La Relevancia de la Lógica Relevante en el Razonamiento no Monotónico

Claudio Delrieux
Universidad Nacional del Sur
Alem 1253 - (8000) Bahía Blanca - ARGENTINA
e-mail:claudio@acm.org

1. Motivaciones

La lógica clásica es un sistema formal muy bien establecido cuyo objetivo podría describirse como el de razonar con conocimiento verdadero e inmutable. En la lógica clásica las inferencias son de-ductivas, lo cual tiene la propiedad de *validez*, es decir, preserva la verdad de los antecedentes, resultando imposible deducir una conclusión falsa a partir de antecedentes verdaderos. Si bien sus características sintácticas y semánticas son inmejorables en dicha situación, desde un punto de vista pragmático resulta difícil adecuar la lógica clásica a situaciones mundanas, fundamentalmente por lo problemático del concepto de verdad y su difícil aplicabilidad. Una de las razones de esto es que en una lógica debería estar también expresada la conexión necesaria entre la conclusión de una inferencia y sus premisas, es decir, la *relevancia* de las premisas para la conclusión [2]. Es poco intuitivo en la lógica clásica que de una premisa falsa se pueda concluir cualquier sentencia arbitraria, así como que una conclusión verdadera pueda ser inferida a partir de cualquier premisa arbitraria. Éstas, entre otras, son las denominadas *paradojas de la implicación.* En este trabajo proponemos que la lógica relevante presupone una mejor base el razonamiento en general y para la implementación computacional de sistemas basados en conocimiento. Se muestra una presentación de una lógica relevante en un sistema de deducción natural, la cual es computacionalmente implementable, y se discuten sus aplicaciones en el razonamiento revisable.

2 Deducción natural y relevancia

La lógica tiene que ver con qué conclusiones se siguen de qué premisas. Por lo tanto el punto en un sistema de razonamiento es conocer el comportamiento de su operador de consecuencia. Una de las presentaciones más versátiles para caracterizar e implementar constructivamente sistemas formales es la *deducción natural*, propuesta por Gentzen en 1934 [7]. Genzen propone una sencilla formulación para el análisis de demostraciones, basadas en reglas estructurales (por ejemplo, introducción de premisas, reiteración, etc.) y reglas de *introducción* y *eliminación* de conectivos. Por ejemplo, si de la introducción de una premisa *a* se puede inferir un teorema *b*, entonces se puede inferir (por introducción de la implicación), que $a \to b$. Este análisis de las demostraciones nos muestra con facilidad por qué una sentencia verdadera es implicada por cualquier sentencia, así como que una sentencia falsa implica cualquer sentencia. Estas situaciones y otras semejantes son denominadas *paradojas de la implicación*. Se genera un razonamiento válido pero no *relevante*. Estas paradojas descalifican a la lógica clásica como base formal para los sistemas basados en conocimiento, no solamente porque posibilitan la generación de razonamientos espúreos, sino porque también se generan explicaciones totalmente irrelevantes. El efecto de estas paradojas es aún más nocivo que cualquier otra propiedad de un sistema de razonamiento. Un ejemplo es la trivialización de un sistema clásico cuando es confrontado a información contradictoria: siempre es posible que un sistema basado en conocimiento deba utilizar a premisas contradictorias, por errores operativos, situaciones imprevistas, hasta por uso malintencionado.

