

Contracciones Kernel: Funciones de Incisión Cuantitativas

Marcelo A. Falappa

Guillermo R. Simari

Laboratorio de Investigación y Desarrollo en Inteligencia Artificial

Departamento de Ciencias e Ingeniería de la Computación

Universidad Nacional del Sur

Av. Alem 1253 - (B8000CPB) Bahía Blanca - Argentina

PHONE/FAX: (+54)(291)459-5136

E-MAIL: [mfalappa,grs]@cs.uns.edu.ar

Palabras Clave: Revisión de Creencias, Dinámica de Creencias, Teoría de Cambio.

Resumen

Las operaciones de cambio de tipo partial meet fueron introducidas en el modelo AGM (Alchourrón, Gärdenfors y Makinson [AGM85]) y se basan en dos items: un conjunto de restos y una función de selección. Por su parte, las operaciones de cambio de tipo kernel fueron introducidas por Hansson [Han94] y también se basan en dos items: un conjunto de kernels y una función de incisión.

Las operaciones del modelo AGM son mayormente analizadas y estudiadas cuando se representan los estados epistémicos mediante conjuntos de creencias, esto es conjuntos clausurados lógicamente. Por su parte, las operaciones de tipo kernel son mayormente estudiadas cuando los estados epistémicos se representan mediante conjuntos de sentencias finitos y no clausurados. Por este motivo, sus algoritmos son de mayor aplicación en ciencias de la computación. En este trabajo, presentaremos una tipo de funciones de incisión plausible de aplicar en sistemas interactivos basados en conocimiento con el usuario con el objeto de minimizar la cantidad de información a ser descartada en una operación de contracción de tipo kernel.

1. Introducción

Los sistemas de revisión de creencias son sistemas lógicos para modelar la dinámica de conocimiento, esto es, como modificar nuestras creencias ante el arribo de información nueva. El problema surge cuando esta información es inconsistente con las creencias que representan nuestro estado de conocimiento. Puesto que es deseable preservar consistencia en el estado de conocimiento, generalmente es necesario eliminar ciertas creencias preservando tanta información original como sea posible (principio de *mínimo cambio* [AGM85, Gä88]).

Existen muchos sistemas para modelar la dinámica de conocimiento. Los más populares son el modelo AGM [AGM85] para representar cambios en las creencias de un agente, y el modelo de Updating [KM92, Gä92] para representar cambios en el mundo. En este trabajo analizaremos

las operaciones que representan cambios en las creencias de un agente por lo que restringiremos nuestro análisis.

El modelo AGM define tres tipos de operaciones de cambio: expansiones, contracciones y revisiones. Las expansiones se definen mediante operadores de consecuencia y uniones de conjuntos por lo que su definición es directa. En cambio, las contracciones y las revisiones requieren eliminar creencias del conocimiento de un agente por lo que es necesario contar con algún *mecanismo de selección* para determinar que sentencias serán eliminadas. Las contracciones en el modelo AGM se denominan *partial meet contractions* y están basadas en la selección de los subconjuntos maximales que no implican la información a ser eliminada. Para hacer esto, las partial meet contraction usan *funciones de selección*.

Por otra parte, las *kernel contractions* [Han94] se definen de manera diferente: se calculan los subconjuntos minimales que implican la información a ser eliminada; luego utiliza una *función de incisión* que “corta” cada uno de estos conjuntos y se eliminan las sentencias que selecciona tal función.

1.1. Contracciones Kernel

Las operaciones de kernel contraction de un conjunto K con respecto a una sentencia α se definen (informalmente) como la diferencia entre el conjunto original y el conjunto de elementos seleccionados por la función de incisión. Esta función de incisión “corta” cada conjunto minimal (kernel) que implica a la sentencia α . A continuación, definiremos formalmente la noción de conjunto de kernels, función de incisión y kernel contraction.

Definición 1: Sea K un conjunto de sentencias y α una sentencia. $K^\perp\alpha$ es el conjunto de conjuntos K' tales que $K' \in K^\perp\alpha$ si $K' \subseteq K$, $K' \vdash \alpha$, y si $K'' \subset K'$ entonces $K'' \not\vdash \alpha$. El conjunto $K^\perp\alpha$ se denomina *conjunto de kernels*, y sus elementos se denominan los α -kernels de K . ■

Por ejemplo, dado $K = \{p, p \rightarrow q, r, r \rightarrow s, r \wedge s \rightarrow q, t \rightarrow u\}$ y $\alpha = q$ entonces el conjunto de α -kernels es $K^\perp\alpha = \{\{p, p \rightarrow q\}, \{r, r \rightarrow s, r \wedge s \rightarrow q\}\}$. If $K = \{p, p \rightarrow q\}$ entonces $K^\perp(p \rightarrow p) = \{\emptyset\}$ puesto que $p \rightarrow p \in Cn(\emptyset)$ y $K^\perp\neg p = \emptyset$ ya que $K \not\vdash \neg p$.

