

Un sistema de Semi-Revisión Plausible

Análisis de Propiedades

Sandra ROGER

Gerardo PARRA

Departamento de Informática y Estadística
Universidad Nacional del Comahue
Buenos Aires 1400 – (8300) Neuquén, Argentina. FAX: (54)(0299)4490313
e-mail: [sroger,gparra]@uncoma.edu.ar

ATIA

Resumen

Un agente razonador trata de captar la mayor cantidad de información que le sea posible. Este proceso puede producir contradicciones, las cuales debe superar. De los distintos métodos que tratan con este problema nos dedicaremos a la semi-revisión, más precisamente, trabajaremos con una medida plausibilística incorporada al modelo anterior. En presencia de este marco, analizaremos las propiedades asociadas a los operadores definidos para resolver el problema anteriormente descripto.

1 Introducción

El razonamiento humano se ve frecuentemente obligado a enfrentar situaciones que conflictúan sus creencias y, por consiguiente, debe tratar de encontrar una manera de superar este inconveniente.

De los distintos operaciones de cambio de creencias estudiados, nos detendremos en la semi-revisión. La característica de este modelo es que no siempre es aceptada la nueva información, sino que plantea una serie de opciones entre las que podemos optar. Si bien, este modelo nos da diferentes opciones, no nos dice por cual de ellas decidimos. Por este motivo, es que se incorpora el uso de una medida cualitativa [Par98] asociada a cada una de las creencias. Esta nos permitirá seleccionar aquella situación preferible a las otras.

En el marco de un sistema semi-revisable plausibilístico se han definido operadores. Estos fueron necesarios para realizar la tarea de selección de las creencias que sobrevivirán al proceso de semi-revisión.

1.1 Nociones Preliminares

Se trabaja en el marco del lenguaje proposicional \mathcal{L} [Dav89]. Por simplicidad se usará el conjunto de conectivos $\{\neg, \wedge, \vee, \rightarrow\}$. Las fórmulas en \mathcal{L} serán denotadas por letras griegas minúsculas: α, β , etc.. Los conjunto de sentencias en \mathcal{L} serán denotadas con letras del latín mayúsculas: A, B , etc.. Además, se hará uso de 2 símbolos especiales \perp \top el primero se utilizará para representar una sentencia contradicción y el segundo representará una sentencia arbitraria tautológica.

Se definirá una función Cn que va de conjunto de sentencias a conjunto de sentencias, y cuya definición es la siguiente:

Definición 1.1

$$Cn(K) = \{\alpha : K \vdash \alpha\} \quad \blacksquare$$

Donde \vdash denota la deducción lógica. La función Cn definida anteriormente satisface las restricciones de *inclusión*, *iteración* y *monotonía* [Par98].

El trabajo con creencias utilizará el siguiente conjunto de símbolos matemáticos los cuales tienen el mismo significado que en la teoría de conjuntos: $\{\cap, \cup, \subset, \subseteq, \in, \emptyset\}$

Definición 1.2

Una *base de creencias* K , donde $K \subseteq \mathcal{L}$, es un conjunto de fórmulas bien formadas. \blacksquare

2 Formalización

En esta sección se formalizan algunos conceptos que han sido mencionados anteriormente. En una base de creencias podemos incorporar una medida cualitativa de

la siguiente manera: cada sentencia tiene asociado un agente informante. Entre estos agentes existe una cierta relación, es decir, que respetan un cierto orden preestablecido, el cual permanecerá estático durante todo el proceso de cambio de creencias. Podemos decir que una estructura de informantes es un grafo, representado por el par $\langle I, >_D \rangle$ donde I es un conjunto de informantes $\{I_1, I_2, \dots, I_n\}$ el cual es finito y $>_D$ es un orden parcial sobre I llamado *relación de plausibilidad*. De esta manera se puede pensar en una *base plausible de creencias* a un conjunto $K_P = \{\langle \alpha, I_i \rangle : \alpha \text{ es una sentencia perteneciente a } K \text{ e } I_i \text{ es un agente informante perteneciente a } I.\}$.

