

# Dimensión Fractal de Autocorrelación Cúbica en Imágenes Tridimensionales

Andrea Silveti y Claudio Delrieux

Departamento de Ing. Eléctrica y Computadoras - Universidad Nacional del Sur - [claudio@acm.org](mailto:claudio@acm.org)  
Parcialmente financiado por la SECyT-UNS

## 1. Imágenes Médicas

### 1.1. Modalidades de adquisición y su visualización

Las imágenes médicas en formato digital son ampliamente usadas en hospitales y clínicas para la visualización e inspección de estructuras anatómicas y patológicas, el planeamiento de cirugías y de tratamientos de radioterapia, diagnóstico de enfermedades, detección de tejidos anómalos, etc. Entre las diversas modalidades de esta tecnología podemos destacar actualmente a la tomografía computada (CT), resonancia magnética (MRT), resonancia magnética funcional (fMRI), tomografía computadorizada por emisión de fotón único (SPECT) y tomografía por emisión positrónica (PET).

Las técnicas de visualización de volúmenes permiten obtener vistas 3D de alta calidad de las estructuras anatómicas. Sin embargo, su utilización para un análisis no supervisado eficiente y preciso de dichas estructuras es muy limitado. Por ejemplo, la visualización de la estructura interna del ser humano es sumamente compleja debido a la cantidad de órganos y a la disposición de los mismos. Tal es así que en algunos casos puntuales no es posible visualizar una estructura particular a pesar del uso de transparencias u otras técnicas para eliminar de la vista aquellas estructuras que ocultan al foco de la visualización. Esto se debe a que la mayor parte de las modalidades generan un campo escalar 3D de densidades, y por lo tanto órganos o estructuras anatómicas de densidades similares se hacen difíciles de distinguir sin información de dominio (p. ej., atlas anatómico). Por tal motivo, es necesario delimitar y separar la región de interés permitiendo su visualización en forma individual.

Otras limitaciones que afectan el uso de imágenes digitales médicas tienen que ver con los defectos y alteraciones presentes en la mayor parte de las tecnologías subyacentes a la adquisición de imágenes en estas modalidades (ruido, bajo contraste, baja resolución, problemas de muestreo, etc.). Por tal motivo, es importante hacer un análisis cuantitativo con técnicas derivadas del procesamiento digital de imágenes.

### 1.2. Segmentación en imágenes médicas

Los modelos de adquisición en estas modalidades obtienen una serie de imágenes 2D correspondientes a tajadas paralelas que requieren un análisis tridimensional, especialmente procesos de segmentación 3D y posterior visualización y medición de diversas estructuras. Desafortunadamente, la mayoría de los métodos de segmentación 3D no resultan satisfactorios en términos de precisión, y requieren interacción y supervisión del especialista para señalar la estructura a segmentar, establecer parámetros adecuados, etc. Una posible razón es que procede con técnicas de segmentación de imágenes 2D extrapoladas a 3D, con resultados poco significativos para el posterior procesamiento del volumen.

Las segmentación genuinamente 3D a partir de un volumen, es decir, que trabaje con todas las tajadas simultáneamente, es una tarea difícil por varios razones: el tamaño de los datos, la com-

plejidad y variabilidad de órganos anatómicos, y los problemas relacionados con la adquisición de las imágenes (muestreo, ruido, bajo contraste) que pueden resultar en estructuras anatómicas con bordes indistinguibles y desconectados. En general, los algoritmos de segmentación son específicos para problemas particulares. Hay muchas alternativas propuestas, pero no existe una que pueda cubrir todas las necesidades.

Algunos algoritmos de segmentación tratan de buscar propiedades estructurales de la región a segmentar, como por ejemplo detección de superficies que intersectan el volumen, para lo cual se requieren técnicas de detección de bordes (intersección de dos regiones con diferente intensidad). Si bien estas técnicas funcionan bien para datos con buen contraste entre regiones diferentes, es muy difícil correlacionar todas las aristas detectadas con la región de interés.

