

Software para la generación de variables aleatorias empleadas en simulación

López, María Victoria

Departamento de Informática. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura
Universidad Nacional del Nordeste. 9 de Julio n° 1449. CP: 3400. Corrientes. Argentina.
TE: (03783) 423126 - Fax: (03783) 423968. mvlopez@exa.unne.edu.ar

En todo modelo de simulación estocástico existen variables aleatorias interactuando, las cuales siguen distribuciones de probabilidad teóricas ó empíricas. La generación de sucesiones simuladas de valores de las variables aleatorias, llamadas muestras artificiales, tiene una naturaleza estrictamente numérica y debe configurarse mediante la aportación de números pseudoaleatorios. Existen métodos especiales, que permiten generar valores de variables aleatorias que siguen distribuciones de probabilidad conocidas, y métodos generales, que permiten generar los citados valores tomando como base cualquier distribución empírica. En este trabajo se presenta un software educativo, desarrollado en *Mathematica*, para generar en computadora muestras artificiales mediante la aplicación de los métodos mencionados. El mismo permite la realización de prácticas interactivas por parte de los alumnos de la asignatura "Modelos y Simulación" de la carrera de Licenciatura en Sistemas de Información de la Facultad de Ciencias Exactas (UNNE). Se implementa como complemento educativo en las clases de la asignatura, y forma parte de un conjunto de aplicaciones que permiten a los alumnos adquirir habilidad en el manejo de los métodos de generación de números pseudoaleatorios, muestras artificiales y pruebas de hipótesis. El sitio Web de la asignatura, accesible desde el Servidor de la Facultad, incluirá en el futuro la posibilidad de descargar el software en *Mathematica* desarrollado.

Introducción

A través de la historia, el hombre ha experimentado diversos métodos y procedimientos con el propósito de lograr en forma efectiva tanto la enseñanza como el aprendizaje. Por esta razón, desde la aparición de la computadora, se buscaron formas para aprovechar, en educación, el gran potencial que ella presentaba [4].

De acuerdo con Vaquero *et al.* [5], "La enseñanza ha de crear los estímulos que activen y aceleren el aprendizaje. El problema radical de la enseñanza es acoplar la mente del alumno a la materia objeto de aprendizaje. Esto implica una enseñanza individualizada de forma que, dada una materia a enseñar, lo ideal es encontrar para cada individuo el transformador adecuado a su nivel de entendimiento y formación, que hiciese el acoplo más adecuado".

En este sentido, el uso de la computadora en sus diversas modalidades ofrece, sobre otros métodos de enseñanza, ventajas tales como: participación activa del alumno en la construcción de su propio aprendizaje, interacción entre el alumno y la máquina, atención individual del estudiante, posibilidad de crear micro-mundos que permiten al alumno explorar y conjeturar, desarrollo cognitivo del estudiante, control del tiempo y secuencia del aprendizaje por el alumno, retroalimentación inmediata y efectiva que permite al alumno aprender de sus errores [4].

En la enseñanza de la Matemática particularmente, la computadora se utilizó en sus inicios como herramienta de cálculo y en la aplicación de las técnicas de análisis numérico pero, posteriormente, en el intento de encontrar posibles soluciones a los ya bien conocidos problemas en la enseñanza de la matemática, se utilizó en la creación de materiales de enseñanza computarizados [4].

Una buena característica de los programas educativos es que sean fácilmente integrables con otros medios didácticos en los diferentes contextos formativos, pudiéndose adaptar a diversos entornos (aula de informática, clase con una única computadora, uso doméstico), estrategias didácticas (trabajo individual, grupo cooperativo o competitivo) ó usuarios (circunstancias culturales y necesidades formativas). Por otra parte, para que el aprendizaje significativo se realice, es necesario que el contenido sea potencialmente significativo para el estudiante y que éste tenga la voluntad de aprender significativamente, relacionando los nuevos contenidos con el conocimiento almacenado en sus esquemas mentales. Así, para motivar al estudiante en este sentido, las actividades de los programas deben despertar y mantener la curiosidad y el interés de los usuarios hacia la temática de su contenido [6].

