

## CAPITULO II

GENERACION OPTICA DE LAS FUNCIONES ESPACIO-FASE

## II-1 INTRODUCCION:

En el capítulo anterior se puso de manifiesto la potencialidad de las funciones E-F para el procesamiento de señales ópticas. Sin embargo, no han resultado ser muy atractivas para el procesamiento digital de las mismas, por ser de un tratamiento computacional tedioso, debido a que las funciones E-F duplican el dominio de la función originaria y requieren una transformada de Fourier sobre todos los pixels de la misma. Este problema puede ser salvado con el uso de procesadores ópticos, ya que estos poseen una alta velocidad de procesamiento, debido a que el mismo, se realiza en paralelo y a tiempo real. Por tal motivo, resulta de suma importancia analizar distintos procesadores para generar ópticamente las funciones E-F.

En este capítulo se proponen y analizan distintos procesadores ópticos para la generación de la AF, la WDF y el LS. En primer término se describen algunos procesadores de señales 1-D, que utilizan luz coherente. Posteriormente, se describe un método original para obtener el pseudocoloreado del espectrograma local, que puede adaptarse fácilmente para el pseudocoloreado de frecuencias espaciales. Luego, se estudia cómo bajo condiciones adecuadas el campo de difracción producido por determinados objetos bidimensionales (2-D) puede aproximarse a un transformador de Fourier 1-D; y cómo este hecho permite proponer un procesador coherente, sin lentes, para la visualización de funciones E-F de

señales 1-D. Hasta aquí, el análisis se hace para este último tipo de señales, debido a que, como se mencionó anteriormente, las funciones E-F duplican el dominio de la función original, y esto dificulta la realización de operaciones sobre señales 2-D. Sin embargo se han desarrollado algunos métodos para exhibir las funciones E-F, asociadas a señales 2-D. Estos se discuten brevemente al final del capítulo.

## II-2 VISUALIZACION DE LAS FUNCIONES E-F DE SENALES 1-D:

El primer procesador óptico para la representación de la AF fue propuesto por Marks II et al./1/. Dada una función real, 1-D,  $f(x)$ , es posible obtener la AF de esta función con el siguiente procedimiento: en primer lugar, la función  $f(x)$ , representada en el plano  $(x,y)$  (Fig.II-1.a), es rotada un ángulo  $\alpha$  alrededor del origen (Fig.II-1.b) generando la función:

$$f(a x \cos \alpha + a y \operatorname{sen} \alpha), \quad (\text{II-1})$$

la que para rotaciones de  $45^\circ$  y  $-45^\circ$ , se transforma respectivamente en:

$$f\left[\frac{(x+y)}{\sqrt{2}}\right], \quad , \quad f\left[\frac{(x-y)}{\sqrt{2}}\right]. \quad (\text{II-2})$$

Considérese al producto de estas dos últimas funciones (Fig. II-1-c). La transformada de Fourier con respecto a  $x$  resulta:

$$\int f \left[ \frac{x+y}{\sqrt{2}} \right] f \left[ \frac{x-y}{\sqrt{2}} \right] \exp(-2\pi i u x) dx. \quad (\text{II-3})$$

La ecuación (II-3) es la AF de la función  $f(x)$ , a diferencia de un término multiplicativo.