La solución propuesta en las lógicas relevantes consiste en evitar las paradojas implicación por medio de un operador de sentencia de *implicación relevante*. Un condicional *p=>q* expresa *``p implica q en forma relevante"* cuando, al margen de satisfacer las condiciones clásicas de validez, el contenido intensional de *q* está própiamente incluido en el de *p* [1]. Por ejemplo la ley de absorción $A \to (B \to A)$ es relevantemente falsa porque el consecuente $(B \to A)$ tiene un contenido claramente mayor que el antecedente *A*. De esa forma se evitan las paradojas de la implicación. En la implementación constructiva basada en deducción natural que estamos adoptandose restringe la regla de reiteración a aquellas sentencias que se pudieron demostrar dentro de lamisma subprueba subordinada:

1	A	Premisa
2	B	Premisa
3	A	1, Reit
4	$B \to A$	2, 3, $\to_I$
5	$A \to (B \to A)$	1, 4, $\to_I$

En este caso, la reiteración en el paso 3 es inaceptable desde el punto de vista de la relevancia, porque pertenece a una subdemostración externa a aquella en la que se efectúa la reiteración. Por lo tanto, cada demostración subordinada irá acompañada de un subíndice que evite la reiteración de pasos fuera de su ámbito específico. Es interesante ver cómo estos cambios permiten evadir la trivialización de la lógica en situaciones de información contradictoria. En una lógica relevante la contradicción no produce inconsistencia clásica (es decir, que cualquier sentencia del lenguaje sea teorema). Una lógica con estas características se denomina *paraconsistente*. Es posible entender la necesidad de paraconsistencia en un sistema práctico de razonamiento (una base de conocimientos, por ejemplo) por lo menos por dos vías. La paraconsistencia *ontológica* asume que desde nuestra limitada capacidad para comprender la verdad, es posible que existan sentencias que son a la vez verdaderas y falsas, como por ejemplo la paradoja del mentiroso y otras similares. La paraconsistencia *epistémica*, por su parte, no llega tan lejos. Simplemente asume que nuestra capacidad para conocer es limitada, y que por lo tanto podemos tener el conocimiento de que una sentencia es verdadera y por otra parte tener el conocimiento de que la misma sentencia es falsa.

En una deducción natural relevante deberemos utilizar subíndices para la introducción de premisas y su “descarga” por medio de $\rightarrow_I$. Cada paso de la deducción natural tendrá, entonces, un conjunto S de subíndices, los cuales van modificándose de acuerdo a las siguientes reglas:

- Cuando se introduce una premisa hipotética a, ésta se subindica con un índice k no utilizado antes.
- De una (sub-)demostración para b_S a partir de una premisa a_k (con $k \in S$) se infiere $(a \rightarrow b)_{S-\{k\}}$.
- La reiteración de pasos retiene los subíndices de la sentencia reiterada.
- En la eliminación de implicación ($\rightarrow_E$), es decir, la regla *modus ponens*, se incluyen los subíndices de las dos premisas: de a_S y $(a \rightarrow b)_R$ se infiere $b_{S \cup R}$.

Con este esquema de manejo de subíndices, en cualquier paso de la deducción la verdad de la sentencia de dicho paso está condicionada a la verdad de las premisas introducidas que se indican en su conjunto S de subíndices. Una tautología se caracteriza por tener subconjunto de subíndices vacío. Las reglas de introducción y eliminación de otros conectivos se expresan de modo similar. Mencionamos por ejemplo las reglas de la negación:

- ($\neg_I$) De una (sub-)demostración para $\neg a_S$ con premisa a_k se infiere $a_{S-\{k\}}$.
- ($\neg_I$) De b_S y una (sub-)demostraciones para $\neg b_R$ con premisa a_k (con $k \in R$) se infiere $\neg a_{(R \cup S)-\{k\}}$.
- ($\neg\neg_E$) De $\neg\neg a_S$ se infiere a_S.

Es interesante observar que la introducción de la negación (de corte intuicionista) [8], brinda posibilidades de efectuar un tratamiento constructivo para la negación. La eliminación de doble negación, en cambio, hace que el sistema se comporte como clásico desde el punto de vista de la negación (aunque es posible no considerar esta regla y tener un sistema con negación intuicionista).