Otros métodos de segmentación representan aristas y superficies internas al volumen como grafos. Trabajan con algoritmos de búsqueda de caminos, y requieren un paso extra para la voxelización de las superficies extraídas. Son adecuados cuando no están bien definidas las particiones entre regiones dentro del volumen de datos.

Las técnicas que utilizan operaciones morfológicas como erosión y dilatación sobre los datos, requieren un criterio externo para determinar los límites sobre la cantidad de aplicaciones de dichas operaciones. Además, las dilataciones seguidas de erosiones (*closings*) producen pérdida de alta frecuencia y el rellenado estructural de huecos que pueden corresponder a detalles genuinos, mientras que erosiones seguidas de dilataciones (*openings*) pueden eliminar detalles genuinos de alta frecuencia en la superficie de los objetos segmentados. Es decir, las técnicas derivadas de la morfología no siempre producen resultados precisos, y pueden ocasionar pérdida de información importante.

Los enfoques basados en las intensidades de los voxels, como las derivadas de la umbralización adaptativa, se aplican con éxito por ejemplo en la identificación de huesos, pero no para la mayoría de los tejidos que no son diferenciables sólo a partir de la tonalidad. Para casos puntuales como delineación de pequeñas y simples estructuras como tumores y lesiones se procede algoritmos de crecimiento de regiones. Este método requiere el sembrado de una semilla en forma manual y la posterior extracción de pixels de igual intensidad conectados a dicha semilla.

La segmentación basada en contornos activos, utiliza “snakes” definidas como curvas elásticas que evolucionan alrededor del objeto a segmentar y presenta inconvenientes en la segmentación de objetos con forma irregular. Otras alternativas están dadas por los métodos supervisados y no supervisados. Los primeros utilizan algoritmos de clasificación por reconocimiento de patrones, que requieren datos de entrenamiento que son segmentados manualmente, para luego ser utilizados en la segmentación automática de nuevos datos. Los segundos utilizan algoritmos de agrupamiento (clustering) para llevar a cabo esencialmente la misma función que los métodos clasificadores, pero en lugar de utilizar datos de entrenamiento, se entrenan a sí mismos usando los datos disponibles; por ejemplo el algoritmo de las K-medias. Otra alternativa está dada por el uso de redes neurales, que en el procesamiento de imágenes médicas son usadas como clasificadores o como métodos de agrupamiento.

### 1.3. Objetivos de este proyecto

Nuestro objetivo consiste en el estudio de la segmentación basada en propiedades fractales locales en imágenes médicas, como alternativa a los métodos propuestos actualmente en la literatura. Podemos citar aplicaciones de estimadores fractales como descriptores locales para segmentación en imágenes 2D con resultados muy satisfactorios. En este trabajo presentamos un método para obtener la dimensión fractal local en volúmenes, con el fin de realizar segmentación sobre imágenes tridimensionales.

Podemos mencionar tres aspectos importantes por los cuales se considera adecuado este tipo de descriptor en el proceso de segmentación. En primer lugar, por la robustez que lo caracteriza frente a los defectos y alteraciones presentes en la mayor parte de las tecnologías de adquisición de imágenes. En segundo lugar, porque la dimensión fractal local caracteriza en forma adecuada la heterogeneidad geométrica local en el volumen. Y en tercer y último lugar, porque su aplicación en

proceso de segmentación se realiza en forma totalmente automática, es decir, no requiere interacción con el usuario.

En este trabajo mostramos una introducción teórica a nuestro método, los detalles de implementación, algunos resultados preliminares, y las líneas de trabajo futuro.

## 2. Autocorrelación cúbica de la luminancia

La DF es un exponente que relaciona la autoinvariancia afín o autosimilitud estadística frente a cambios de escala. La metodología usual para obtener dicho exponente consiste en realizar el ajuste por regresión, (en un espacio logarítmico), de alguna magnitud relevante del conjunto, como función inversamente proporcional a la escala de medición de dicha magnitud. En el caso de imágenes digitales, la variación de luminancia es una magnitud de obtención inmediata, y por lo tanto es adecuado computar la DF local basada en las variaciones locales de luminancia.