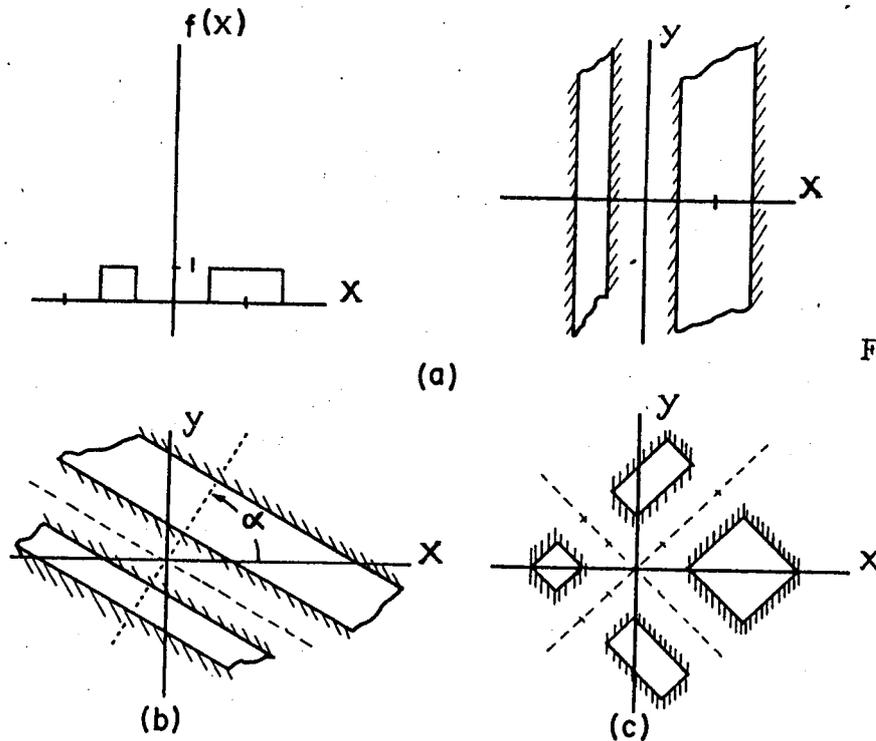


Figura II-1

En la Figura II-2 se muestra un procesador óptico para obtener la transformada de Fourier 1-D. La amplitud de campo en el plano P2, debido a la propagación de la luz coherente que pasa a través de la transmitancia

$$S(x,y) = f \left[ \frac{(x+y)}{\sqrt{2}} \right] f \left[ \frac{(x-y)}{\sqrt{2}} \right] \quad (\text{II-4})$$

resulta ser:

$$U(x,y) = \exp(2\pi i \lambda u^2 f) \int S(x,y) \exp(-2\pi i u x) dx, \quad (\text{II-5})$$

donde  $\lambda$  es la longitud de onda de la luz,  $f$  es la distancia focal de las lentes L1 y L2 y  $u$  es la frecuencia espacial asociada a la variable  $x$ . Por lo tanto, la amplitud del campo puede escribirse, de acuerdo a la definición de la AF, como:

$$U(x,y) = \sqrt{2} \exp(2\pi i \lambda u^2 f) A(\sqrt{2}u, \sqrt{2}y). \quad (\text{II-6})$$

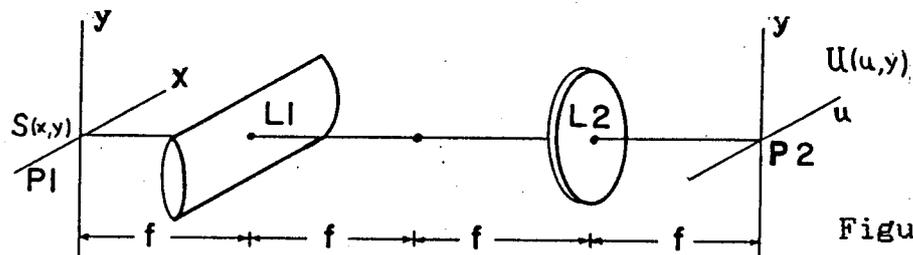


Figura II-2

En la mayoría de los casos resulta de interés el módulo de la AF. Este corresponde a la intensidad en el plano P2. Por lo tanto, el término de fase en la ecuación (II-6), no es importante. La intensidad en el plano P2 es entonces una versión en escala de la AF:

$$I(u, y) = 2 \left| A(\sqrt{2}u, \sqrt{2}y) \right|^2. \quad (\text{II-7})$$

A pesar de ser este un procesador sencillo y fácil de implementar, tiene como principal desventaja el hecho de necesitar dos copias de la la función de entrada. Esta desventaja fue salvada con posterioridad por Marks II et.al./2/ empleando un procesador astigmático, que sólo necesita una copia de la función de entrada.

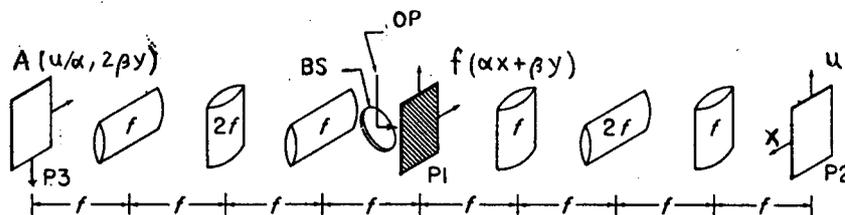


Figura II-3

Esta última es iluminada con una onda plana OP como se muestra en la Figura II-3. El campo que representa a la función  $f(x)$  ingresa al procesador a través de un divisor de haz (BS). La señal es rotada un ángulo  $\theta$  en el plano  $(x, y)$  para obtener una transmitancia  $f(\alpha x + \beta y)$ , donde  $\alpha = \cos\theta$  y  $\beta = \sin\theta$ . El campo en el plano P2 resulta a menos de una constante multiplicativa:

$$U(x, u) = \int f(\alpha x + \beta y) \exp(-2\pi i u y) dy, \quad (\text{II-8})$$

