S. y Marraco, H.G.: 1982, Astron. J. 87, 1730

Westerlund, B.E.: 1969, Astron. J. 74, 882

Whittet, D.C.B. y van Breda, I.G.: 1978, Astron. Astrophys. 66, 57

Wooden, W.H.: 1971, Publ. Warner Swasey Obs. 1, No2

Tabla 1

Zona	N	$\langle (V_{fe} - V_{fg}) \rangle$	\bar{V}_v	$\langle (B-V)_{fe} - (B-V)_{fg} \rangle$	\bar{V}_{B-V}
Vela I	22	-0.03	0.01	-0.07	0.03
Vela II	17	0.00	0.03	-0.11	0.03
Crux-Den	13	0.09	0.03	-0.13	0.04
Circ-Nor	8	-0.10	0.03	-0.15	0.03

Tabla 2

Placa	Color	Nube	Comparación
2	V	0.08	0.02
17960	V	0.05	0.01
17972	V	0.01	0.01
17984	V	0.01	0.01
17999	V	0.01	0.00
18006	V	0.05	0.01
18092	V	0.04	0.03
18093	V	0.08	0.01
1	B	0.03	0.02
17961	B	0.00	0.01
17971	B	0.00	0.01
17985	B	0.01	0.01
18000	B	0.02	0.02
18005	B	0.02	0.02
18091	B	0.01	0.00
18094	B	0.03	0.02

Tabl a 3

φ°	r	R
20	0.001	7.7
30	0.004	7.9
40	0.011	8.3
50	0.024	8.8
60	0.047	9.6
70	0.089	10.8
80	0.185	13.3

Tabla 4

NUBES (Fondo)	NUBES (Pantalla)	NE1	EM1	SIGMA1	NE2	EM2	SIGMA2
1000	0	0	0.00	0.00	152	0.31	0.12
1000	50	0	0.00	0.00	171	0.42	0.15
1000	100	0	0.00	0.00	166	0.52	0.15
2000	0	0	0.00	0.00	151	0.51	0.17
2000	50	0	0.00	0.00	130	0.59	0.15
2000	100	0	0.00	0.00	100	0.66	0.14
4000	0	1	0.71	0.00	43	0.65	0.17
4000	50	2	0.72	0.91	34	0.71	0.17
4000	100	3	0.80	0.16	16	0.69	0.17

Tabla 5

NUBES (Fondo)	NUBES (Pantalla)	NE1	EM1	SIGMA1	NE2	EM2	SIGMA2
2000	0	0	0.00	0.00	121	0.49	0.16
2000	0	0	0.00	0.00	145	0.50	0.18
2000	0	0	0.00	0.00	130	0.56	0.17
2000	100	0	0.00	0.00	80	0.66	0.14
2000	100	0	0.00	0.00	95	0.63	0.12
2000	100	0	0.00	0.00	77	0.69	0.14
4000	0	0	0.00	0.00	45	0.66	0.16
4000	0	0	0.00	0.00	46	0.65	0.15
4000	0	1	0.71	0.00	45	0.69	0.14
4000	100	4	0.76	0.06	16	0.78	0.12
4000	100	0	0.00	0.00	22	0.71	0.12
4000	100	5	0.76	0.13	18	0.80	0.12
1000	0	0	0.00	0.00	169	0.34	0.13
1000	0	0	0.00	0.00	144	0.32	0.12
1000	0	0	0.00	0.00	166	0.31	0.13
1000	100	0	0.00	0.00	168	0.58	0.13
1000	100	0	0.00	0.00	153	0.53	0.13
1000	100	0	0.00	0.00	178	0.51	0.15



Tabla 6

NUBES (Fondo)	Em	RADIO	NE1	EM1	SIGMA1	NE2	EM2	SIGMA2
2000	0.05	0.008	1	0.56	0.00	16	0.76	0.17
2000	0.10	0.004	1	0.66	0.00	51	0.61	0.18
2000	0.10	0.008	3	0.63	0.04	0	0.00	0.00
2000	0.10	0.002	0	0.00	0.00	161	0.34	0.15
1000	0.10	0.004	1	0.57	0.00	138	0.53	0.17
1000	0.10	0.008	4	0.73	0.18	11	0.69	0.21
1000	0.05	0.008	0	0.00	0.00	96	0.60	0.14

Tabla 7

N° JOB	Chi	RB	EMB	NBK	Rp	EMP	NPT	NM	Fig
00	9.27	0.004	0.05	965	0.004	0.05	64	9	
01	17.32	0.004	0.05	958	0.004	0.05	58	13	
02	16.64	0.004	0.05	958	0.004	0.05	58	7	
03	19.58	0.004	0.05	959	0.004	0.05	62	11	
04	11.84	0.004	0.05	960	0.004	0.05	60	10	1
05	19.13	0.004	0.05	960	0.004	0.05	58	13	
06	11.73	0.004	0.05	959	0.004	0.05	57	13	2
07	9.62	0.004	0.05	966	0.004	0.05	56	18	
08	178.40	0.002	0.05	425	0.002	0.05	155	5	
09	40.11	0.002	0.05	0	0.002	0.05	490	29	
10	36.00	0.002	0.05	30	0.002	0.05	471	12	
11	39.80	0.002	0.05	38	0.002	0.05	457	10	
12	36.21	0.002	0.05	30	0.002	0.05	471	21	
13	29.63	0.002	0.05	24	0.002	0.05	466	18	
14	33.42	0.002	0.05	24	0.002	0.05	466	13	3
17	20.16	0.006	0.05	1080	0.006	0.05	1	22	
18	40.97	0.006	0.05	900	0.006	0.05	25	4	
19	25.99	0.006	0.05	907	0.006	0.05	0	12	4
20	34.68	0.006	0.05	917	0.006	0.05	0	5	

TABLA 7

(Continuación)

Nº JOB	Chi	RB	EMB	NBK	Rp	EMP	NPT	NM	Fig
21	25.47	0.006	0.05	900	0.006	0.05	1	10	
22	56.15	0.002	0.05	2300	0.001	0.05	200	16	5
23	17.53	0.004	0.05	927	0.002	0.05	164	21	6
25	14.49	0.004	0.10	361	0.004	0.10	50	14	
26	15.18	0.004	0.10	395	0.004	0.10	42	12	7
27	19.20	0.004	0.05	500	0.002	0.08	150	17	8
30	8.90	0.004	0.05	1121	0.001	0.05	65	15	
31	14.51	0.004	0.05	450	0.001	0.10	500	13	9
32	16.26	0.004	0.03	555	0.001	0.10	435	18	
33	28.97	0.004	0.03	225	0.001	0.10	1000	12	10
34	32.41	0.002	0.03	403	0.001	0.10	681	20	
35	33.97	0.002	0.03	411	0.001	0.10	757	16	
36	33.49	0.002	0.01	411	0.001	0.10	757	10	11
37	15.00	0.004	0.05	457	0.001	0.10	467	16	12
38	11.30	0.004	0.05	471	0.001	0.08	406	15	13

Tabla 8

N° JOBC	Chi	RADNU	EM	NBK	NM	Fig
00	41.71	0.0040	0.05	1500	21	
01	34.70	0.0040	0.05	1500	18	14
02	27.90	0.0032	0.05	1287	19	15
04	9.19	0.0014	0.10	2787	21	16
05	4.24	0.0013	0.15	2718	22	17
06	6.30	0.0013	0.15	2757	13	18
07	13.57	0.0013	0.15	2583	7	
08	6.60	0.0013	0.15	2723	18	

Tabla 9

N° JOB	Chi	RB	EMB	NBK	RP	EMP	NPT	NM	Fig
00	23.2	0.0013	0.15	2730	0.0018	0.10	40	20	19
01	16.4	0.0013	0.15	2730	0.0015	0.10	51	13	20

APENDICE A

METODO SIMPLEX

El método Simplex empleado, permite obtener en una forma directa y muy rápida, los valores que hacen mínima (o máxima, según sea el caso) una función $f(x,y)$ propuesta, partiendo de 3 valores iniciales cualesquiera (lógicamente cuanto "más realistas" sean éstos, menor será el número de iteraciones que necesitará el Simplex para arribar a la solución final). En realidad, lo que hace este método, es moverse sobre el plano (x,y) , calculando en cada movimiento un nuevo par de valores (x,y) y quedándose finalmente con los tres mejores pares.

La iteración se detiene cuando llega a un valor dado, definido a priori, y que representa la precisión con que se desea obtener el resultado final.

La figura 1 muestra un diagrama de flujo del método Simplex. Se comienza por leer los tres pares de valores iniciales $(X(I),Y(I))$, luego se define $JEJE=1$, que servirá para controlar el número de iteraciones que efectuará el programa. El siguiente paso consiste en calcular los valores de $F(X(I),Y(I))$, que daremos en llamar $V(I)$, para cada par $(X(I),Y(I))$ (en el presente trabajo este proceso corresponde al cálculo de un modelo completo a través de la subrutina GENE, cuyo esquema de trabajo se describe en el apéndice B). Por intermedio de la subrutina ORDEN se ordenan los $V(I)$ de menor a mayor. A partir de aquí, el Simplex proporcionará, en sucesivas etapas, nuevos pares de valores para $(X(I),Y(I))$.



Para ello llama, en primer término, a la subrutina REFLE, que mediante las expresiones:

$$X(4)=ABS(X(1)+X(2)-X(3))$$

$$Y(4)=ABS(Y(1)+Y(2)-Y(3))$$

calcula X(4) e Y(4), permitiendo estimar, a través de la subrutina GENE, V(4). Se investiga si V(4) resultó menor que el mejor V(I) con que ya se contaba, o sea V(1), de ser este el caso (lo que estará dando la pauta de que la dirección seguida en el plano (x,y) es la correcta) se fija ICRI=0 y se llama a la subrutina EXPA que haciendo uso de:

$$X(5)=ABS(3*(X(1)+X(2))/2-2*X(3))$$

$$Y(5)=ABS(3*(Y(1)+Y(2))/2-2*Y(3))$$

efectúa una expansión en dicho plano en la misma dirección proporcionada anteriormente por REFLE. Con X(5) e Y(5) se computa, siempre por medio de la GENE, V(5), que se comparará con V(4) y de resultar menor se incorporará al grupo de los tres mejores valores de V(I).

Si V(4) fuese mayor que V(1), se continúa el proceso comparándolo con V(3); si resultase menor se procede a un reordenamiento de los V(I), luego de establecer ICRI=0 e I=4. En el caso negativo, el Simplex llama a la subrutina CONT, la cual a través de las expresiones:

$$X(4)=(X(1)+X(2))*7/16+X(3)/8$$

$$Y(4)=(Y(1)+Y(2))*7/16+Y(3)/8$$

efectúa una contracción en el plano (x,y), proporcionando un nuevo par de (X(I),Y(I)) con el que se volverá a estimar V(4).

Nuevamente V(4) se compara contra V(3), si resulta menor, el procedimiento es similar al descrito inmediatamente arriba, de suceder lo contrario indicará que la contracción efectuada no fue suficiente con lo cual se define ICO=3 y se procede a realizar otro movimiento en igual dirección del plano (x,y), a través de la subrutina SHRIN, que calculará X(4) e Y(4) usando:

$$X(4)=(X(1)+X(ICO))/2$$

$$Y(4)=(Y(1)+Y(ICO))/2$$

con estas cantidades se computa V(4), que se compara con V(3) y de llegar a ser menor, se define ICRI=0 e I=4, se reordena el nuevo conjunto de V(I) y se continua con el proceso. Pero de lo contrario, significará que la reducción debe ser mayor, con lo cual se pregunta si ICO es igual a 2, como es la primera vez que se pasa por aquí (dentro de la primera iteración), ICO será distinto de ese valor (el cual le será asignado) y se vuelve a aplicar SHRIN.

Si ICO fuese igual a 2, se sigue adelante. Los próximos pasos estarán destinados a controlar si se ha arribado al valor deseado de V(I), o al menos se ha efectuado un número dado de iteraciones antes de detener el cálculo.

Para ello se verifica si JEJE es menor o no, que un número dado N de iteraciones deseadas y si V(1) resulta menor que un cierto valor A esperado (que representa la precisión que se

pretende alcanzar), en caso contrario antes de volver a iniciar un proceso completo se controla el valor de ICRI, ésta variable decidirá si, de no haberse alcanzado A, vale la pena continuar, o sea si el Simplex esta en condiciones de lograr un mejor ajuste a partir del cálculo de nuevos pares (X(I),Y(I)); finalmente se imprimen los tres mejores pares (X(I),Y(I)) hallados.

TEST CHI CUADRADO

La prueba estadística Chi cuadrado sirve, en esencia, para decidir si las frecuencias observadas en una distribución difieren significativamente de las frecuencias esperadas. En correspondencia con cada frecuencia predicha por la hipótesis propuesta, habrá una frecuencia esperada. Si indicamos el valor de la frecuencia esperada o calculada con C y el de la frecuencia observada con O, entonces el Chi cuadrado (χ^2) se calcula como

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N [(O-C)^2 / C]$$

donde N es el número de intervalos en que se divide la distribución para efectuar el cálculo del estadístico.

Si $\chi^2=0$, las frecuencias observadas y teóricas concordarán exactamente; mientras que si $\chi^2 > 0$ no ocurrirá así. A mayores valores de χ^2 , mayores son las discrepancias entre las frecuencias observadas y esperadas.

Para aplicar el test deben tomarse algunos recaudos: el número de observaciones por intervalo no debe ser inferior a cinco

y además no diferir, un intervalo de otro, en $\pm 50\%$ del valor promedio.

Para este trabajo los intervalos fueron tomados en la forma que se muestra en la figura 2, donde los rayados corresponden a cada uno de los cinco intervalos en que se agruparon los valores comprendidos entre las rectas de completitud. El tamaño de estos intervalos era regulado automáticamente para poder ajustar cada uno de ellos a las condiciones requeridas arriba. Los puntos A, B y OY, que corresponden a los valores límites de cada intervalo sobre los ejes x e y , se variaron en pasos de 0.5 y 0.25 magnitudes respectivamente, hasta alcanzar las condiciones mínimas exigidas.

Apéndice B

En el capítulo IV se explicó de que manera se arribó a un modelo satisfactorio que ajustara los datos observados. Este proceso se materializó a través del uso conjunto del método Simplex, el test estadístico Chi cuadrado y un programa de generación, columna vertebral del cálculo, integrados en un todo al que se dió en llamar JOB. En el Apéndice A se describió el esquema de trabajo del método Simplex mostrándose, en la figura 1 de dicho Apéndice, su diagrama de flujo, en el cual el mencionado programa de generación aparecía en la forma de la subrutina GENE. Aquí se explicitará expresamente el proceder de ésta, obviándose la descripción del comportamiento detallado del Simplex.

La figura 1 presenta un diagrama de flujo del JOB completo que comienza con la adquisición de los datos comprendidos en tres grupos, el primero involucra a los parámetros físicos del volumen de generación: DMAX, DMIN, DLAT, DPAN (ver capítulo III), las características de las nubes del fondo y de la pantalla: RB, EMB, Rp y EMP, el número de estrellas involucradas: NUE y el número semilla inicial: YN, necesario para iniciar los procesos de generación al azar cuando ello lo requiera. El segundo grupo de datos corresponde a los valores de X(I) e Y(I) que maneja el Simplex y que según el modelo variaron alternativamente entre el número de nubes de fondo (NBK) y el de la pantalla (NPT), o el número de nubes de la pantalla y el radio de las mismas nubes (Rp). El tercer y último grupo es el de las coordenadas XE, YE, ZE

y magnitudes absolutas VM de las NUE estrellas. Estos valores calculados previamente, fueron generados al azar haciendo uso de la subrutina RANDU (Scientific Subroutine Package, IBM, 1977). Seguidamente se desarrolla el método Simplex propiamente dicho cuyo detalle, como se indicara previamente, no figurará en este diagrama, pero si se recordará que cada valor de $F(X(I),Y(I))$ resulta de la corrida de un modelo completo para lo cual es necesario recurrir a la subrutina GENE.

A continuación se presenta el programa de generación, que comienza inicializando las variables AV(I), AV1(I), AV2(I), NX(I) y NXO(I), cuyo significado se verá en breve.

Se prosigue con el cálculo de las coordenadas XBK, YBK y ZBK del centro de las NBK nubes del campo diluido, llamando a la subrutina RANDU, simultaneamente se verifica si cada una de las estrellas del modelo atraviesa o no, la nube de radio RB generada precedentemente, permitiendo estimar AV1(I), que no es más que la acumulación de las trayectorias recorridas por el rayo de luz dentro de cada nube. Este valor de AV1(I) es convertido a magnitudes de absorción, multiplicándolo por el coeficiente adecuado ($EB/(2*RB)$).

El próximo paso es computar, usando nuevamente la subrutina RANDU, las coordenadas XPT, YPT y ZPT, pero ahora para las NPT nubes de la pantalla, y el valor de AV2(I) correspondiente a la absorción producida por las nubes de la pantalla para cada estrella.

Luego de estimar la absorción total para cada una de las

estrellas involucradas, se calculan B-V (BV) y V-3(B-V) (VMOD) e inmediatamente se controla si con los valores particulares para esas cantidades, una estrella dada se halla (o no) dentro de los límites establecidos por las rectas de completitud (Fig.II - 1 a 6); en caso afirmativo el objeto es individualizado y se incrementa en 1 el contador NXT, que al final del DO dará el número total de objetos comprendidos dentro de los límites mencionados.

Conocida la cantidad de objetos que se hallan en la zona del diagrama BV vs. VMOD que nos interesa, se procede a su asignación en cada una de las 5 áreas en que se dividió la zona en cuestión (Apéndice A, Fig. 2), correspondientes a los intervalos necesarios para el cálculo del Chi cuadrado, dando lugar a la estimación de NX(1), NX(2), NX(3), NX(4) y NX(5) (número de estrellas por intervalo).

A continuación se leen los valores de B-V (BVO) y V-3(B-V) (VMODO) de las NTEO estrellas observadas, distribuyéndose en los intervalos NXO(1) a NXO(5), cuyos límites fueron establecidos en el cálculo correspondiente a las estrellas del modelo.

Con estos datos se procede al cálculo de Chi cuadrado, usando la expresión:

$$CHI = \sum_{i=1}^5 [(NX(i) - NXO(i))^2 / NX(i)]$$

La subrutina GENE, devuelve entonces el control al programa principal, entregándole un nuevo valor de CHI cuadrado, con el cual proseguir el JOB.

ZONA DE ABSORCION

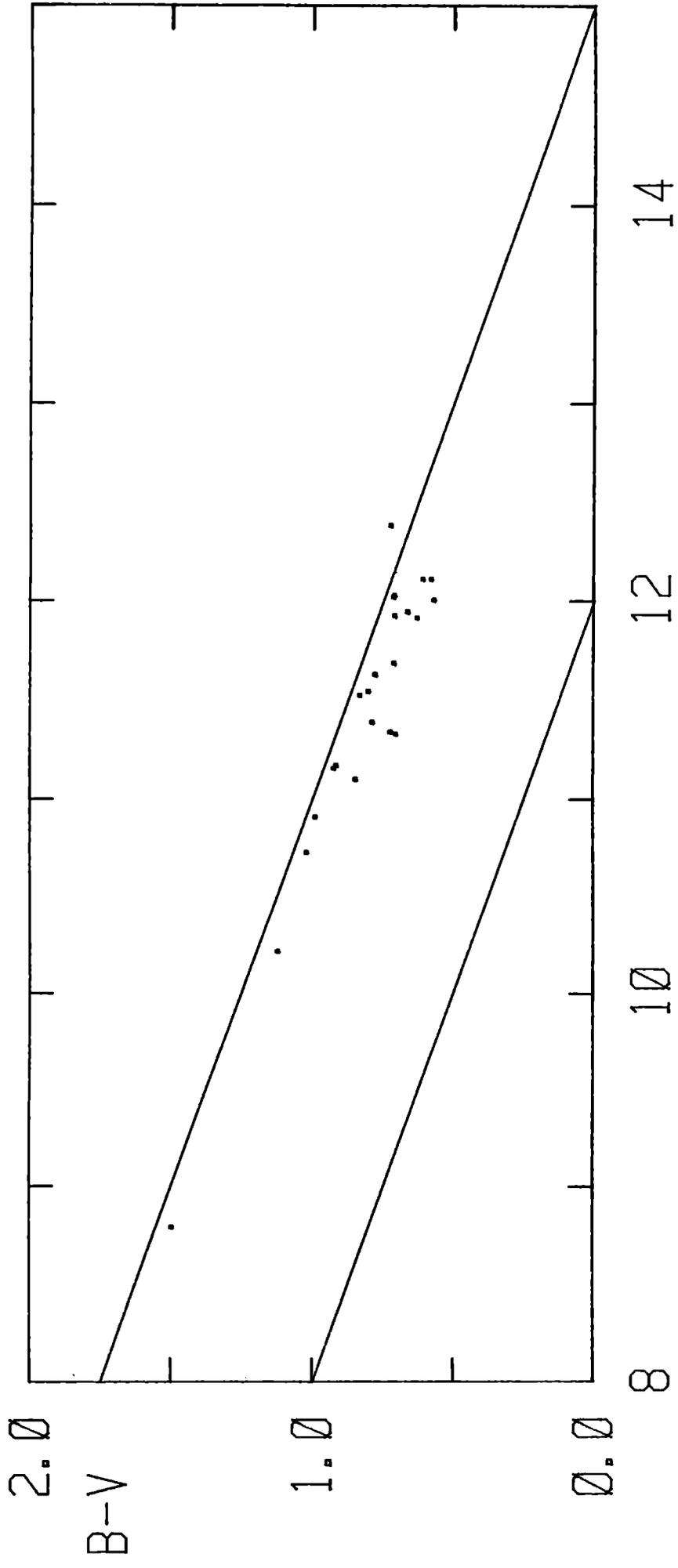


Fig. II - 1. Estrellas B4-B8

V-3(B-V)