Uno de los métodos más usuales para evaluar la DF local en funciones de una variable, es el exponente de autocorrelación de Hurst ( $H$ ), que caracteriza a una función de acuerdo a cómo se puede estimar su variancia  $\Delta V$  dentro de entornos  $r$  de tamaño decreciente, de manera de obtener un ajuste de la forma  $\Delta V \sim (\Delta r)^H$ . Es posible mostrar que la dimensión fractal de la función es  $D = 2 - H$  con  $H = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log(\Delta V)}{\log(r)}$  y  $0 \leq H \leq 1$ .

Las técnicas para medir la DF local están basadas en la determinación del exponente de autocorrelación de la luminancia. En el caso de imágenes 2D el cómputo de la DF de autocorrelación evalúa la regresión de la variancia de luminancia  $\Delta V$  en función del radio  $r$  del entorno considerado. Usualmente dicho entorno está incluido en una ventana centrada en pixel para el cual se computa la DF. El tamaño de la ventana es directamente proporcional a la precisión de la medición y al tiempo computacional, es decir que mayor tamaño de ventana implica mejor precisión y mayor tiempo de cómputo. Es posible mostrar que la dimensión fractal de la función es  $D = 3 - H$  con  $H = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log(\Delta V)}{\log(r)}$  y  $0 \leq H \leq 1$ .

Dentro del entorno, es posible evaluar la variancia de la luminancia de diferentes maneras. La forma tradicional procede sobre discos de radio  $r$  decreciente centrados en el pixel, y obtiene  $\Delta V$  como la diferencia entre la máxima y mínima luminancia entre los pixels del disco, es decir que un incremento  $\Delta r$  del radio, incrementa en  $2\pi\Delta r$  la cantidad de pixels a evaluar y por lo tanto, evalúa la regresión en función del radio  $r$ . En Silveti y Delrieux (2007) se obtiene  $\Delta V$  como la máxima variación de luminancia  $\Delta V = |L_i - L_j|$  entre dos pixels  $i$  y  $j$  dentro del disco de radio  $r$  tales que  $i$  y  $j$  están a distancia  $r$ . Es decir, que por cada pixel del entorno, se requiere evaluar la diferencia de luminancia del pixel con todos los demás pixels del entorno y por lo tanto, evalúa la regresión en función del área circular de radio  $r$ . Por tal motivo, las pendientes de las regresiones obtenidas de estas dos formas corresponden al coeficiente de autocorrelación 'lineal' de Hurst  $H$  en el primer caso, y al coeficiente de autocorrelación cuadrático  $H_2$  en el segundo caso.

Es posible aplicar estas mismas metodologías de trabajo a imágenes 3D. Es decir que se puede estimar el coeficiente de autocorrelación de Hurst en cada voxel  $v$  de la imagen tridimensional para luego computar la dimensión fractal del voxel como  $D = 4 - H$ . En Silveti y Delrieux (2007) se muestra que el coeficiente de autocorrelación cuadrático que evalúa la regresión de la variancia de luminancia en función del área de la ventana circular, aún con ventanas pequeñas, obtiene mediciones más exactas y precisas que los métodos tradicionales con ventanas de mayor tamaño. Por tal motivo, en este trabajo computamos directamente un coeficiente de autocorrelación cúbico  $H_3$  entonces la DF del voxel queda dada por  $D = 4 - H_3$ .

