Apéndice A

El modo TE

Mostramos aquí brevemente las ecuaciones a resolver del caso bidimensional cuando se trata el modo TE. Recordando que en este caso tenemos un campo eléctrico $\boldsymbol{E} = (0, E_y, 0)$ y un campo magnético $\boldsymbol{H} = (H_x, 0, H_z)$, obtenemos a partir de las Ecs. (3.1)

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} &= \sigma E_y, & (A.1a) \\ \frac{\partial E_y}{\partial z} &= i\omega\mu H_x, & (A.1b) \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} &= -i\omega\mu H_z. & (A.1c) \end{aligned}$$

Como hemos mencionado anteriormente, las expresiones para $\boldsymbol{E}^p = (0, E_y^p(z), 0)$ y $\boldsymbol{H}^p = (H_x^p(z), 0, 0)$ inducidos por una onda incidente con polarización

$$\boldsymbol{E}^0 = (0, E_y^0, 0), \qquad \boldsymbol{H}^0 = (H_x^0, 0, 0), \tag{A.2}$$

sobre un modelo de Tierra con conductividad $\sigma_p(z)$ pueden ser obtenidas analíticamente. Definamos los campos eléctrico y magnético secundarios $\tilde{\boldsymbol{E}}^s$ y $\tilde{\boldsymbol{H}}^s$ por

$$\begin{aligned} \tilde{\boldsymbol{E}}^s = \boldsymbol{E}^t - \boldsymbol{E}^p &= (0, E_y^t - E_y^p, 0), & (A.3a) \\ \tilde{\boldsymbol{H}}^s = \boldsymbol{H}^t - \boldsymbol{H}^p &= (H_x^t - H_x^p, 0, H_z^t). & (A.3b) \end{aligned}$$

Luego, las ecuaciones para los campos secundarios, tomando para el campo magético $\boldsymbol{H} = (H_x, H_z)$ y para el campo eléctrico el escaler E, y suprimiendo superíndices como hicimos en el modo TM quedan expresadas como

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -i\omega\mu H_z, \tag{A.4a}$$

$$\frac{\partial E}{\partial z} = i\omega\mu H_x, \tag{A.4b}$$

y

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \sigma E + (\sigma - \sigma_p)E_y^p = \sigma E + f. \tag{A.5}$$

Resolvemos las Ecs. (A.4) y (A.5) conjuntamente con la condición de borde absorbente

$$a(1-i)E - \boldsymbol{H}\cdot\boldsymbol{\tau} = 0, \qquad \text{sobre } \Gamma. \tag{A.6}$$

Esta condición es también derivada de la condición de borde absorbente propuesta por Sheen (1997). Utilizando la notación indicada en el Capítulo 2, el sistema de ecuaciones a resolver puede escribirse como:

$$\begin{aligned} \operatorname{curl} E + i\omega\mu\boldsymbol{H} &= 0, \quad \text{en } \Omega, && (A.7a)\\ \operatorname{curl} \boldsymbol{H} &= \sigma E + f, \quad \text{en } \Omega, && (A.7b)\\ (1-i)aE - \boldsymbol{H}\cdot\boldsymbol{\tau} &= 0, \quad \text{sobre } \Gamma. && (A.7c) \end{aligned}$$

Estas son las Ecs. (2.25), cuya solución aproximamos con el oportunamente descripto método de elementos finitos mixto híbrido con descomposición de dominio. Debe notarse aquí que las funciones base a partir de las cuales construímos las aproximaciones del campo eléctrico en el modo TM, son en este caso utilizadas para aproximar al campo magnético, y el campo eléctrico en el modo TE es aproximado como lo fue el campo magnético en el modo TM. Por lo tanto, las ecuaciones (3.14), con $\boldsymbol{H}$ en vez de $\boldsymbol{E}$ y E en vez de H, siendo correspondientemente renombrados los coeficientes, son utilizadas para obtener la expresión algebraica de las Ecs. (2.28). Ciertamente, los pasos son totalmente análogos a los del modo TM, y el algoritmo obtenido es implementado en la misma forma que la enunciada en el Capítulo 2.