ZONA DE ABSORCION

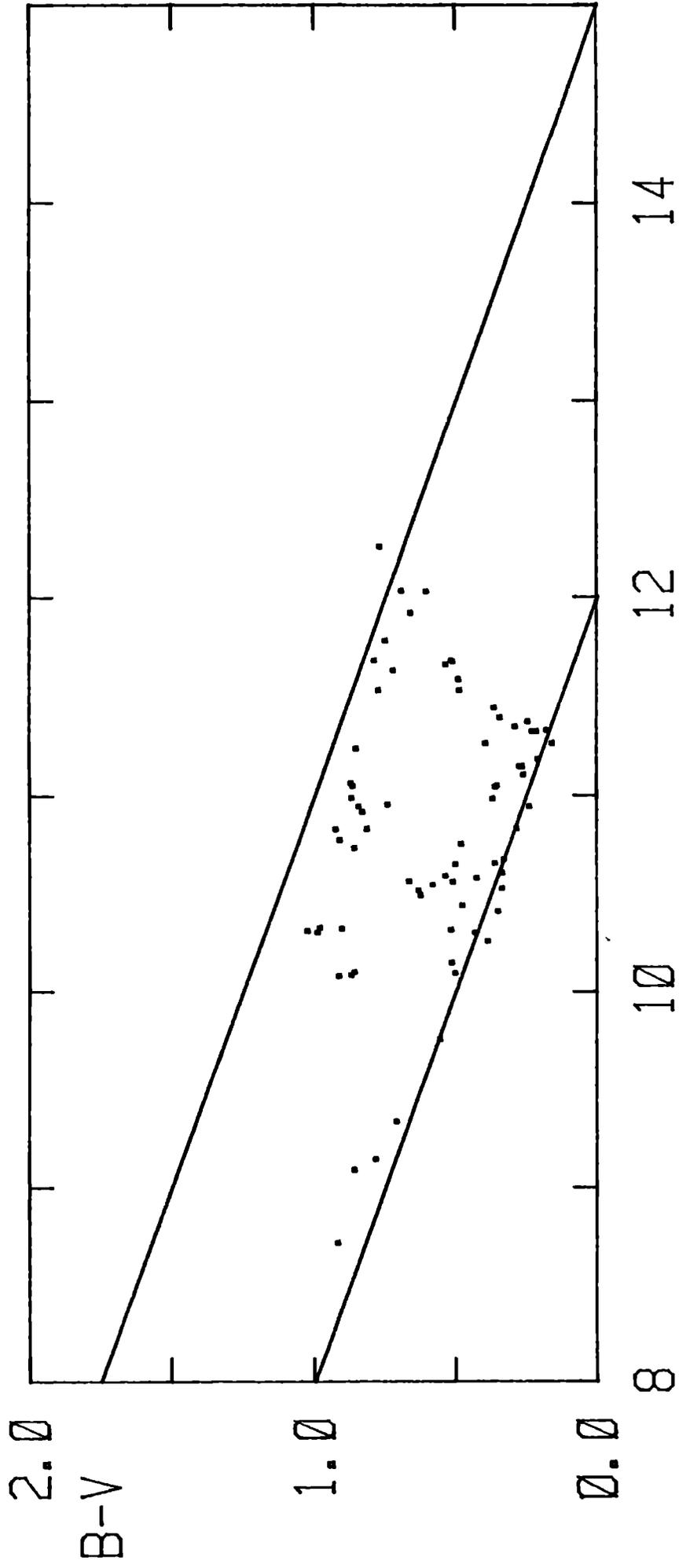
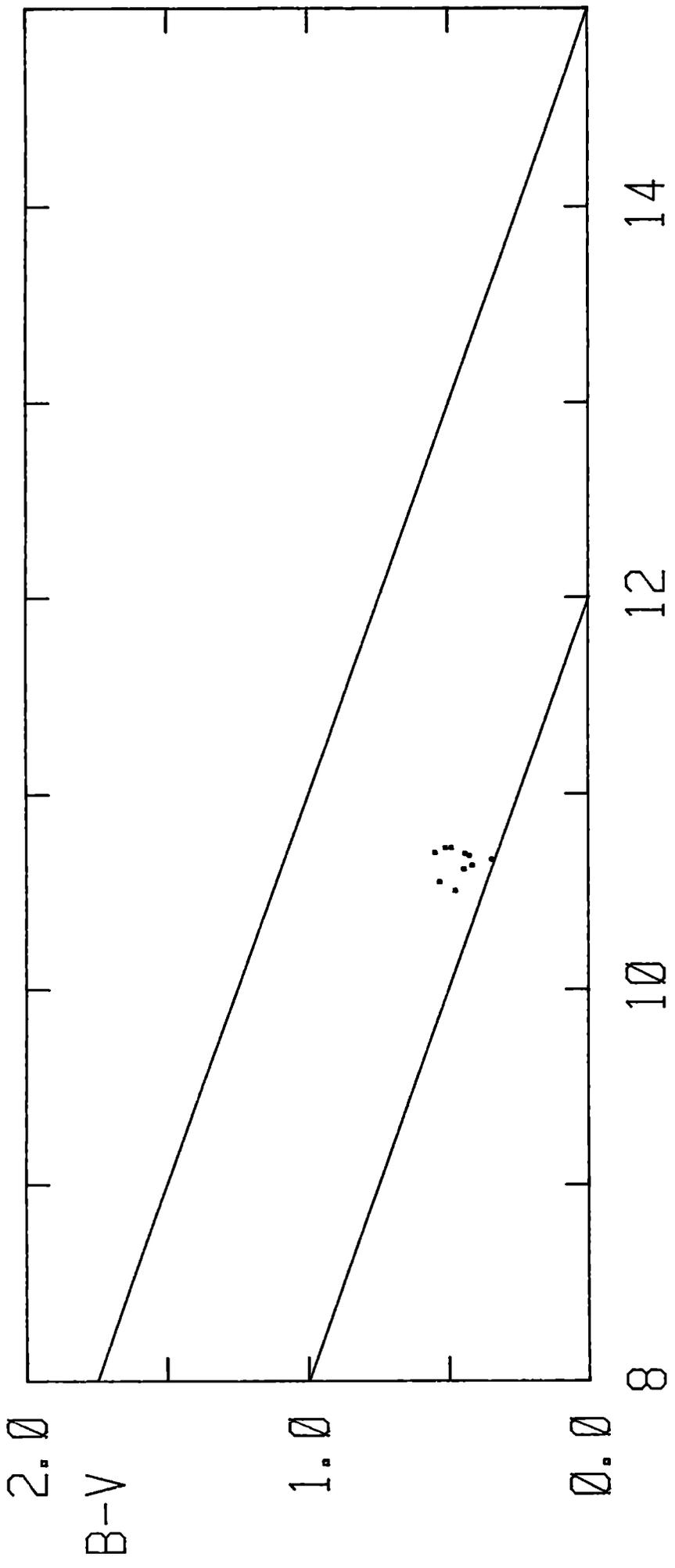


Fig. II - 2. Estrellas B9-A3 V-3(B-V)

ZONA DE ABSORCION



V-3(B-V)