Para obtener dicho coeficiente, se desplaza una ventana esférica de diámetro  $n$ ,  $n$  impar, sobre cada voxel  $v$  de la imagen tridimensional para calcular la DF local del mismo. Se busca la máxima variación de luminancia  $\Delta V = |L_i - L_j|$  entre dos voxels  $i$  y  $j$  dentro la ventana tales que  $i$  y  $j$  están a distancia  $r$ . Para obtener buenos resultados y mejores tiempos computacionales, es necesario obtener un ajuste

H	DF Generada	DF Observada
0.1	3.9	3.6938
0.2	3.8	3.6557
0.3	3.7	3.6142
0.4	3.6	3.5681
0.5	3.5	3.4681
0.6	3.4	3.4234
0.7	3.3	3.3681
0.8	3.2	3.1920
0.9	3.1	3.1780

Tabla 1: Dimensión fractal utilizada en el generador de la imagen tridimensional vs. dimensión fractal observada.

adecuado sobre ventanas pequeñas al hacer la regresión. Por tal motivo, utilizamos distancia norma uno para aumentar la cantidad de puntos usados en la regresión. De este modo, obtenemos la pendiente de la regresión en espacio logarítmico entre  $\Delta V$  y  $r$ , para valores de  $r$  entre 1 y  $2 \times \max(i + j + k)$  para  $i, j, k$  tales que  $i^2 + j^2 + k^2 \leq (\lfloor n/2 \rfloor)^2$ . Así, la correlación entre  $\Delta V$  y el volumen esférico  $ve$  es

$$H_3 = \lim_{ve \rightarrow 0} \frac{\log(\Delta V)}{\log(ve)} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log(\Delta V)}{\log(4/3\pi r^3)} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log(\Delta V)}{\log(4/3\pi) + 3 \log(r)}.$$

Por lo tanto, en el espacio logarítmico, la regresión de puntos  $\Delta V$  vs.  $ve$  tendrá una pendiente igual a  $3H$ , dado que el término constante en el denominador implica un desplazamiento de todos los puntos sin alterar la pendiente del ajuste.

### 3. Resultados

Para comprobar la validez del método, se generaron nueve imágenes tridimensionales sintéticas de  $64 \times 64 \times 64$  con dimensión fractal conocida, mediante una generalización del algoritmo de desplazamiento aleatorio del punto medio en 3D. Dicho algoritmo recibe como parámetro el coeficiente de autocorrelación  $H$ ,  $0 \leq H \leq 1$ , y genera un volumen con  $DF = 4 - H$ . Para cada una de estas imágenes, se aplicó nuestro algoritmo con ventana  $7 \times 7 \times 7$ , para estimar la dimensión fractal local de cada voxel de la imagen 3D, y se comparó el promedio de dichas evaluaciones con la DF con la cual fue generada la imagen. En la tabla Tabla 1 se consignan los resultados obtenidos.

Por otro lado, se verificó la validez de cada una de las imágenes 3D sintéticas generadas obteniendo las  $64 \times 3$  imágenes 2D resultantes de fijar cada una de las 3 dimensiones de la imagen y variar las dos restantes. Se aplicó el cómputo de la DF en cada una de estas nuevas imágenes con el método de autocorrelación cuadrático presentado en Silveti y Delrieux (2007). Finalmente, se promediaron las DF de las 64 imágenes para cada una de las tres dimensiones obteniendo valores  $DF_x$ ,  $DF_y$  y  $DF_z$ , con  $DF_x \approx DF_y \approx DF_z$ , es decir, que desde este punto de vista, se puede decir que el algoritmo de generación de imágenes es confiable. En la Fig. 1 se puede observar la imagen sintética 3D renderizada por medio de tajadas en ejes paralelos.

### 4. Conclusiones y Trabajos Futuros

Presentamos un método de autocorrelación cúbico para determinar el exponente de Hurst en volúmenes. Se mostró la validez del mismo aplicándolo a imágenes tridimensionales con DF conocida, obteniendo resultados altamente satisfactorios.

