

CAPITULO II

Interacción Multipolar a temperatura Finita

Introducción

Nuestro conocimiento sobre la estructura del núcleo proviene, desde el punto de vista experimental, de la observación y el análisis de la forma en que éste interactúa con pruebas externas, ya sea con el campo electromagnético o con el bombardeo con partículas, o, actualmente, el bombardeo con iones pesados²⁵⁾. Esta información da cuenta de la riqueza de los fenómenos nucleares, poniendo en evidencia que el núcleo presenta tanto grados de libertad de partícula independiente, semejantes a los producidos por los electrones en los átomos, como grados de libertad colectivos, semejantes a los observados en un líquido cuántico. Las excitaciones colectivas, inducidas en esas reacciones, reciben el nombre de resonancias gigantes. Una de las resonancias gigantes mejor conocida, es la resonancia dipolar gigante, que se induce mediante la interacción con campos eléctricos, produciendo el desplazamiento del centro de masa de los protones respecto del de los neutrones³⁸⁾. Desde el punto de vista teórico, estos modos son interesantes porque permiten estudiar fenómenos colectivos en sistemas con un número finito de partículas.

El conocimiento de la existencia de resonancias gigantes, de distinta multipolaridad, construidas sobre el estado fundamental, data de varias décadas atrás³⁹⁾; éstas han sido observadas tanto en el bombardeo del núcleo con protones, neutrones, o partículas

alfa, como en reacciones del tipo (e, e') . En el presente, la gran disponibilidad de aceleradores de iones pesados, posibilita la observación de un fenómeno similar en núcleos altamente excitados, o núcleos calientes. Se han observado resonancias gigantes tanto en reacciones altamente inelásticas⁴⁾, como en reacciones de fusión de iones pesados³⁹⁾. Su evidencia ha sido inferida a partir del espectro de rayos gamma producido a partir del núcleo compuesto y sus fragmentos⁴⁰⁾.

La comprensión de los modos de excitación colectivos, asociados con el estado fundamental del núcleo, ha permitido entender, tanto, la estructura como la dinámica del núcleo, a bajas energías. Las teorías microscópicas utilizadas han permitido una descripción adecuada de los centroides de energías y de los anchos de estas resonancias. Nuestro propósito, es la formulación de una teoría microscópica que permita describir las resonancias gigantes, de distintas multipolaridades, para un núcleo en estado altamente excitado. Es decir, que queremos estudiar excitaciones colectivas montadas sobre estados distintos del fundamental, estados excitados, descriptos en forma estadística a temperatura distinta de cero. La derivación que haremos se basa, en primer lugar, en la descripción de la distribución de equilibrio a través de una teoría de campo medio, obtendremos el comportamiento de los grados de libertad bosónicos, aplicando el formalismo de FTRPA, donde, a diferencia de lo que ocurre a temperatura cero, a temperatura distinta de cero tendremos contribuciones no sólo de los canales de partícula-agujero, sino también de los canales de partícula-partícula y de agujero-agujero (Figura 1).

El Capítulo ha sido organizado de la siguiente forma: en el primer punto se describe el formalismo RPA, extendido a temperatura finita (FTRPA), para una interacción multipolar separable, tanto en el caso de núcleos superconductores como el caso de núcleos normales. En el segundo punto discutiremos el caso de una fuerza nuclear no separable. Finalmente, en el tercer punto, se discuten los resultados obtenidos en cálculos realistas; describiremos el comportamiento de las resonancias de multipolaridad $\lambda^\pi = 2^+$ y 3^- para ^{208}Pb , como función de la temperatura, comparando los resultados con los que se obtienen aplicando el formalismo de la Función de Respuesta Lineal a temperatura finita^{18,19)} junto con la ecuación de Bethe Salpeter.

El material de este capítulo forma parte de los trabajos citados en las Ref. 17 y 19.

1-Tratamiento de una Interacción Multipolar Separable

a través del formalismo de la FTRPA.

Como sabemos el conjunto gran canónico, el cual está basado en el Hamiltoniano total del sistema, contiene, a una dada temperatura, una gran cantidad de estados de partícula independiente, pero también debido a las correlaciones, estados colectivos. Los grados de libertad fermiónicos, como habíamos anticipado, los trataremos a partir del conocido formalismo de Hartree-Fock térmico¹⁹⁾, mientras que los grados de libertad bosónicos los describiremos a través de la FTRPA. Estamos interesados en sentar las bases para el cálculo numérico del formalismo, así como también el estudio de sus propiedades formales. Consideraremos dos casos posibles, el caso de un núcleo de capa cerrada, en el cual la interacción de apareamiento es despreciable, y un núcleo superfluido a temperaturas bajas.

2.1.A- Núcleos no superconductores.

En el primer caso partimos del siguiente Hamiltoniano:

$$H = H_{sp} + H_{QA} \quad (2.1-1-a)$$

$$H_{sp} = \sum_{j,t} \epsilon_j(t_z) a_j^\dagger(t_z) a_j(t_z) \quad (2.1-1-b)$$

$$H_{QA} = - \frac{1}{2} \sum_{\substack{t_z, t_{z'} \\ \mu}} \kappa_\lambda(t_z, t_{z'}) Q_{\lambda\mu}^\dagger(t_z) Q_{\lambda\mu}(t_{z'}) \quad (2.1-1-c)$$

donde se ha usado la notación standard⁴⁴⁾, siendo ϵ_j energía de partícula independiente, $a_j^\dagger(t_z)$ ($a_j(t_z)$) el operador de creación (aniquilación) de una partícula, $\kappa_\lambda(t_z, t_{z'})$ la constante de acoplamiento de la interacción, mientras que t_z describe estados de neutrón y de protón, y $\lambda(\mu)$ la multipolaridad, (la proyección del momento angular) de la interacción.

Para un núcleo de capa cerrada, tomaremos:

$$Q_{\lambda\mu}^\dagger(t_z) = \sum_{j_1 \geq j_2} q_\lambda(j_1, j_2, t_z) (A_{\lambda\mu}^\dagger(j_1, j_2, t_z) + A_{\lambda\mu}(j_1, j_2, t_z)) \quad (2.1-2)$$

teniendo en cuenta que:

$$q_\lambda(j_1, j_2, t_z) = \frac{\langle j_1 || Q_\lambda || j_2 \rangle}{\sqrt{2\lambda+1}} \quad (2.1-3)$$

donde, $\langle \parallel \parallel \rangle$ denota elemento de matriz reducido del operador, y :

$$A^\dagger(j_1 j_2, t_z)_{\lambda\mu} = \sum_{m_1, m_2} \langle j_1 m_1 j_2 m_2 | \lambda\mu \rangle a_{j_1 m_1}^\dagger a_{j_2 m_2} \quad (2.1-4)$$

Describiremos, ahora, el espectro de excitaciones colectivas. Sabemos que a temperatura cero, la descripción de estas excitaciones en términos de contribuciones coherentes de partícula-agujero (p-h), a través del formalismo de RPA, provee resultados que concuerdan bastante bien con los obtenidos experimentalmente. En el Apéndice D se describe el formalismo de la RPA a temperatura cero. Extenderemos el formalismo a temperatura diferente de cero, para ello debemos tener en cuenta nuevas configuraciones debidas a los canales de partícula-partícula (p-p) y agujero-agujero (h-h)