Fig. II - 3. Estrellas A4-F5

ZONA DE COMPARACION

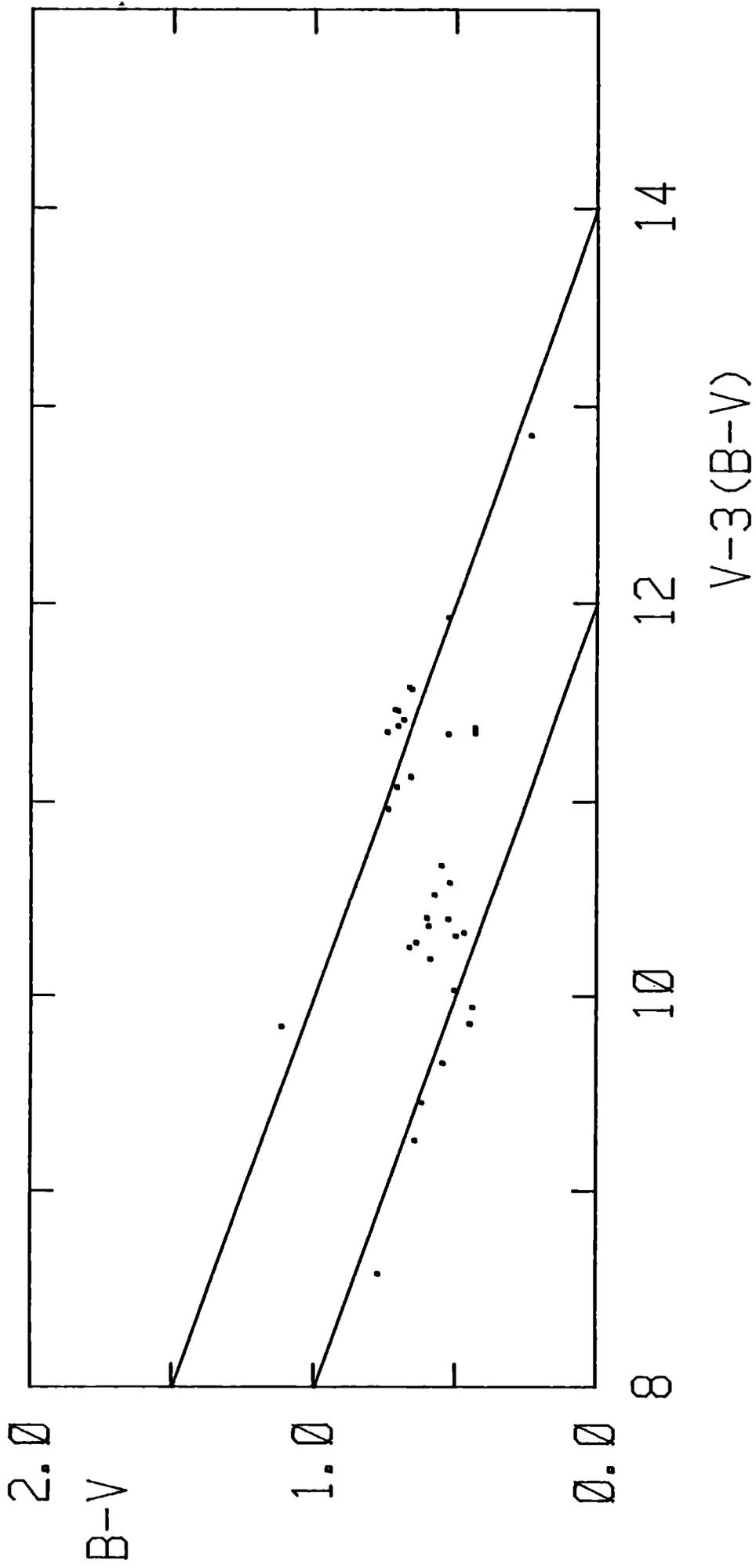


Fig. II - 4. Estrellas B4-B8

ZONA DE COMPARACION

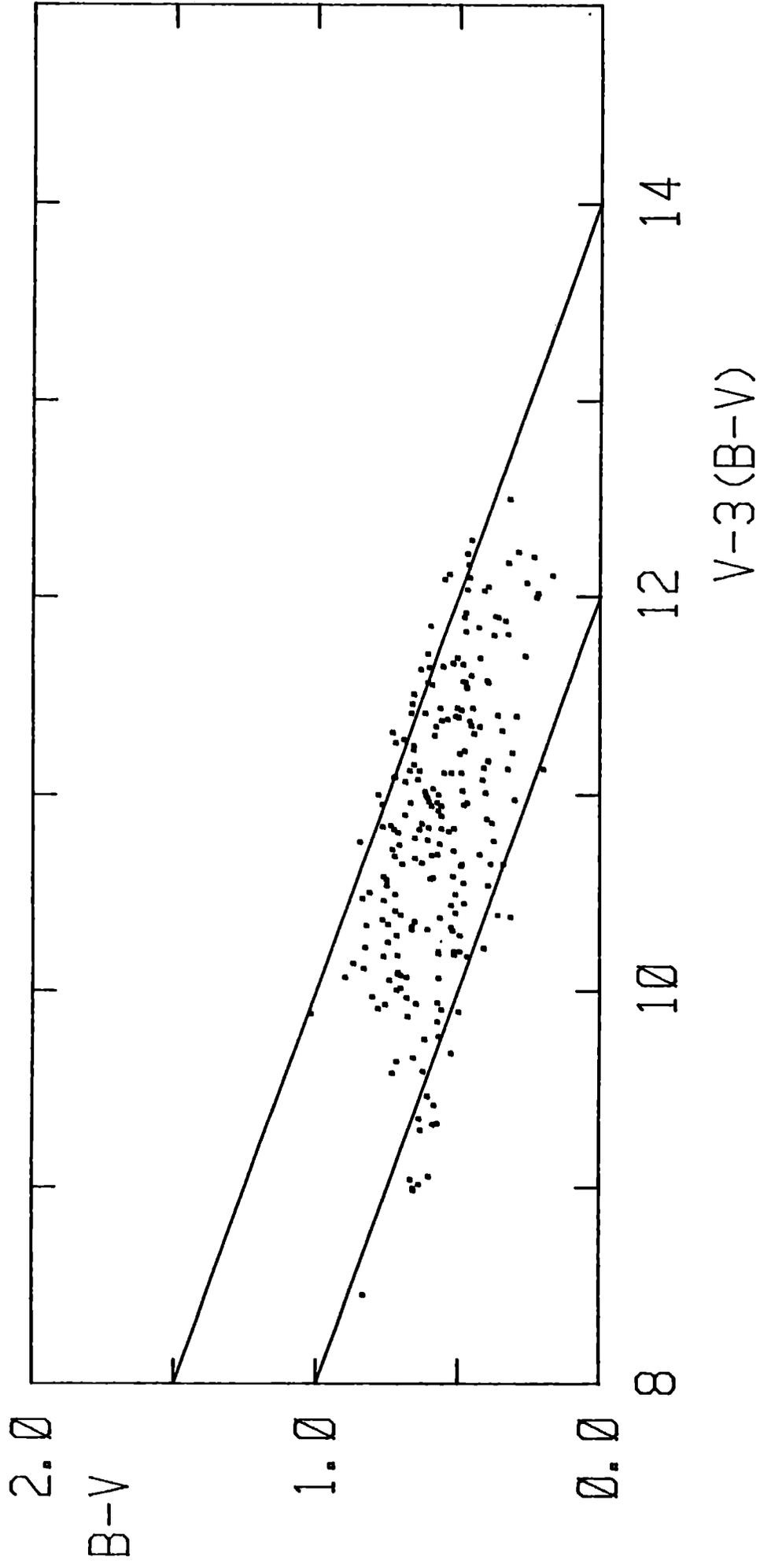


Fig. II - 5. Estrellas B9-A3

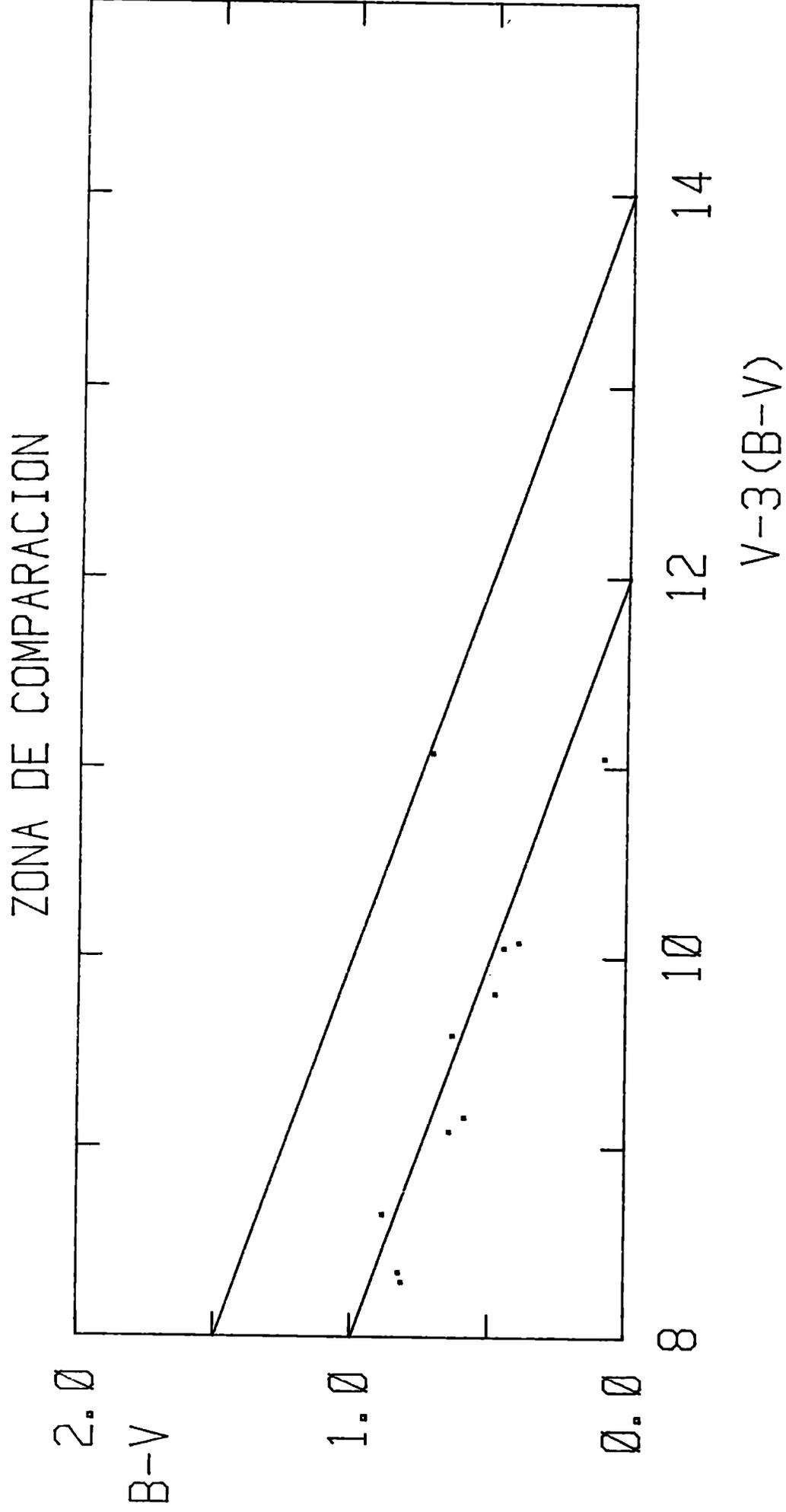


Fig. II - 6. Estrellas A4-F5

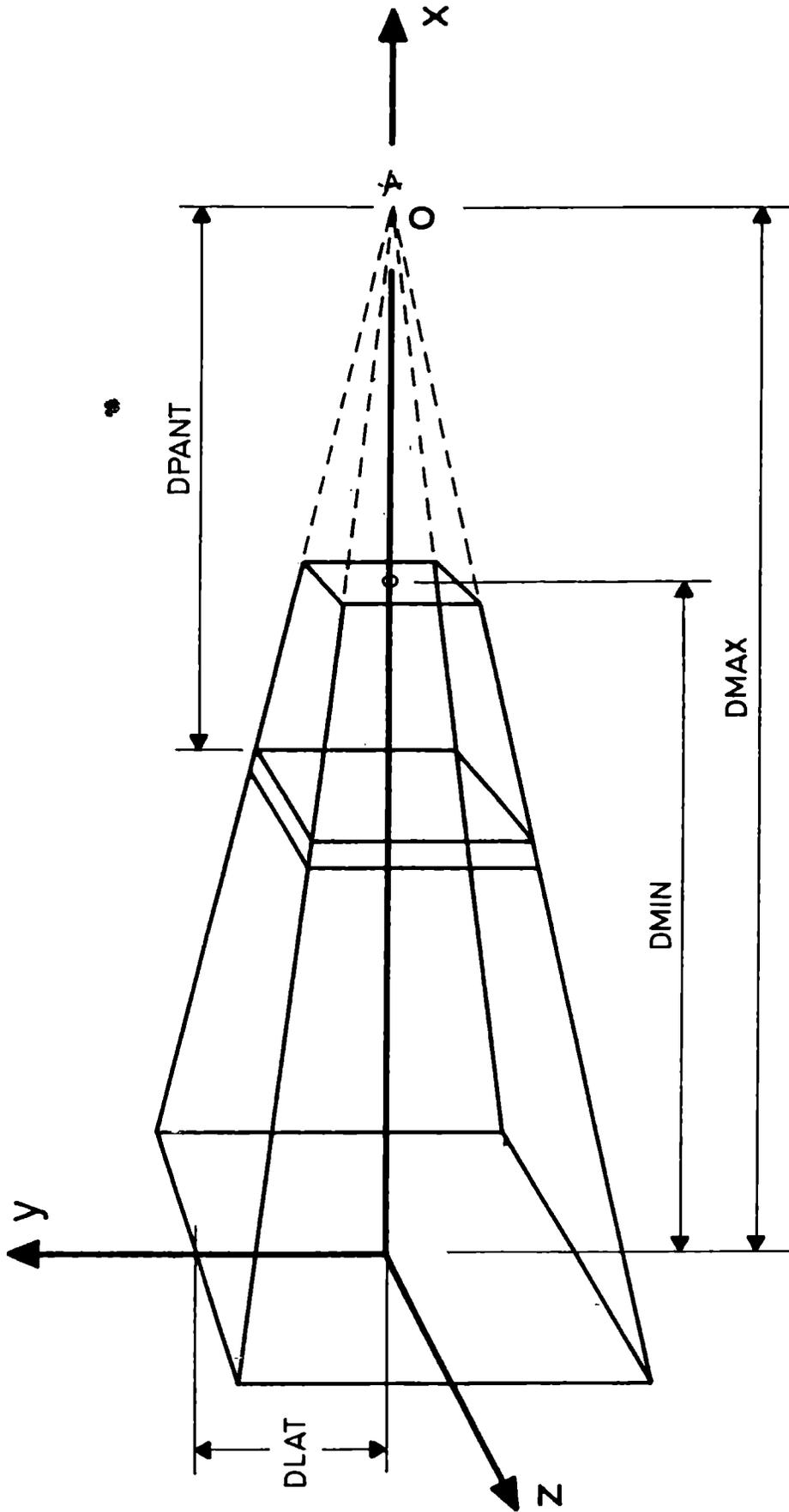


Fig. III - 1

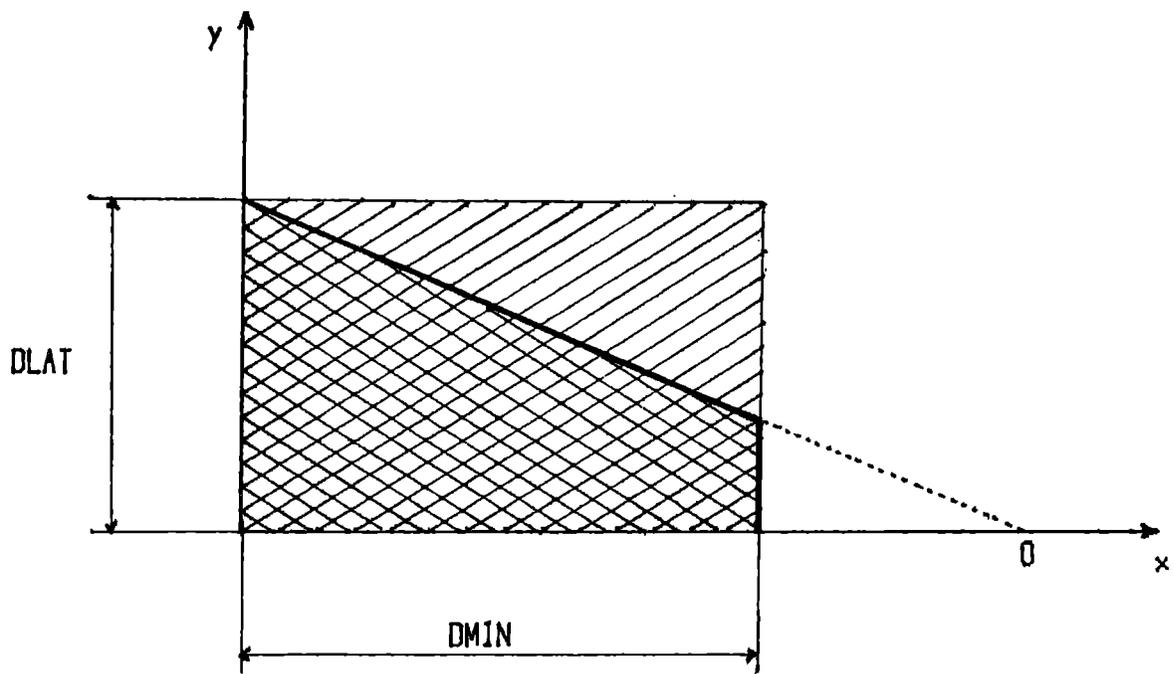


Fig. III - 2a

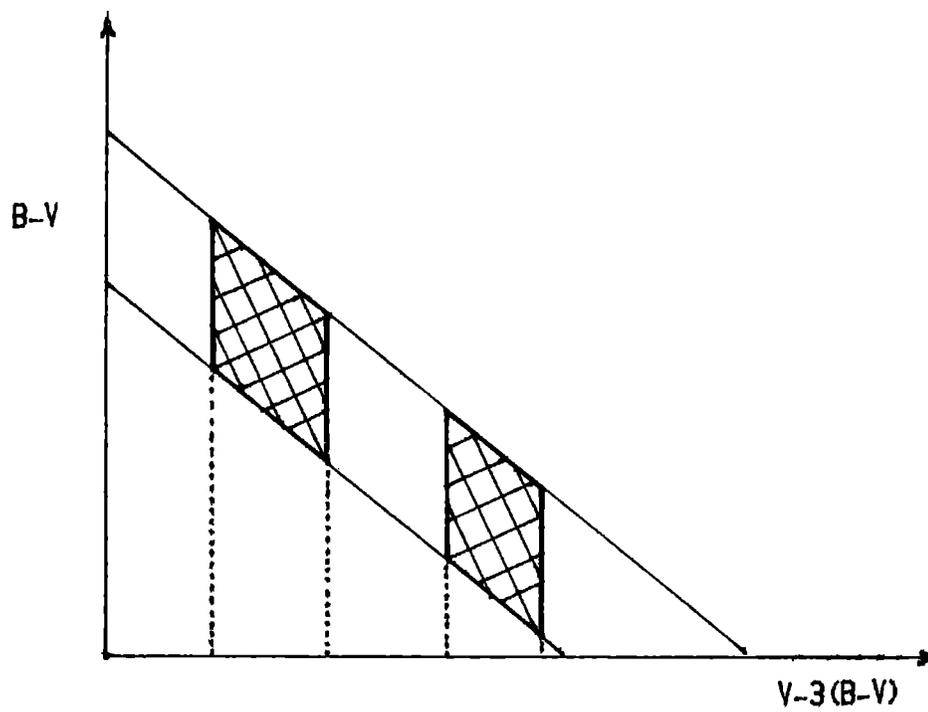


Fig. III - 2b

Campo general de 60000 nubes

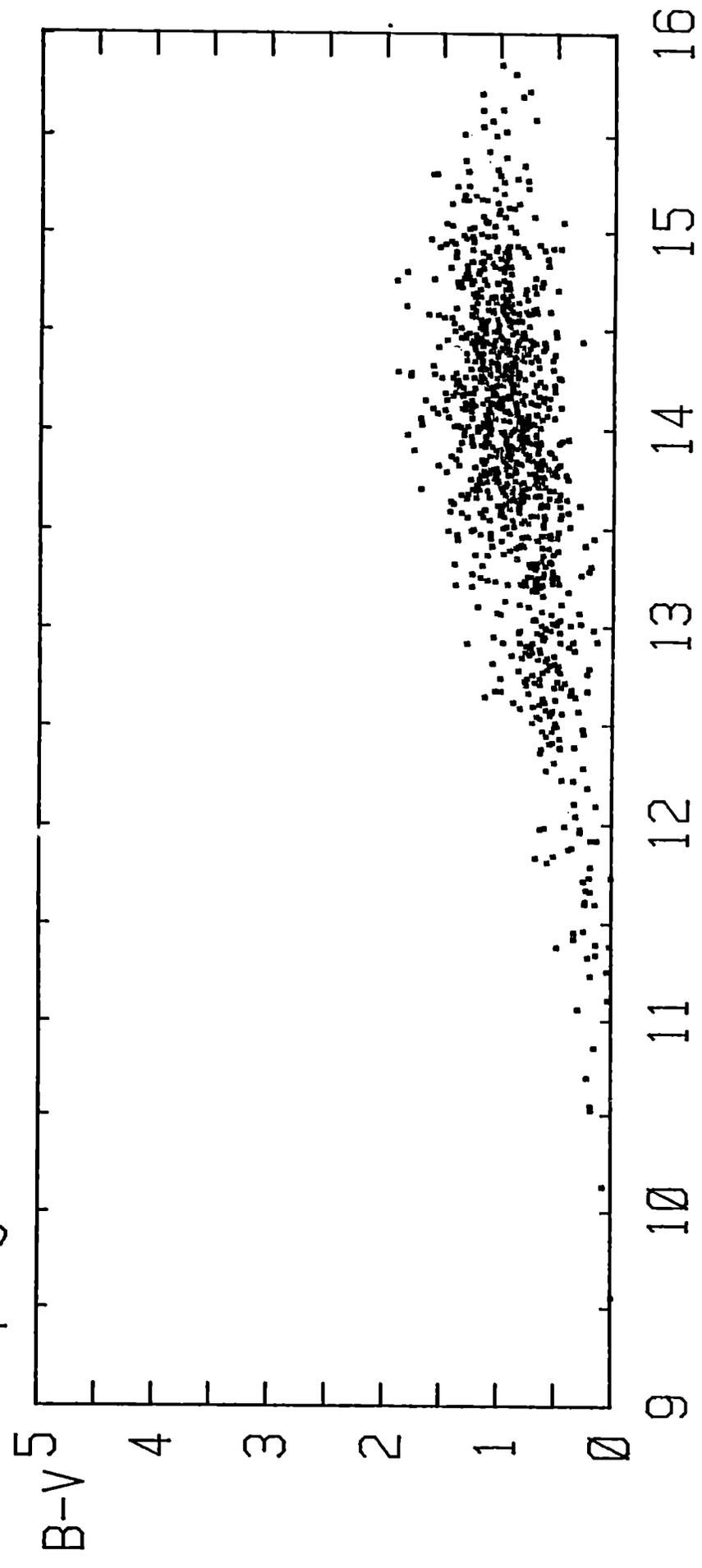


Fig. III - 3

$V-3(B-V)$

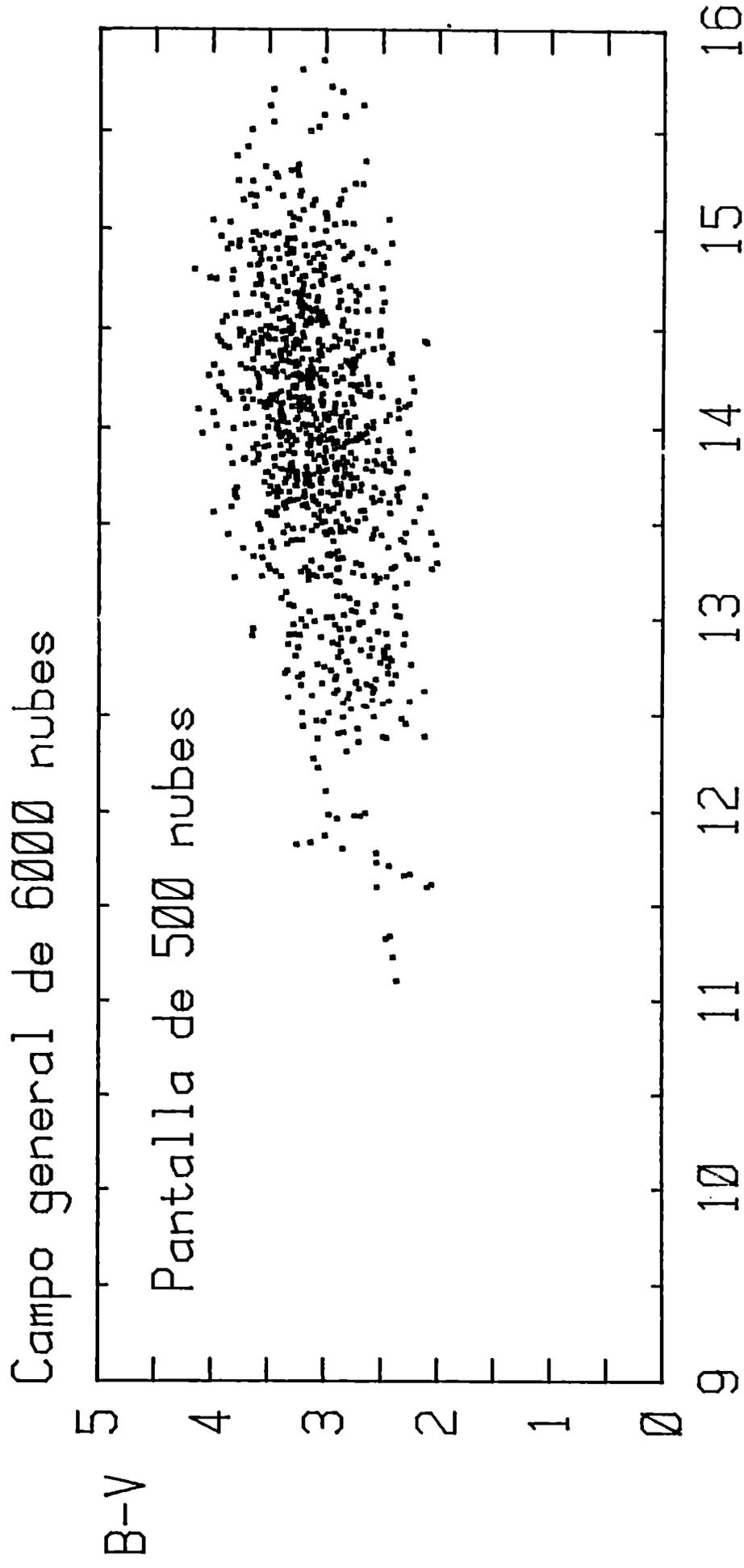


Fig. III - 4

V-3(B-V)

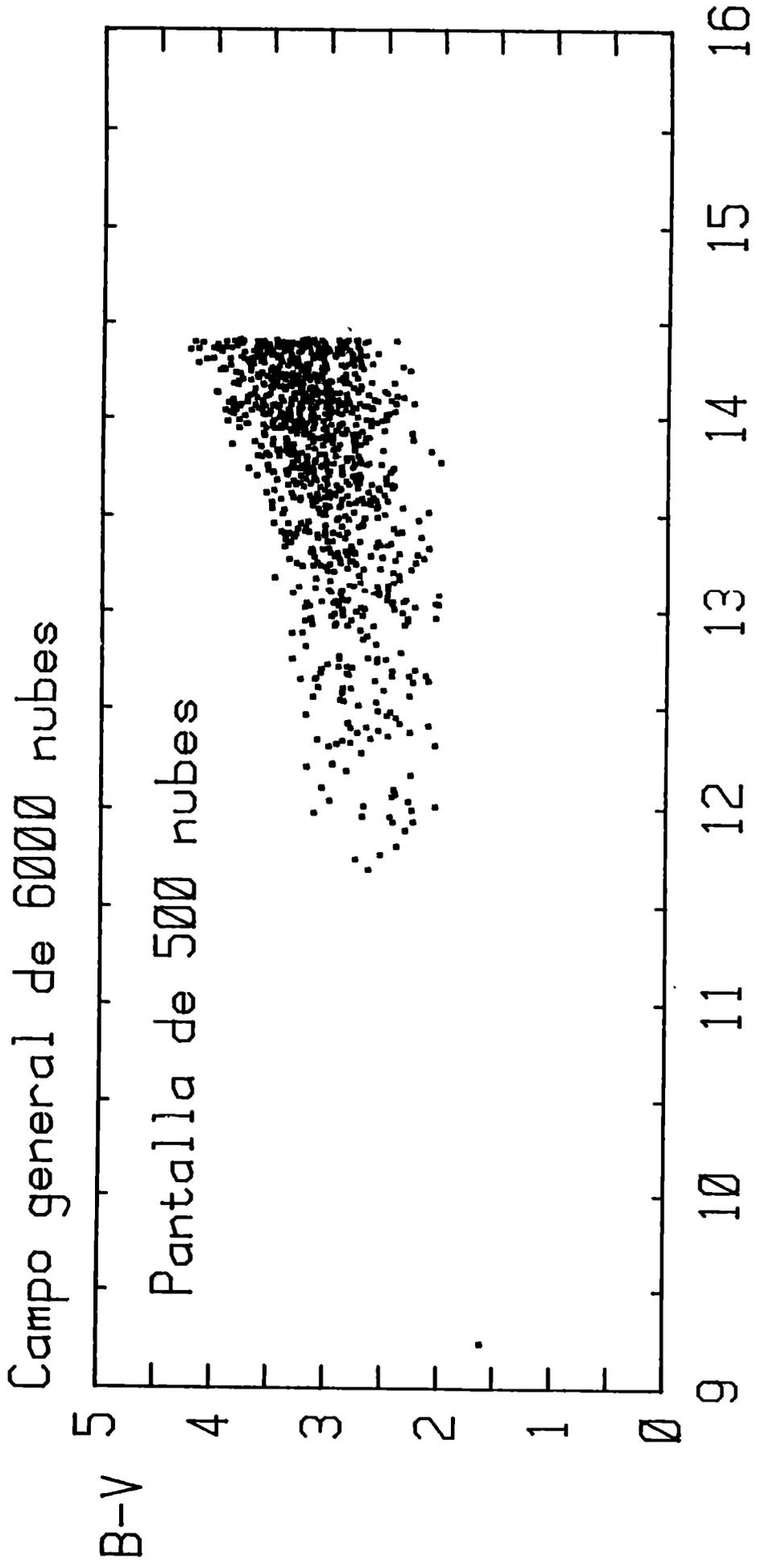


Fig. III - 5

Vo-Mv

Campo general de 20000 nubes

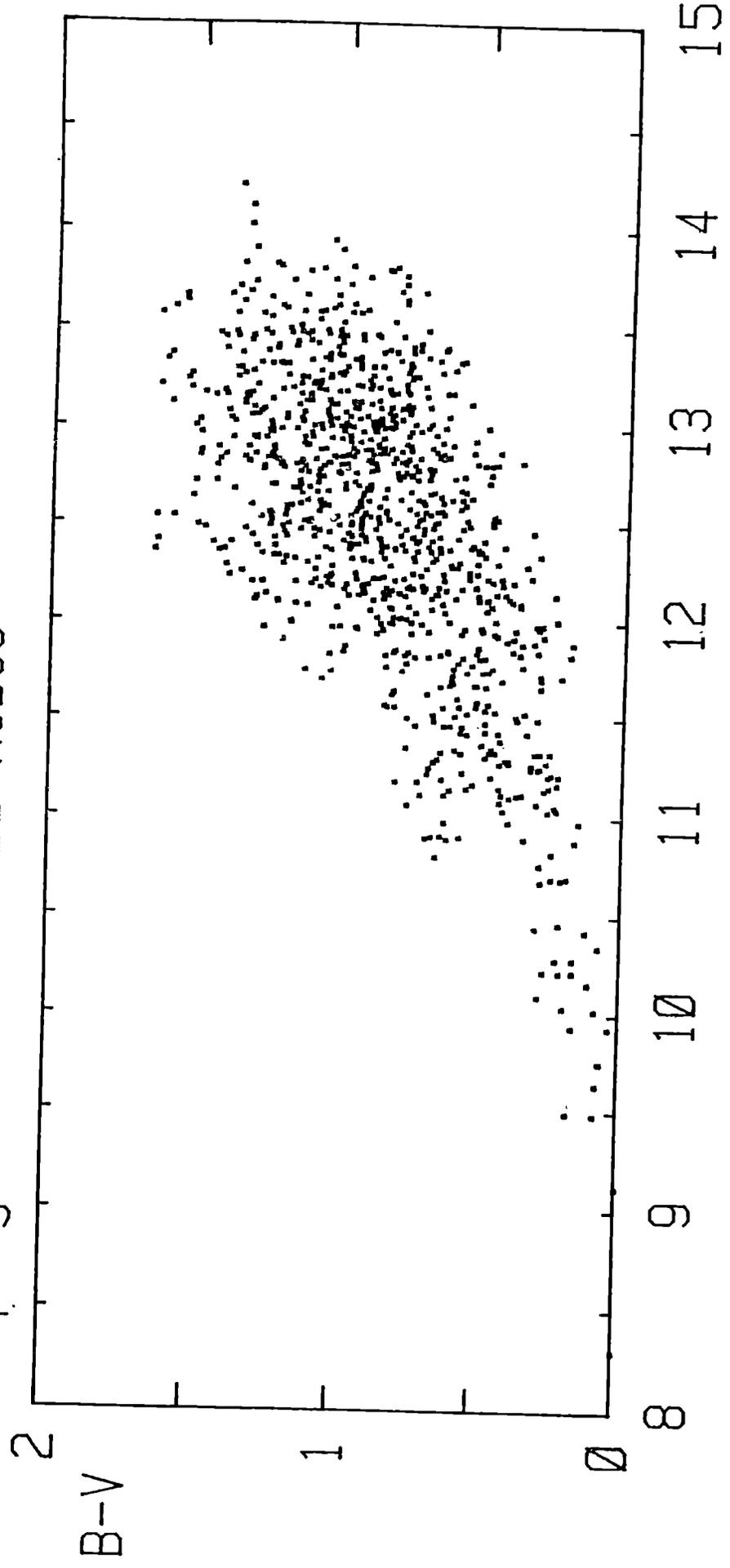
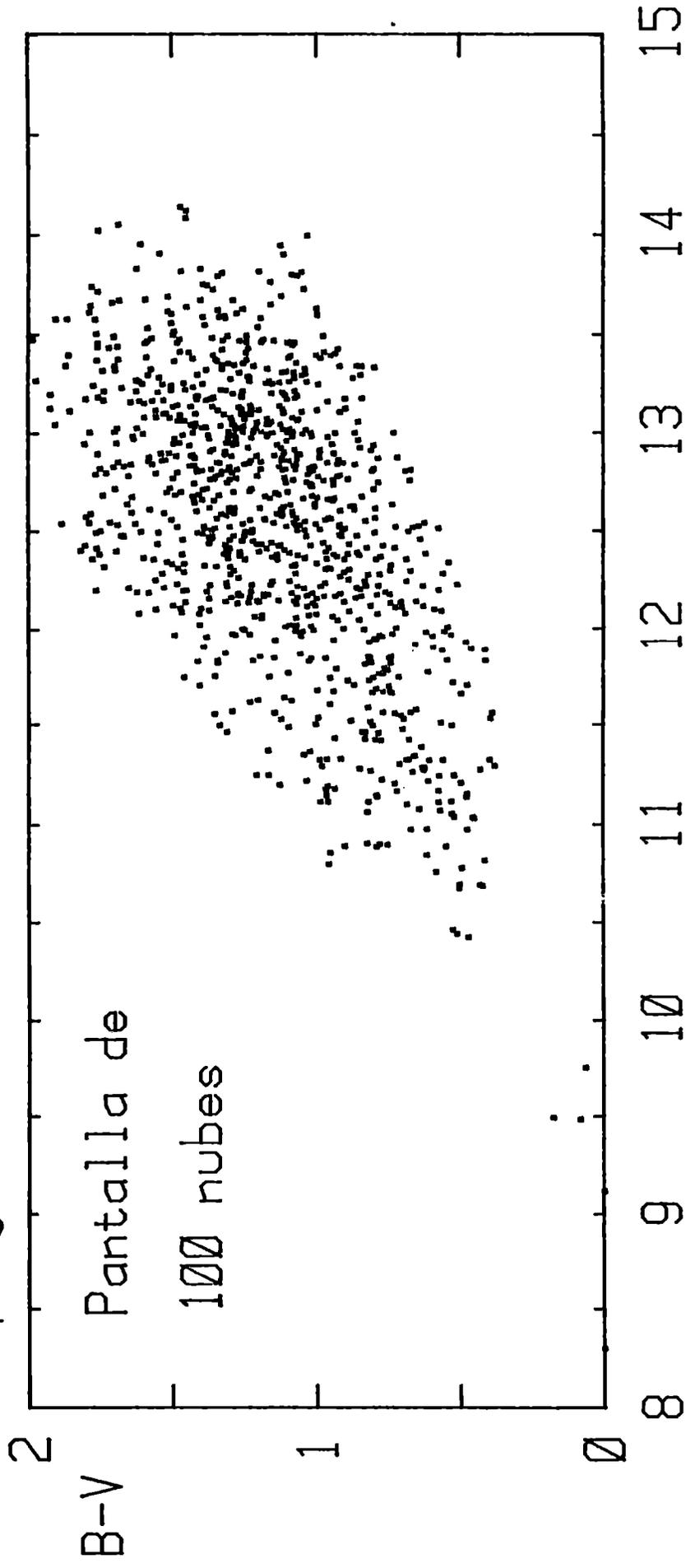


Fig. III - 6

V-3(B-V)

Campo general de 2000 nubes



V-3(B-V)