El propósito de este trabajo es presentar un software educativo, desarrollado en *Mathematica*, destinado a la enseñanza de métodos generales y especiales para generar muestras artificiales.

En todo modelo de simulación estocástico existen una o varias variables aleatorias interactuando. Generalmente, estas variables siguen distribuciones de probabilidad teóricas ó empíricas [1].

La generación de sucesiones simuladas, o sea de valores de las variables aleatorias, llamadas muestras artificiales, tiene una naturaleza estrictamente numérica y debe configurarse mediante la aportación de números pseudoaleatorios. Estos números se introducen al proceso o sistema bajo estudio (en donde el sistema se representa por un modelo probabilístico) con el fin de generar ciertos elementos o valores de las variables aleatorias de las cuales se desea obtener las correspondientes respuestas o salidas [2].

Como regla general, el proceso de simulación estocástica comprende una actividad de reemplazo del universo estadístico de elementos que se emplean en el sistema por su contraparte teórica, un universo descrito por una distribución de probabilidades supuesta (por ejemplo la distribución normal), seguido de un muestreo efectuado sobre esta población teórica, con la ayuda de cierto tipo de generador de números aleatorios. Sin embargo, en algunos casos es posible que resulte difícil encontrar una distribución teórica convencional que describa un proceso estocástico particular o alguno de los componentes de dicho proceso. En estos casos, el proceso estocástico se puede reproducir o simular mediante un muestreo aplicado sobre las distribuciones empíricas en lugar de considerar alguna de las distribuciones teóricas conocidas, suponiendo la existencia de datos empíricos. Resulta aconsejable el empleo, en primer lugar, de las distribuciones teóricas convencionales y si ninguna de ellas describe adecuadamente el comportamiento del proceso, se debe necesariamente recurrir a distribuciones empíricas [3].

Existen métodos especiales, que permiten generar valores de variables aleatorias que siguen las distribuciones de probabilidad más conocidas, tanto continuas como discretas, y métodos generales, que permiten generar los citados valores tomando como base cualquier distribución empírica.

El software educativo presentado en este trabajo incluye un conjunto de procedimientos que permiten aplicar los métodos generales y especiales para generar muestras artificiales mencionados. El mismo realiza llamadas a otros procedimientos que llevan a cabo la generación de los números pseudoaleatorios [7] [8], y **permite la realización de prácticas interactivas por parte de los alumnos de la asignatura “Modelos y Simulación” del plan de estudios de la carrera de Licenciatura en Sistemas de Información** de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura (Universidad Nacional del Nordeste).

Herramienta utilizada para el desarrollo

Este software educativo se desarrolló empleando *Mathematica* [9] [10]. Este lenguaje permite programar de una manera sencilla, disminuyendo la extensión del código y los tiempos de desarrollo, ya que se optimizan las posibilidades gráficas (tanto bidimensionales como tridimensionales), se dispone de un gran número de funciones y procedimientos predefinidos y de las estructuras de lista que permiten una administración dinámica de memoria. Las capacidades computacionales y gráficas de *Mathematica* lo convierten en una herramienta excelente para el desarrollo de simulaciones y su implementación con fines pedagógicos.

Métodos de simulación implementados en el software

El software educativo incluye **métodos generales y especiales para generar muestras artificiales de variables aleatorias que siguen distribuciones de probabilidad diferentes a la distribución uniforme**. Para simular este tipo de variables es necesario contar con un generador de números uniformes o pseudoaleatorios, y una función que, a través de un método específico, transforme estos números en valores de la distribución de probabilidad deseada, sea discreta o continua.

Para la generación de los números pseudoaleatorios, **se accedió a un paquete programado en *Mathematica* [7] [8], que incluye los siguientes métodos de generación de números uniformes**

en el intervalo (0,1): Método de los Cuadrados Centrales de Vonon Neumann [1] [2], Método de Fibonacci [2], Método Aditivo de Congruencias [3] [2], Método Multiplicativo de Congruencias [11] [3] [2] y Método Mixto de Congruencias [11] [3] [2].