Consideraremos:

$$\Gamma_{\lambda\mu}^\dagger(\omega_n) = \sum_{\substack{j_1 \geq j_2 \\ t_z}} (X_\lambda^n(j_1 j_2, t_z) A^\dagger(j_1 j_2, t_z)_{\lambda\mu} + Y_\lambda^n(j_1 j_2, t_z) A(j_1 j_2, t_z)_{\lambda\mu}) \quad (2.1-5-a)$$

como el operador que crea el estado de un fonón de energía ω_n , y :

$$\Gamma_{\lambda\mu}(\omega_n) = (\Gamma_{\lambda\mu}^\dagger(\omega_n))^\dagger \quad (2.1-5-b)$$

como el operador que destruye el estado de un fonón de energía ω_n , es decir que:

$$|\lambda\mu, \omega_n\rangle = \Gamma_{\lambda\mu}^\dagger(\omega_n) |RPA\rangle \quad (2.1-6)$$

$$\Gamma_{\lambda\mu}(\omega_n) |RPA\rangle = 0 \quad (2.1-7)$$

donde $|RPA\rangle$ es el vacío de nuestra teoría. De acuerdo con Rowe⁴⁰⁾ lo podemos escribir explícitamente a partir del vacío de Hartree Fock ($|HF\rangle$) de la siguiente forma:

$$|RPA\rangle = N_0 e^{\hat{Z}} |HF\rangle \quad (2.1-8)$$

donde:

$$\hat{Z} = \frac{1}{2} \sum_{\substack{j_1, j_2 \\ j_1', j_2' \\ t_z}} Z(j_1 j_2, j_1' j_2') A^\dagger(j_1 j_2, t_z)_{\lambda\mu} A(j_1' j_2', t_z)_{\lambda\mu} \quad (2.1-9)$$

siendo \hat{Z} la matriz:

$$\hat{Z} = Y X^{-1} \quad (2.1-10)$$

donde X (Y) es la matriz de la amplitud adelantada (atrasada) del fonón, y siendo N_0 la constante de normalización.

En las expresiones anteriores, $X_\lambda^n(k_1 k_2, t_z)$ ($Y_\lambda^n(k_1 k_2, t_z)$) representa la amplitud adelantada (retrasada) del fonón.

La ecuación de movimiento propuesta para el sistema es la

misma que conocemos para $T=0$ MeV:

$$[H , \Gamma_{\lambda\mu}^{\dagger}(\omega_n)] = \omega_n \Gamma_{\lambda\mu}^{\dagger}(\omega_n) \quad (2.1-11-a)$$

$$[H , \Gamma_{\lambda\mu}(\omega_n)] = - \omega_n \Gamma_{\lambda\mu}(\omega_n) \quad (2.1-11-b)$$

Recordemos, que en su carácter de operadores bosónicos, los $\Gamma_{\lambda\mu}^{\dagger}(\omega_n)$ satisface las reglas de conmutación usuales:

$$[\Gamma_{\lambda\mu}(\omega_n) , \Gamma_{\lambda'\mu'}^{\dagger}(\omega_{n'})] = \delta_{nn'} \quad (2.1-12)$$

En nuestro formalismo, consideraremos el par p-h (p-p, h-h), descrito por $A_{\lambda\mu}^{\dagger}(j_1 j_2 t_z)$, como un bosón. Esta aproximación, claramente, viola el principio de Pauli: cuando se la usa para linealizar las ecuaciones de movimiento implica una aproximación semejante al método de funciones de Green. En éste último se obtiene una expresión aproximada para las funciones de Green de dos partículas, sumando un conjunto restringido de diagramas, en una expansión perturbativa. Esta aproximación se conoce como "aproximación de cuasi-bosón". De esta forma::

$$\begin{aligned} & \langle RPA | [A(j_1 j_2 t_z)_{\lambda\mu} , A^{\dagger}(j_1 j_2 t_z)_{\lambda'\mu'}] | RPA \rangle \cong \\ & \cong \langle HF | [A(j_1 j_2 t_z)_{\lambda\mu} , A^{\dagger}(j_1 j_2 t_z)_{\lambda'\mu'}] | HF \rangle = \\ & = \delta_{\lambda\lambda'} \delta_{\mu\mu'} (\delta_{j_1 j_1'} \delta_{j_2 j_2'} - (-)^{j_1+j_2-\lambda} \delta_{j_1 j_2'} \delta_{j_2 j_1'}) (n_{j_1}^F(T) - n_{j_2}^F(T)) \end{aligned}$$

(2.1-13)

donde $n_j^F(T)$ es el número de ocupación fermiónico del estado "j":

$$n_j^F(T) = \langle HF | a_{jm}^\dagger a_{jm} | HF \rangle \quad (2.1-14)$$

es decir:

$$n_j^F(T) = 1 / (1 + \exp(\epsilon_j - \lambda)/T) \quad (2.1-15)$$

De acuerdo con las ecuaciones de movimiento (2.1-11), las ω_n del espectro de excitaciones colectivas, en la aproximación considerada, son autovalores del siguiente determinante⁹⁵⁻⁵⁵:

$$\det \begin{vmatrix} 1 - \kappa_\lambda(nn)\theta(\omega_n, n) & \kappa_\lambda(np)\theta(\omega_n, n) \\ \kappa_\lambda(pn)\theta(\omega_n, p) & 1 - \kappa_\lambda(pp)\theta(\omega_n, p) \end{vmatrix} = 0 \quad (2.1-16)$$

donde:

$$\theta(\omega_n, t_z) = \sum_{j_1 \geq j_2} \frac{2E_{j_1 j_2}(t_z)(n_{j_1}(T) - n_{j_2}(T))}{(E_{j_1 j_2}(t_z))^2 - (\omega_n)^2} |q_\lambda(j_1, j_2, t_z)|^2 \quad (2.1-17)$$

siendo:

$$E_{j_1 j_2}(t_z) = (\epsilon_{j_2} - \epsilon_{j_1}) \quad (2.1-18)$$

A partir del espectro podemos describir las magnitudes

termodinámicas relevantes, como veremos en el Capítulo III.

Para completar el estudio de las propiedades del formalismo RPA a temperatura finita, discutiremos brevemente las relaciones de ortogonalidad y completitud.