3. Relevancia y razonamiento no monotónico

La lógica nos permite solamente extraer conclusiones implícitas en las hipótesis. Por lo tanto, todo razonamiento significativo debe tener alguna componente ``ampliativa", es decir que construya nuevo conocimiento a partir del conocimiento dado. Indudablemente existe una relación directa entre la monotonicidad de la lógica y su incapacidad de realizar inferencias ampliativas. Claramente esta propiedad es antinatural desde el punto de vista de la ingeniería de conocimiento: en cuántas situaciones nos vemos confrontados a conocimiento que obliga a revisar nuestras creencias. Una de las formas de representación de conocimiento que requiere razonamiento no monotónico es utilizando los mencionados condicionales derrotables o reglas *default* [4]. Estos condicionales tienen la forma $a > b$, y su interpretación pragmática es “*Normalmente, si a sucede, entonces b sucede*”. El ejemplo paradimgático de condicional derrotable es *ave(X) > vuela(X)*, una regla que normalmente se cumple pero que puede tener excepciones. La forma de utilizar condicionales derrotables en nuestro sistema de lógica relevante consiste en utilizarlos como implicaciones materiales en la regla *modus ponens* (eliminación de la implicación), pero al mismo tiempo manejarlos como una premisa hipotética que condiciona la verdad de la conclusión obtenida a la verdad de esta instancia del condicional.

Ejemplo 1: Supongamos que en nuestra teoría tenemos a, $a > b$, $b > c$, $a > \neg c$. En dicha situación podemos establecer la siguiente demostración:

1	$a_{\{1\}}$	Premisa
2	$(a \succ\!\!- b)_{\{2\}}$	Cond. derrotable
3	$b_{\{1,2\}}$	1, 2, $\rightarrow_E$
4	$(b \succ\!\!- c)_{\{3\}}$	Cond. derrotable
5	$c_{\{1,2,3\}}$	3, 4, $\rightarrow_E$
6	$(a \succ\!\!- \neg c)_{\{4\}}$	Cond. derrotable
7	$\neg c_{\{1,4\}}$	1, 6, $\rightarrow_E$
8	$\neg a_{\{2,3,4\}}$	5, 7, $\neg_I$

La lógica nos está demostrando tres posibles conclusiones, en función de tres subconjuntos diferentes de premisas. Si fuese posible comparar el soporte asertivo de cada una de las premisas, entonces sería posible elegir entre las conclusiones de la teoría. Es importante observar que b es siempre conclusión de la teoría, dado que no es contradictoria con ninguna de las demás conclusiones (la lógica no intentará utilizar el condicional $b > c$ en forma contrapositiva con $\neg c$).

Otro de los esquemas de inferencia muy utilizados en el razonamiento revisable es la abducción. En términos generales la abducción es el proceso de inferencia que va de las observaciones a las explicaciones dentro de un contexto o teoría general. Es decir, la inferencia abductiva busca sentencias (denominadas *explicaciones*) que, agregadas a la teoría, implican deductivamente a las observaciones. Muchas veces, sin embargo, existen varias explicaciones posibles para una observación, por lo que el “arte” de la inferencia abductiva es encontrar la explicación que sea “mejor” en algún sentido. La abducción tiene una importancia central en muchos sistemas de inteligencia artificial, como por ejemplo en los sistemas expertos de diagnóstico, la detección de fallas y el razonamiento causal [3, 5, 6]. Cuando existen condicionales derrotables en la teoría, pueden ocurrir ejemplos en el que una buena explicación normalmente es una mala predicción (tomar mate con un engripado es una buena *explicación* para el contagio, pero es una mala *predicción*). Por dicha razón es que la lógica relevante es también más adecuada para la generación de explicaciones que la lógica clásica

Ejemplo 2: En un sistema de diagnóstico ocupacional encontramos que quien tiene un trabajo normalmente percibe un ingreso $t(X)>i(X)$, normalmente no estudia $t(X)>\neg e(X)$, y paga aporte jubilatorio $t(X)>j(X)$. Quienes estudian normalmente trabajan $e(X)>t(X)$, y quienes estudian y ganaron una beca perciben un ingreso $b(X)>i(X)$ pero no pagan aporte jubilatorio $b(X)>\neg j(X)$. En este estado de cosas ¿Qué se puede afirmar de *juan*, de quién sabemos que paga su aporte jubiliatorio?