donde la frecuencia espacial  $u$  es medida dividiendo el

desplazamiento vertical en el plano P2 por  $2\lambda f$ . En el plano P2 un espejo refleja la amplitud dada por la ecuación (II-8). Como puede verse de una segunda aplicación de la ecuación (II-8), el resultado neto del doble pasaje a través del brazo derecho del procesador, es producir una inversión en la coordenada  $y$ . Es decir, sobre el plano P1 incide desde la derecha el campo  $f(\alpha x - \beta y)$ , y desde la izquierda  $f(\alpha x + \beta y)$ . Por lo tanto, en el plano P1 la amplitud de campo resultante es:  $f(\alpha x + \beta y) \cdot f(\alpha x - \beta y)$ . Esta señal, es tomada como señal de entrada en la parte izquierda del procesador a través del semiespejo BS, siendo la amplitud de campo en el plano P3:

$$\begin{aligned}
 U(u, y) &= \int f(\alpha x + \beta y) \cdot f(\alpha x - \beta y) \exp(-2\pi i u x) dx \\
 &= (1/\alpha) \exp(-2\pi i \beta y / \alpha) A(u/\alpha, 2\beta y).
 \end{aligned}
 \tag{II-9}$$

A diferencia de un término de fase, la ecuación (II-9) es una versión en escala de la AF. Los cambios en la escala de salida pueden obtenerse simplemente rotando al objeto. Las desventajas de este procesador son: a) menor eficiencia en el uso de la luz incidente, debida a los semiespejos; b) necesidad de un mayor número de lentes para su implementación.

Debido a que la WDF y la AF son representaciones duales E-F de una señal; este mismo procesador, puede usarse para obtener la WDF de una señal real  $1-D/3/$  rotando el brazo derecho del

mismo (Fig. II-3), un ángulo de  $90^\circ$  alrededor del eje óptico; dejando de este modo ambos brazos idénticos. En el plano de salida se obtiene entonces:

$$\begin{aligned}
 U(x, u) &= \int f(ax+\beta y) \cdot f(ax-\beta y) \exp(-2\pi i u y) dy \\
 &= (1/2\beta) W(ax, u/2\beta).
 \end{aligned}
 \tag{II-10}$$

que es una versión en escala de la WDF.

Brenner y Lohmann/4/ propusieron un método para obtener la representación de la WDF y la AF, tanto para señales reales como para señales complejas. A partir de la definición (ec.(I-1), es claro que la WDF de la función  $f(x)$  puede obtenerse hallando la transformada de Fourier del producto  $f(x+y/2) \cdot f^*(x-y/2)$ , respecto de la coordenada  $y$ . Por otra parte, si la transformada de Fourier del mismo producto, se realiza respecto de la coordenada  $x$ , se obtiene la AF de la señal. En el caso de señales reales, el producto antes mencionado puede producirse de dos formas distintas. Una es procediendo como se muestra en la Figura II-1. El ángulo  $\alpha$  se determina por las siguientes consideraciones: a  $\cos\alpha=1$  y a  $\sin\alpha=1/2$ , resultando entonces  $\alpha=26.6^\circ$ . La otra forma requiere solo una transparencia de entrada (ver Fig.II-4). La luz pasa dos veces a través de la transparencia (OBJ), al iluminarla desde la derecha, el prisma R refleja la onda incidente, formándose sobre la transparencia una imagen de sí misma con una

inversión en la coordenada  $y$ . Un sistema de lentes esfero-cilíndrico hace la transformada de Fourier 1-D, obteniéndose en el plano de salida la WDF del objeto.

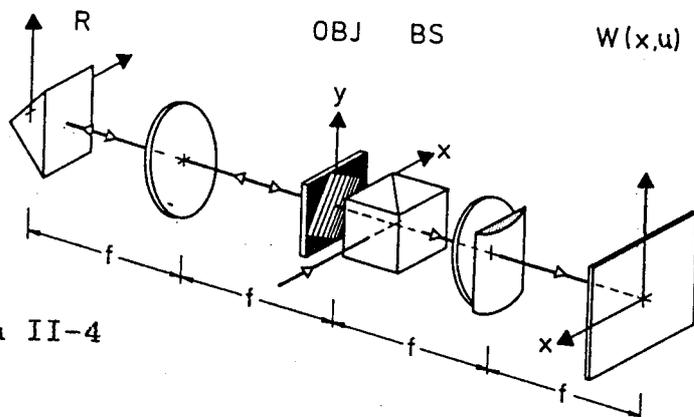


Figura II-4

Para señales complejas la producción de la WDF no es tan sencilla, pues es necesario obtener el complejo conjugado de la función  $f(x)$ . Para lograr la conjugación de fase pueden utilizarse dos aproximaciones distintas:

a) Si un holograma es usado como objeto complejo, este almacena, una imagen real (información del objeto); y además, una imagen virtual (información del complejo conjugado del objeto). Por lo tanto el holograma contiene ambos factores  $f(x+y/2)$  y  $f^*(x-y/2)$ . El dispositivo experimental (Fig. II-5) se arregla de modo que la luz pase primero por  $f(x)$  y luego por  $f^*(x)$ . En el plano  $(x,y)$  se posicionan máscaras que seleccionan el término deseado. El holograma, que puede ser de Fourier, o bien un holograma generado por computadora, se rota  $26.6^\circ$ . La transformada de Fourier se hace a la derecha del divisor de haz.