Fig. III - 7

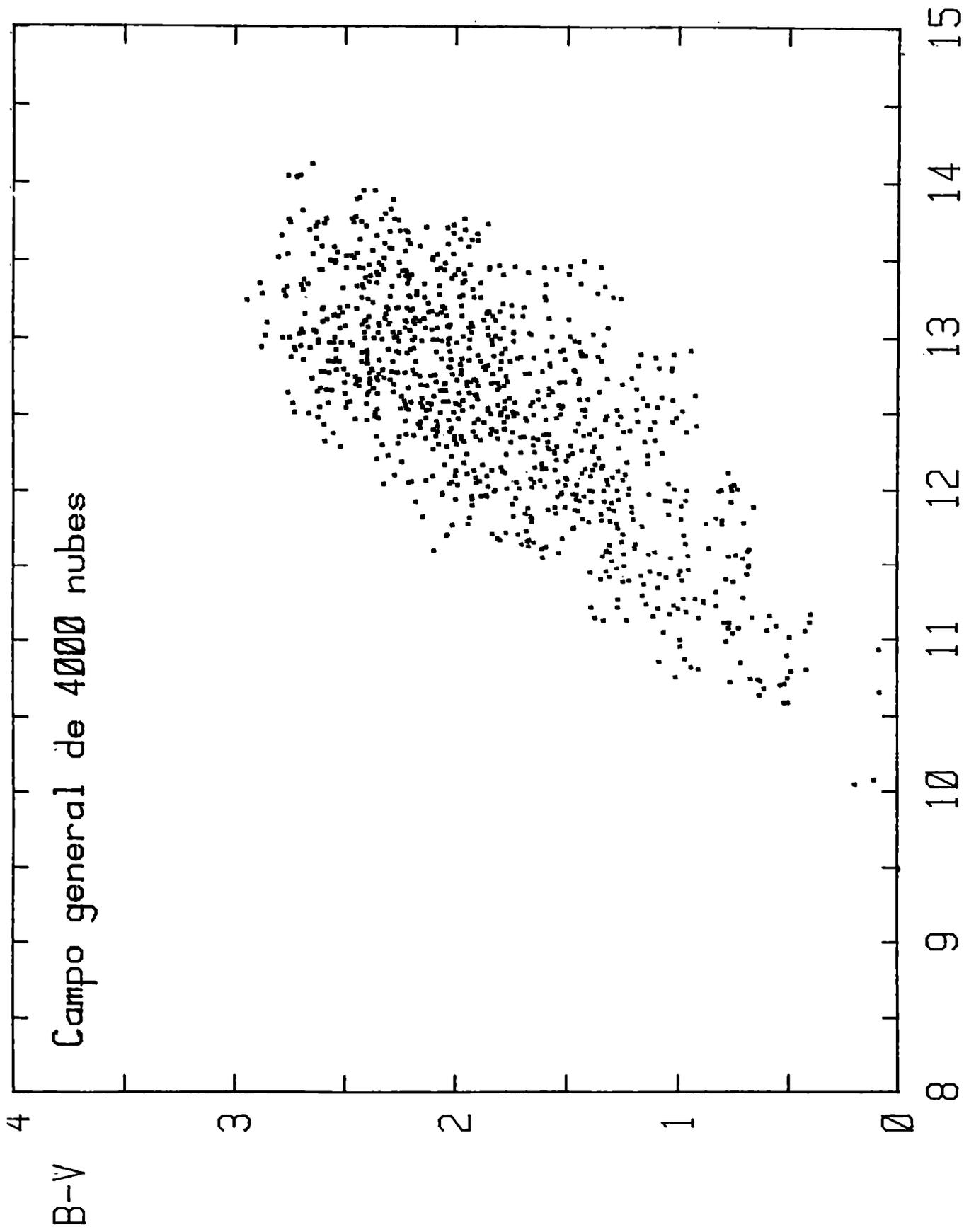


Fig. III - 8

$V-3(B-V)$

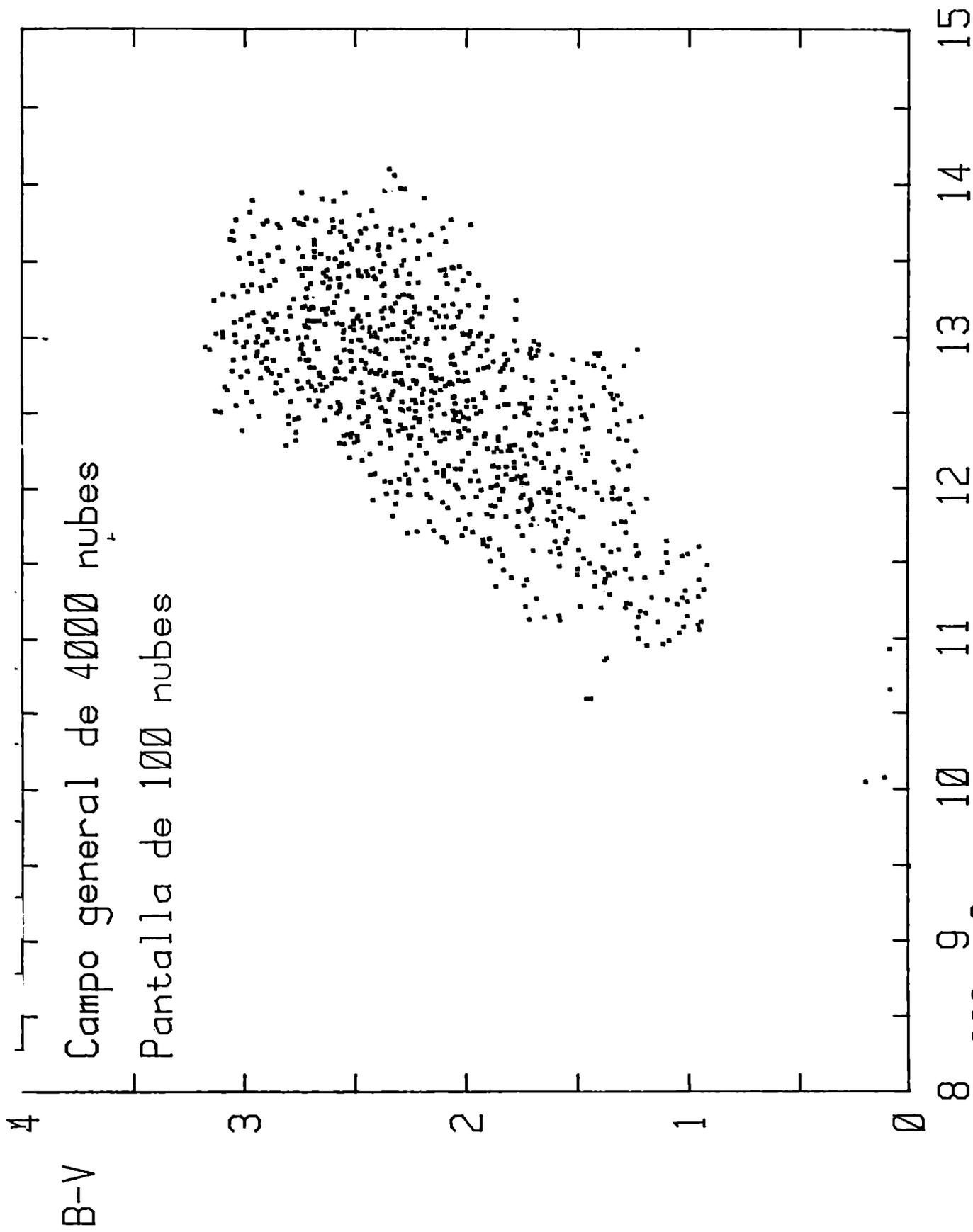
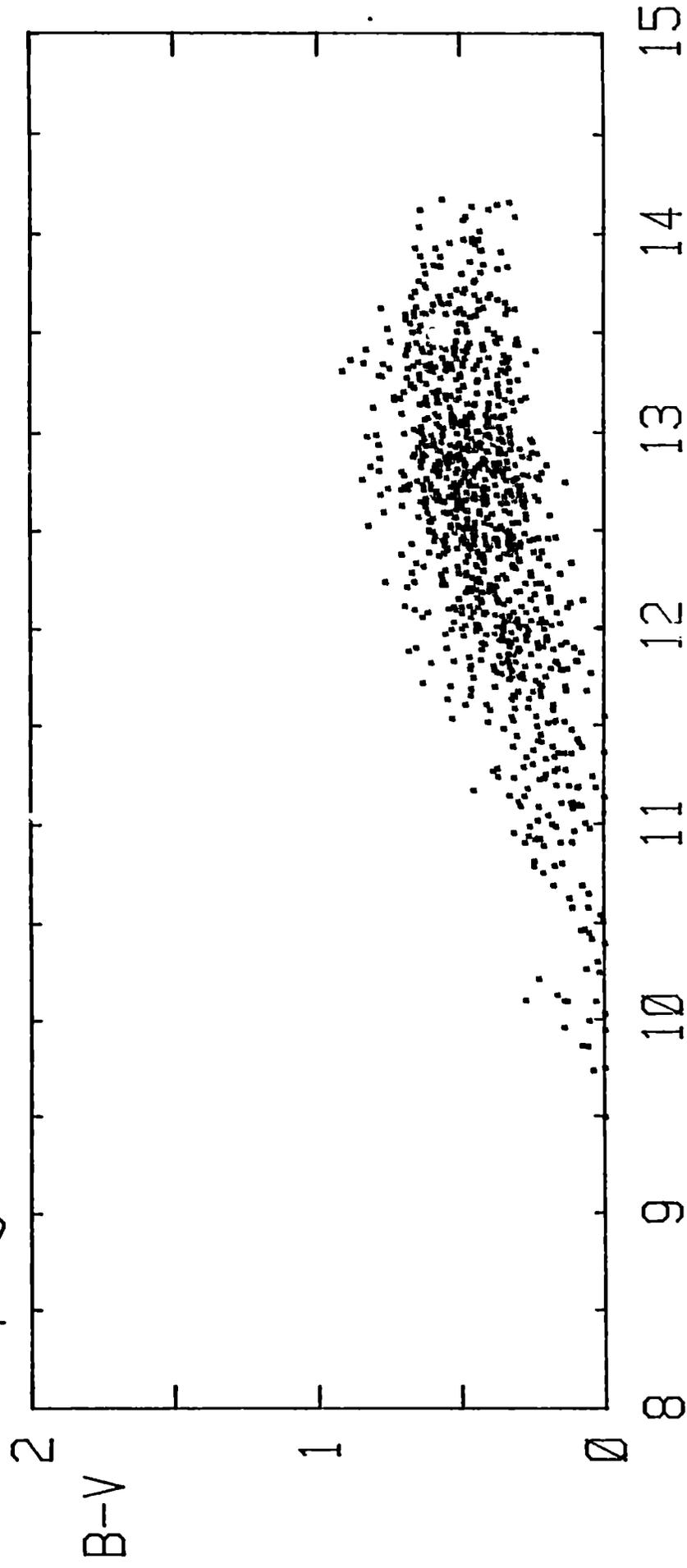


Fig. III - 9

V-3(B-V)

Campo general de 10000 nubes



$V-3(B-V)$

Fig. III - 10

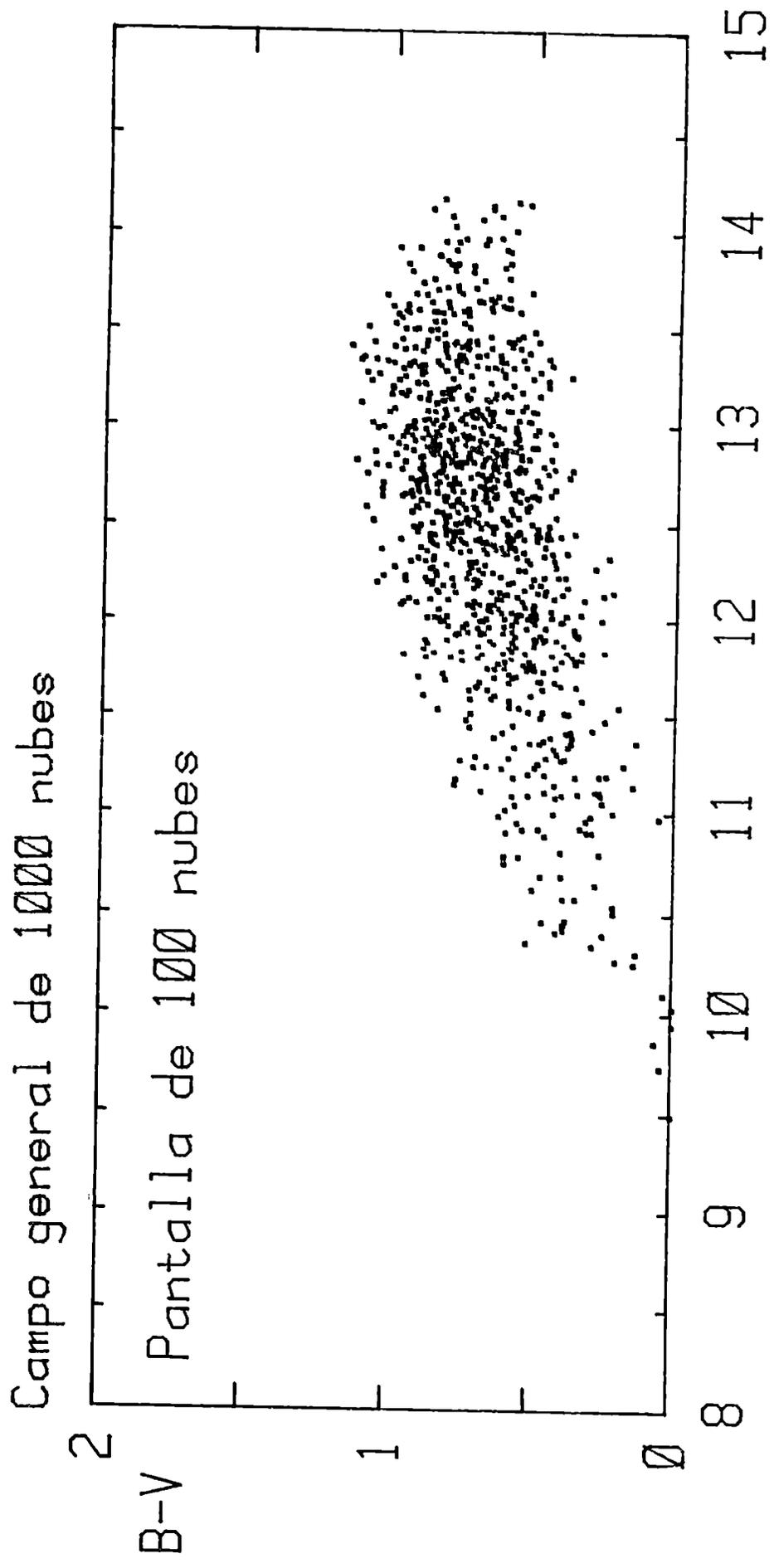


Fig. III - 11 V-3(B-V)

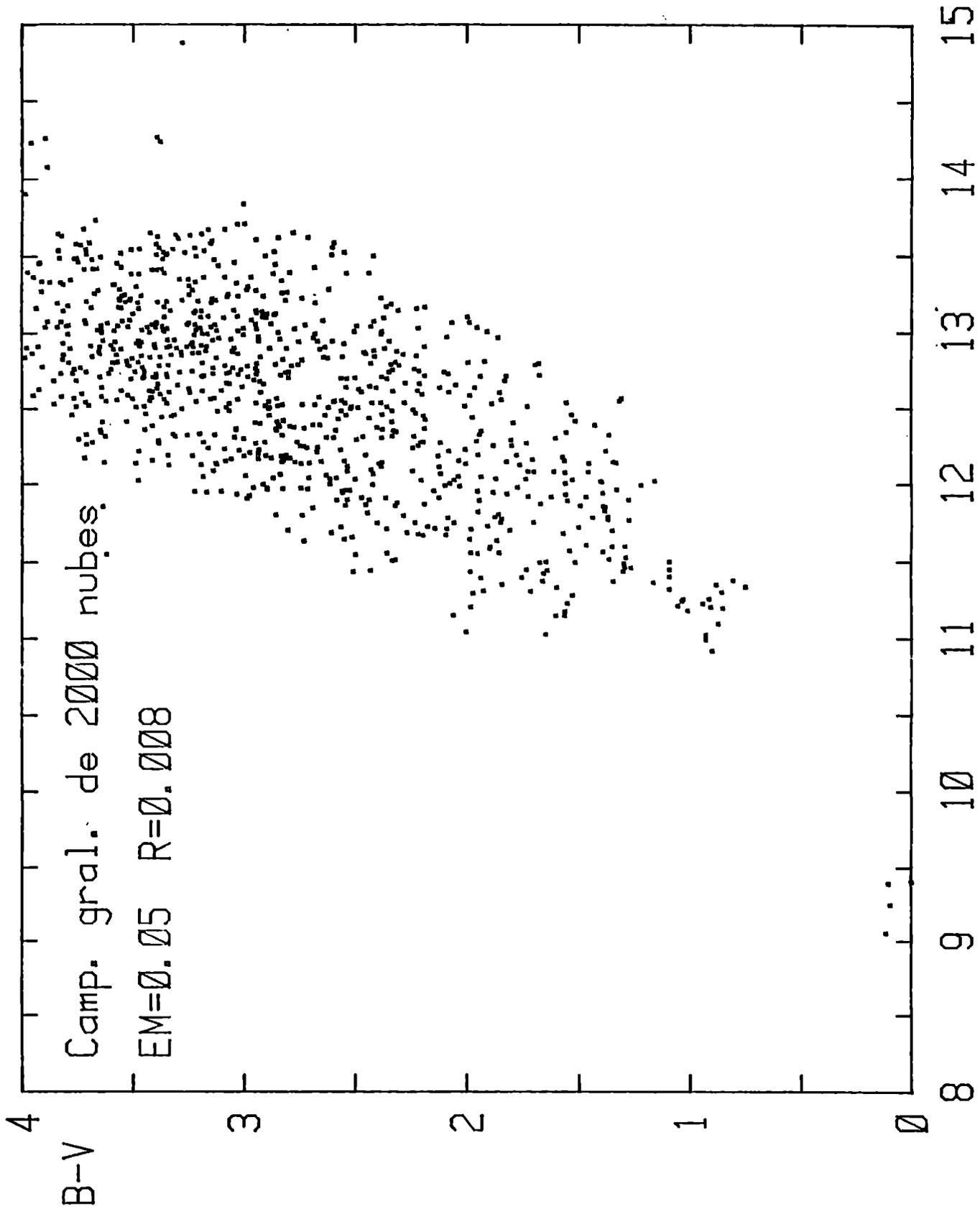


Fig. III - 12

V-3(B-V)

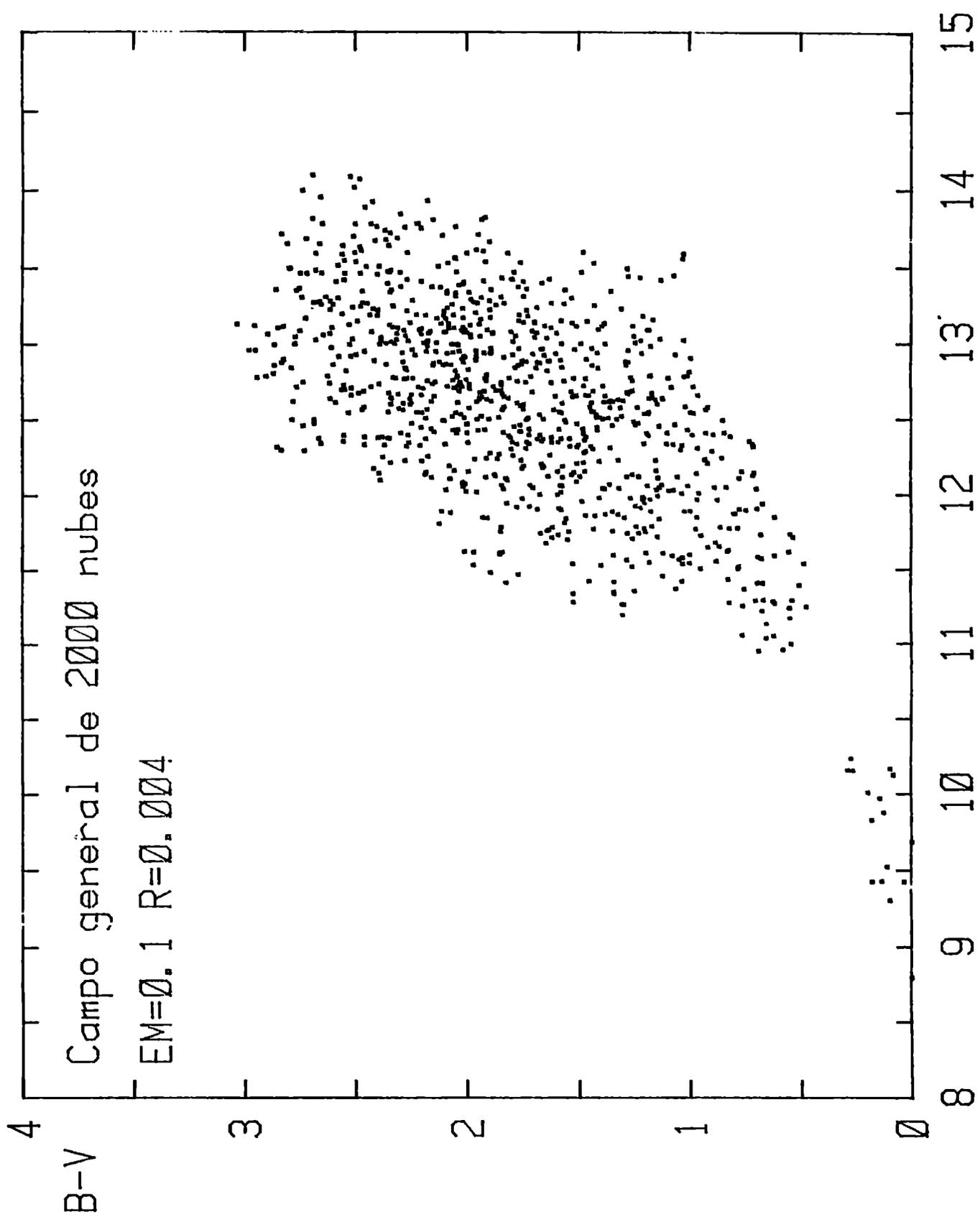


Fig. III - 13

V-3(B-V)