La relación de ortogonalidad derivada de (2.1-12), puede escribirse como:

$$\sum_{j_1 \geq j_2} (X_{\lambda}^n(j_1 j_2, t_z) X_{\lambda}^{n'}(j_1 j_2, t_z) - Y_{\lambda}^n(j_1 j_2, t_z) Y_{\lambda}^{n'}(j_1 j_2, t_z)) \times$$

$$x(n_{j_2}^F(t_z) - n_{j_1}^F(t_z)) = \delta_{nn'} \quad (2.1-19)$$

y la relación de clausura resulta:

$$\sum_n (X_{\lambda}^n(j_1 j_2, t_z) X_{\lambda}^n(i_1 i_2, t_{z'}) - Y_{\lambda}^n(j_1 j_2, t_z) Y_{\lambda}^n(i_1 i_2, t_{z'})) \times$$

$$x(n_{j_1}^F(t_z) - n_{j_2}^F(t_z))^{1/2} (n_{i_1}^F(t_{z'}) - n_{i_2}^F(t_{z'}))^{1/2} =$$

$$= \delta_{j_1 i_1} \delta_{j_2 i_2} \delta_{t_z t_{z'}} \quad (2.1-20)$$

Experimentalmente, las excitaciones de carácter colectivo, se caracterizan por sus probabilidades de transición electromagnéticas, las cuales difieren en dos o más ordenes de magnitud respecto de las excitaciones de partícula independiente. Teniendo en cuenta este efecto, adquiere importancia el cálculo microscópico de las probabilidades de transición del sistema desde los estados excitados de un fonón, (2.1-7), al estado sin fonones, así como también su comportamiento con el aumento de temperatura,

es decir a medida que la energía de excitación disponible en el sistema aumenta.

Para calcular las probabilidades de transición que nos interesan, comenzaremos por invertir la expresión (2.1-5), resultando:

$$Q_{\lambda\mu}^{\dagger}(t_z) = \sum_n \Lambda_{\lambda}(\omega_n, t_z) \cdot \left[\Gamma_{\lambda\mu}^{\dagger}(\omega_n) + \Gamma_{\lambda\mu}(\omega_n) \right] \quad (2.1-21)$$

donde hemos tomado:

$$\Lambda_{\lambda}(\omega_n, t_z) = \sum_{j_1 \geq j_2} \left(X_{\lambda}^n(j_1, j_2, t_z) + Y_{\lambda}^n(j_1, j_2, t_z) \right) \times \\ \times (n_{j_2}^F(t_z) - n_{j_1}^F(t_z)) q_{\lambda}(j_1, j_2, t_z) \quad (2.1-22)$$

de manera que la probabilidad de transición, para una excitación de multipolaridad λ , desde el estado de cero fonones, $|0\rangle$, al estado de un fonón de energía ω_n , será:

$$\langle \lambda\mu, \omega_n | Q_{\lambda\mu}^{\dagger}(t_z) | 0 \rangle = \Lambda_{\lambda}(\omega_n, t_z) \quad (2.1-23)$$

De forma que:

$$B(E\lambda, \omega_n)_{\text{electrico}} = (2\lambda+1) \left| \Lambda_{\lambda}(\omega_n, \rho) \right|^2 \quad (2.1-24)$$

$$B(E\lambda, \omega_n)_{\text{masa}} = \sum_{t_z} (2\lambda+1) \left| \Lambda_{\lambda}(\omega_n, t_z) \right|^2 \quad (2.1-25)$$

Nos preocupa, también, la evolución de la regla de suma pesada en energía⁴⁹⁾ como función de la temperatura, ya que sabemos que son las resonancias gigantes las que agotan la mayor parte de ésta en el espectro.

Para un operador general de un cuerpo:

$$F = \sum_{pq} a_p^\dagger a_q \quad (2.1-26)$$

vale la siguiente relación:

$$\begin{aligned} \text{EWSR} &= \sum_{\nu} (E_{\nu} - E_0) |\langle \nu | F | 0 \rangle|^2 = \\ &= \frac{1}{2} \langle 0 | [F, [H, F]] | 0 \rangle \end{aligned} \quad (2.1-27)$$

Thouless ha demostrado que esta regla de suma se satisface si los estados de la izquierda son evaluados a través del formalismo RPA, y los de la derecha usando el estado fundamental de Hartree-Fock. Esto sigue siendo cierto al extender el formalismo RPA a temperatura distinta de cero.

El cálculo de las expresiones (2.1-27), a través de las probabilidades de transición y su comparación con el resultado obtenido mediante los conmutadores (regla de suma no perturbada), permite asegurar, una vez verificada la igualdad, que todas las raíces de la ecuación de dispersión (2.1-16) han sido halladas.

Sabemos además, que ha medida que la temperatura aumenta, se incrementa el número de configuraciones accesibles al sistema, de

manera que las reglas de suma se mantienen constantes con la temperatura. Este hecho es de interés para el cálculo numérico de sistemas reales, ya que el alejamiento de este comportamiento implicará que el espacio de configuraciones con el que se trabaja, no es lo suficientemente grande.

Volviendo al problema que nos interesa, a partir del operador multipolar $Q_{\lambda\mu}(t_z)$, podemos escribir la regla de suma no perturbada como:

$$EWSR_{\text{no pert}} = \sum_{\substack{j_1 \geq j_2 \\ t_z}} E_{j_1 j_2}(t_z) |q_{\lambda}(j_1 j_2, t_z)|^2 (n_{j_1}(t_z) - n_{j_2}(t_z)) \quad (2.1-28)$$

y la regla de suma obtenida a partir de la resolución de las ecuaciones de la FTRPA:

$$EWSR_{\text{FTRPA}} = \sum_{n, t_z} \omega_n (2\lambda+1) |A_{\lambda}(\omega_n, t_z)|^2 \quad (2.1-29)$$

En (2.1-29) podemos separar la parte de la regla de suma correspondiente al canal isoescalar, de la correspondiente al isovectorial. En esta forma obtendremos información sobre las resonancias de baja energía en el espectro (correspondientes a los modos isoescalares), y sobre las que se encuentran a mayor energía (modos isovectoriales):

$$\text{EWSR}_{\text{FTRPA}}(\tau=0) = \sum_{n, t_z} \omega_n (2\lambda+1) (\Lambda_\lambda(\omega_n, p) + \Lambda_\lambda(\omega_n, n))^2 \quad (2.1-30-a)$$

$$\text{EWSR}_{\text{FTRPA}}(\tau=1) = \sum_{n, t_z} \omega_n (2\lambda+1) (\Lambda_\lambda(\omega_n, p) - \Lambda_\lambda(\omega_n, n))^2 \quad (2.1-30-b)$$

discutiremos esto en detalle al presentar los resultados para ²⁰⁸Pb.

El formalismo que hemos descrito nos provee de una descripción precisa de las resonancias gigantes. Partiendo de la suposición que los pares de p-h, p-p y h-h se comportan como bosones, podemos obtener el espectro de excitaciones a partir de (2.1-16). Estudiando cuál de esas raíces agota mayor EWSR, o presenta valores grandes para la probabilidad de transición, $B(E\lambda)$, detectamos las resonancias gigantes, pudiendo definir, promediando sobre las excitaciones vecinas, un centroide y un ancho característico. Obtenidos estos últimos es posible comparar con los resultados experimentales.

Los cálculos de energías colectivas y de distribuciones de intensidad en núcleos reales, a través del formalismo de la FTRPA, no son sencillos debido al número relativamente grande de raíces de la correspondiente ecuación de dispersión, necesarias para agotar las reglas de suma relevantes del sistema.