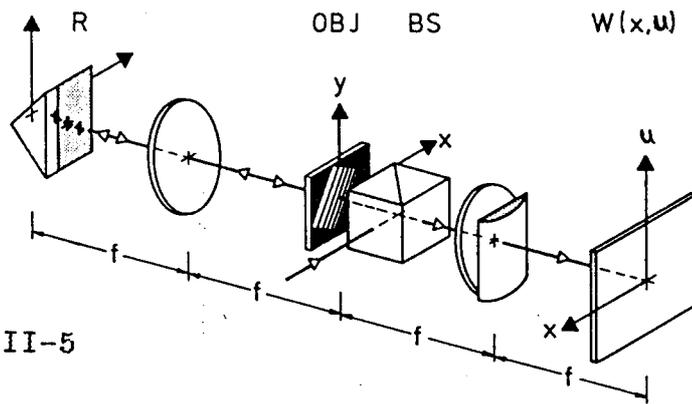


Figura II-5

b) Para objetos 1-D complejos arbitrarios, puede obviarse el doble pasaje de luz a través del objeto. El primer paso consiste en producir:

$$f(x+y/2) \exp(2\pi i a y), \quad (\text{II-11})$$

que se puede obtener rotando el objeto  $f(x)$  y eligiendo un ángulo de iluminación  $\alpha$  tal que  $\sin \alpha = \lambda a$  (Fig. II-6). Por medio de un semiespejo (BS), la señal es dividida en dos partes, una es invertida con respecto a la coordenada  $y$ , por el prisma R, en tanto que la otra es reflejada por el espejo M. Ambas señales son recombinadas nuevamente y registradas en un holograma como:

$$T(x,y) = \left| f(x+y/2) \exp(2\pi i a y) + f(x-y/2) \exp(-2\pi i a y) \right|^2, \quad (\text{II-12})$$

que contiene entre otros términos:

$$T_1(x,y) = f(x+y/2) f^*(x-y/2) \exp(4\pi i a y) \quad (\text{II-13})$$

Tomando la transformada de Fourier con respecto a  $y$ , se obtienen:  $W(x, u-2a)$  y  $W(x, -u-2a)$ , en los ordenes 1 y -1 respectivamente. El espaciado entre los ordenes es controlado por el ángulo de iluminación  $\alpha$ .

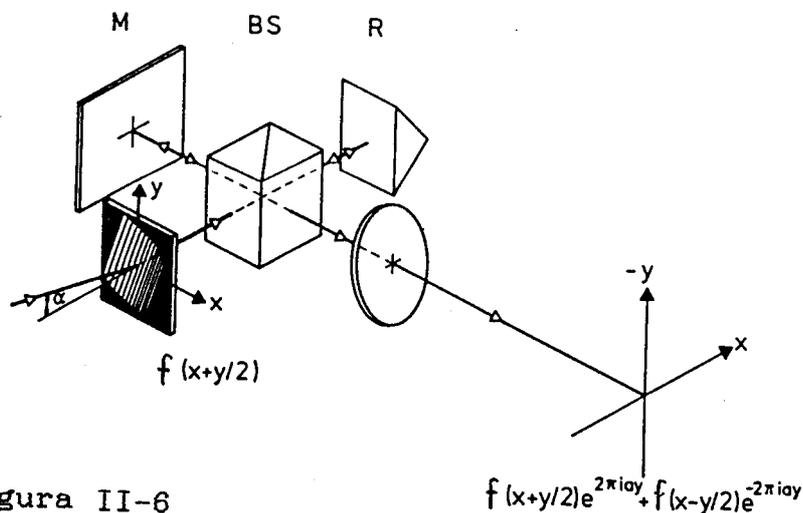
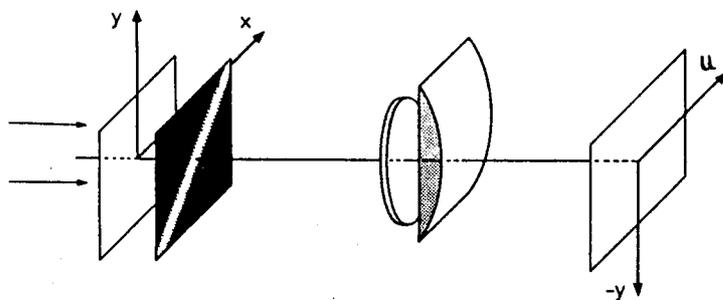
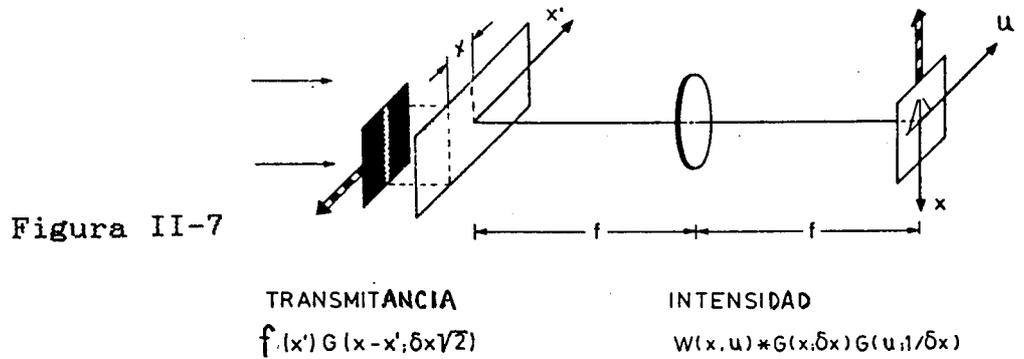