Definición 2: Sea K un conjunto de sentencias. Una *función de incisión para K* es una función “ σ ” ($\sigma : 2^{2^{\mathcal{L}}} \Rightarrow 2^{\mathcal{L}}$) tal que, para cualquier sentencia $\alpha \in \mathcal{L}$, se verifica que:

- 1) $\sigma(K^\perp\alpha) \subseteq \cup(K^\perp\alpha)$.
 - 2) Si $X \in K^\perp\alpha$ y $X \neq \emptyset$ entonces $(X \cap \sigma(K^\perp\alpha)) \neq \emptyset$.
- El caso límite en que $K^\perp\alpha = \emptyset$ entonces $\sigma(K^\perp\alpha) = \emptyset$. ■

La función de incisión selecciona las sentencias de K que serán removidas y se denomina así porque realiza una incisión en cada α -kernel. Por ejemplo, considerando $K = \{p, p \rightarrow q, r, r \rightarrow s, r \wedge s \rightarrow q, t \rightarrow u\}$ y $\alpha = q$ entonces $K^\perp\alpha = \{\{p, p \rightarrow q\}, \{r, r \rightarrow s, r \wedge s \rightarrow q\}\}$ algunos posibles resultados de $\sigma(K^\perp\alpha)$ son $\{p, p \rightarrow q, r \rightarrow s\}$, $\{p \rightarrow q, r \wedge s \rightarrow q\}$ y $\{p, r\}$.

Definición 3: Sea K un conjunto de sentencias, α una sentencia y γ una función de incisión para K . La operación de *kernel contraction* de K con respecto a α , denotada como $K \dot{\div}_\sigma \alpha$, se define como:

$$K \dot{\div}_\sigma \alpha = K \setminus \sigma(K^\perp\alpha)$$

Esto es, $K \div_{\sigma} \alpha$ es igual a K menos las sentencias de los α -kernels de K seleccionadas por σ . ■

Las operaciones de contracción de tipo kernel, así como las operaciones de contracción de tipo partial meet, se definen mediante una serie de postulados característicos. A partir de sus teoremas de representación, puede observarse que cada contracción de tipo partial meet es una operación de tipo kernel. Por tal motivo, pueden definirse funciones de incisión usadas en las operaciones de tipo kernel a partir de funciones de selección de tipo partial meet [FS02a]. Esta relación se hace extensible a operadores de cambio no priorizados [FKIS02, HFCF01] en donde la nueva información no necesariamente es aceptada. Algunos resultados sobre funciones de incisión a partir de funciones de selección en operadores no priorizados han sido obtenidos en [FS02b].

2. Funciones de Incisión Cualitativas y Cuantitativas

Cuando se desea contraer un conjunto K con respecto a una sentencia α , se calculan los α -kernels y luego se aplica una función de incisión σ que corta cada uno de los elementos en $K^{\perp} \alpha$. Con tal fin, pueden adoptarse distintas políticas de selección de elementos a eliminar:

Cualitativas: esto es, descartando aquellas sentencias menos importantes en cierto orden de preferencia. Aquí podemos mencionar, entre otros, los operadores de contracción basados en *importancia epistémica* [GM88, Rot92].

Cuantitativas: esto es, utilizando algún mecanismo de selección que utilice nociones numéricas para determinar que preservar o no. Aquí podemos mencionar, entre otros, los operadores de revisión basados en *sistemas de esferas* [Gro88].

En este sentido, proponemos un tipo de funciones de incisión de tipo kernel de tipo cuantitativa, que pretende preservar el mayor número de sentencias posibles, minimizando la cantidad de sentencias a ser eliminadas de una base de creencias.

Definición 4: Sea K un conjunto de sentencias y σ una función de incisión para K . Decimos que σ es una *función de incisión cuantitativamente óptima* si, para cualquier otra función de incisión σ' de K , y para toda sentencia $\alpha \in \mathcal{L}$ se verifica que:

$$|\sigma(K^{\perp} \alpha)| \leq |\sigma'(K^{\perp} \alpha)|$$

Esto es, la cantidad de elementos eliminados por σ es la mínima. ■

Dada esta definición, puede deducirse que para un conjunto K y una sentencia α no existe una única función de incisión cuantitativamente óptima. También, es claro que no se tiene en cuenta la calidad de la información que se elimina, solamente se prioriza minimizar la cantidad de sentencias a eliminar. El siguiente algoritmo, es un algoritmo para obtener una función de incisión cuantitativamente óptima.

Algoritmo Función-de-Incisión-Cuantitativamente-Optima

Datos de Entrada: K^\perp_α , el conjunto de α -kernels de K .

Datos de Salida: σ , una función de incisión cualitativamente óptima.

