Procesamiento de imágenes con multi-wavelets no separables.

Ana M. C. Ruedin Departamento de Computación,
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales,
Universidad de Buenos Aires

Las wavelets – ondelettes, ondículas - han sido usadas con muy buenos resultados en la compresión de imágenes. Esto es debido a que la transformada wavelet aplicada a una imagen concentra la información en pocos coeficientes: se obtiene una representación esparsa de la misma - la mayoría de los coeficientes son nulos o cercanos a 0. Eliminando los coeficientes pequeños se suprime información que no es distinguible para el ojo humano; así se logra una alta tasa de compresión manteniendo la calidad de la imagen reconstruida. Las wavelets también son utilizadas en clasificación de texturas y reconocimiento de objetos.

Las wavelets provienen de una función de escala $\Phi(x)$; con las traslaciones enteras de una versión escalada de la misma se generan los espacios de aproximación de la señal: V_j es generado por $\Phi_{jk}(x) = 2^{\frac{j}{2}}.\Phi(2^j.x - k)$. Proyectando la señal en estos subespacios, se obtienen aproximaciones de la señal con distintas resoluciones. La diferencia entre la señal en un subespacio y su proyección en el siguiente es generada por la wavelet , y sus coeficientes son los coeficientes de detalle..Es así como se expresa la señal como una aproximación burda de la misma más la suma de sus componentes de detalle a distintas escalas. En cada paso se realiza un filtrado y una decimación de a 2.

La manera más sencilla de tratar una imagen es aplicando la transformada wavelet de una dimensión primero a las filas y luego a las columnas de la imagen. Esto es el caso de las wavelets separables.

Una manera más general para tratamiento de imágenes es considerar el caso no separable. Esto induce una decimación diagonal que equivale a eliminar los casilleros negros de un tablero de ajedrez, para la matriz de dilatación :

$D_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$. A la vez, la imagen queda espejada.

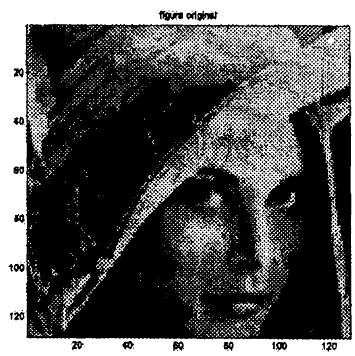

figura 1

Si se permiten más de una función de escala para generar los espacios de aproximación, entonces hay una multi-función de escala. Esto permite trabajar con funciones que verifican más propiedades. Se construyó una multifunción de escala ortogonal no separable que aproxima a polinomios de grado 1 en 2 variables, y se la aplicó a Lena. Al procesar la imagen se obtienen 2 imágenes de aproximación y 2 imágenes de detalle.

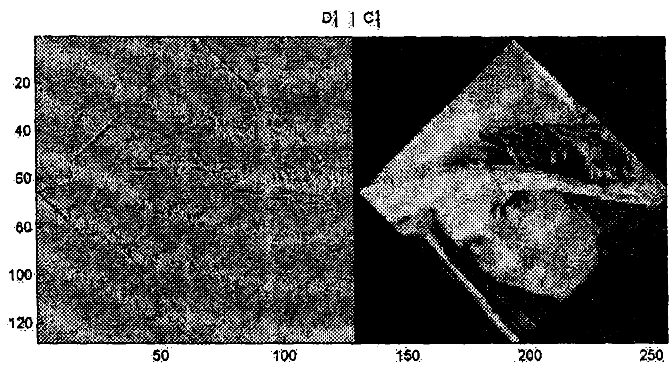

figura 2

En la figura 1 tenemos la imagen original, y en la figura 2 tenemos el primer paso del procesamiento- no se incluye la segunda imagen que es prácticamente igual a la primera. En la figura 3 se muestra el segundo paso: 2 niveles de detalle y una aproximación de la imagen. También aquí se omite la segunda imagen.

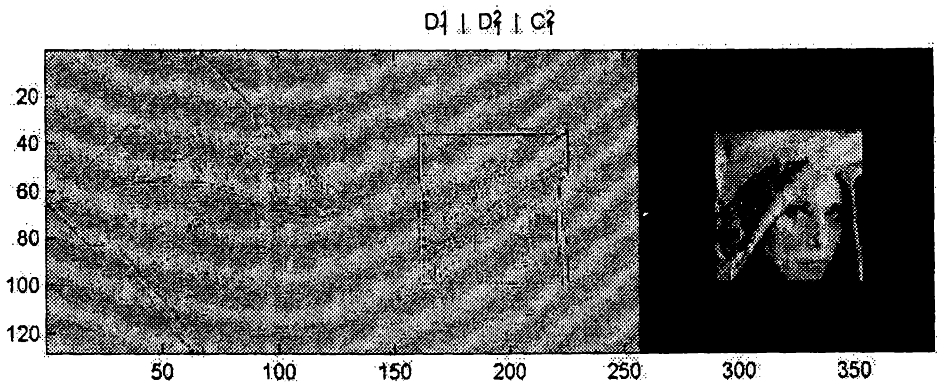

figura 3

Se darán resultados de compresión con estas wavelets.

Bibliografía:

- A. Cohen and I. Daubechies: Non-separable bidimensional wavelet bases, revista Matemática Iberoamericana vol 9 , N 1, 1993

-I. Daubechies: "Ten lectures on wavelets " CBMS Lecture notes 61 SIAM, 1992.

-A. Fournier, M. Cohen, W. Sweldens, P. Shroder, et al. : Wavelets and their applications in Computer Graphics, SIGGRAPH '95 Course Notes.

- S. Mallat: A theory of multiresolution signal decomposition: The Wavelet representation. IEEE Trans. Pattern Analysis Machine Intell., Vol. PAMI-11, No 7, 1989.

-J. Kovacevic and M. Vetterli, Nonseparable multidimensional perfect reconstruction filter banks and wavelet bases for R^{n},IEEE Transactions on Information Theory, vol 38 n0 2, March 1992.

-A. Ruedin, Nonseparable orthogonal multiwavelets with 2 and 3 vanishing moments on the quincunx grid, SPIE Wavelet Applications in Signal Processing VII, Vol 3813, 1999.

- G. Strang and T. Nguyen: Wavelets and Filter Banks. Wellesley-Cambridge Press, 1996.

-G. Strang :Wavelets and Dilation Equations. Siam Review 31,1989, pp613-627