Figura II-6

La definición del LS (ec. I-61), conduce directamente al método para generar  $L(x, u, \delta x)/5/$ . Como se muestra en la Figura II-7, la señal  $f(x')$  es multiplicada por una ventana gaussiana  $G(x-x'; \delta x \sqrt{2})$ . La transformada de Fourier de este producto se obtiene mediante un sistema  $2f$  en el plano  $(u, x)$ , y la intensidad en este plano es registrada en una película fotográfica. Moviendo sincronizadamente la transparencia que contiene la señal 1-D y la película de registro, se obtiene la variación de la coordenada posición  $(x)$ . Este movimiento sincronizado puede efectuarse, por ejemplo, con dos motores paso a paso acoplados. El LS se registra

en la película una vez que la ventana ha pasado por delante de toda la transparencia de entrada. Este método es particularmente útil cuando la señal viaja, por su propia naturaleza como  $f(x-vt)$ .



Para operaciones a tiempo real, en cambio, la ventana gaussiana es rotada un ángulo de  $45^\circ$  (Fig. II-8) y la transformada de Fourier en la dirección  $x$  se realiza mediante un sistema óptico astigmático. En este caso, la intensidad registrada en el plano  $(u,y)$  da nuevamente el LS:

$$L(y,u; \delta x) = \left| \int f(x) G(x-y, \sqrt{2} x) \exp(-2\pi i u x) dx \right|^2 \quad (\text{II-14})$$

La variación del ancho efectivo  $\delta x$  puede obtenerse simplemente, cambiando la orientación angular de la ventana gaussiana.

### II-3 PSEUDOCOLOREADO DEL LS/6/:

En el procesamiento de imágenes, resulta útil a menudo, codificar por falsos colores, la información relevante contenida en ellas. Esto se debe a que el ojo humano, discrimina mejor diferencia de colores, que de niveles de gris. En los últimos años, se han propuesto distintos métodos ópticos para pseudocolorear transparencias, tanto en el dominio espacial como en el de las frecuencias espaciales/7-10/. En este último caso, la imagen procesada, exhibe un diagrama de colores acorde al contenido de frecuencias espaciales de la misma.

Dado que el LS de una imagen representa la distribución de frecuencias espaciales de la misma, en función de la coordenada espacial en una imagen; pareciera viable que los métodos de pseudocoloreado de frecuencias espaciales se pudiesen adaptar para obtener el LS de una señal misma.

El método que se propone para este fin hace uso del dispositivo experimental que se muestra en la Figura II-9. Una fuente de luz policromática (S), ubicada en el plano focal de la lente L1, ilumina al objeto 1-D  $f(y_0)$ . La transformada de Fourier

del mismo, repetida para cada longitud de onda, se forma sobre la rendija de entrada de un espectroscopio ( $\pi$ ), obteniéndose en el plano conjugado ( $\pi'$ ) distintas réplicas del espectro del objeto para diferentes longitudes de onda ( $\lambda$ ). Un filtro de amplitud ( $G$ ) colocado en este plano selecciona para cada  $\lambda$  una porción del espectro objeto  $F(u)$ . La transformada de Fourier 1-D, se hace nuevamente por medio de un sistema óptico astigmático.