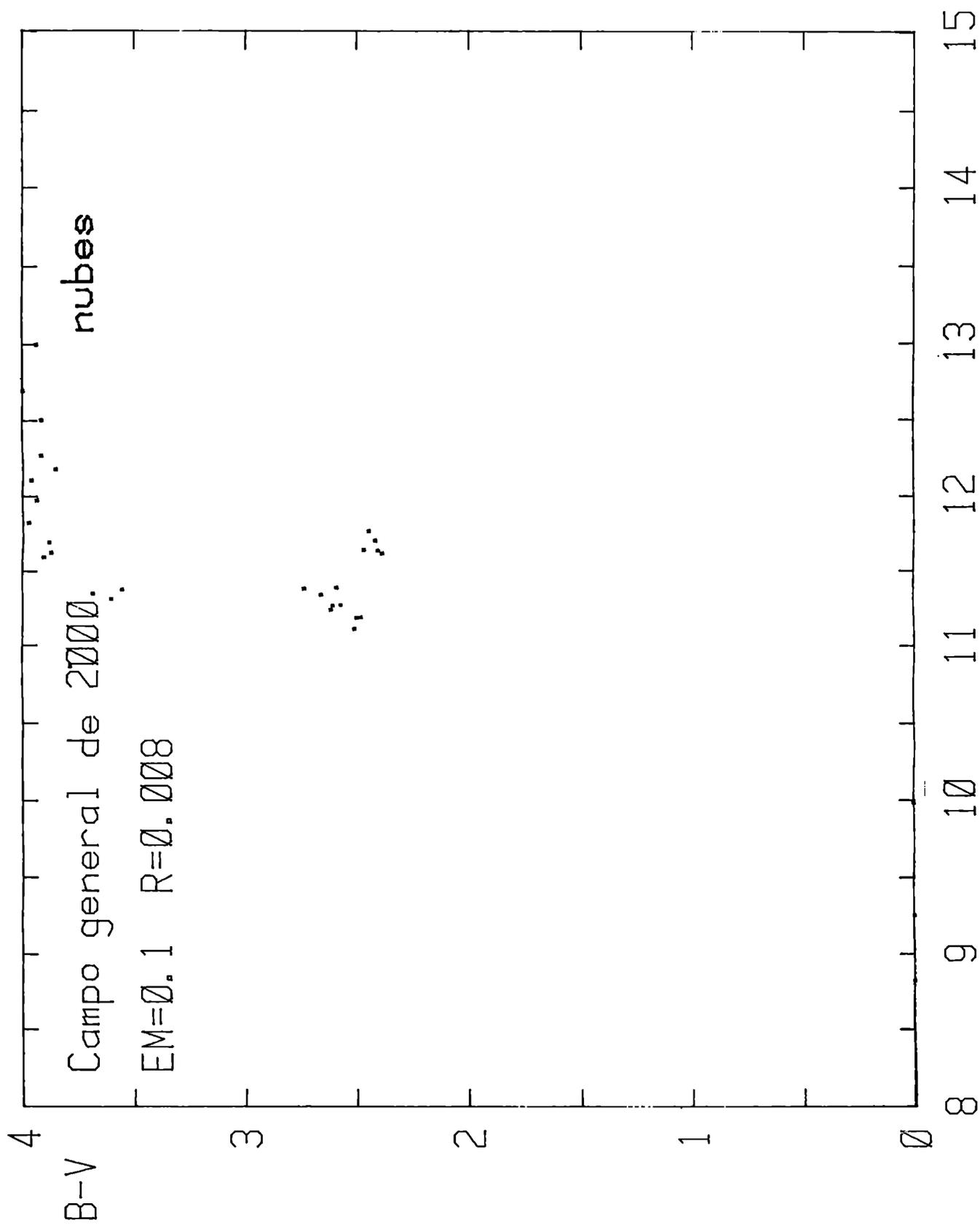


Fig. III - 14

V-3(B-V)

Campo general de 2000 nubes

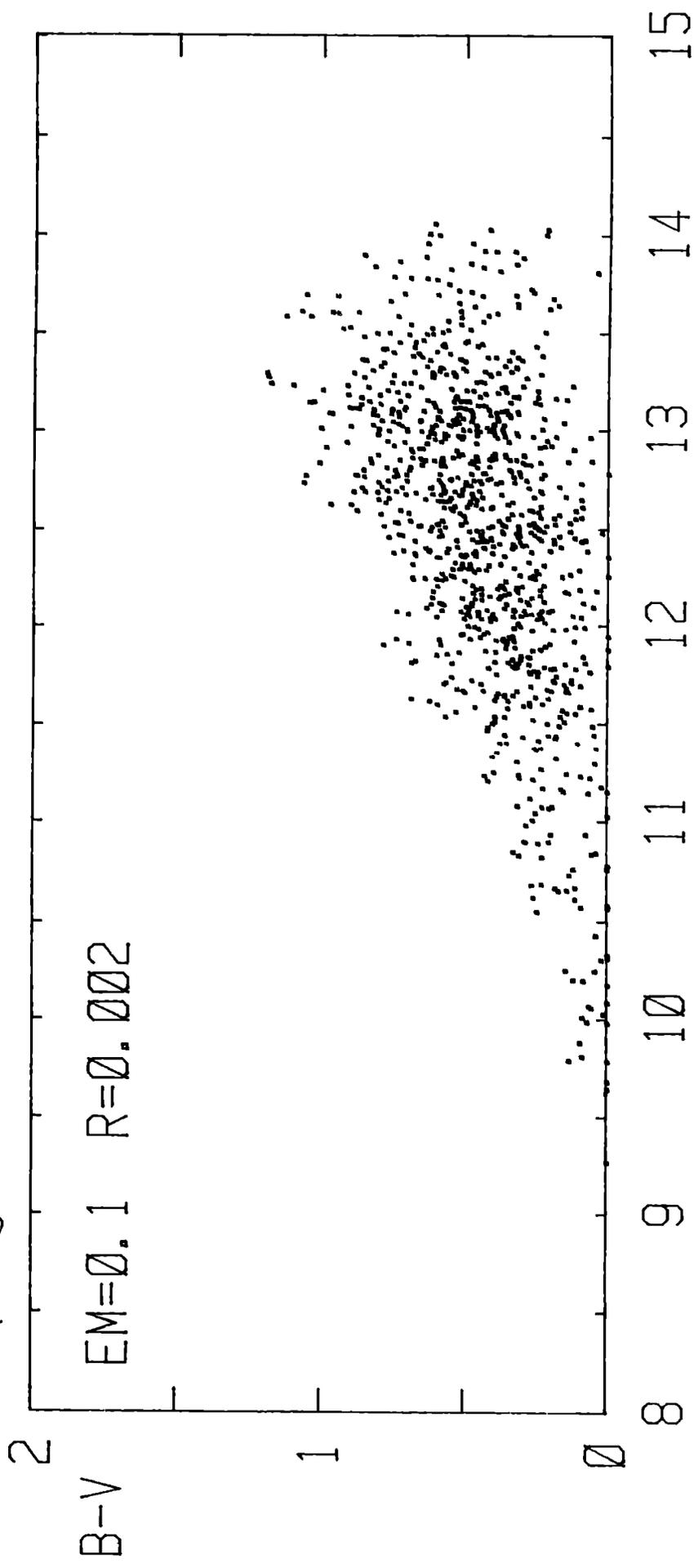
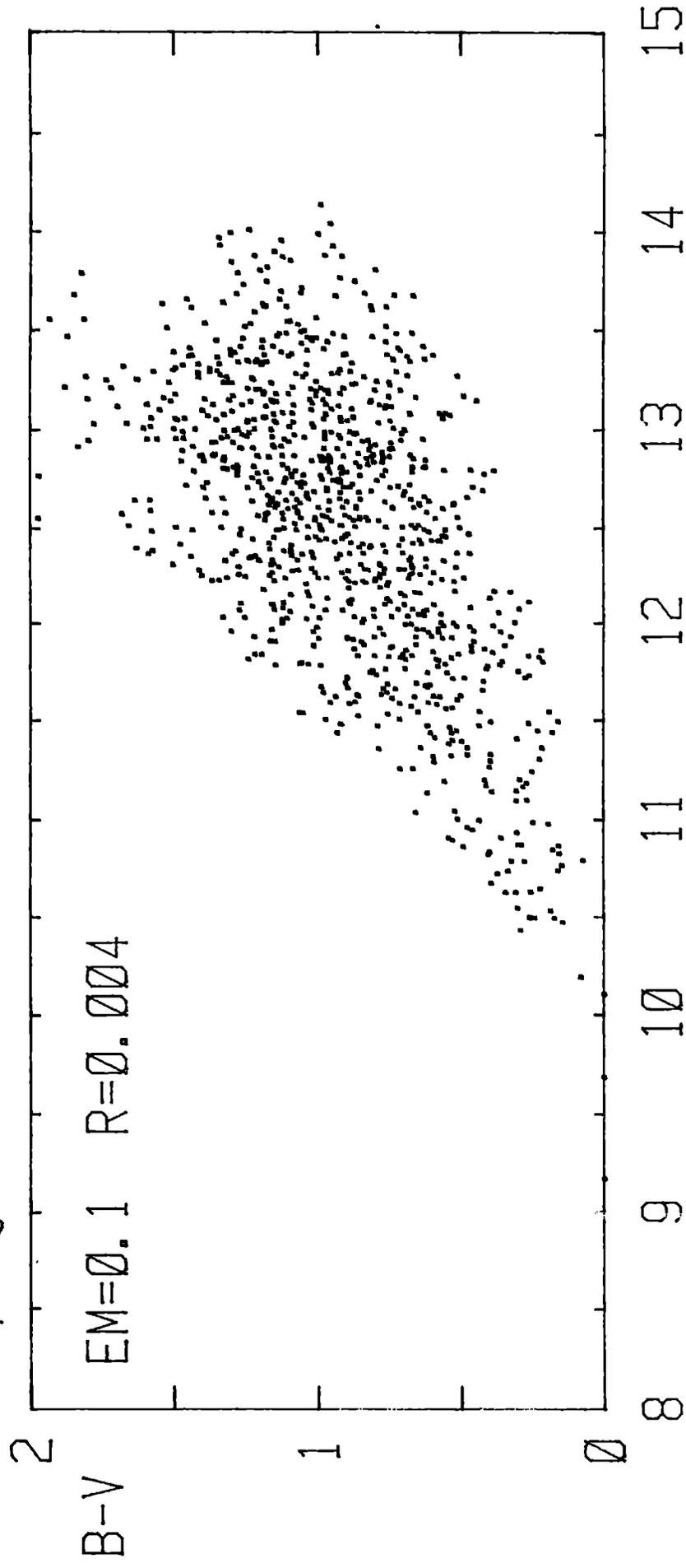


Fig. III - 15

$V-3(B-V)$

Campo general de 10000 nubes



$V-3(B-V)$

Fig. III - 16

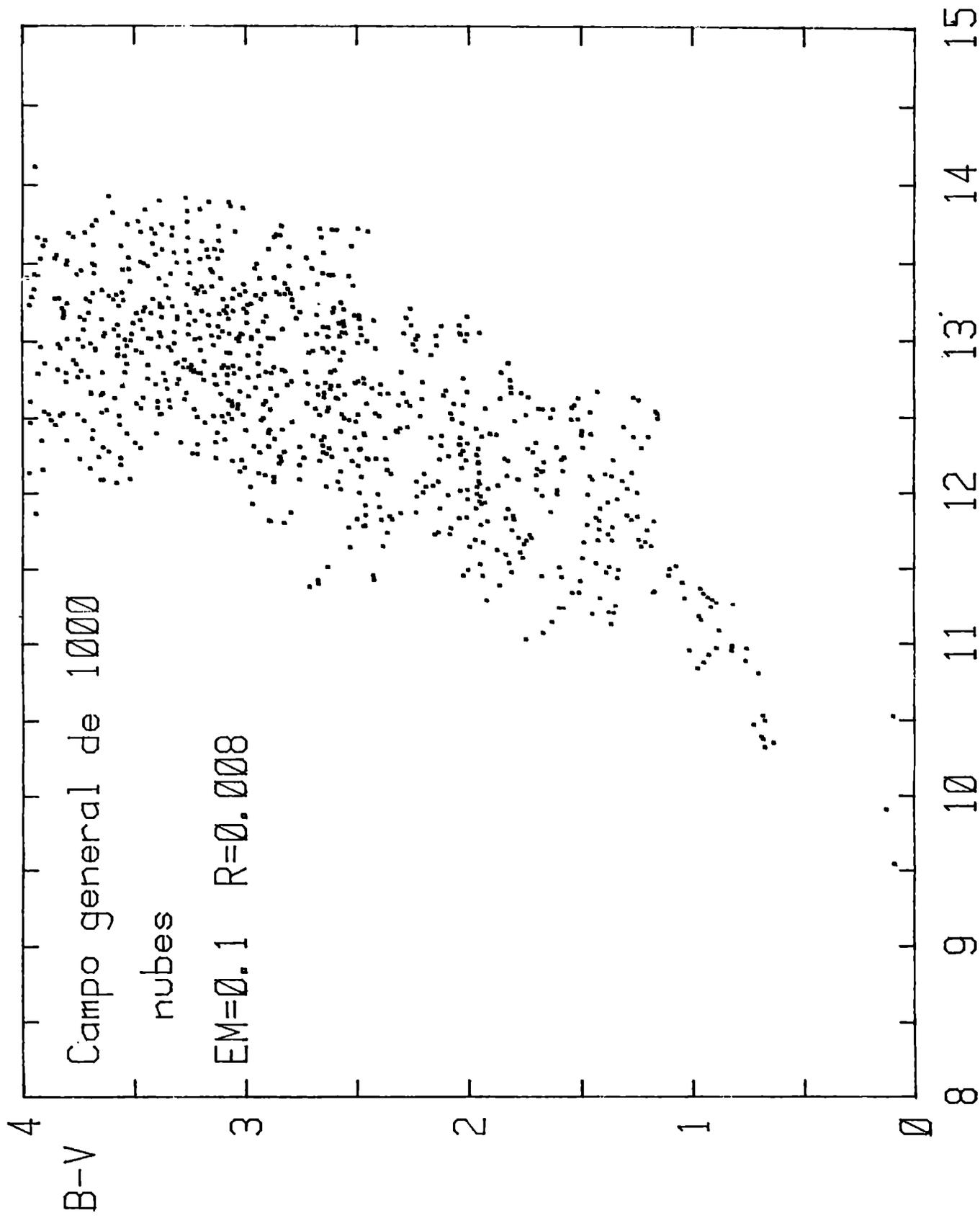


Fig. III - 17

V-3(B-V)

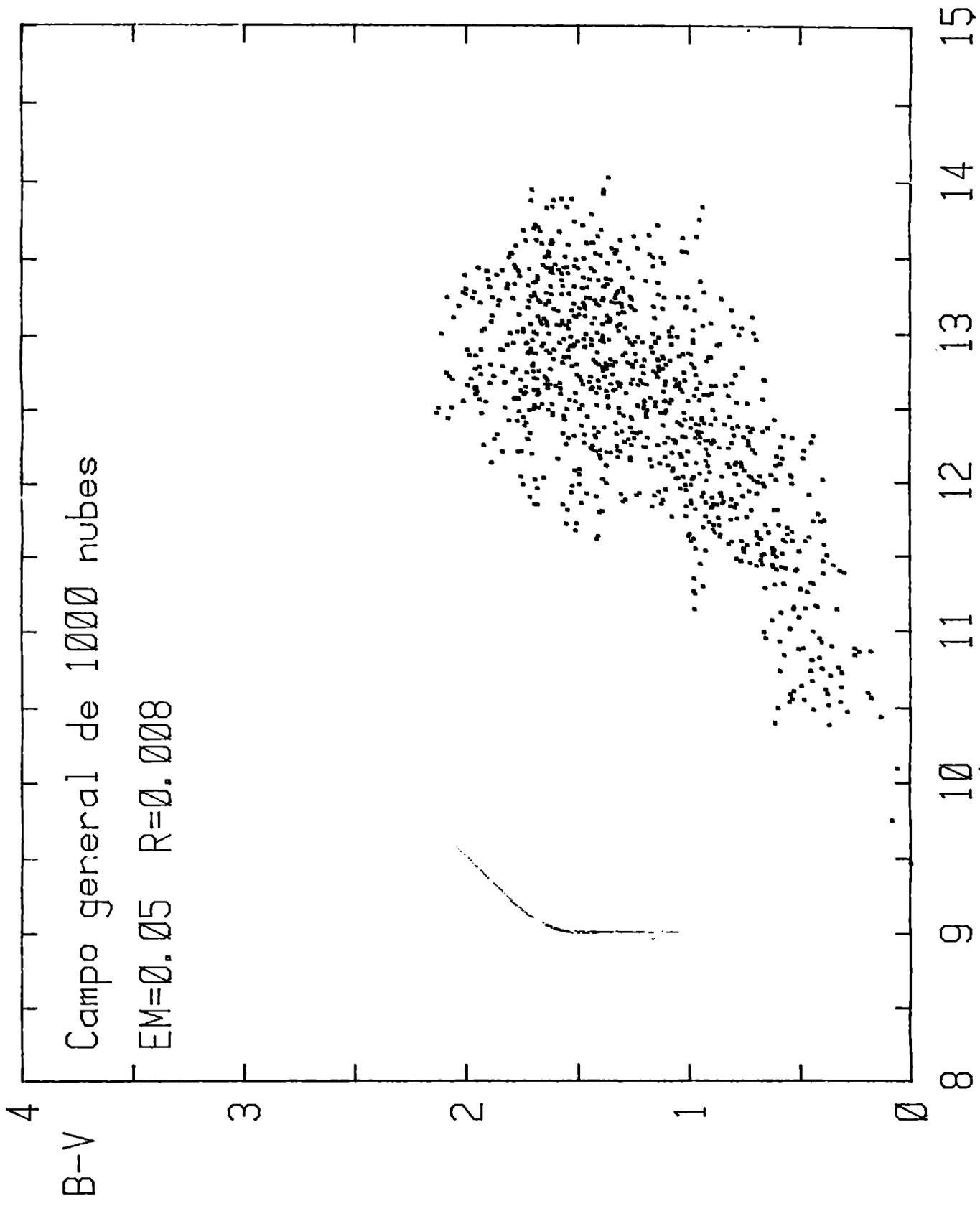


Fig. III - 18 V-3(B-V)

