Apendice C

Teoria de Landau-Ginzburg para transiciones de fase

La teoría de Landau-Ginzburg es una teoría de campo medio que describe una gran variedad de transiciones de fase. La idea esencial es expresar la energía libre del sistema en serie de potencias de un parámetro de orden. Los signos de los primeros coeficientes en la expansión son los que determinan si el sistema sufrirá una transición de fase, y cual es el orden de la misma.

La teoría de Landau-Ginzburg construye la energía libre como función de un parámetro de orden, siendo los mínimos de ésta los que dan el valor del parámetro de orden cuando el sistema se encuentra en equilibrio térmico.

Para un sistema a temperatura y volumen constante, la energía libre de Helmholtz tiene la forma:

$$F = E - TS \tag{C-1}$$

donde E es la energía del sistema y S su entropía. En el marco de esta teoría F puede escribirse como:

$$F = \sum_{n}^{N} C_n(T)\ \eta^n \qquad (C\text{-}2)$$

siendo η el parámetro de orden, el cual se anula en la fase más simétrica.

N es cuatro para transiciones de segundo orden y seis para transiciones de primer orden. Si no hay campos actuando sobre el sistema, C_n es cero cuando n es impar.

La condición para una transición de segundo orden es que cerca de la temperatura de transición, T_c, C_2 tome la forma:

$$C_2(T) = \alpha\ (T-T_c) \qquad (C\text{-}3)$$

donde α es positivo y constante; mientras que C_4 debe ser positivo.

En cambio para una transición de primer orden, debe cumplirse :

$$C_4>0 \text{ y } C_6>0$$

siendo el punto de transición tal que:

$$C_2(T_c) = C_4(T_c) = 0\ ;\ C_6>0$$

A cada temperatura el valor de equilibrio de η se determina minimizando F, es decir:

$$\delta F/\delta\eta = 0 \qquad (C\text{-}4\text{-}a)$$

$$\delta^2 F/\delta\eta^2 > 0 \qquad (C\text{-}4\text{-}b)$$

Apliquemos la teoría de L-G al caso de una transición de segundo orden en un sistema superconductor.

En ese caso, el parámetro de orden natural de la fase superconductora será la función de onda del par de electrones superconductores, Ψ. Podemos escribir:

$$F_s = F_n + aV\ |\Psi|^2 + bV\ |\Psi|^4/2 \qquad (C-5)$$

el valor de equilibrio de $|\Psi|^2$ para $T<T_c$ se determina a partir de (C-4):

$$|\Psi|^2 = -\ a/b \qquad (C-6-a)$$

donde "a" tiene la forma:

$$a = \alpha(T-T_c) \qquad (C-6-b)$$

resultando:

$$F_s - F_n = -\ V\ (\alpha/2b)(T-T_c) \qquad (C-7)$$

de manera que la discontinuidad en el calor específico a la temperatura crítica es:

$$C_s - C_n = V\ \alpha\ T_c\ /\ b \qquad (C-8)$$

La comparación de las expresiones (C-8) y (B-18) permite dar valores a los coeficientes "α" y "b":

$$\alpha = 6\pi^2 T_c \ / \ 7\zeta(3)\mu = 7.04 \ T_c \ / \ \mu \qquad \text{(C-9-a)}$$

$$b = \alpha \ T_c \ / \ n \qquad \text{(C-9-b)}$$

donde n, es la densidad en el número de partículas ($n = \rho/m$), y μ es el potencial químico a T=0 MeV:

$$n = p_F^3 \ / \ 3\pi^2\hbar^3 \qquad \text{(C-10-a)}$$

$$\mu = p_F^2 \ / 2m \qquad \text{(C-10-b)}$$