Como se menciona en [FH95], la definición de plausibilidad está dada por medio de una tupla de elementos: un conjunto de mundos, un álgebra de subconjuntos sobre el conjunto anterior, un dominio de valores plausibles parcialmente ordenados por la relación $>_D$ y una función que mapea elementos del álgebra de subconjuntos a elementos del dominio. Llevando este esquema a nuestra propuesta obtenemos que el conjunto de elementos del dominio instancia con la estructura de informantes descrita anteriormente y además, no cuenta con los elementos distinguibles: $\perp_D \top_D$, tal que $\perp_D \leq I \leq \top_D$ para todo I perteneciente a la estructura de informantes.

El espacio de plausibilidad "PI" a definir en esta sección, mapea pares de subconjuntos de sentencias en subconjuntos de agentes informantes, es decir, $PI(A \setminus B) = \{I_i : \langle \alpha, I_i \rangle \in A \text{ y } \langle \alpha, I_i \rangle \notin B\}$, dada dos bases de creencias A y B .

Definición 2.1

Dada una base de creencias K_P , decimos que un subconjunto $A \subseteq K_P$ es *preferido* a otro subconjunto $B \subseteq K_P$ si y solo si para todo $x \in PI(A \setminus B)$, x es al menos tan plausible como algún elemento en $PI(B \setminus A)$, y para todo $y \in PI(B \setminus A) - PI(A \setminus B)$, existe un $x \in PI(A \setminus B)$ tal que $x >_D y$. En este caso, notaremos $PI(A \setminus B) >_D PI(B \setminus A)$ o simplemente $A >_D B$. ■

Debido a que la característica de la semi-revisión con respecto a la nueva información se trabajará con una nueva base de creencia "aumentada", la cual consistirá de la vieja base a la que le unimos la nueva información. Para no hacer una eliminación indiscriminada, y tener el menor cambio posible restaurando la consistencia, consideraremos todos los

posibles subconjuntos maximales consistentes (SMC) de la base de creencia aumentada, y luego optar por uno de ellos

Para esta última tarea es necesario comparar cada SMC con respecto al resto y así elegir el subconjunto más plausible. Para poder decir que un SMC es preferible a otro, necesitamos calcular las respectivas funciones PI , de esta manera estamos comparando a los informantes de las creencias. Una vez que realizamos esta tarea con todos los SMC elegimos el más preferible según la definición de *preferencia*, la cual nos dará como resultado la nueva base de creencias, después de agregar la nueva información.

3 Propiedades

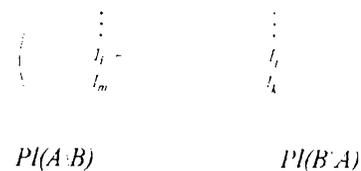
En la sección anterior se presentó el operador $>_D$, el cual es utilizado en la definición de la función PI , esta última nos da como resultado un conjunto de informantes los cuales deben ser comparados. El SMC asociado al conjunto de informantes ganador será la nueva base de conocimiento. En esta sección nos concentraremos en estudiar las propiedades, muchas de las cuales fueron presentadas en [FH95] y [FH96b], que verifican estas definiciones. Se examinará en primera medida la relación $>_D$ y luego nos concentramos en la función PI .

Lema 3.1

La relación $>_D$ es reflexiva y transitiva. ■

Definición 3.1

Sea A y B dos bases de creencias y sea $PI(A \setminus B)$ y $PI(B \setminus A)$, las respectivas diferencias de plausibilidad de A y B , las cuales son disjuntos y finitas. Se denominará *Corte Terminal* al siguiente caso:



Supongamos que tenemos una situación en donde cada elemento de un conjunto, tenga otro elemento de otro conjunto tal que sea mayor plausibilísticamente. Dado que estos son finitos va a haber necesariamente un corte tal que pueden darse uno de los siguientes casos. Puede ocurrir, como vemos en el

gráfico, que I_k sea el último elemento en la secuencia. Es decir, $I_i >_D I_j$ a su vez $I_k >_D I_i$ e I_k no tiene un elemento mayor en el otro conjunto. Por lo tanto a I_k lo llamaremos *elemento de corte*. Si no sucede lo anterior, entonces estamos en el caso en donde I_k si tiene un elemento mayor plausibilísticamente en el otro conjunto, I_m , y si este no tiene otro mayor entonces I_m será el *elemento de corte*. ■