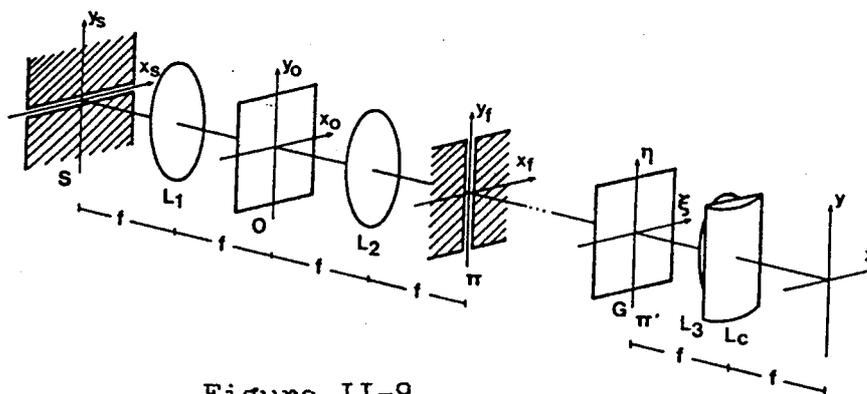


Figura II-9

La intensidad registrada en el plano de salida, resulta:

$$I(x,y) = \left| \int F(\eta) G(\eta - \alpha\lambda) \exp(2\pi i \eta y) d\eta \right|^2, \quad (\text{II-15})$$

donde  $G(\eta)$  es la transmitancia en amplitud del filtro, y  $x = \alpha\lambda$ , siendo  $\alpha$  proporcional a la dispersión del prisma, o red, del espectroscopio. La distribución de intensidad (II-15) es el LS  $L(y; u = \alpha\lambda)$ , de la señal de entrada  $f(y_o)$ . El eje longitud de onda,

almacena el contenido de frecuencias espaciales de cada parte de la imagen (eje y).

En la Figura II-10, se observa la representación del LS correspondiente a una red cuya frecuencia espacial varía sinusoidalmente. Es claro que el LS muestra la variación de frecuencias espaciales, como cambios de color, dependiendo de la posición. En este caso se empleó como función ventana, una rendija rotada en el plano  $(\xi, \eta)$  un ángulo  $\beta$ , de modo de pseudocolorear todo el contenido espectral del objeto.

Este último dispositivo experimental, puede modificarse fácilmente para obtener el pseudocoloreado de frecuencias espaciales de objetos 2-D. Para este último propósito, Bartelt sugirió un dispositivo similar/11/, que puede obtenerse a partir del de la Figura II-9, simplemente quitando la lente cilíndrica  $L_c$ .

Por lo tanto, prácticamente el mismo montaje puede usarse tanto para el pseudocoloreado de frecuencias espaciales como para obtener el LS pseudocoloreado de la transparencia de entrada al sistema. Esta última operación resulta mas apropiada para el testeo de objetos que presentan un contenido de frecuencias espaciales de variación lenta en las frecuencias espaciales, mientras que la primera operación detecta mejor pequeños defectos localizados (como suelen aparecer en el análisis de texturas).