1	$j(juan)_{\{1\}}$	Premisa
2	$(t(X) \succ\!\!- j(X))_{\{2\}}$	Cond. derrotable
3	$t(juan)_{\{1,2\}}$	$1, 2,$ Abducción (explicación)
4	$t(juan)_{\{1,2\}}$	$3,$ Reit.
5	$(t(X) \succ\!\!- i(X))_{\{3\}}$	Cond. derrotable
6	$i(juan)_{\{1,2,3\}}$	$4, 5, \rightarrow_E$ (predicción)
7	$t(juan)_{\{1,2\}}$	$3,$ Reit.
8	$(t(X) \succ\!\!- \neg e(X))_{\{4\}}$	Cond. derrotable
9	$\neg e(juan)_{\{1,2,4\}}$	$7, 8, \rightarrow_E$ (predicción)

Por inferencia abductiva, es posible explicar en forma consistente que *j(juan)* porque *t(juan)*, y a partir de esta inferencia, se puede predecir que *i(juan)* y $\neg$*e(juan)*. Otras posibles inferencias abductivas (por ejemplo que *b(juan*) porque *i(juan)* quedan descartadas por ser inconsistentes. Si tuviésemos la situación en la cual otra persona percibe un ingreso (por ejemplo, *i(ana)*), entonces es posible encontrar abductivamente una justificación en *t(ana)*, y otra en *b(ana)*. Con respecto la primera justificación, se sigue además que *j(ana)* y que $\neg$*e(ana)* y por consiguiente $\neg$*b(ana)*, es decir, ana percibe un ingreso por trabajar y paga su jubiliación, pero no estudia y por consiguiente no está becada. De la segunda justificación se sigue *e(ana)*, y además *t(ana)* y *j(ana)*, es decir, ana está becada y por consiguiente estudia, pero además ana trabaja y por consiguiente paga su jubiliación. Es decir, se acepta que *ana* trabaja como explicación de su ingreso, y además se predice que *ana* debe normalmente pagar una jubilación, hecho que habrá que corroborar. ¿Qué podemos afirmar de *pedro*, de quién sabemos que percibe un ingreso pero que no paga aporte jubilatorio? En este caso, las justificaciones del ingreso de *pedro* son idénticas a las justificaciones del ingreso de *ana*, pero el hecho adicional de que *pedro* no paga jubilación bloquea la primera, y por lo tanto se concluye que pedro es un estudiante becado.

Referencias

[1] Wilhelm Ackermann. Begründung einer strengen Implikation. *The Journal of Symbolic Logic*, 21(4):113-128, 1956.

[2] Alan Anderson and Nuel Belnap. *Entailment: The Logic of Necesity and Relevance*. Princeton University Press, 1975.

[3] Craig Boutillier y Verónica Becher. *Abduction as Belief Revision*. Artificial Intelliigence 77(1):43-94, 1995.

[4] Matthew Ginsberg (ed.). *Readings in Nonmonotonic Reasoning*. Morgan Kaufmann Publishers, Los Altos, California, 1987.

[5] Kurt Konolige. *Abduction and Closure in Causal Theories*. Artificial Intelliigence, 53(2-3):255--272, 1992.

[6] David Poole.*A Methodology for Using a Default and Abductive Reasoning System*. Technical Report DCS-UW, University of Waterloo, 1988.

[7] M. E. Szabo. *The Collected Papers of Gerhard Gentzen*. North Holland, Amsterdam, 1969.

[8] A. S. Toelstra and D. van Dalen. *Constructivism in Mathematics*. Elsevier Science Publishers, Amsterdam, 1988.