CHI=11.84

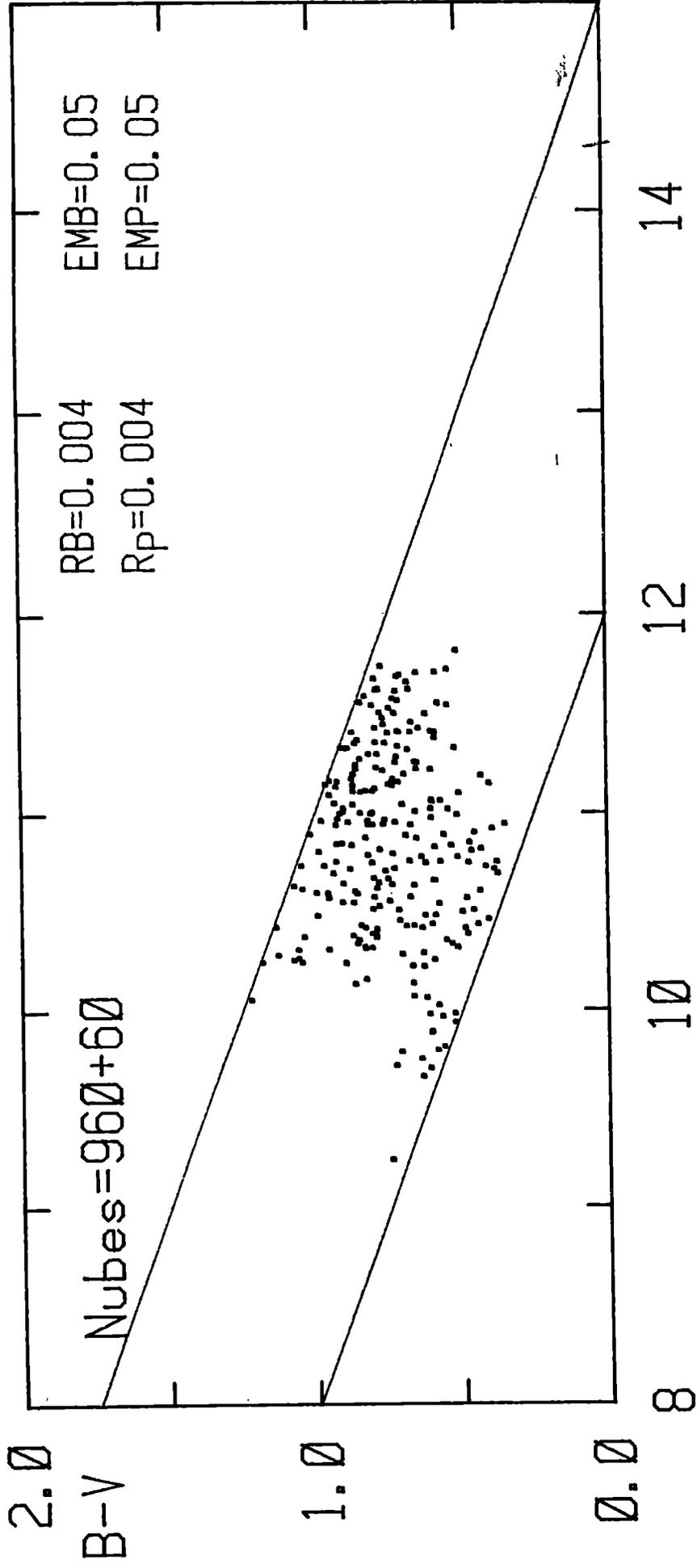


Fig. IV - 1

CHI=11.73

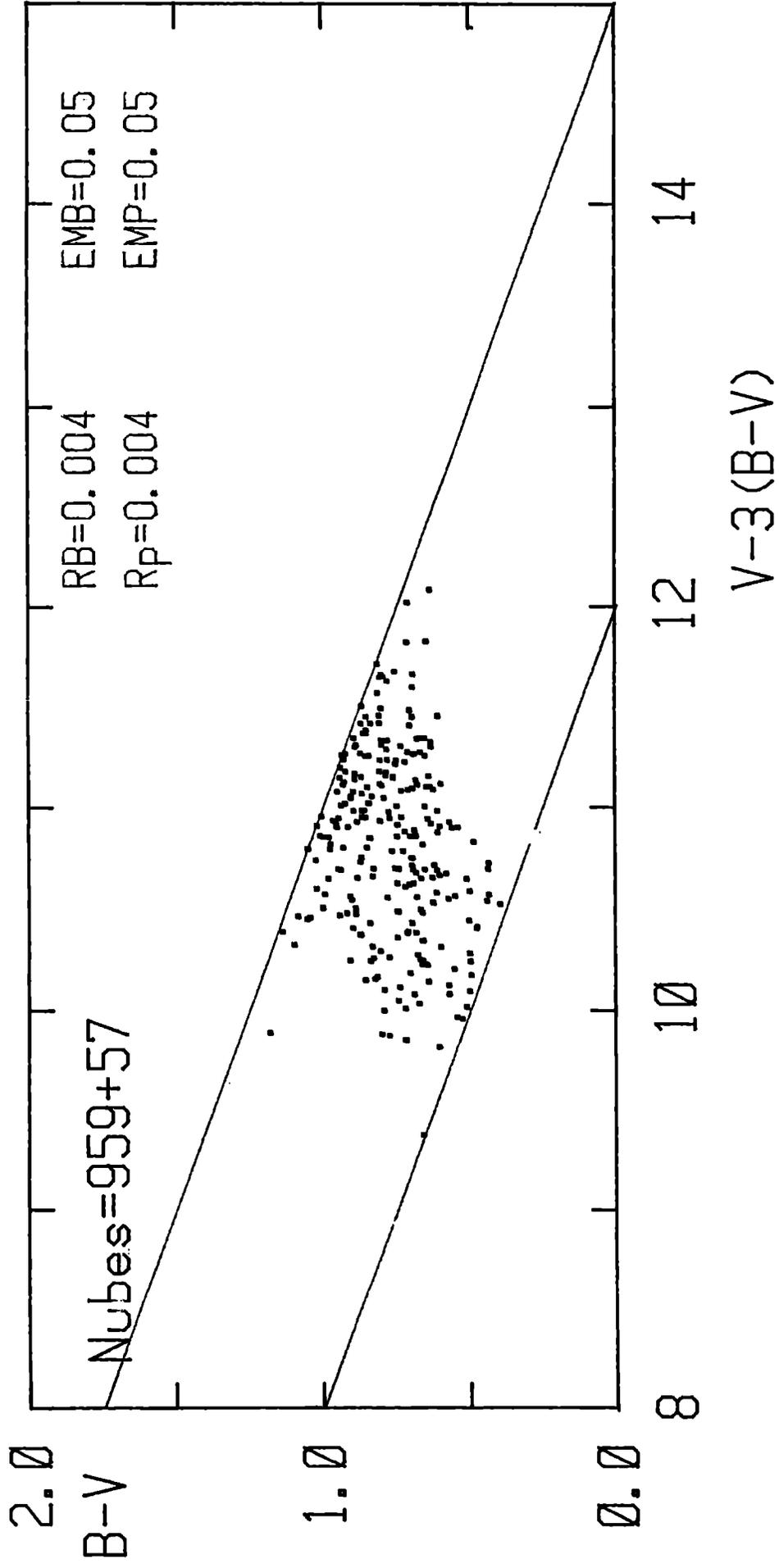


Fig. IV - 2

CHI=33.42

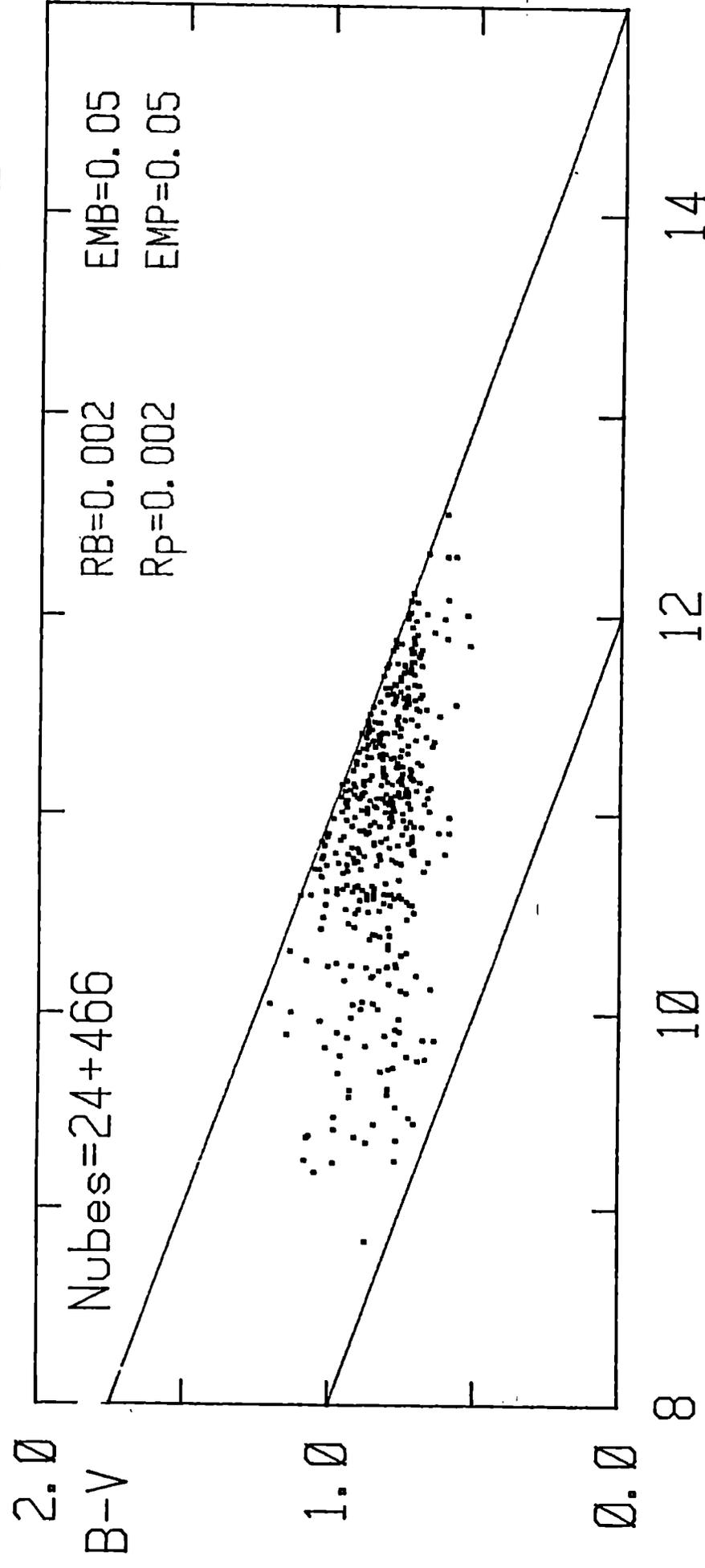


Fig. IV - 3 V-3(B-V)

CHI=25.99

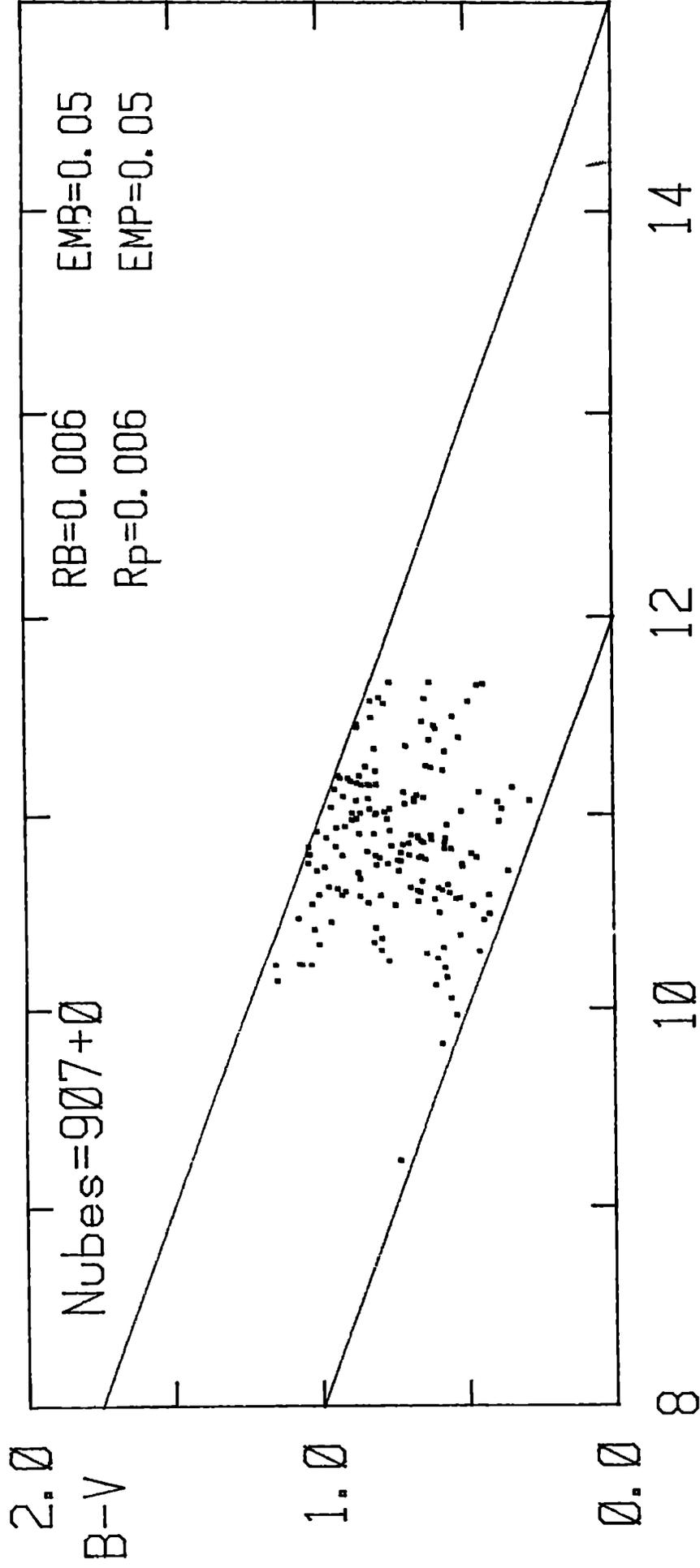


Fig. IV - 4

CHI=56.15

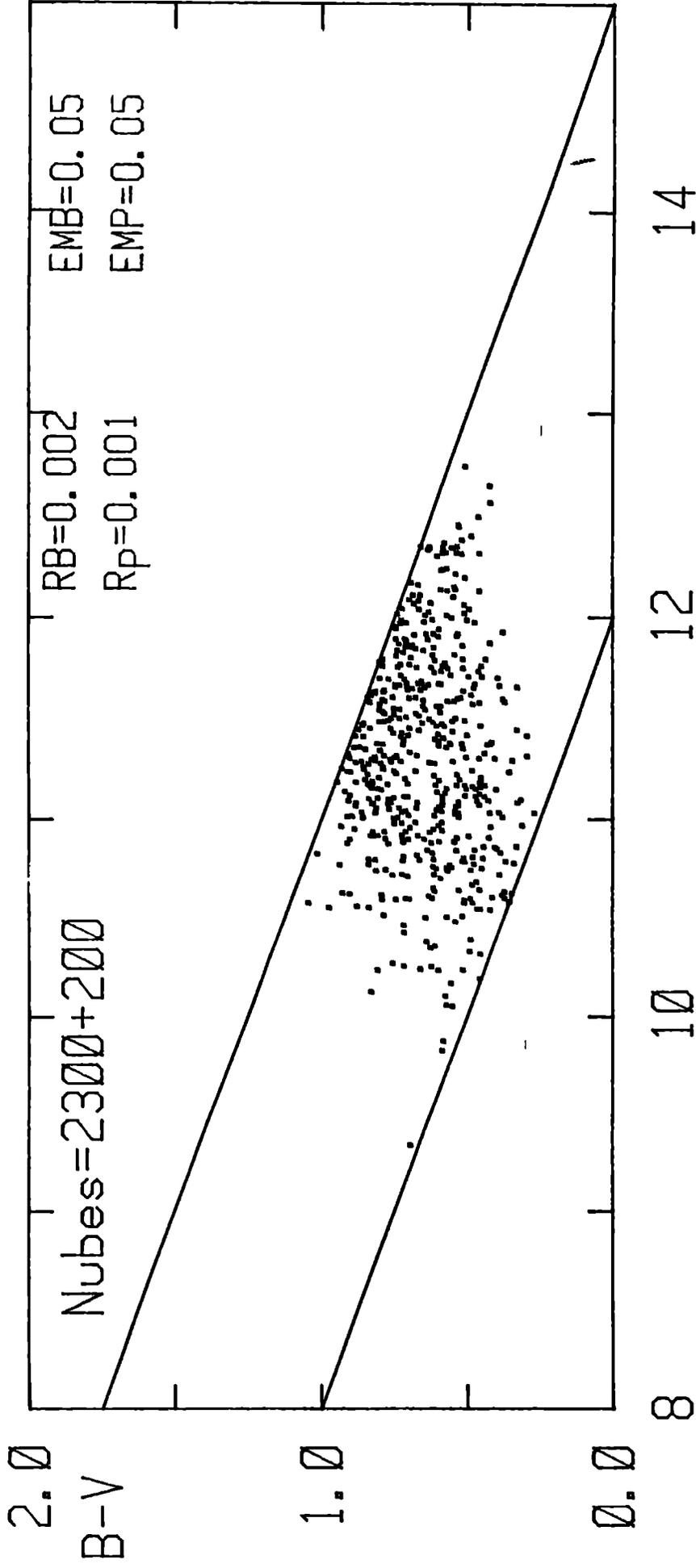


Fig. IV - 5

V-3(B-V)

CHI=17.53

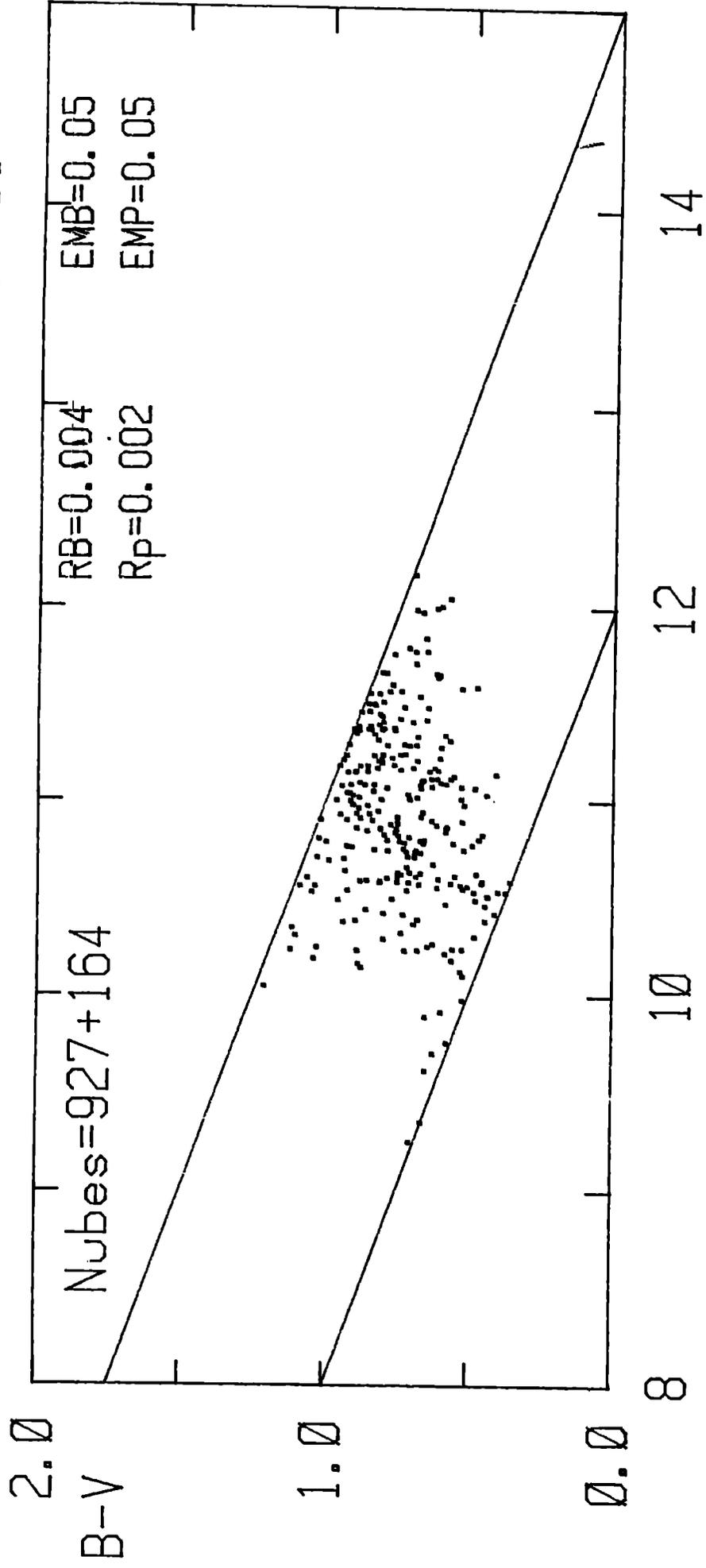
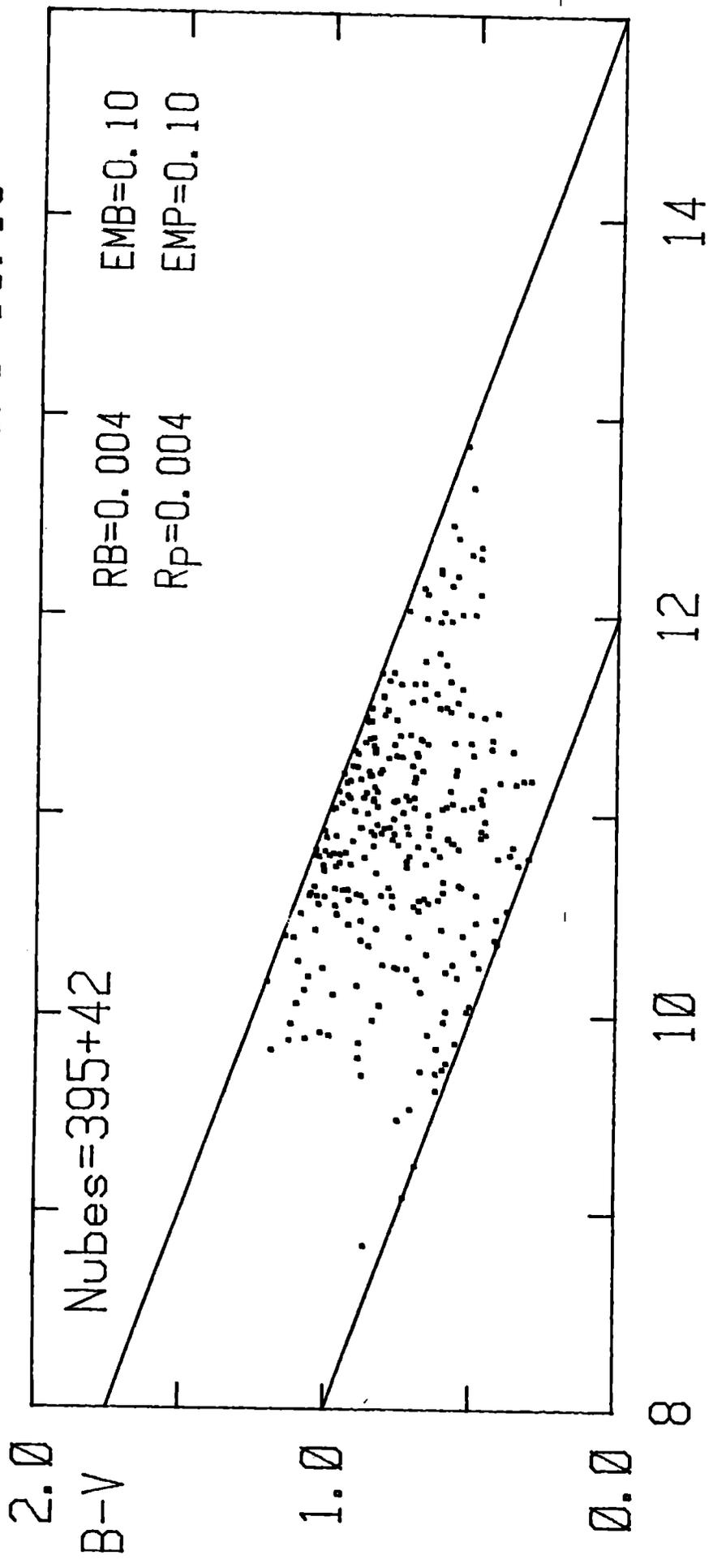


Fig. IV - 6

CHI=15.18



V-3(B-V)

Fig. IV - 7

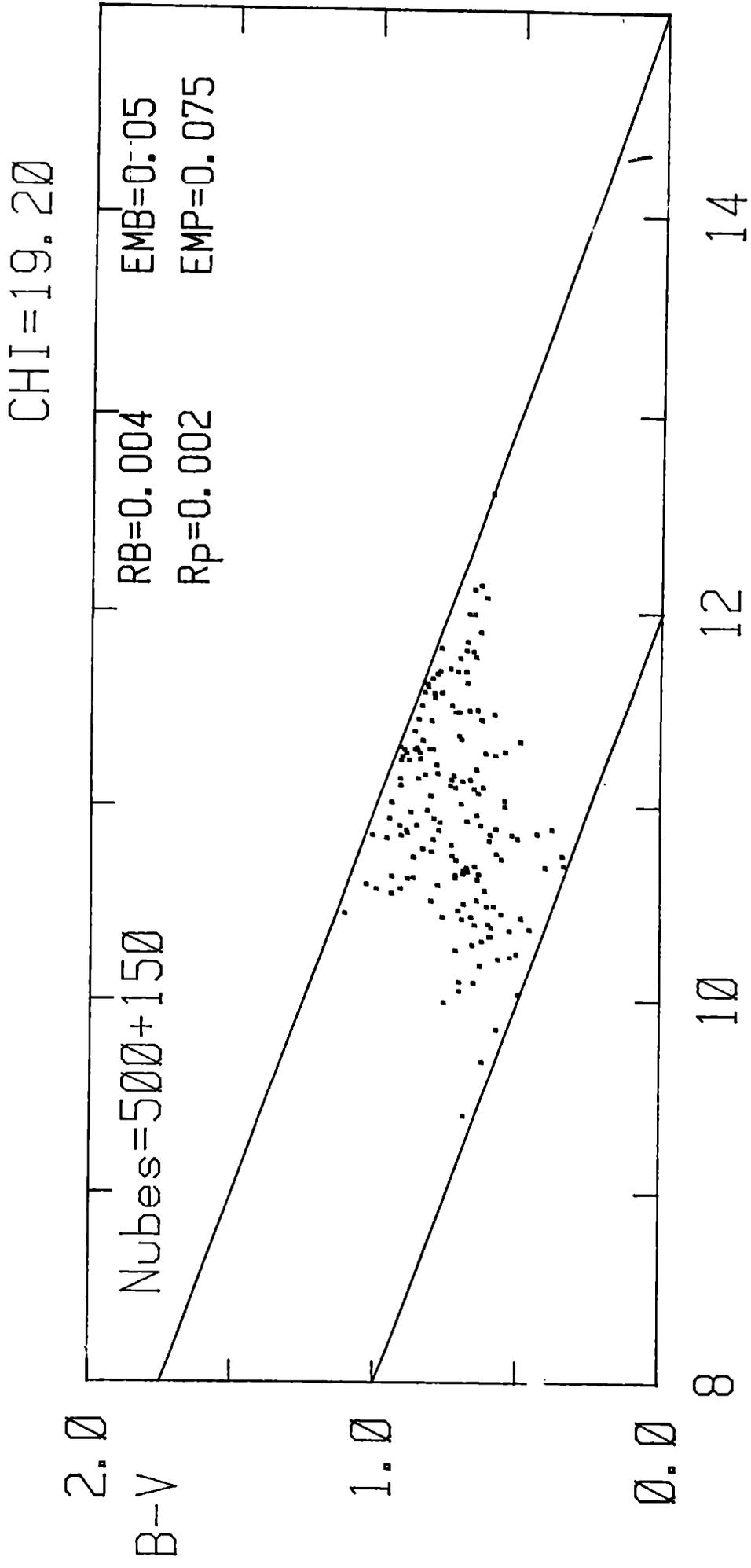


Fig. IV - 8

V-3(B-V)