Comienzo del Algoritmo

$\sigma := \emptyset$ { La función de incisión es inicialmente vacía }
 $T := K^\perp_\alpha$ { T es el conjunto de kernels a considerar }

Mientras T no es vacío hacer:

 Sea β una de las sentencias que aparece en más elementos de T

$\sigma := \sigma \cup \{\beta\}$

 Para cada $H \in T$ hacer:

 Si $\beta \in H$ Entonces $T := T \setminus H$

Fin del Algoritmo

Por ejemplo, supongamos contar con el siguiente conjunto de creencias K :

$$K = \{p(a), q(a), p(X) \rightarrow q(X), q(X) \rightarrow r(X)\}$$

Supongamos que se desea eliminar $r(a)$ de K . El conjunto de $r(a)$ -kernels de K es el siguiente:

$$\{\{q(a), q(X) \rightarrow r(X)\}, \{p(a), p(X) \rightarrow q(X), q(X) \rightarrow r(X)\}, \}$$

Esto es, la función de incisión que menos información elimina del conjunto K sería:

$$\sigma = \{q(X) \rightarrow r(X)\}$$

Si bien existen muchos argumentos para sostener que, en los procesos de decisión de un agente, se preservan las creencias de mayor importancia y se descartan las de menor, en muchos casos, puede ser necesario y útil contar con métodos cuantitativos. Por ejemplo, cuando se debe decidir que creencias preservar entre varias creencias incomparables bajo algún criterio de importancia o cuando existen varias creencias del mismo “peso” pero basta eliminar una de ellas para realizar con éxito el cambio.

En sistemas computacionales basados en conocimiento también es posible aplicar este tipo de operadores. Tales sistemas cuentan con una base de conocimiento, una máquina de inferencia y un sistema encargado de actualizar el conocimiento. En estos casos, al momento de eliminar creencias el sistema podría notificar al ingeniero de conocimiento que creencias deberían ser descartadas teniendo en cuenta la cantidad de información que se pierde, particularmente en las situaciones mencionadas anteriormente.

3. Conclusiones y Trabajo Futuro

Los operadores de contracción o revisión de tipo kernel, al momento de eliminar una sentencia α , obtienen las pruebas minimales de α y eliminan al menos un elemento de cada una de ellas. En este trabajo, proponemos un algoritmo para obtener funciones de incisión cuantitativas que eliminen la menor cantidad de sentencias en un proceso de cambio. Este tipo de operadores puede aplicarse en sistemas interactivos basados en conocimiento donde, en algunos procesos de cambio, el usuario del sistema o el ingeniero de conocimiento, determina finalmente que sentencias eliminar. Básicamente, al momento de eliminar una sentencia, el sistema calcula los

α -kernels y además, muestra las incisiones cuantitativamente óptimas. El operador del sistema decidirá finalmente si elimina las creencias sugeridas (en términos cuantitativos) o si elimina más sentencias pero de menor plausibilidad o importancia epistémica.

Referencias

- [AGM85] Carlos Alchourrón, Peter Gärdenfors, and David Makinson. *On the Logic of Theory Change: Partial Meet Contraction and Revision Functions*. *The Journal of Symbolic Logic*, 50:510–530, 1985.
- [FKIS02] Marcelo A. Falappa, Gabriele Kern-Isberner, and Guillermo R. Simari. *Belief Revision, Explanations and Defeasible Reasoning*. *Artificial Intelligence Journal*, 141:1–28, 2002.
- [FS02a] Marcelo A. Falappa and Guillermo R. Simari. *On the Logic of Theory Change: Incision Functions from Selection Functions*. *IV Workshop de Investigadores en Ciencias de la Computación, WICC 2002*, 2002.
- [FS02b] Marcelo A. Falappa and Guillermo R. Simari. *Operaciones de tipo Kernel a partir de operaciones de tipo Partial Meet*. *VIII Congreso Argentino de Ciencias de la Computación, CACIC 2002*, 2002.
- [Gä88] Peter Gärdenfors. *Knowledge in Flux: Modelling the Dynamics of Epistemic States*. The MIT Press, Bradford Books, Cambridge, Massachusetts, 1988.
- [Gä92] Peter Gärdenfors. *Belief Revision*. Gärdenfors, Cambridge University Press, 1992.
- [GM88] Peter Gärdenfors and David Makinson. *Revisions of Knowledge Systems using Epistemic Entrenchment*. *Second Conference on Theoretical Aspects of Reasoning About Knowledge*, pages 83–95, 1988.
- [Gro88] Adam Grove. *Two Modellings for Theory Change*. *The Journal of Philosophical Logic*, 17:157–170, 1988.
- [Han94] Sven Ove Hansson. *Kernel Contraction*. *The Journal of Symbolic Logic*, 59:845–859, 1994.
- [HFCF01] Sven Ove Hansson, Eduardo Fermé, John Cantwell, and Marcelo Falappa. *Credibility Limited Revision*. *The Journal of Symbolic Logic*, 6(4):1581–1596, 2001.
- [KM92] Hirofumi Katsuno and Alberto Mendelzon. *On the Difference Between Updating a Knowledge Database and Revising It*. In **Belief Revision** [Gä92], pages 183–203.
- [Rot92] Hans Rott. *Preferential Belief Change using Generalized Epistemic Entrenchment*. *The Journal of Logic, Language and Information*, 1:45–78, 1992.