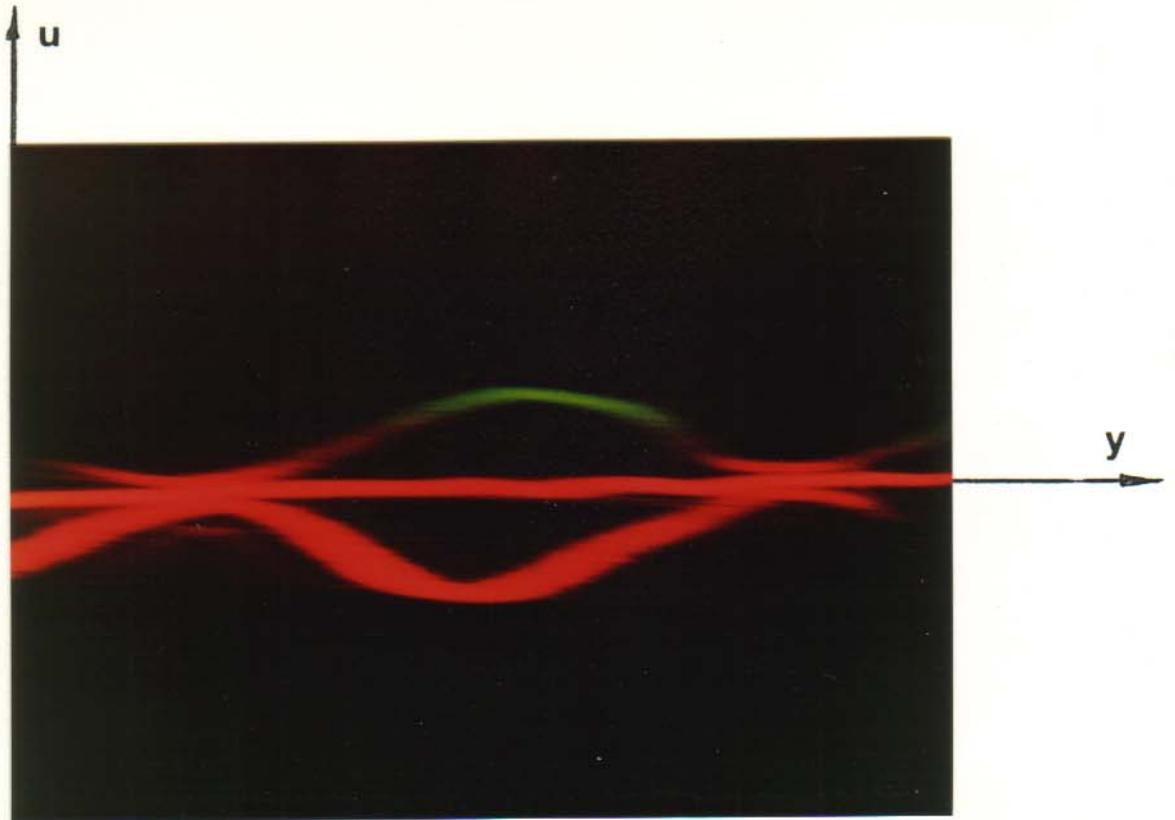
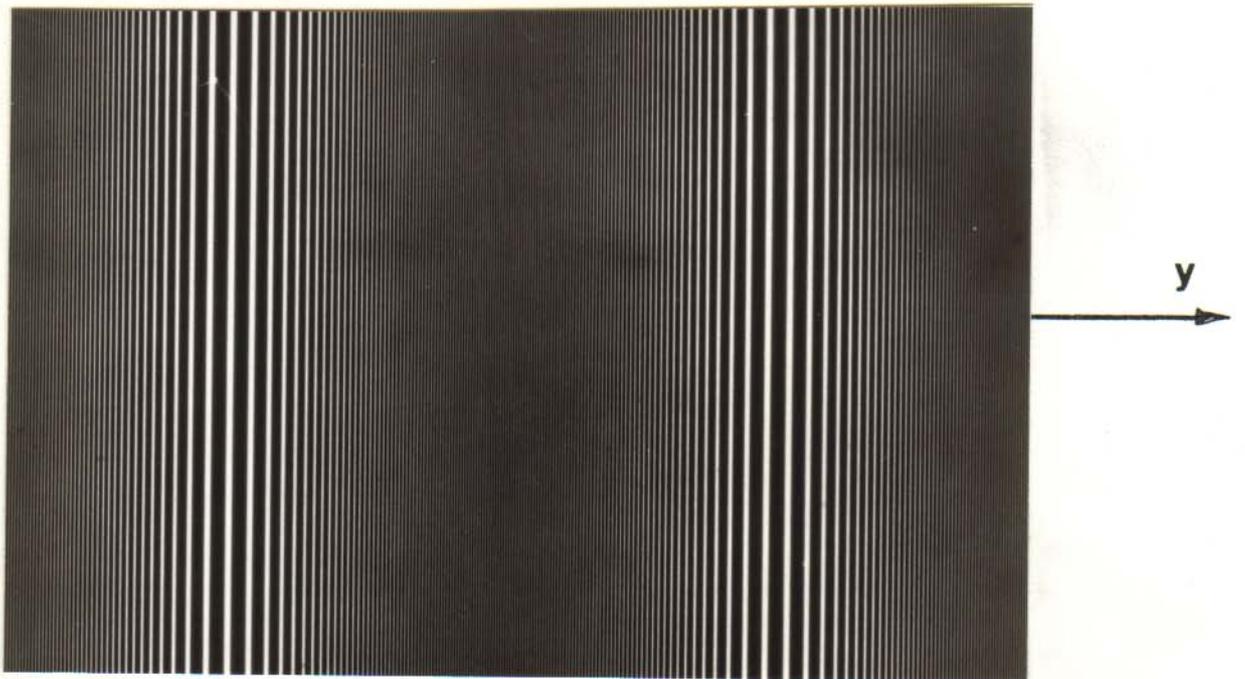


Figura II-10



## II-4 PROCESADOR OPTICO SIN LENTES PARA LA VISUALIZACION DE FUNCIONES ESPACIO-FASE DE SEÑALES 1-D/12/:

Todos los procesadores ópticos para la representación de las funciones E-F discutidas en este capítulo incluyen un sistema óptico astigmático para obtener la transformada de Fourier 1-D. En esta sección, se analizan las condiciones en las cuales, el campo de difracción por propagación libre, debido a ciertos objetos 2-D, puede considerarse como proporcional a la transformada de Fourier 1-D, de la función transmitancia del objeto. Usando este hecho es posible obtener la representación de la AF, la WDF y el LS de señales 1-D, con un procesador óptico sin lentes.

En primer lugar, se discutirán ciertas consideraciones teóricas acerca de la propagación libre del campo de difracción debido a objetos 2-D.