Los **métodos generales** tienden a proveer de técnicas generales para generar, mediante una computadora, valores de variables aleatorias provenientes de relevamientos estadísticos como ser censos, encuestas, muestreos, etc. Resultan útiles para construir muestras artificiales de variables aleatorias que no se ajustan adecuadamente a ninguna distribución de probabilidad clásica, si bien pueden utilizarse también para simular distribuciones teóricas. Dentro de esta categoría, **el software programado en Mathematica implementa el Método de los Números Índice [1], y el Método del Rechazo [11] [1] [3].**

Los **métodos especiales** permiten construir muestras artificiales de variables aleatorias que se inscriben en el caso contrario, es decir, aquéllas que pueden ser consideradas, a los efectos prácticos, como descriptas por una función de distribución clásica. En un gran número de casos, las muestras artificiales que se deben generar para desarrollar una simulación tienen una distribución de probabilidades que se ajusta a alguna de las distribuciones clásicas tales como normal, exponencial, etc. En estos casos, es conveniente utilizar un método especial de generación de muestras artificiales, pues resultan más veloces, precisos y fáciles de programar [2]. **El paquete programado en Mathematica incluye métodos especiales para simular las siguientes variables aleatorias:**

- **Continuas:** Uniforme continua [1] [3], Normal [11] [1] [3], Exponencial [1] [3], Erlang [11] [1] [3].
- **Discretas:** Bernoulli [1] [3], Binomial [1] [3], Poisson [11] [1] [3].

Descripción del software educativo

Se han programado **dos paquetes en Mathematica:**

- **MétodosGenerales:** Contiene dos procedimientos que aplican métodos generales para construir muestras artificiales: **MetIndice** (Método de los Números Índice) y **MetRechazo** (Método del Rechazo).
- **MétodosEspeciales:** Contiene siete procedimientos que implementan métodos especiales para generar muestras artificiales de variables aleatorias que se ajustan a las distribuciones clásicas de probabilidad: **MuestraUniforme** (Uniforme Continua), **MuestraNormal** (Normal general), **MuestraExponencial** (Exponencial), **MuestraErlang** (Erlang), **MuestraBernoulli** (Bernoulli), **MuestraBinomial** (Binomial), **MuestraPoisson** (Poisson).

En la Figura 1 se muestran los comandos que invocan al paquete MetodosGenerales y al procedimiento MetRechazo, y los resultados obtenidos. En la Figura 2 se muestran los comandos que invocan al paquete MetodosEspeciales y al procedimiento MuestraBinomial, y la salida resultante.

