METAHEURÍSTICAS PARA RESOLVER PROBLEMAS DE VISIBILIDAD

Maria Gisela Dorzán (1)

Edilma Olinda Gagliardi (1)

Mario Guillermo Leguizamón(2)

María Teresa Taranilla (1)

Departamento de Informática

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas y Naturales

Universidad Nacional de San Luis, Argentina

{mgdorzan, oli, legui, tarani}@unsl.edu.ar

Gregorio Hernández Peñalver (1)

Departamento de Matemática Aplicada, Facultad de Informática

Universidad Politécnica de Madrid, España

gregorio@fi.upm.es

RESUMEN

En este artículo presentamos la línea actual de trabajo de investigación referida a problemas de visibilidad, cuya complejidad no permite el diseño de algoritmos que encuentren soluciones exactas u óptimas en tiempo razonable. Actualmente, trabajamos en el problema de minimizar el número de guardias que vigilan un polígono. Este problema es NP-duro, por lo cual, debido a su complejidad, se propone una resolución aproximada utilizando técnicas metaheurísticas.

PALABRAS CLAVES: Visibilidad. Galerías de arte. Metaheurísticas. Geometría Computacional.

1 INTRODUCCIÓN

La visibilidad es un fenómeno natural en la vida cotidiana. Las personas observan los objetos ubicados a su alrededor y luego deciden cómo moverse en ese entorno. Observar un objeto significa identificar sus partes visibles desde una posición establecida. Un objeto puede no ser completamente visible, algunas de sus partes pueden estar ocultas. Durante la observación se determinan las formas y el tamaño de las partes visibles de los objetos, las cuales pueden cambiar cuando el observador cambia de una posición a otra. Incluso, desde una posición se pueden observar varios objetos ubicados en diferentes lugares de modo tal que las partes visibles de estos objetos conforman un entorno para el observador. Este es un procedimiento natural para el observador humano y su sistema visual realiza esta tarea sin ningún esfuerzo.

El problema de calcular las porciones visibles de un objeto desde una posición determinada se ha estudiado ampliamente en informática gráfica. En este ámbito, la construcción de un entorno puede involucrar la identificación de miles de objetos de diferentes formas y tamaños ubicados en distintas posiciones. Ésta sí es una tarea compleja desde el punto de vista computacional [8].

(1) Proyecto Tecnologías Avanzadas de Bases de Datos 22/F614, Departamento de Informática, UNSL.
Proyecto AL08-PAC-16 “Geometría Computacional, Algoritmos aproximados y Bases de Datos”, UPM.
(2) Laboratorio de Investigación y Desarrollo en Inteligencia Computacional (LIDIC), Departamento de Informática, UNSL.

La noción de visibilidad aparece en Geometría Computacional en el contexto de problemas de galerías de arte [14, 16]. En 1973, V. Klee propuso el problema original de la "Galería de Arte" a través del siguiente planteo: ¿Cuántos guardias son suficientes para vigilar completamente el interior de una galería de arte? Este problema abrió un nuevo campo de investigación en el ámbito de la Geometría Computacional, donde se engloban todos los problemas que de alguna manera están relacionados con la iluminación o vigilancia de cualquier estructura o elemento geométrico. Estos problemas están presentes en multitud de campos, tales como la Robótica, Planificación de Trayectorias, Visión Artificial, Informática Gráfica, Diseño y Fabricación Asistidas por Computadora, entre otros [2, 6, 10, 12].

El problema de la "Galería de Arte" consiste en determinar el número de guardias que son suficientes para vigilar cada punto del interior de un recinto. La Galería de Arte se representa como un polígono P de n vértices y los guardias son puntos fijos en P. Un punto $p \in P$ es visible desde un guardia q, si el segmento pq está contenido en P. Si los guardias están ubicados en los vértices de P se denominan *guardias-vértice*. Si se ubican en cualquier punto de P, son llamados *guardias-punto*. Si los guardias se mueven a lo largo de un segmento contenido en P, se denominan *guardias-móviles* y si éstos se mueven sobre las aristas del polígono P, se denominan *guardias-lado*.