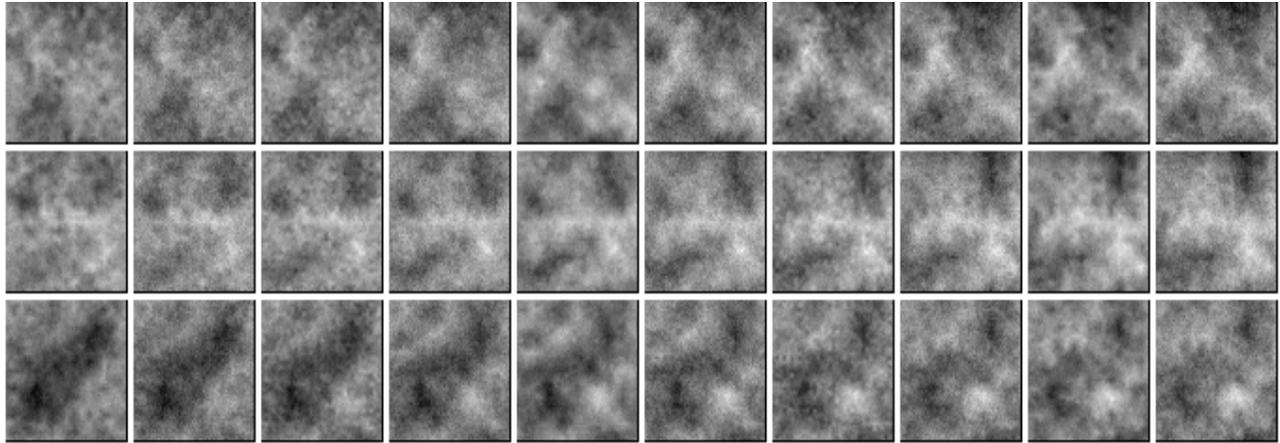


Figura 1: 30 tajadas del volumen para  $H=0.5$ . La primera fila corresponde a tajadas en X, la segunda a tajadas en Y y la tercera a tajadas en Z.

Como trabajos futuros importantes podemos mencionar por un lado, el mapeo la dimensión fractal local en falso color, por ejemplo con una escala variando entre  $DF=3$ (verde) y  $DF=4$ (rojo) para poder visualizarlo aplicando rendering directo de volúmenes, o mediante modelos de superficie de objetos obtenidos a partir de la segmentación. Por otro lado, el uso de esta herramienta de segmentación con imágenes médicas para evaluar el comportamiento de la misma y poder comparar los resultados con otras técnicas, especialmente para problemas particulares en los que los métodos conocidos habitualmente fallan.

## 5. Referencias

- C. Delrieux and R. Katz (2003).** Image Segmentation Through Automatic Fractal Dimension Classification. In Argentine Symposium on Computing Technology, Buenos Aires.
- A. Fournier, D. Fussell, and L. Carpenter (1982).** Computer Rendering of Stochastic Models. Communications of the ACM, 25(6):371-384.
- B. Mandelbrot (1983).** The Fractal Geometry of Nature. W. H. Freeman, New York.
- Yamashiro P (1997).** Fractal Analysis of MRI. Technical Report Medical Sciences Lab., University of Washington, Seattle.
- H.-O. Peitgen and D. Saupe (1986).** The Science of Fractal Images. Springer-Verlag, New York.
- J. C. Russ (1993).** Fractal Images. Plenum Press.
- J. C. Russ (1999).** The Image Processing Handbook. CRC Press, Boca Raton, FL, third edition.
- A. Silveti and C. Delrieux (2007)** . Dimensión Fractal de Autocorrelación Cuadrática en Imágenes Digitales. Congreso Argentino de Ciencias de la Computación.
- A. Silveti and C. Delrieux (2007b)** . Medición de la Dimensión Fractal en Superficies. Workshop de Investigadores en Ciencias de la Computación.
- Pierre Soille and Jean-F. Rivest (1996).** On the validity of fractal dimension measurements in image analysis. J. Visual Communication and Image Representation, 7(3):217-229.
- Xu, Chenyang, Pham, Dzung L, Prince, Jerry L. (2000).** Current Methods in Medical Image Segmentation. Annual Review of Biomedical Engineering, Annual Reviews, vol. 2, pp. 315-337, Annual Reviews, Palo Alto, CA.