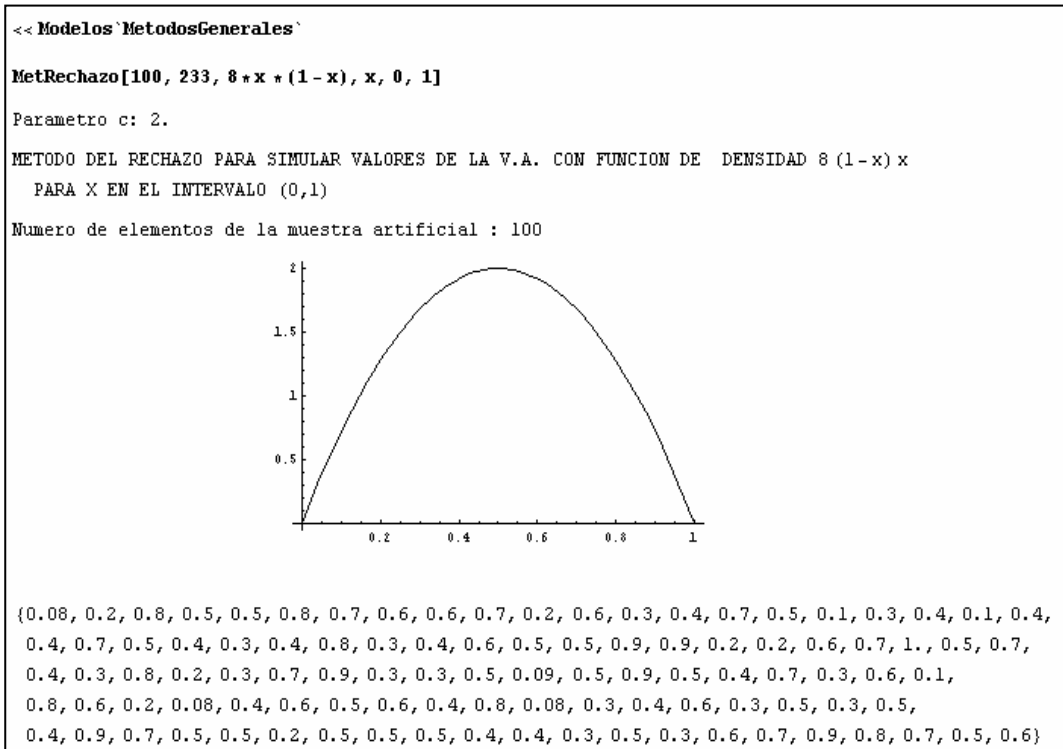


Figura 1: Resultados obtenidos en la ejecución del procedimiento MetRechazo, para simular valores de la variable aleatoria con función de densidad $y=8x(1-x)$, en el intervalo (0,1) con 100 iteraciones

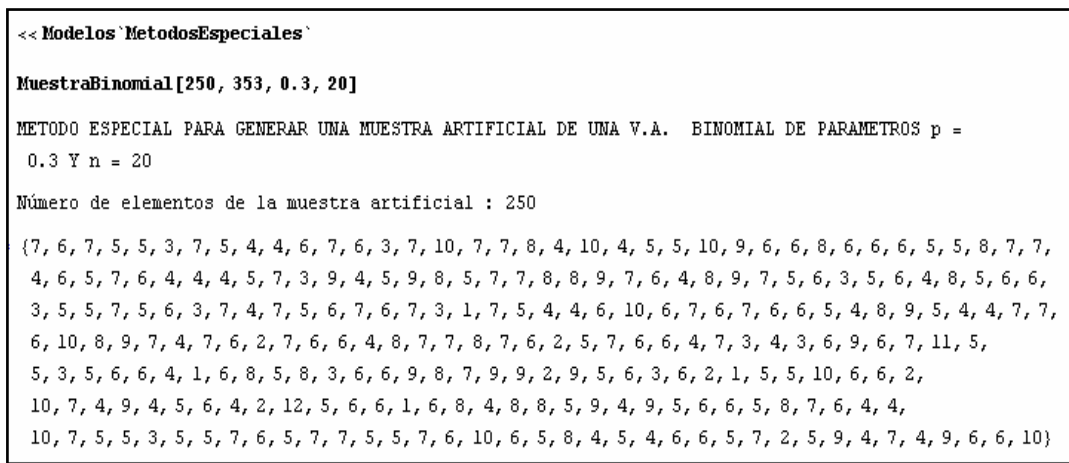


Figura 2: Resultados obtenidos en la ejecución del procedimiento MuestraBinomial, para simular valores de una variable aleatoria Binomial con parámetros $p=0.3$ y $n=20$, con 250 iteraciones

Conclusiones

Se presenta un software educativo, desarrollado en *Mathematica*, para generar en computadora muestras artificiales mediante la aplicación de métodos generales y especiales. El mismo permite la realización de prácticas interactivas por parte de los alumnos, quienes pueden realizar aprendizajes inductivos y deductivos a través de la manipulación del mismo. El alumno tiene la posibilidad de seleccionar los valores iniciales de los parámetros de cada método, propiciándose de este modo un aprendizaje significativo por descubrimiento. La investigación de los estudiantes-experimentadores

puede realizarse mediante preguntas del tipo: ¿Qué características tendrá la muestra artificial simulada si modifico el valor del parámetro X? ¿Y si modifico el parámetro Y?