CHI=14.51

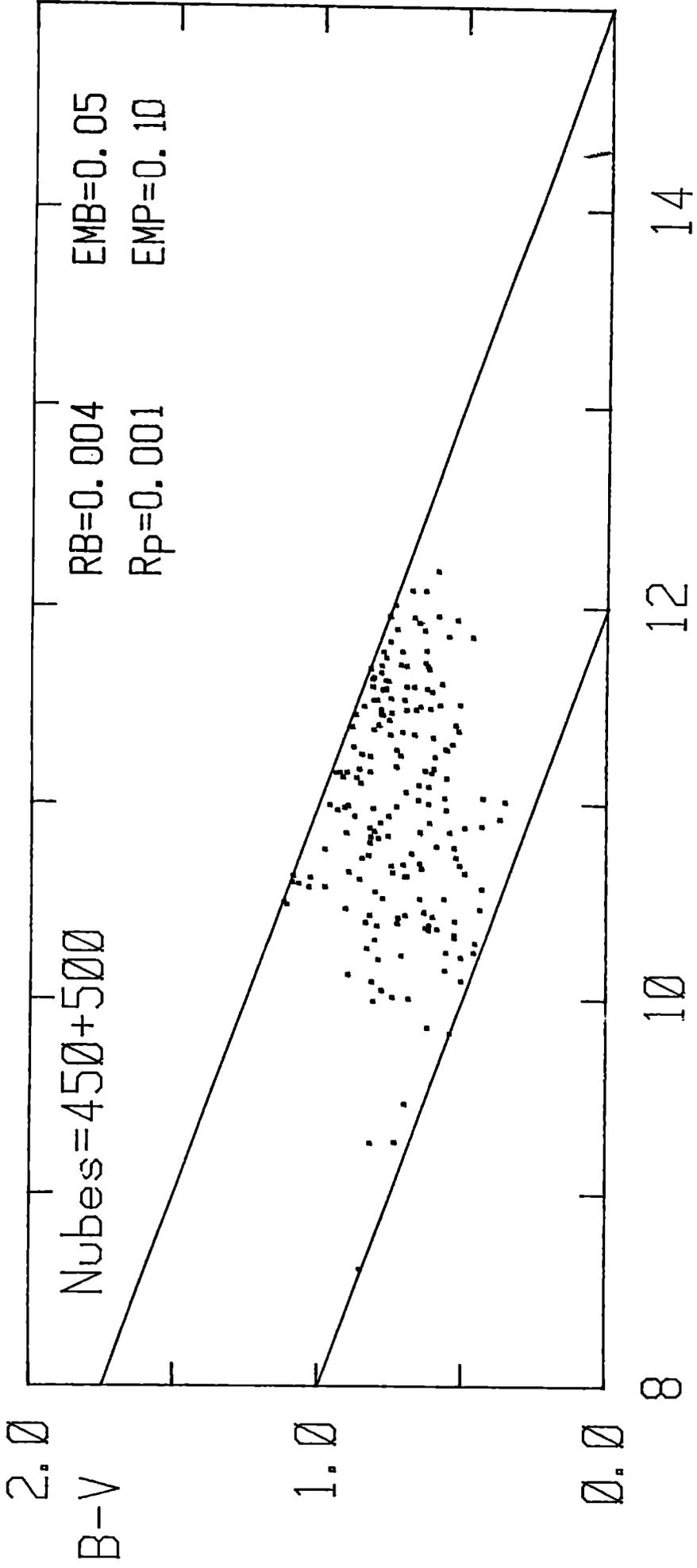
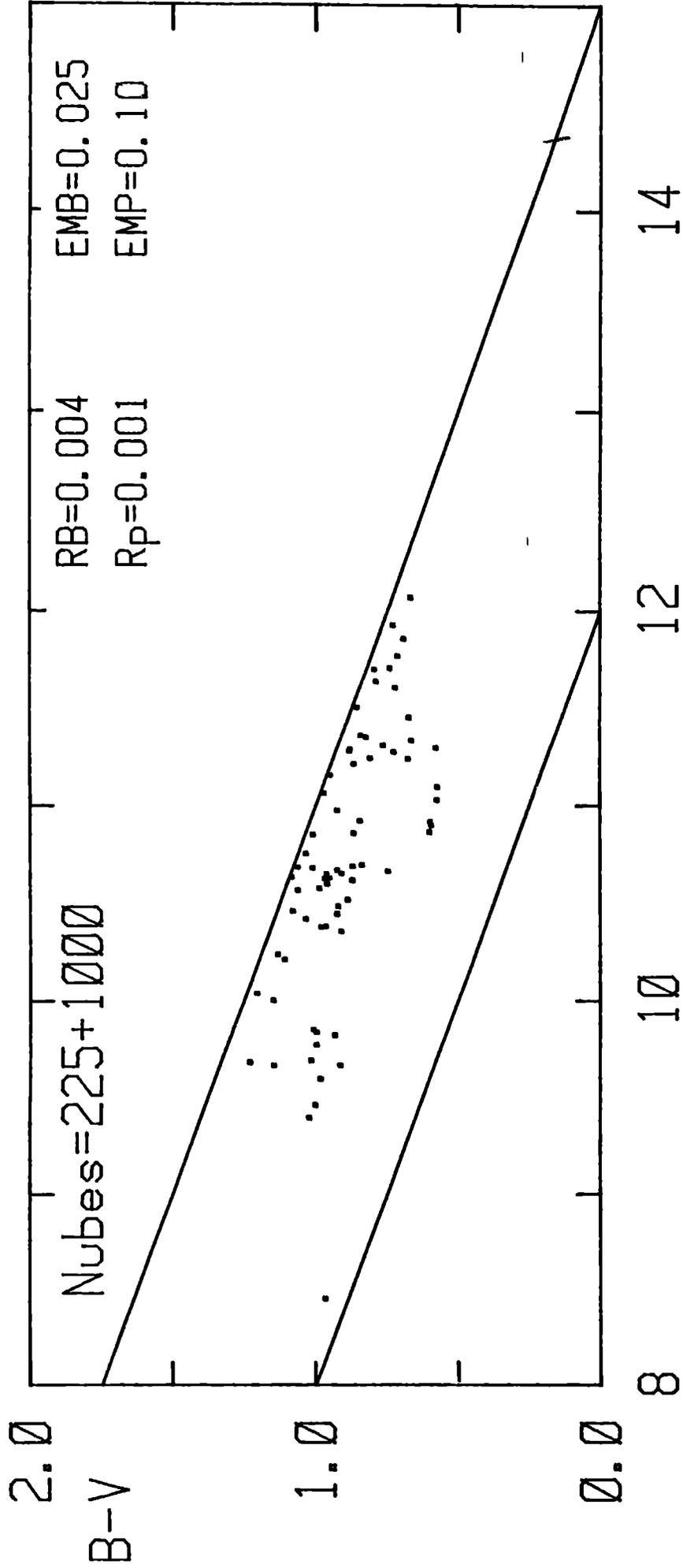


Fig. IV - 9

V-3(B-V)

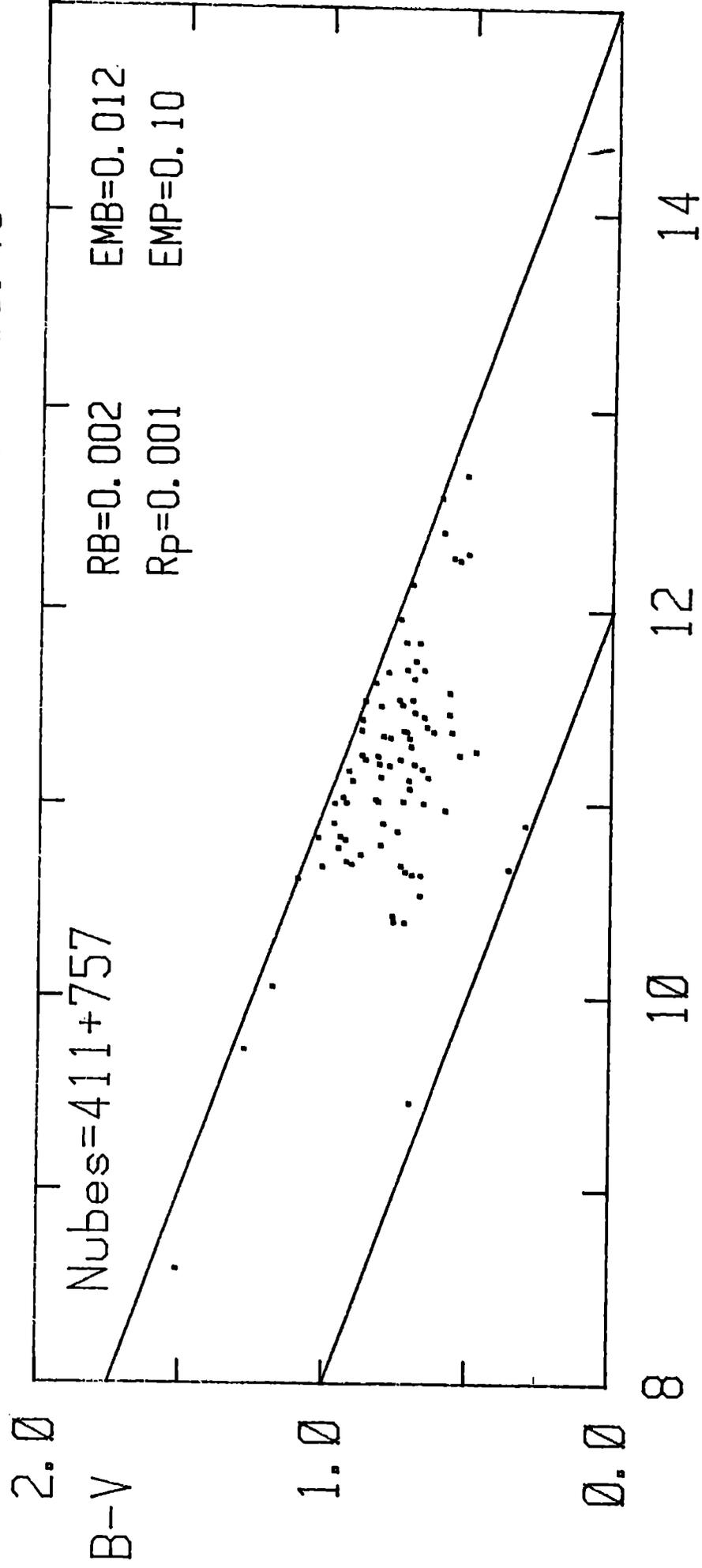
CHI=28.97



V-3(B-V)

Fig. IV - 10

CHI=33.49



V-3(B-V)