Proposición 3.1

La relación $>_D$, de acuerdo a la definición 2.1 no cumple con la propiedad de ser, al mismo tiempo:

$Pl(A \setminus B) >_D Pl(B \setminus A)$ y $Pl(B \setminus A) >_D Pl(A \setminus B)$ ■

De igual manera, es importante tener presente que no se cumplen todas las hipótesis expuestas en [FH95] y [FH96b] y mencionadas en la sección anterior. Estas diferencias radican, fundamentalmente, en la medida de plausibilidad Pl y en los elementos maximales y minimales característicos del dominio.

Proposición 3.2

La relación $>_D$ cumple con la propiedad:

A1 Si $A \subseteq B$, entonces $Pl(A \setminus B) >_D Pl(B \setminus A)$ ■

Una propiedad que vincule la propiedad entre eventos disjuntos y la probabilidad de su unión, es la propiedad DESCOMP. Una medida de plausibilidad que cumple con esta propiedad se dice que es *descomponible*, variante débil de una propiedad de probabilidad cualitativa llamada *uniones disjuntas*.

Proposición 3.3

La medida de plausibilidad Pl , cumple con la propiedad **DESCOMP**.

Si A y B son disjuntos y, A' y B' también lo son,

$Pl(A \setminus A) >_D Pl(A \setminus A')$ y $Pl(B \setminus B) >_D Pl(B \setminus B')$
y entonces

$Pl((A' \cup B') \setminus (A \cup B)) >_D Pl((A \cup B) \setminus (A' \cup B'))$. ■

Proposición 3.4

La relación $>_D$ cumple con la propiedad:

A2 Si A , B y C son pares de conjuntos finitos disjuntos, $Pl(A \cup B) >_D Pl(C)$, y $Pl(A \cup C) >_D Pl(C)$ y ocurre que $Pl(C \setminus A \cup B)$ y $Pl(B \setminus A \cup C)$ son finitos entonces $Pl(A) >_D Pl(B \cup C)$.

4 Conclusiones

Las creencias de un agente razonador sufren constantemente cambios debido a la

nomonotonidad de las mismas. Es por este motivo, que incorporar una nueva información no puede hacerse de una manera natural y puede llegar a ocasionar conflictos en la base de creencias del agente. Bajo un sistema de semi-revisión plausible, se ha presentado una alternativa para solucionar el problema presentado en el párrafo anterior. Este proceso calcula los SMC de la base de conocimiento y luego elige cuál de estos será la nueva base. Para realizar esta tarea se ha definido el operador $>_D$ el cual es utilizado en la definición de la función Pl , esta última nos da como resultado un conjunto de informantes los cuales deben ser comparados. El SMC asociado al conjunto de informantes ganador será la nueva base de conocimiento. Estos operadores cumplen con varias propiedades expuestas en la sección anterior, muchos de los cuales fueron introducidos por Friedman y Halpern en su definición de medida de Plausibilidad.

5 Referencias

[FH95] Friedman, Nir and Halpern, Joseph Y. *Plausibility Measures: a User's Guide*. *Proceedings of the Eleventh Conference on Uncertainty in AI*. 1995. Disponible en la dirección <http://robotic.stanford.edu/users/nir>.

[FH96b] Friedman, Nir and Halpern, Joseph Y. *Plausibility Measures and Default Reasoning*. In *Proceedings, Thirteenth National Conference on Artificial Intelligence (AAAI '96)*. Páginas 1297-1304. 1996. Disponible en la dirección <http://robotic.stanford.edu/users/nir>.

[Han96] Sven Ove Hanson. *Semi-Revision*. *Journal of Applied Non-Classical Logic*. 1996.

[Par98] Gerardo Antonio Parra. *Semi Revisión Plausible en Bases de Creencias*. *Tesis de Magister*. Departamento de Ciencias de la Computación, Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca. 1998.

[PG92] Peter Gardenfors (Edited by). *Belief Revision*. Department of Philosophy. Lund University. Cambridge University Press. 1992

[Res76] Nicholas Rescher. *Plausible Reasoning*. *Tesis de doctorado*. Van Gorcum, Dodrecht. 1976.