A temperatura cero, el espectro vibracional (fonones) RPA, se obtiene resolviendo la ecuación de dispersión para un número discreto de configuraciones de partícula-agujero, $(p_2(t_z), p_1(t_z))_{\lambda\mu}$. A medida que la temperatura aumenta, como los estados de partícula se distribuirán con números de ocupación $n_j^F(T)$, las restricciones sobre $p_2 > p_{\text{Fermi}}$ y $p_1 < p_{\text{Fermi}}$, no son válidas, de manera que todas las configuraciones del tipo

$(p_2(t_z), p_1(t_z))_{\lambda\mu}$, con $p_2 > p_1$ deberán ser incluidas; de esta forma el número de configuraciones del sistema es función de la temperatura. El cálculo numérico presenta entonces dos dificultades, una de ellas está relacionada con el gran número de configuraciones puestas en juego, la otra está vinculada al hecho que un gran número de pares con energías $(\epsilon_{p_1}(t_z) - \epsilon_{p_2}(t_z))$ diferirán en una cantidad pequeña, de manera que la búsqueda de raíces se torna inestable.

En este sentido, el formalismo de la Función de Respuesta Lineal extendido a temperatura finita, provee un método alternativo de cálculo. En este formalismo, la función de Respuesta Lineal para un dado operador F (ver apéndice E), es una función continua de la energía ω , brindando $\text{Im } R_F(\omega)$ información sobre la distribución de intensidad del sistema. $\text{Im } R_F(\omega)$ permite obtener los centroides de las resonancias y sus anchos, sin necesidad de conocer puntualmente el espectro de excitación, minimizando de esta forma el tiempo de cálculo numérico para sistemas nucleares pesados. La regla de suma pesada en energía, se obtiene a través de una integración sencilla:

$$\text{EWSR} = - \frac{\hbar}{\pi} \int_0^{\infty} d\omega \omega \text{Im } R_F(\omega)$$

y su conservación al aumentar la temperatura garantiza trabajar en un rango suficientemente amplio de energía.

Ambos formalismos son equivalentes, cálculos en sistemas reales muestran buena coincidencia en cuanto a las magnitudes de los anchos y de los centroides de las resonancias gigantes^{17,19)}, como destacaremos al analizar los resultados del formalismo para ^{208}Pb .

1.8- Nucleos superconductores.

Todos los resultados anteriores son aplicables a núcleos de capa abierta. Para analizarlos, trabajaremos en una base de cuasipartículas similar a la descrita en el Capítulo I. Las excitaciones colectivas, serán debidas a la contribución coherente de dos cuasipartículas acopladas a buen momento angular. Detallaremos el formalismo.

Partiremos del siguiente Hamiltoniano:

$$H = H_{sp} + H_{qq} + H_p \quad (2.1-31-a)$$

$$H_{sp} = \sum_{\substack{j,m \\ t_z}} \varepsilon_j(t_z) a_{jm}^\dagger(t_z) a_{jm}(t_z) \quad (2.1-31-b)$$

$$H_{qq} = - \frac{1}{2} \sum_{\substack{t_z, t_{z'} \\ \mu}} x_\lambda(t_z, t_{z'}) Q_{\lambda\mu}^\dagger(t_z) Q_{\lambda\mu}(t_{z'}) \quad (2.1-31-c)$$

$$H_p = -G \sum_{\substack{j,m > 0 \\ j',m' > 0 \\ t_z}} a_{jm}^\dagger(t_z) a_{j'm'}^\dagger(t_z) a_{j'm'}(t_z) a_{jm}(t_z) \quad (2.1-31-d)$$

Luego de aplicar el formalismo de la FTBCS a $H_0 + H_p$, y despreciando los H_{22} y H_{40} correspondientes al modo de multipolaridad $\lambda^\pi = 0^+$, frente a los provenientes de la interacción multipolar, H puede expresarse como:

$$H = H_{qp} + H_{qq} \quad (2.1-32)$$

donde escribiendo H_{ca} en la base de cuasipartículas, siendo el operador $Q_{\lambda\mu}(t_z)$:

$$Q_{\lambda\mu}(t_z) = Q_{\lambda\mu}^p(t_z) + Q_{\lambda\mu}^s(t_z) \quad (2.1-33-a)$$

$$Q_{\lambda\mu}^p(t_z) = \sum_{j_1 \geq j_2} \frac{P_{\lambda}(j_1 j_2, t_z)}{(1 + \delta_{j_1 j_2})^{1/2}} (A^{\dagger}(j_1 j_2, t_z)_{\lambda\mu} + A(j_1 j_2, t_z)_{\lambda\mu}) \quad (2.1-33-b)$$

$$Q_{\lambda\mu}^s(t_z) = \sum_{j_1 \geq j_2} \frac{S_{\lambda}(j_1 j_2, t_z)}{(1 + \delta_{j_1 j_2})^{1/2}} (B^{\dagger}(j_1 j_2, t_z)_{\lambda\mu} + B(j_1 j_2, t_z)_{\lambda\mu}) \quad (2.1-33-c)$$

siendo:

$$A^{\dagger}(j_1 j_2, t_z)_{\lambda\mu} = \sum_{m_1, m_2} \langle j_1 m_1 | j_2 m_2 \lambda \mu \rangle \alpha_{j_1 m_1}^{\dagger} \alpha_{j_2 m_2}^{\dagger} \quad (2.1-34-a)$$

$$B^{\dagger}(j_1 j_2, t_z)_{\lambda\mu} = \sum_{m_1, m_2} \langle j_1 m_1 | j_2 m_2 \lambda \mu \rangle \alpha_{j_1 m_1}^{\dagger} \alpha_{j_2 m_2} \quad (2.1-34-b)$$

$$P_{\lambda}(j_1 j_2, t_z) = -q_{\lambda}(j_1 j_2, t_z) (u_{j_1} v_{j_2} + u_{j_2} v_{j_1}) / (1 + \delta_{j_1 j_2})^{1/2} \quad (2.1-35-a)$$

$$S_{\lambda}(j_1 j_2, t_z) = q_{\lambda}(j_1 j_2, t_z) (u_{j_1} u_{j_2} - v_{j_2} v_{j_1}) / (1 + \delta_{j_1 j_2})^{1/2} \quad (2.1-35-b)$$

el término $Q_{\lambda\mu}^s$ corresponde a términos de dispersión que no nos interesan, de manera que no lo tendremos en cuenta.

Al igual que antes, nuestro fonón será:

$$\Gamma_{\lambda\mu}^{\dagger}(\omega_n) = \sum_{\substack{j_1 \geq j_2 \\ t_z}} (X_{\lambda}^n(j_1 j_2, t_z) A^{\dagger}(j_1 j_2, t_z)_{\lambda\mu} + Y_{\lambda}^n(j_1 j_2, t_z) A(j_1 j_2, t_z)_{\lambda\mu}) \quad (2.1-36-a)$$

$$\Gamma_{\lambda\mu}(\omega_n) = (\Gamma_{\lambda\mu}^{\dagger}(\omega_n))^{\dagger} \quad (2.1-36-b)$$

siendo $X_{\lambda}^n(j_1 j_2, t_z)$ y $Y_{\lambda}^n(j_1 j_2, t_z)$ las amplitudes adelantadas y atrasadas respectivamente.