El software en *Mathematica* presentado, se implementa como complemento educativo en las clases de la asignatura "Modelos y Simulación", permitiendo que los alumnos afiancen los conocimientos adquiridos a medida que avanzan en la lectura y estudio de los contenidos teóricos, y efectúen autoevaluaciones del aprendizaje de manera continua. El mismo forma parte de un conjunto de aplicaciones en *Mathematica*, desarrolladas por los docentes de la asignatura, que brindan a los alumnos la posibilidad de adquirir habilidad en el manejo de los métodos de generación de números pseudoaleatorios, muestras artificiales y pruebas de hipótesis para la verificación de los mismos. En el futuro, se prevé continuar en esta línea a través del desarrollo de software de simulación de modelos matemáticos mediante la aplicación del Método de Montecarlo, que incluirá prácticas interactivas de los principales estudios de casos deterministas y estocásticos presentados en el dictado de las clases teórico-prácticas de la mencionada asignatura.

Actualmente, el sitio Web de la asignatura "Modelos y Simulación" se encuentra accesible desde el Servidor de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura (UNNE). Desde este sitio Web los alumnos pueden acceder a los contenidos teóricos de la asignatura, a las guías de trabajos prácticos, y pueden establecer contacto con los docentes, realizar consultas, etc. El sitio incluirá en el futuro la posibilidad de descargar el software en *Mathematica* desarrollado, a los efectos de facilitar a los estudiantes el acceso a este material.

Referencias

- [1] Pardo, L. y Valdés, T. 1987. "Simulación. Aplicación práctica en la empresa". Ed. Díaz de Santos S. A. Madrid. España.
- [2] Pace, G. J. 1995. Material didáctico de la Asignatura "Modelos y Simulación". FACENA. UNNE. Inédito. Corrientes. Argentina.
- [3] Naylor, T. H. Balintfy, J. L., Burdick, D. S. y Chu, K. 1975. "Técnicas de Simulación en computadoras". Ed. Limusa. México. D.F.
- [4] Alemán de Sánchez, A. 1999. "La enseñanza de la Matemática asistida por computadora". Universidad Tecnológica de Panamá. Facultad de Ciencias y Tecnología. <http://mail.udlap.mx/~site/01.pdf>
- [5] Vaquero, A. Fernández de Chamizo, C. 1987. "La Informática Aplicada a la Enseñanza". Eudema S.A. Madrid. España.
- [6] Marquès Graells, Pere. "Diseño y Evaluación de programas educativos". <http://www.xtec.es/~pmarques/edusoft.htm>
- [7] López, M.V., Mariño, S.I., Petris, R.H. 1999. "Un análisis comparativo de generadores de números pseudo-aleatorios en *Mathematica* 3.0". FACENA. Revista de la Facultad de Cs. Exactas y Nat. y Agrimensura. Univ. Nac. del Nordeste. Pág. 119-136. Vol.15. Corrientes. Argentina.
- [8] Pace, G. J., López, María V., Mariño, Sonia I. y Petris, Raquel H. 1999. "Programación de un paquete de simulación con *Mathematica*". Reunión de Comunicaciones Científicas y Tecnológicas 1999. UNNE. Corrientes. Argentina. Tomo VIII. Cs. Exactas. 8:9-12. En: <http://www.unne.edu.ar/cyt/1999/cyt.htm>.
- [9] Castillo, E., Iglesias, A., Gutiérrez, J. M., Álvarez, E. y Cobo, A. 1996. "*Mathematica*". Ed. Paraninfo. Madrid, España.
- [10] Wolfram, S. 1996. "The *Mathematica* Book". 3rd Ed. Wolfram Media/Cambridge University Press. En: <http://www.wolfram.com>.
- [11] Coss Bú, R. 1992. "Simulación. Un enfoque práctico". Ed. Limusa. Grupo Noriega Editores. México. D.F.