El problema propuesto originalmente por Klee: ¿Cuántos guardias son suficientes para vigilar el interior de un polígono de n lados? fue resuelto por Chvátal [5] que demostró que $\lfloor n/3 \rfloor$ guardias son siempre suficientes y a veces necesarios para vigilar cualquier polígono de n vértices. Este resultado se conoce con el nombre de Teorema de la Galería de Arte porque los polígonos pueden modelarse como mapas de galerías de arte, y los puntos que cubren su visión como la ubicación eficaz para guardias, cámaras o focos de iluminación. Por eso, los problemas de visibilidad pueden pensarse, muchas veces, como problemas de iluminación.

La respuesta dada por Chvátal es de naturaleza combinatoria ya que responde a la generalidad de los polígonos de n lados. Sin embargo, no todos los polígonos de n lados requieren ese número de guardias; por ejemplo, cualquier polígono convexo de n lados sólo requiere un guardia. Por ello, tiene sentido plantear el siguiente problema algorítmico: Dado un polígono P, hallar el mínimo número de guardias que vigilan completamente al polígono.

Este problema fue estudiado por Lee y Lin [11], quienes demostraron que es un problema NP-duro para polígonos simples realizando una reducción al problema 3-SAT. O'Rourke y Supowit [15] probaron que minimizar guardias-punto, guardias-vértice y guardias-lado son problemas NP-duros para polígonos con agujeros.

Desde entonces se han planteado, y resuelto parcialmente, numerosas variantes a este problema de vigilancia. En algunas de ellas se consideran diferentes tipos especiales de objetos a vigilar: polígonos ortogonales, mónotonos, configuraciones de objetos, vigilancia del interior, vigilancia del exterior, etc. En otras variantes se tienen en cuenta las diferentes formas de vigilancia: estática, en movimiento, vigilancia compartida, vigilancia de alcance limitado, ocultación de puntos, entre otras. A continuación, describimos con detalle algunas de ellas.

Los problemas de rutas de vigilancia consisten en diseñar un recorrido para un único guardia; en otras palabras, dado un polígono P y un guardia g que debe vigilar todo el polígono siguiendo un camino cerrado, se debe encontrar el recorrido que puede seguir el guardia. En 1988 Chin y Ntafos probaron que el problema de hallar la ruta más corta que puede seguir el guardia es NP-duro para polígonos con agujeros, incluso si los agujeros son convexos. Una variante de este problema es encontrar *la ruta del cuidador del zoológico*. Dado un polígono simple Z, que modela el zoológico, que contiene en su interior un conjunto J de polígonos convexos disjuntos, que modelan las jaulas, el problema consiste en encontrar la ruta más corta dentro de Z que visite todos los polígonos de J sin que el cuidador pueda ingresar a ellos [4].

Mientras que cuando es posible ingresar a los polígonos de *J*, el problema se denomina el problema de *la ruta del safari* [13]. Ambos problemas, en su versión general, son de naturaleza NP-dura.

Otras muchas variantes de los problemas de vigilancia conducen a problemas algorítmicos de naturaleza NP-dura, habiéndose iniciado recientemente el estudio de algoritmos aproximados para resolver dichos problemas, si bien la mayoría de los trabajos utilizan técnicas específicas utilizables sólo para cada uno de los problemas considerados.

El objetivo general de nuestra línea de trabajo es proponer soluciones alternativas para estos problemas geométricos vinculándolos con el campo de las técnicas metaheurísticas. Éstas permiten resolver problemas de optimización de interés práctico y, además, estos enfoques incluyen variaciones, basadas en ideas de lo observado en la naturaleza, otros en evolución biológica, neurofisiología, y comportamientos biológicos. Algunos ejemplos de estas técnicas son: *Greedy Randomized Adaptive Search Procedures* (GRASP), *Simulated Annealing* (SA), *Optimización basada en Colonias de Hormigas* (ACO), *Tabu Search* (TS), *Algoritmos Evolutivos* (AE), entre otras [7, 9]. La utilización de metaheurísticas para la resolución de problemas de visibilidad fue iniciada por Canales en su Tesis Doctoral [3] y continuada por Bajuelos, Hernández y Martins [2].

En la siguiente sección se introducen nociones relacionadas a visibilidad. Posteriormente, se presenta el problema actualmente en estudio y se propone la utilización de metaheurísticas para su resolución.