El estado de un fonón será:

$$|\lambda\mu, \omega_n\rangle = \Gamma_{\lambda\mu}^{\dagger}(\omega_n) |RPA\rangle \quad (2.1-37)$$

donde $|RPA\rangle$ es el vacío del formalismo, es decir:

$$\Gamma_{\lambda\mu}(\omega_n) |RPA\rangle = 0 \quad (2.1-38)$$

Las ecuaciones de movimiento para el sistema son las usuales:

$$[H, \Gamma_{\lambda\mu}^{\dagger}(\omega_n)] = \omega_n \Gamma_{\lambda\mu}^{\dagger}(\omega_n) \quad (2.1-39-a)$$

$$[H, \Gamma_{\lambda\mu}(\omega_n)] = -\omega_n \Gamma_{\lambda\mu}(\omega_n) \quad (2.1-39-b)$$

verificándose también la condición de conmutación usual entre bosones:

$$[\Gamma_{\lambda\mu}(\omega_n), \Gamma_{\lambda\mu'}^{\dagger}(\omega_{n'})] = \delta_{nn'} \quad (2.1-40)$$

Digamos además que en la aproximación bosónica:

$$\begin{aligned}
 \langle \text{RPA} | [A(j_1 j_2, t_z) , A^\dagger(j'_1 j'_2, t_z)] | \text{RPA} \rangle &\cong \\
 \cong \langle \text{BCS} | [A(j_1 j_2, t_z)_{\lambda\mu} , A^\dagger(j'_1 j'_2, t_z)_{\lambda'\mu'}] | \text{BCS} \rangle &= \\
 = \delta_{\lambda\lambda'} \delta_{\mu\mu'} (\delta_{j_1 j'_1} \delta_{j_2 j'_2} - (-)^{j_1+j_2-\lambda} \delta_{j_1 j'_2} \delta_{j_2 j'_1}) (1-f_{j_1} - f_{j_2}) & \\
 & \qquad \qquad \qquad (2.1-41)
 \end{aligned}$$

donde f_j es el número de ocupación de cuasipartícula del estado "j":

$$f_j(T) = \langle \text{BCS} | \alpha_{jm}^\dagger \alpha_{jm} | \text{BCS} \rangle \quad (2.1-42-a)$$

es decir:

$$f_j(T) = 1 / (1 + \exp(E_j \beta)) \quad (2.1-42-b)$$

La ecuación a resolver tiene la misma forma que (2.1-16), la diferencia reside en la forma de $\theta(\omega_n, t_z)$. En el caso de un núcleo superconductor ésta adopta la forma:

$$\theta(\omega_n, t_z) = \sum_{j_1 \geq j_2} \frac{2E_{j_1 j_2}(t_z)(1-f_{j_1}(t_z)-f_{j_2}(t_z))}{(E_{j_1 j_2}(t_z))^2 - (\omega_n)^2} |P_\lambda(j_1 j_2, t_z)|^2 \quad (2.1-43)$$

siendo:

$$E_{j_1 j_2}(t_z) = (E_{j_2} + E_{j_1}) \quad (2.1-44)$$

donde $E_j(t_z)$ es la energía de cuasipartícula asociada al nivel j , la cual ha sido obtenida a partir de la FTBCS.

Las relaciones de ortogonalidad y clausura son similares a las obtenidas antes:

$$\sum_{j_1 \geq j_2} (X_{\lambda}^n(j_1 j_2, t_z) X_{\lambda}^{n'}(j_1 j_2, t_z) - Y_{\lambda}^n(j_1 j_2, t_z) Y_{\lambda}^{n'}(j_1 j_2, t_z)) \times \\ \times (1-f_{j_1}(t_z)-f_{j_2}(t_z)) = \delta_{nn'} \quad (2.1-45)$$

$$\sum_n (X_{\lambda}^n(j_1 j_2, t_z) X_{\lambda}^n(i_1 i_2, t_{z'}) - Y_{\lambda}^n(j_1 j_2, t_z) Y_{\lambda}^n(i_1 i_2, t_{z'})) \times \\ \times (1-f_{j_1}(t_z)-f_{j_2}(t_z))^{1/2} (1-f_{i_1}(t_{z'})-f_{i_2}(t_{z'}))^{1/2} = \\ = \delta_{j_1 i_1} \delta_{j_2 i_2} \delta_{t_z t_{z'}} \quad (2.1-46)$$

Lo mismo sucede para las probabilidades de transición y las reglas de suma:

$$B(E_{\lambda}, \omega_n)_{\text{electrico}} = (2\lambda+1) | \Lambda_{\lambda}(\omega_n, \rho) |^2 \quad (2.1-47)$$

$$B(E_{\lambda}, \omega_n)_{\text{masa}} = \sum_{t_z} (2\lambda+1) | \Lambda_{\lambda}(\omega_n, t_z) |^2 \quad (2.1-48)$$

donde ahora:

$$\Lambda_{\lambda}(\omega_n, t_z) = \sum_{j_1 \geq j_2} (X_{\lambda}^n(j_1 j_2, t_z) + Y_{\lambda}^n(j_1 j_2, t_z)) \times \\ \times (f_{j_2}(t_z)-f_{j_1}(t_z)) P_{\lambda}(j_1 j_2, t_z) \quad (2.1-49)$$

La regla de suma no perturbada puede escribirse como:

$$EWSR_{no\ pert} = \sum_{\substack{j_1 \geq j_2 \\ t_z}} E_{j_1 j_2}(t_z) |P_{\lambda}(j_1 j_2, t_z)|^2 (1-f_{j_1}(t_z)-f_{j_2}(t_z)) \quad (2.1-50)$$

la cual, al igual que antes, puede ser comparada con la obtenida a partir de las raíces halladas a través del formalismo de la FTRPA:

$$EWSR_{FTRPA} = \sum_{n, t_z} \omega_n (2\lambda+1) | \Lambda_{\lambda}(\omega_n, t_z) |^2 \quad (2.1-51)$$

En (2.1-49) podemos separar la parte de la regla de suma correspondiente al canal isoescalar, de la correspondiente al isovectorial, como lo hicimos en el caso de un núcleo normal, es decir:

$$EWSR_{FTRPA}(\tau=0) = \sum_{n, t_z} \omega_n (2\lambda+1) (\Lambda_{\lambda}(\omega_n, p) + \Lambda_{\lambda}(\omega_n, n))^2 \quad (2.1-52-a)$$

$$EWSR_{FTRPA}(\tau=1) = \sum_{n, t_z} \omega_n (2\lambda+1) (\Lambda_{\lambda}(\omega_n, p) - \Lambda_{\lambda}(\omega_n, n))^2 \quad (2.1-52-b)$$

La importancia de estos desarrollos se debe a que a través de ellos podemos estudiar núcleos superfluidos en los cuales son importantes los estados colectivos de multipolaridad distinta de 0^+ .

2.2-Tratamiento de las excitaciones colectivas

de una interacción no separable

a través del formalismo de la FTRPA

Volvamos a la interacción descrita en el Capítulo I, punto 1-B. Tomemos el Hamiltoniano dado por la expresión (31), es decir:

$$H = H_{sp} + H_i, \quad (2.2-1)$$

donde:

$$H_{sp} = \sum_{\alpha} \epsilon_{\alpha} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\alpha}, \quad (2.2-2-a)$$

$$H_i = \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \gamma_{\alpha\beta\gamma\delta} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger} a_{\delta} a_{\gamma}, \quad (2.2-2-b)$$

donde H_{sp} representa la parte de partícula independiente y H_i de una fuerza de dos cuerpos respectivamente. La notación usada es la del Capítulo I.