Fig. IV - 11

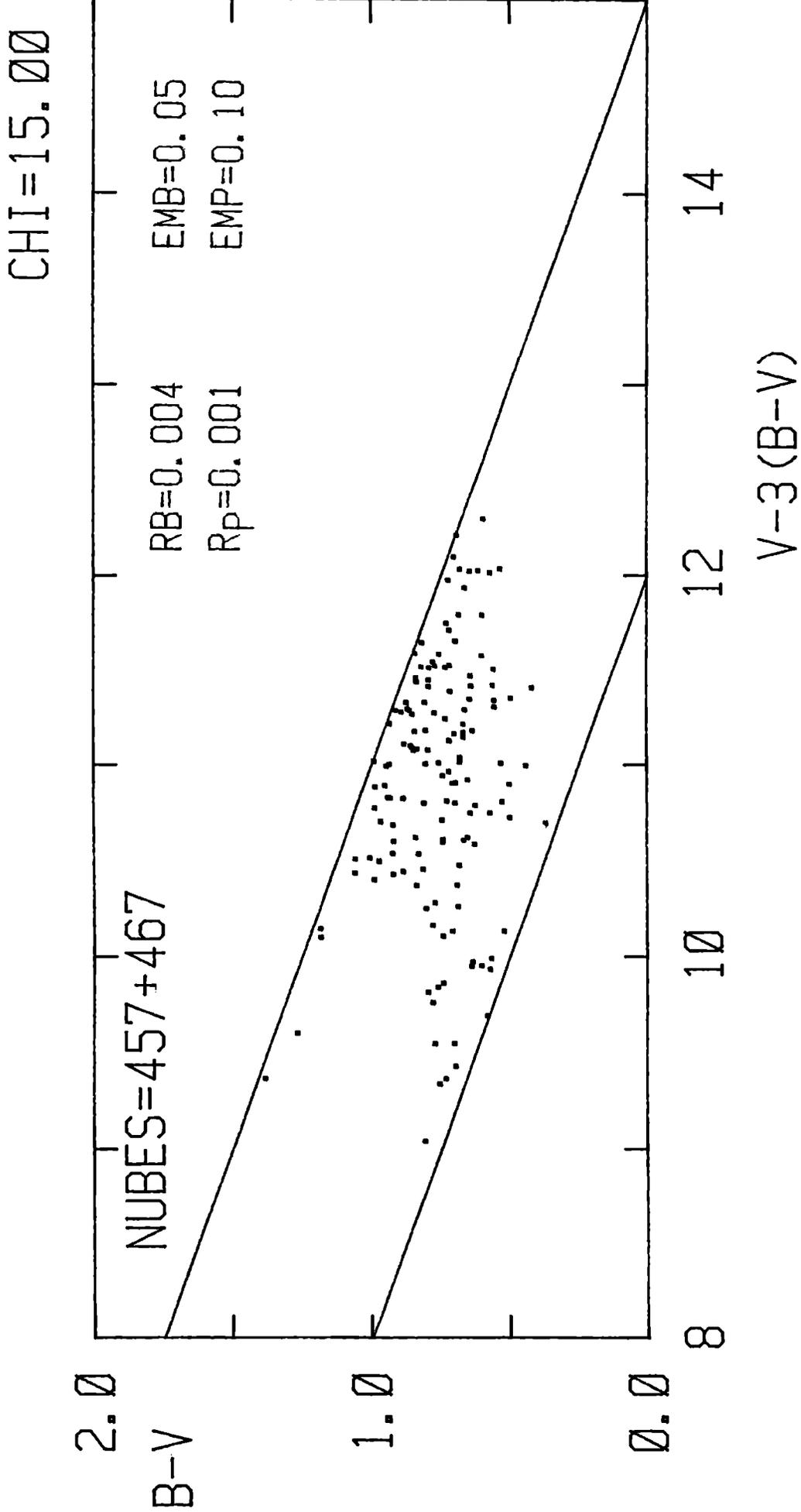


Fig. IV - 12

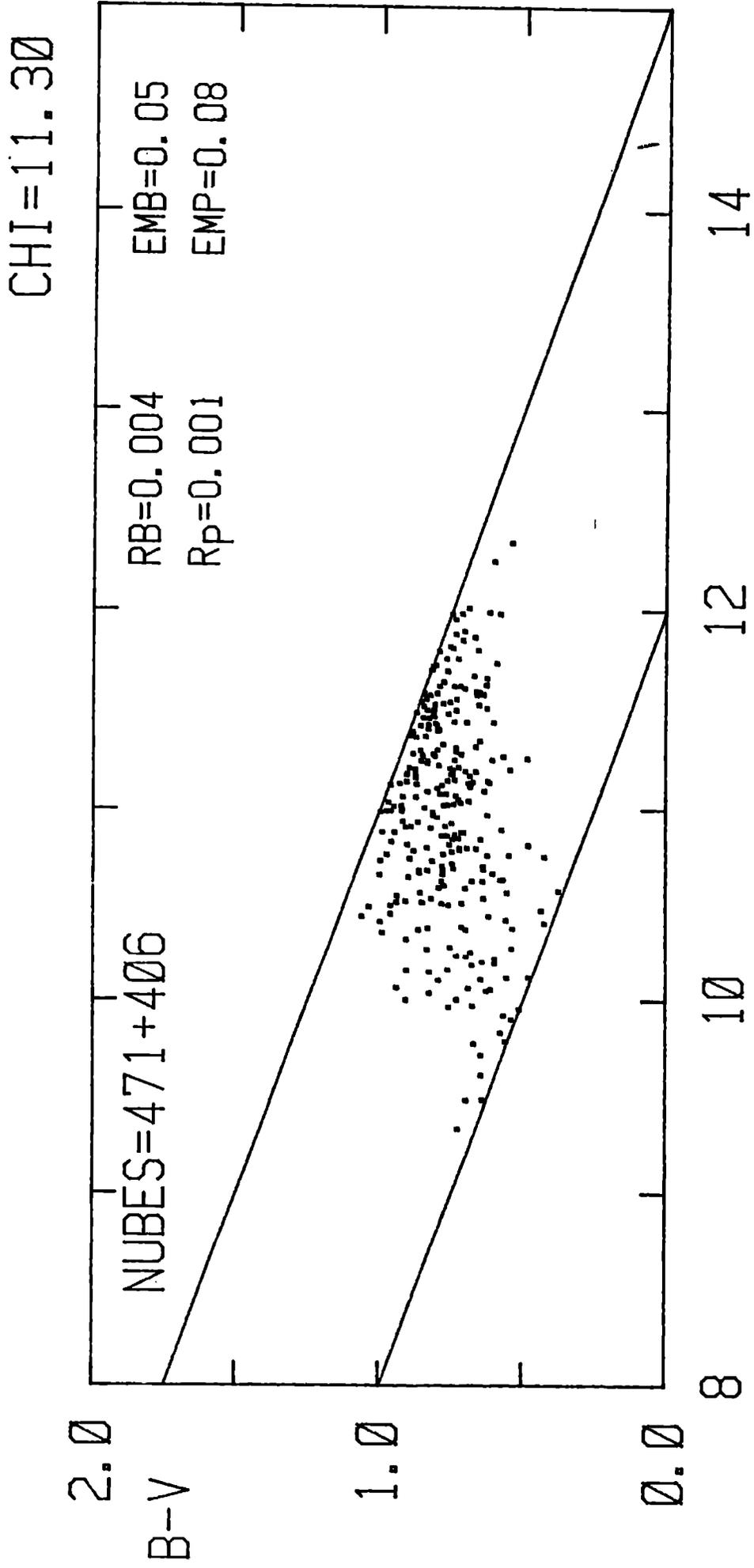


Fig. IV - 13

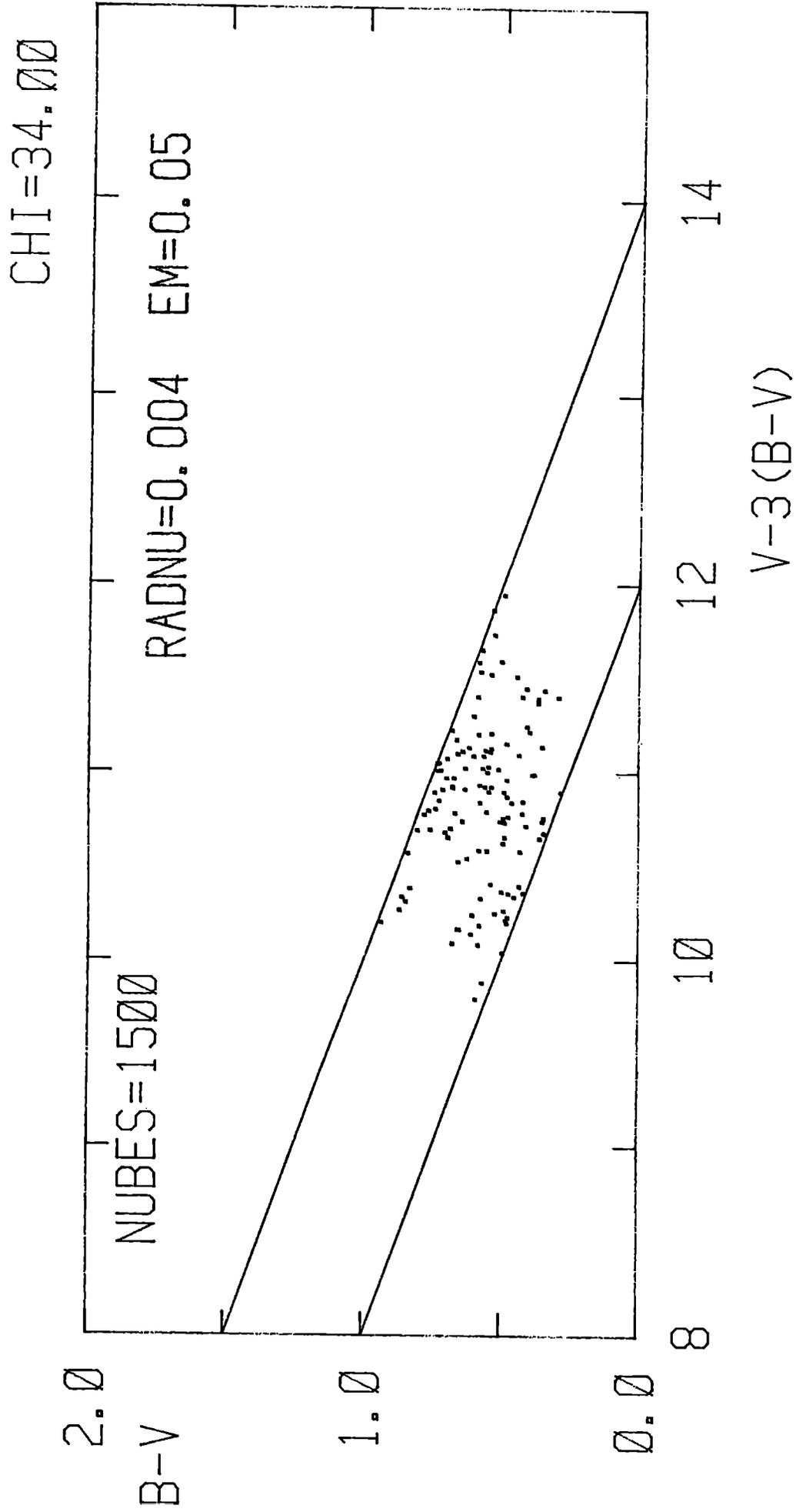


Fig. IV - 14

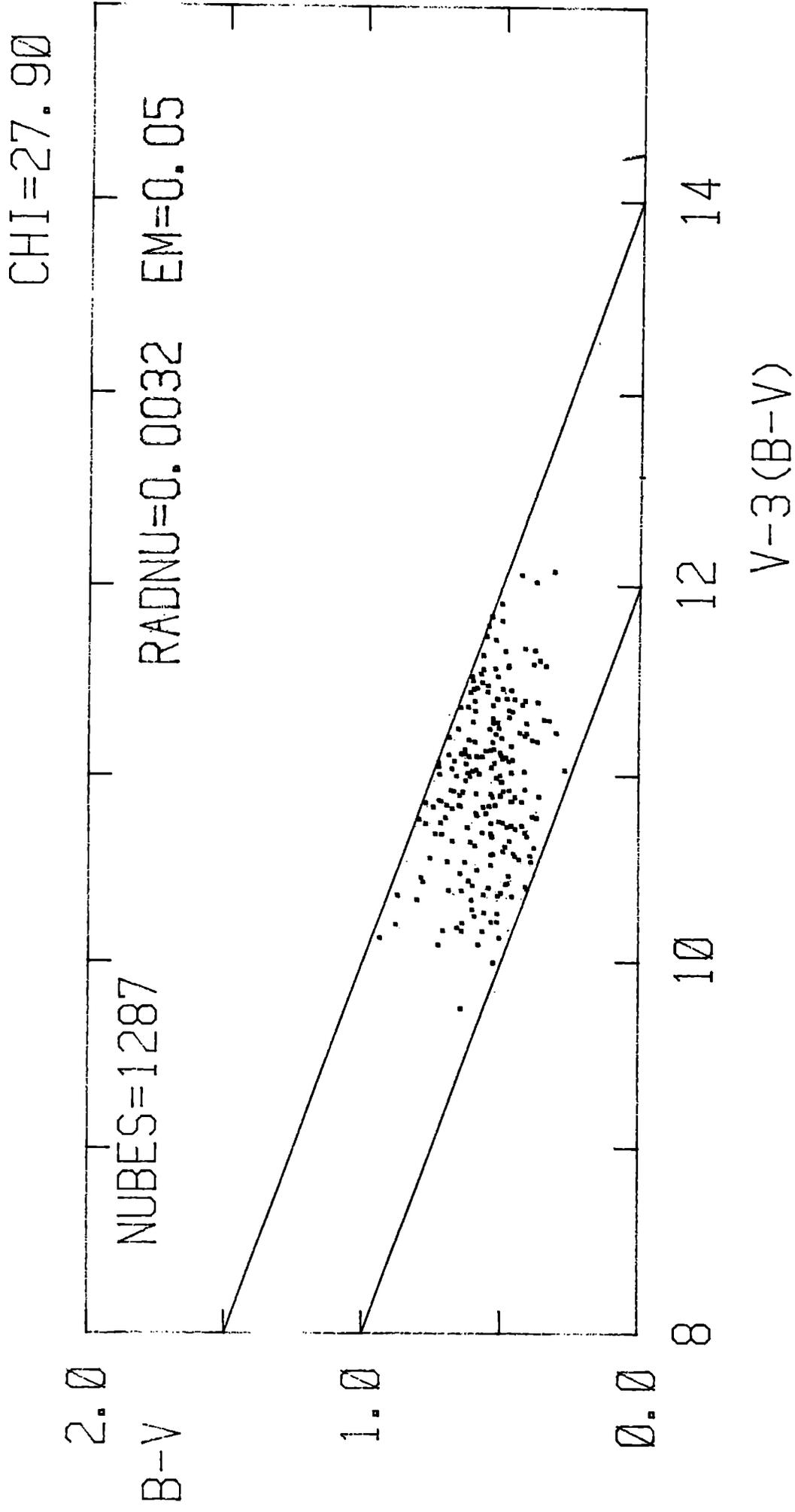


Fig. IV - 15

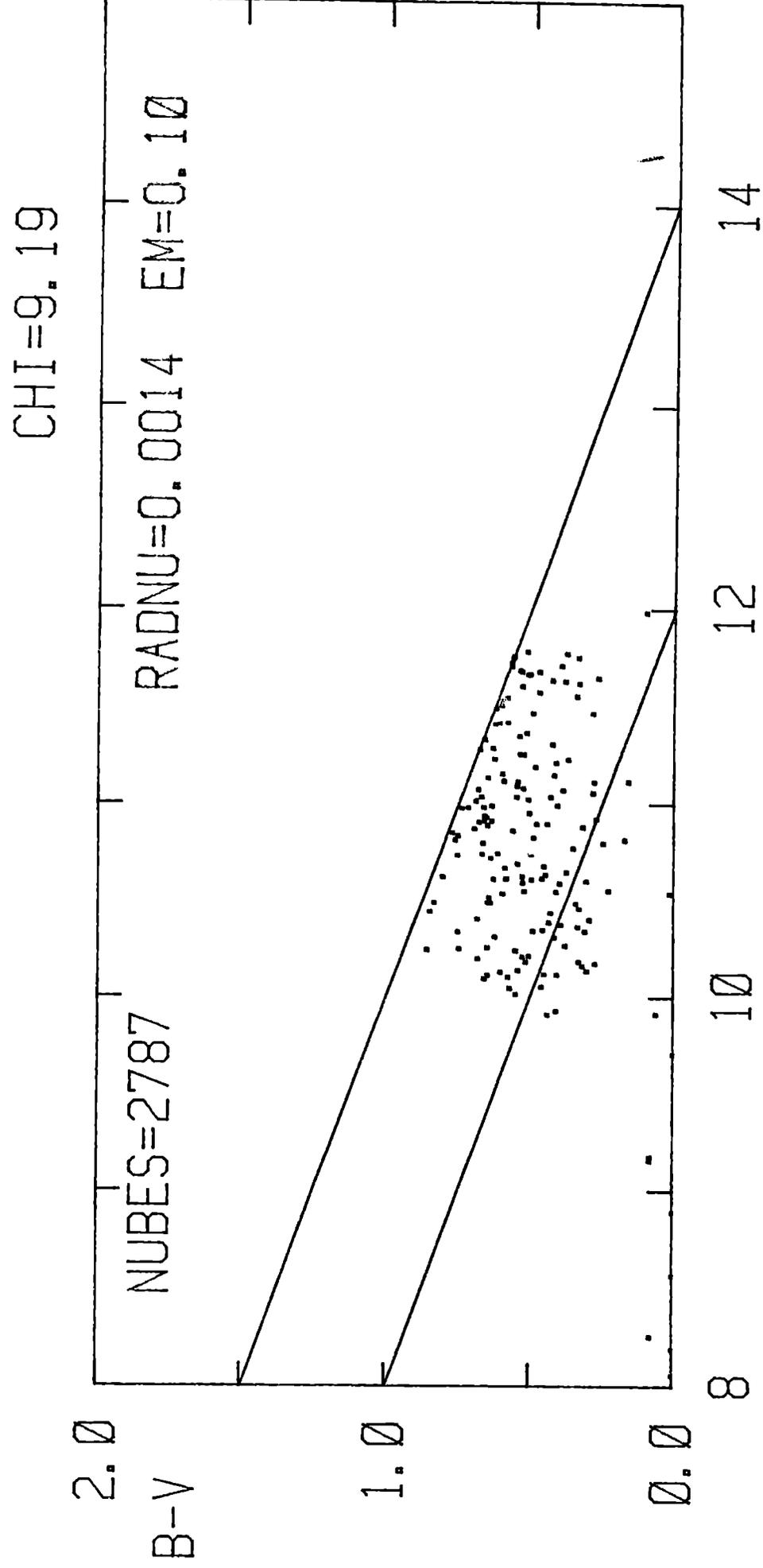


Fig. IV - 16

V-3(B-V)

CHI=4.24

2.0

NUBES=2718

RADNU=0.0013 EM=0.15

B-V

1.0

0.0

8

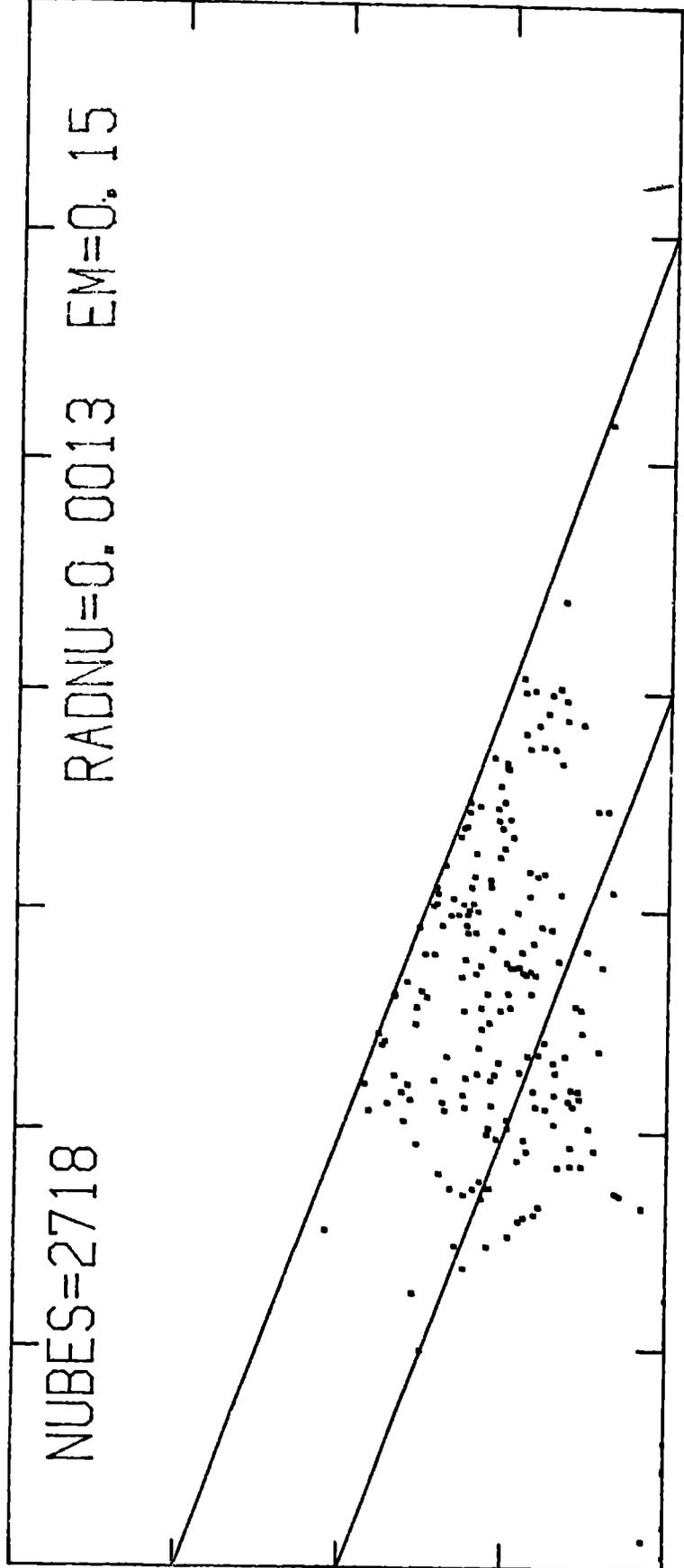
10

12

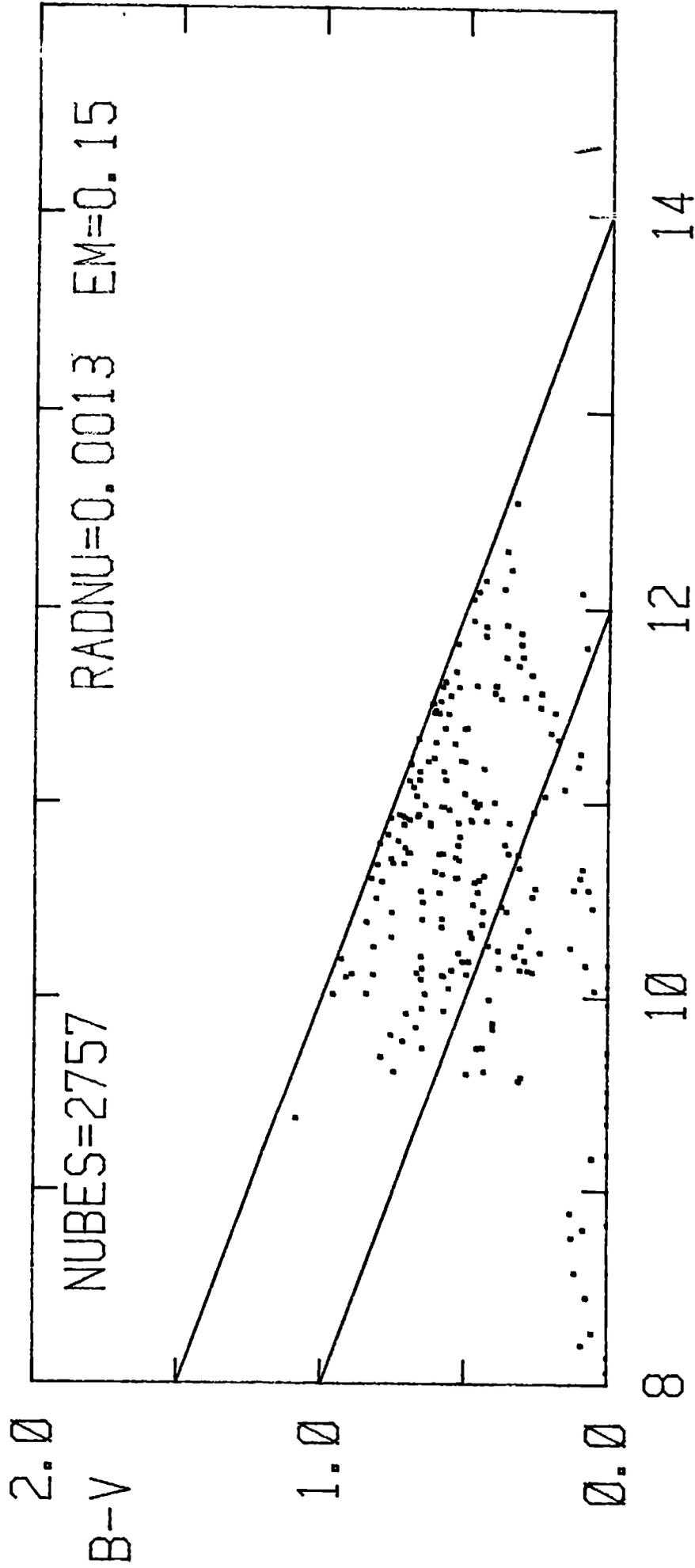
14

V-3(B-V)

Fig. IV - 17



CHI=6.30



V-3(B-V)

Fig. IV - 18

CHI=23.18

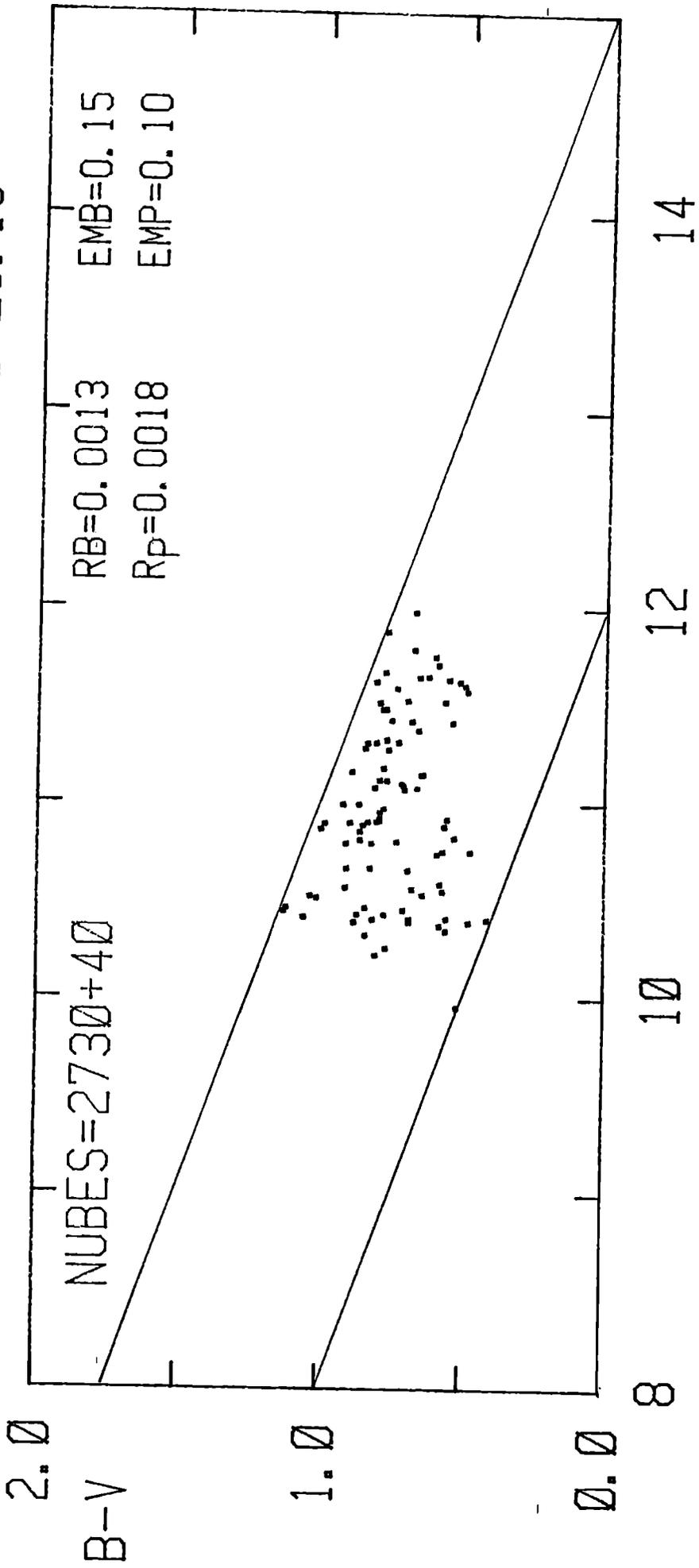


Fig. IV - 19

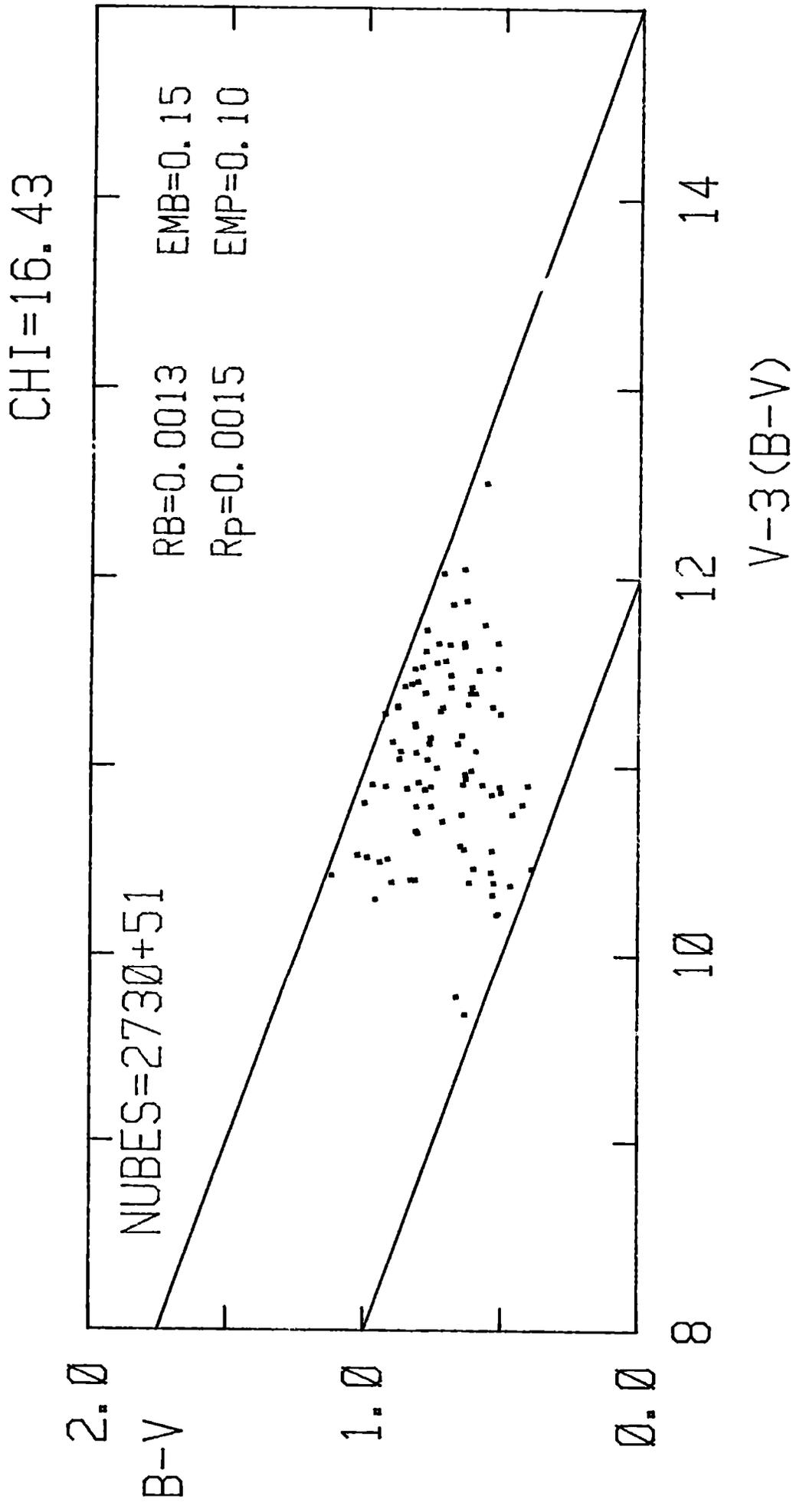
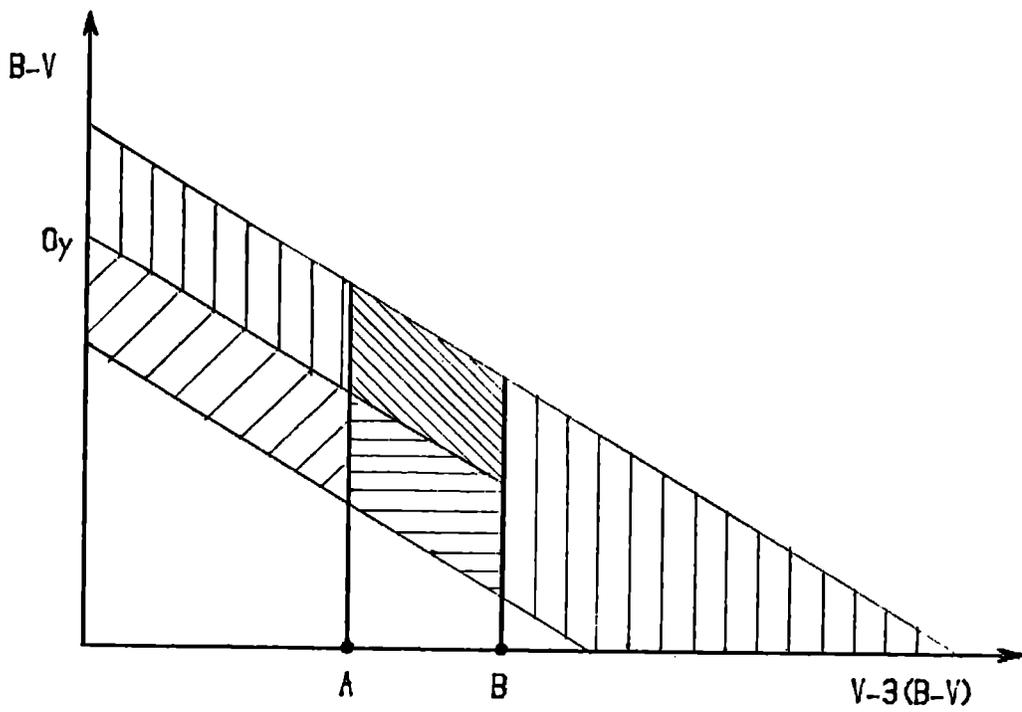


Fig. IV - 20



Apéndice A
Fig. 2