2 CONCEPTOS DE VISIBILIDAD

En los problemas de visibilidad el concepto básico es el de visibilidad entre dos puntos. Para dos puntos p y q pertenecientes a un polígono P, se dice que p y q son visibles entre sí si el segmento pq está contenido en P. Para $q \in P$, se denota con $V(q)$ al polígono de visibilidad de q, es decir, el conjunto de todos los puntos $p \in P$ que son visibles desde q. El polígono de visibilidad $V(q)$ tiene forma de estrella y q pertenece a su núcleo. En la *Figura 1* se muestra $V(q)$ para un polígono simple.

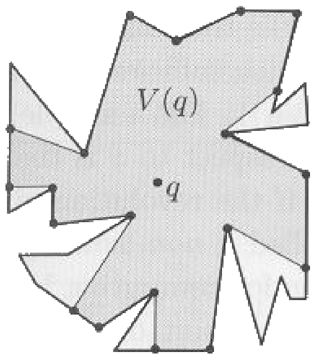

Figura 1: Polígono de visibilidad de q

De manera similar, para un conjunto de puntos $S \subseteq P$, se denota con $V(S) = \cup_{s \in S} V(s)$ a la unión de todos los polígonos de visibilidad de los puntos de S.

Sea $G \subset P$ un conjunto de puntos, se dice que G es un conjunto de guardias si $V(G) = P$. Sea $g(P)$ el número mínimo de guardias que vigilar el polígono P.

Un conjunto finito de puntos $I \subset P$ es un conjunto de visibilidad independiente si los polígonos de visibilidad $V(p)$ de todos los puntos p pertenecientes a I son disjuntos de a pares, esto es: $\forall_{p,q \in I}$ $V(p) \cap V(q) = \emptyset$.

Sea $i(P)$ el número máximo de puntos testigo de los conjuntos de visibilidad independiente de P.

Observemos que $g(P) \geq |\ I\ |$ para cualquier conjunto de visibilidad independiente I, ya que no existe un único guardia que sea capaz de vigilar más de un punto de I. Luego, si se encuentra un conjunto de visibilidad independiente I y un conjunto de guardias G tal que $|\ I\ | = |\ G\ |$, G es un conjunto óptimo de guardias.

Para todo conjunto G de guardias y para todo conjunto I de puntos de visibilidad independiente para un polígono P se cumple que $|\ G\ | \geq |\ I\ |$. Además, para conjuntos cualesquiera G e I se cumple que el mínimo número de guardias es mayor o igual al máximo número de puntos de visibilidad, es decir, se cumple que $g(P) \geq i(P)$.

El objetivo de nuestro actual trabajo consiste en aproximar el conjunto mínimo de guardias que vigilan un polígono utilizando técnicas metaheurísticas. Como se desconoce el conjunto óptimo de guardias, es necesario medir la bondad de las aproximaciones que se obtengan con las técnicas propuestas. Esta medida se obtiene utilizando el conjunto de puntos de visibilidad independiente I teniendo en cuenta que se cumple la siguiente relación $|G| \geq g(p) \geq i(p) \geq |I|$. Si un algoritmo aproximado obtiene un conjunto de guardias G, se dice que es una c-aproximación con $c = |\ G\ | / g(P)$. Como se cumple que $|\ G\ | / g(P) \leq |\ G\ | / |\ I\ |$ para G e I cualesquiera, entonces resulta que si las estrategias propuestas obtienen un conjunto de guardias G y un conjunto de visibilidad independiente I, se dice que es una $|\ G\ | / |\ I\ |$-aproximación.

Los problemas que se plantearon necesitan algoritmos eficientes para su resolución, pero en ocasiones este tipo de algoritmos no existen o no se conocen debido a su naturaleza NP-dura. Sin embargo, existe la necesidad de encontrar respuestas a tales problemas, buscándose algoritmos que den respuestas aproximadas a los problemas planteados. Estos algoritmos aproximados pueden ser específicos para el problema tratado o formar parte de una estrategia general que se puede aplicar en la resolución de distintos problemas, en cuyo caso se refiere a las técnicas metaheurísticas. En general, estas técnicas se aplican en la resolución de problemas para los que no existe un algoritmo específico que dé una solución en un tiempo razonable; o bien si el algoritmo existe no es posible implementarlo debido a su complejidad. Aunque las técnicas metaheurísticas no garantizan encontrar la solución óptima, proporcionan pautas y estrategias generales que permiten encontrar soluciones aproximadas a las óptimas en un tiempo razonable.