Recordemos que $\gamma_{\alpha\beta\gamma\delta}$ puede escribirse como:

$$\begin{aligned}
\gamma_{\alpha\beta\gamma\delta} &= -\frac{1}{2} \sum_{J M} G(ab,cd,J) \langle j_{\alpha} m_{\alpha} j_{\beta} m_{\beta} | J M \rangle \cdot \\
&\quad \langle j_{\gamma} m_{\gamma} j_{\delta} m_{\delta} | J M \rangle \\
&= -\frac{1}{2} \sum_{J' M'} F(ac,db,J') s_{\gamma} \langle j_{\alpha} m_{\alpha} j_{\gamma} -m_{\gamma} | J' M' \rangle \cdot \\
&\quad s_{\beta} \langle j_{\delta} m_{\delta} j_{\beta} -m_{\beta} | J' M' \rangle \\
&= +\frac{1}{2} \sum_{J'' M''} F(ad,cb,J'') s_{\delta} \langle j_{\alpha} m_{\alpha} j_{\delta} -m_{\delta} | J'' M'' \rangle \\
&\quad s_{\beta} \langle j_{\gamma} m_{\gamma} j_{\beta} -m_{\beta} | J'' M'' \rangle
\end{aligned} \tag{2.2-3}$$

donde:

$$s_{\alpha} = (-)^{j_{\alpha} - m_{\alpha}} \tag{2.2-4}$$

y

$$\langle ab, J M | H_i | cd, J M \rangle = \sigma_{ab} \sigma_{cd} G(ab,cd,J) \tag{2.2-5-a}$$

con:

$$\sigma_{ab} = \begin{cases} 1 & \text{si } a \equiv b \\ 2^{1/2} & \text{en caso contrario} \end{cases} \tag{2.2-5-b}$$

donde la relación entre $F(ab,cd,J)$ y $G(ab,cd,J)$ es la descrita en el Capítulo I.

Como estamos interesados en la descripción de un núcleo de capa abierta, debemos trabajar en una base de cuasipartículas. En el primer capítulo de este trabajo hemos descrito en detalle la transformación del Hamiltoniano (2.2-1) a la nueva base, resumiremos los puntos esenciales. Partiremos de:

$$H' = H + \lambda_n N_n + \lambda_p N_p \tag{2.2-6-a}$$

$$N_n = \sum_{\alpha(n)} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\alpha} \quad (2.2-6-b)$$

$$N_p = \sum_{\alpha(\rho)} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\alpha} \quad (2.2-6-c)$$

con la condición de conservar el valor medio del número de partículas:

$$\langle N_n \rangle = n_n \quad (2.2-7-a)$$

$$\langle N_p \rangle = n_p \quad (2.2-7-b)$$

donde con el símbolo $\sum_{\alpha(n)}$ ($\sum_{\alpha(\rho)}$) hemos indicado que la suma se realiza sobre los estados de partícula independiente de neutrón(protón), y λ_n y λ_p son los multiplicadores de Lagrange que garantizan la conservación del número medio de neutrones y protones, respectivamente.

Luego de pasar a la base de cuasipartículas, H' toma la forma:

$$H_{RPA} = \sum_{\alpha} E_{\alpha} b_{\alpha}^{\dagger} b_{\alpha} + \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \gamma_{\alpha\beta\gamma\delta} ; a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger} a_{\delta} a_{\gamma} ; \quad (2.2-8)$$

donde E_{α} es la energía de la cuasipartícula "a", y a_{α}^{\dagger} (a_{α}) es el operador de creación (aniquilación) de una cuasipartícula.

El espectro de estados de dos cuasipartículas acopladas a buen momento angular, lo podemos describir a través de la FTRPA. Al igual que en los capítulos anteriores, definiremos nuestro

operador de creación de un fonón como:

$$\Gamma_{\lambda\mu}^{\dagger}(\omega_n) = \sum_{\substack{j_1 \geq j_2 \\ t_z}} \left[X_{\lambda}^n(j_1 j_2, t_z) A_{\lambda\mu}^{\dagger}(j_1 j_2, t_z) - Y_{\lambda}^n(j_1 j_2, t_z) A_{\lambda\mu}^{\dagger}(j_1 j_2, t_z) \right] \quad (2.2-10-a)$$

$$\Gamma_{\lambda\mu}(\omega_n) = (\Gamma_{\lambda\mu}^{\dagger}(\omega_n))^{\dagger} \quad (2.2-10-b)$$

donde:

$$A_{\lambda\mu}^{\dagger}(j_1 j_2, t_z) = \sum_{m_1, m_2} \langle j_1 m_1 j_2 m_2 | \lambda \mu \rangle \alpha_{j_1 m_1}^{\dagger} \alpha_{j_2 m_2}^{\dagger} \quad (2.2-11)$$

es el operador de creación de un par de cuasipartículas acopladas a momento angular λ y proyección μ .

Como ya vimos, el vacío del formalismo de la FTRPA, será tal que:

$$\Gamma_{\lambda\mu}(\omega_n) |RPA\rangle = 0 \quad (2.2-12)$$

Tendremos en cuenta la aproximación de cuasibosón, ya descripta, de esa manera:

$$\begin{aligned} & \langle RPA | [A_{\lambda\mu}(j_1 j_2, t_z), A_{\lambda'\mu'}^{\dagger}(i_1 i_2, t_z)] | RPA \rangle \cong \\ & \cong \langle BCS | [A_{\lambda\mu}(j_1 j_2, t_z), A_{\lambda'\mu'}^{\dagger}(i_1 i_2, t_z)] | BCS \rangle = \\ & = \delta_{\lambda\lambda'} \delta_{\mu\mu'} (\delta_{j_1 i_1} \delta_{j_2 i_2} - (-)^{j_1 + j_2 - \lambda} \delta_{j_1 i_2} \delta_{j_2 i_1}) (1 - f_{j_1} - f_{j_2}) \end{aligned} \quad (2.2-13)$$

donde:

$$f_j = \langle \text{BCS} | \alpha_{jm}^\dagger \alpha_{jm} | \text{BCS} \rangle = \\ = (1 + \exp(\beta E_j))^{-1} \quad (2.2-14)$$

Siguiendo el procedimiento habitual, ampliamente descrito en el Apéndice D, las ecuaciones de movimiento a resolver son:

$$[H', \Gamma_{\lambda\mu}^\dagger(\omega_n)] = \omega_n \Gamma_{\lambda\mu}^\dagger \quad (2.2-15-a)$$

$$[H', \Gamma_{\lambda\mu}(\omega_n)] = -\omega_n \Gamma_{\lambda\mu} \quad (2.2-15-b)$$

resultando la siguiente ecuación matricial:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ -B & -A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \omega \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} \quad (2.2-16)$$

donde los elementos de matriz de A y B están definidos por:

$$A_{12,34}^{(J)} = (E_1 + E_2 \delta_{12,34} \\ - G_{12,34,J} (u_1 u_2 u_3 u_4 + v_1 v_2 v_3 v_4) \\ - F_{12,34,J} (u_1 v_2 u_3 v_4 + v_1 u_2 v_3 u_4) \\ + F_{12,43,J} (u_1 v_2 v_3 u_4 + v_1 u_2 u_3 v_4)) \theta(34,J) \quad (2.2-17-a)$$

$$B_{12,34}^{(J)} = G_{12,34,J} (u_1 u_2 v_3 v_4 + v_1 v_2 u_3 u_4) \\ - F_{12,34,J} (u_1 v_2 v_3 u_4 + v_1 u_2 u_3 v_4) \\ + F_{12,43,J} (u_1 v_2 u_3 v_4 + v_1 u_2 v_3 u_4) \theta(34,J) \quad (2.2-17-b)$$

Para simplificar la notación, hemos reemplazado el par (j_1, j_2) por (12).

Para completar el formalismo damos las relaciones de completitud, expresión (2.2-18) y las relaciones de clausura, expresión (2.2-19):

$$\sum_{\substack{j_1 \geq j_2 \\ l_1 \\ l_2}} \left[X_{\lambda\mu}^n(j_1, j_2, t_z) X_{\lambda\mu}^{n'}(j_1, j_2, t_z) - Y_{\lambda\mu}^n(j_1, j_2, t_z) Y_{\lambda\mu}^{n'}(j_1, j_2, t_z) \right] (1-f_{j_1} - f_{j_2}) = \delta_{nn'} \quad (2.2-18)$$

$$\sum_n (1-f_{j_1} - f_{j_2})^{1/2} \left[X_{\lambda\mu}^n(j_1, j_2, t_z) X_{\lambda\mu}^n(i_1, i_2, t_z) - Y_{\lambda\mu}^n(j_1, j_2, t_z) Y_{\lambda\mu}^n(i_1, i_2, t_z) \right] (1-f_{i_1} - f_{i_2})^{1/2} = \delta_{j_1 i_1} \delta_{j_2 i_2} \delta_{l_1 l_2} \quad (2.2-19)$$

Estas expresiones son similares, en su estructura, a las obtenidas para el caso de un núcleo superfluido con una fuerza multipolar separable (expresiones (2.2-43) y (2.2-44)). Lo mismo sucede para las probabilidades de transición y para las reglas de suma:

$$B(E\lambda, \omega_n)_{\text{eléctrico}} = (2\lambda+1) |\Lambda_\lambda(\omega_n, \rho)|^2 \quad (2.2-20)$$

$$B(E\lambda, \omega_n)_{\text{masa}} = \sum_{t_z} (2\lambda+1) |\Lambda_\lambda(\omega_n, t_z)|^2 \quad (2.2-21)$$

donde :

$$\Lambda_\lambda(\omega_n, t_z) = \sum_{j_1 \geq j_2} (X_\lambda^n(j_1 j_2, t_z) + Y_\lambda^n(j_1 j_2, t_z)) \times \\ \times (f_{j_2}(t_z) - f_{j_1}(t_z)) P_\lambda(j_1 j_2, t_z) \quad (2.2-22)$$

La regla de suma no perturbada puede escribirse como:

$$EWSR_{\text{no pert}} = \sum_{j_1 \geq j_2} E_{j_1 j_2}(t_z) |P_\lambda(j_1 j_2, t_z)|^2 (1 - f_{j_1}(t_z) - f_{j_2}(t_z)) \quad (2.2-23)$$

la cual, al igual que antes, puede ser comparada con la obtenida a partir de las raíces halladas a través del formalismo de la FTRPA:

$$EWSR_{\text{FTRPA}} = \sum_{n, t_z} \omega_n (2\lambda+1) |\Lambda_\lambda(\omega_n, t_z)|^2 \quad (2.2-24)$$

En las expresiones anteriores hemos utilizado:

$$P_\lambda(j_1 j_2, t_z) = q_\lambda(j_1 j_2, t_z) (u_{j_1} v_{j_2} + u_{j_2} v_{j_1}) \quad (2.2-25)$$

siendo u_α y v_α los elementos de la matriz de transformación entre la base de cuasipartículas y la base de partículas. Mientras que:

$$q_{\lambda}(j_1 j_2, t_z) = \frac{\langle j_1 || Q_{\lambda} || j_2 \rangle}{\sqrt{2\lambda+1}} \quad (2.2-26)$$

donde, $\langle || \rangle$ denota elemento de matriz reducido del operador $Q_{\lambda\mu}$, siendo éste el operador definido en (2.1-33-b).

Hagamos un análisis simple de los elementos de las matrices "A_{RPA}" y "B_{RPA}". Podemos observar que tanto los elementos de una como los de la otra contienen dos tipos de contribuciones:

Los términos de los elementos de matriz que contienen a G(12,34,J) están acompañados por factores de la forma:

$$u_{12} u_{34}$$

$$v_{12} v_{34}$$

$$u_{12} v_{34}$$

$$v_{12} u_{34}$$

(a)

mientras que los términos que contienen F(12,34,J) aparecen acompañados por factores de la forma:

$$u_{12} v_{34}$$

$$v_{12} u_{34}$$

(b)

Señalemos que las expresiones (a) son próximas a la descripción de pares de partícula-partícula. Basta con observar que en el límite de gaps de apareamiento nulos dichas expresiones se anulan si los pares (12) y (34) son pares de partícula-agujero,

ya que en tal caso:

$$\begin{aligned} u_i u_m &\rightarrow 0 && \text{si } \epsilon_i < \epsilon_F \text{ y } \epsilon_m > \epsilon_F \\ v_i v_m &\rightarrow 0 && \text{si } \epsilon_i < \epsilon_F \text{ y } \epsilon_m > \epsilon_F \end{aligned}$$

En cambio los términos que acompañan a $F(12,34,J)$, en el mismo límite, son tales que se anulan cuando (12) y (34) son pares de partícula-partícula o agujero-agujero pues:

$$\begin{aligned} u_i v_j &\rightarrow 0 && \text{si } \epsilon_i < \epsilon_F \text{ y } \epsilon_j < \epsilon_F \\ u_n v_m &\rightarrow 0 && \text{si } \epsilon_n > \epsilon_F \text{ y } \epsilon_m > \epsilon_F \end{aligned}$$

A partir del análisis anterior, puede decirse que los términos en $G(12,34,J)$ de las matrices de la RPA están vinculadas al canal de partícula-partícula de la interacción, mientras que la contribución de los términos en $F(12,34,J)$ está asociada al canal de partícula-agujero.