Actualmente, estamos trabajando en el diseño y la implementación de algoritmos que utilizan técnicas metaheurísticas para el cálculo de los conjuntos G e I. En este sentido, en [3] se han propuesto Algoritmos Genéticos (AG) y Simulated Annealing para la aproximación del conjunto mínimo de guardias. Nuestra propuesta consiste en utilizar otras técnicas tales como GRASP y Colonias de Hormigas (ACO) y, además, técnicas híbridas que combinen AG con GRASP y ACO con GRASP para calcular aproximaciones del conjunto mínimo de guardias y del conjunto máximo de puntos de visibilidad independiente. Posteriormente, se pretende realizar un estudio experimental donde se medirá la calidad de las aproximaciones que se obtengan con las técnicas propuestas de acuerdo al criterio previamente planteado.

3 TRABAJO ACTUAL Y VISIÓN DE FUTURO

En nuestra línea de investigación, estudiamos problemas de visibilidad cuya complejidad no permite el diseño de algoritmos exactos que los resuelvan en tiempo razonable. Actualmente, se trabaja en el problema de minimizar el número de guardias que vigilan un polígono. Como se mencionó anteriormente este problema es NP-duro, por lo cual debido a su complejidad y la necesidad de obtener soluciones en un tiempo razonable, se propone su resolución aproximada utilizando técnicas metaheurísticas.

Como las técnicas metaheurísticas han demostrado su capacidad para resolver problemas de tipo NP-duro con soluciones aproximadas, pretendemos continuar en esta línea de trabajo, aplicando y adaptando diversos tipos de metaheurísticas híbridas, a los problemas de visibilidad en general.

Este trabajo se enmarca en la Línea de Investigación “Geometría Computacional y Bases de Datos Espacio-Temporales”, perteneciente al Proyecto 22/F614 “Tecnologías Avanzadas de Bases de Datos” del Departamento de Informática de la Universidad Nacional de San Luis y en el Proyecto AL08-PAC-16 “Geometría Computacional, Algoritmos aproximados y Bases de Datos”, subvencionado por la Universidad Politécnica de Madrid. Además, se cuenta con el apoyo de integrantes de la línea Metaheurísticas del grupo LIDIC de la Universidad Nacional de San Luis.

REFERENCIAS

[1] Bajuelos A., Canales S., Hernández, G y Martins A. *Estimating the Maximum Hidden Vertex Set in Polygons*. CG&A, Perugia. 2008

[2] Boissonnat J. y Laumond J. *Geometry and Robotics*. Volumen 391 de Lecture Notes in Computer Science. Springer-Verlag. 1989.

[3] Canales S. *Métodos Heurísticos en Problemas Geométricos: Visibilidad, Iluminación y Vigilancia,* Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid. 2004.

[4] Chin W. y Ntafos S. *The zookeeper route problem*, Information Science. 63. 245–259. 1992.

[5] Chvátal V. *A combinatorial theorem in plane geometry*. Journal of Combinatorial Theory. Series B, 18:39-41. 1975.

[6] Dobkin D. y Teller S. *Computer Graphics*. Handbook of Discrete and Computational Geometry. 779-814. 1997.

[7] Fogel D. y Michalewicz Z. *How to Solve It: Modern Heuristics*. Springer Verlag, 2000.

[8] Ghosh S. *Visibility algorithms in the plane*. Cambridge University Press. 2007.

[9] Hansen P., Ribeiro C. *Essays and Surveys in Metaheuristics*. Kluwer. 2001.

[10] Latombe, J. *Robot Motion Planning*. Kluwer Academic Publisher. Boston. 1991.

[11] Lee D. y Lin A. *Computational Complexity of art gallery problems*. IEEE Transaction on Information Theory. IT-32:276-282. 1986.

[12] Melter R, Rosenfeld A. y Battacharya P. *Vision Geometry*. American Mathematical Society. 1991.

[13] Ntafos, S. *Watchman routes under limited visibility*, Computational Geometry Theory Appl. 1. 149–170. 1992.

[14] O’Rourke J. *Art Gallery Theorems and Algorithms*. Oxford University Press. 1987.

[15] O’Rourke J. y Supowit K. *Some NP-hard polygon decomposition problems*. IEEE Transaction on Information Theory. IT-29:181-190. 1993.

[16] Urrutia J. *Art gallery and illumination problems*. Handbook of Computational Geometry. 973-1023. 2000.