Teniendo en cuenta la expresión de $F(12,34,J)$ y $G(12,34,J)$ dadas en el Capítulo I, podemos reescribir los elementos de matriz de A_{RPA} y B_{RPA} como:

$$\begin{aligned}
A_{12,94}^{(J)} &= (E_1 + E_2) \delta_{12,94} \\
&- G_{pp} \frac{2}{f_{12} f_{94}} V_{12,94}^J (u_1 u_2 u_3 u_4 + v_1 v_2 v_3 v_4) \\
&- G_{ph} \frac{2}{f_{12} f_{94}} \tilde{V}_{12,94}^J (u_1 v_2 u_3 v_4 + v_1 u_2 v_3 u_4) \\
&+ G_{ph} \frac{2}{f_{12} f_{94}} \tilde{V}_{12,49}^J (u_1 v_2 v_3 u_4 + v_1 u_2 u_3 v_4) \\
&\cdot \theta(34, J)
\end{aligned} \tag{2.2-27}$$

$$\begin{aligned}
B_{12,94}^{(J)} &= G_{pp} \frac{2}{f_{12} f_{94}} V_{12,94}^J (u_1 u_2 v_3 v_4 + v_1 v_2 u_3 u_4) \\
&- G_{ph} \frac{2}{f_{12} f_{94}} \tilde{V}_{12,94}^J (u_1 v_2 v_3 u_4 + v_1 u_2 u_3 v_4) \\
&+ G_{ph} \frac{2}{f_{12} f_{94}} \tilde{V}_{12,49}^J (u_1 v_2 u_3 v_4 + v_1 u_2 v_3 u_4) \\
&\cdot \theta(34, J)
\end{aligned} \tag{2.2-28}$$

con:

$$f_{ab} = (1 + \delta_{ab})^{1/2} \tag{2.2-29}$$

$$\theta(ab, J) = (-)^{j_a + j_b + J} \tag{2.2-30}$$

En las expresiones anteriores, G_{pp} y G_{ph} representan las constantes de acoplamiento para el canal de partícula-partícula y partícula-agujero respectivamente; mientras que $V_{ab,cd}^J$ es el elemento de matriz de una fuerza de dos cuerpos entre configuraciones de partícula-partícula, y $\tilde{V}_{ab,cd}^J$ es el elemento de matriz de una fuerza de dos cuerpos entre

configuraciones de partícula-agujero. La relación entre ambos es bien conocida:

$$\tilde{V}_{ab,cd}^J = (-) \sum_{J'} (2J'+1) \left\{ \begin{matrix} j_a & j_b & J \\ j_c & j_d & J' \end{matrix} \right\} V_{ad,cb}^{J'}$$

De esta manera, hemos tratado los canales monopolar y multipolar de la interacción residual simultáneamente.

En el Capítulo III utilizaremos este formalismo al describir la contribución del canal de partícula-partícula y del canal de partícula-agujero al parámetro de densidad nuclear.

2.3-Aplicaciones

Vamos a describir los resultados obtenidos¹⁷⁾ mediante los cálculos FTRPA para el modo cuadrupolar y el modo octupolar del ^{208}Pb . Hemos adoptado una parametrización de Nilsson⁴⁴⁾ para las energías de protones y de neutrones a temperatura igual a cero. Basados en el hecho de que los tratamientos autoconsistentes de Hartree-Fock a temperatura finita¹⁹⁾ resultan prácticamente independientes de T, hemos adoptado los estados de partícula independiente calculados a T=0 para el rango de temperaturas entre 0 MeV y 2 MeV. Con esta base se ha verificado la regla de suma no perturbada a T=0 MeV, tanto para el modo cuadrupolar como para el modo octupolar, coincidiendo con las calculadas en la Ref. 14) a menos de un error del 5%. Con el aumento de la temperatura, la regla de suma se conserva con respecto a su valor a T=0 MeV, observándose desviaciones del orden del 5% para una temperatura del orden de los 2 MeV. Las constantes de acoplamiento utilizadas fueron ajustadas de modo de reproducir el valor de las energías observadas a T=0 MeV, tanto para el modo con $\lambda^{\pi} = 2^{+}$ como para el modo con $\lambda^{\pi} = 3^{-}$.

Los resultados obtenidos para T=0 MeV se muestran en la Tabla I, mientras que la Tabla II muestra los resultados para T = 2 MeV. Comparando ambas tablas se observa un corrimiento hacia valores más altos de los centroides de energía correspondientes al modo isoescalar, mientras que el correspondiente al modo isovectorial se corre hacia energías más bajas. Como consecuencia del aumento de la temperatura y de la aparición de nuevas configuraciones, se fragmenta el espectro de excitaciones colectivas; ésto hace que la contribución a la regla de suma para

los estados en la cercanía centroide de la resonancia se distribuya entre las nuevas raíces, produciendo un ensanchamiento de la envolvente. Estos resultados son confirmados por los cálculos hechos con el formalismo de la Función de Respuesta Lineal¹⁹⁾. En la Tabla III se hace una comparación entre los resultados de ambos formalismos. Como se observa no existe prácticamente diferencia en la energía del pico del centroide, sin embargo en los resultados de la FTRPA la dependencia de éste con la temperatura es más clara, podemos argüir que esto se debe a la búsqueda discreta de las raíces de la ecuación de dispersión. En cuanto a los anchos de las resonancias gigantes, ambos formalismos proporcionan el mismo comportamiento como función de la temperatura. Cabe destacar que en la realización del cálculo a través de la FTRPA se ha utilizado un espacio de 96(190) configuraciones a T=0 MeV, el cual se incremento a 203(430) configuraciones a T=2 MeV para $\lambda^{\pi}=2^{+}$ (3^{-}).

2.4-Conclusiones

En este capítulo hemos estudiado la dependencia con la temperatura de los grados de libertad vibracionales. Para ello trabajamos con el formalismo de la RPA extendido a temperatura finita, incluyendo a temperatura distinta de cero tanto configuraciones de p-h como configuraciones de p-p y h-h. En el marco de este formalismo, hallamos las raíces de la ecuación de dispersión, pudiendo describir el espectro de excitaciones colectivas a distintas temperaturas; un hecho importante a destacar es la fragmentación del espectro con el aumento de la temperatura, es decir, la aparición de nuevos estados colectivos debidos al aumento en el número de configuraciones accesibles del problema. Conocido el espectro determinamos las resonancias gigantes como los modos que agotan la mayor parte de la regla de suma, observamos que los modos de baja energía corresponden al canal isoescalar, mientras que los modos de alta energía corresponden al canal isovectorial. La aparición de nuevas raíces con el incremento de la temperatura, implica una redistribución de la regla de suma entre los nuevos modos; de esta forma haciendo el promedio sobre los estados que rodean a aquel que tiene mayor porcentaje de regla de suma, podemos determinar un centroide y un ancho característico para cada resonancia gigante; resulta claro, a partir de estas consideraciones, concluir que estos anchos aumentarán al aumentar la temperatura, disminuyendo en consecuencia el pico de la distribución, ya que la regla de suma total del sistema se conserva. Otro aspecto importante es el corrimiento de los centroides de las resonancias con la

temperatura: el modo isoescalar, de carácter atractivo, se mueven hacia energías más altas debido al efecto de bloqueo térmico, moviéndose el modo isovectorial, de carácter repulsivo, hacia energías más bajas por la misma razón. Cabe mencionar además, que el comportamiento como función de la temperatura de los anchos y de los centroides de las resonancias gigantes es similar al que resulta aplicando el formalismo de la Función de Respuesta Lineal .