Considerese la difracción de una onda plana monocromática por una transparencia ubicada en el plano P1 de la Figura II-11, cuya función de transmitancia es descripta por la función 2-D  $g(\xi, \eta)$ . La amplitud de campo, en la aproximación de Fresnel, en el plano de observación P2, ubicado a una distancia  $z$  de P1, puede expresarse como:

$$U(x, y; z) = \iint g(\xi, \eta) \exp\{(-i\pi/\lambda z) [(\xi-x)^2 + (\eta-y)^2]\} d\xi d\eta \quad (\text{II-16})$$

La ecuación (II-16) puede reescribirse como:

$$U(x,y;z) = \int I_1(x,\eta) \exp(-i\pi/\lambda z)(\eta - y)^2 d\eta, \quad (\text{II-17})$$

donde,

$$I_1(x,\eta) = \int g(\xi,\eta) \exp(-i\pi/\lambda z)(\xi - x)^2 d\xi. \quad (\text{II-18})$$

Cada integral en (II-17) o (II-18) puede considerarse como la expresión del campo de difracción de Fresnel 1-D.

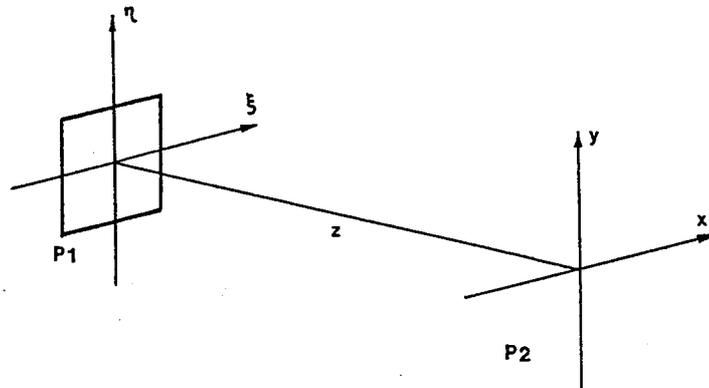


Figura II-11

Las condiciones que debe cumplir la función  $g(\xi,\eta)$  tal que la ecuación (II-16), pueda aproximarse a la transformada de Fourier 1-D de la función  $g(\xi,\eta)$ , en la coordenada  $\eta$ , son las siguientes:

- i) El campo difractado, descrito por (II-18), debe poder ser considerado como la sombra geométrica de una transmitancia 1-D para un valor fijo de la coordenada  $\eta$ .
- ii) El campo difractado, descrito por (II-17) debe poder ser

considerado en la aproximación de Fraunhofer/13/ (campo lejano), para un valor fijo de  $\xi$ .

Para una apertura 1-D, de ancho  $a$ , iluminada por una onda plana monocromática de longitud de onda  $\lambda$ , la condición de sombra geométrica se satisface cuando la apertura contiene un número mayor que  $N$  zonas de Fresnel/14/, aquí se adoptará el criterio  $N > 40$ . Considerando el plano de observación a una distancia  $z$  de la apertura, la condición para  $a$  resulta:

$$a > 2\sqrt{N\lambda z} . \quad (\text{II-19})$$

Esta condición para un objeto 1-D puede ser escrita en función de sus frecuencias espaciales ( $u$ ) como:

$$u < (4\sqrt{N\lambda z})^{-1} . \quad (\text{II-20})$$

Por otra parte, la condición de Fraunhofer, para la misma apertura, se satisface si:

$$a < \sqrt{\lambda z / \pi} , \quad (\text{II-21})$$

o nuevamente, en término de las frecuencias espaciales:

$$u > \sqrt{\pi} / (2\sqrt{\lambda z}) . \quad (\text{II-22})$$

Por lo tanto las frecuencias espaciales de la función  $g(\xi, \eta)$  deben satisfacer la condición (II-20) para el eje  $\xi$ , y la condición (II-22) para el eje  $\eta$ , simultáneamente.

Definiendo  $u_\eta$  a las frecuencias espaciales en la dirección  $\eta$ , para un valor constante de  $\xi$  y adoptando una definición equivalente para  $u_\xi$ ; las frecuencias espaciales del objeto deben satisfacer:

$$u_\eta > 2\sqrt{\pi N} u_\xi, \quad (\text{II-23})$$

y la distancia  $z$  debe permanecer acotada por los valores:

$$\frac{1}{16 N \lambda u_\xi^2} < z < \frac{\pi}{4 \lambda u_\eta^2} \quad (\text{II-24})$$

Por lo tanto, bajo las condiciones (II-23) y (II-24) la ecuación (II-16) puede reescribirse aproximadamente como:

$$U(x, y; z) = \int g(x, \eta) \exp(2\pi i \eta y / \lambda z) d\eta. \quad (\text{II-25})$$

Habiendo analizado la que de aquí en adelante se denominará: aproximación geométrica-Fraunhofer del campo de salida  $U(x, y; z)$ ; es de interés aplicar esta aproximación a las funciones  $g(x, \eta)$  que son núcleo de las funciones E-F.

Para la AF:

$$g(x, \eta) = f(\eta + x/2) f^*(\eta - x/2). \quad (\text{II-26})$$

Si la señal es real, la función  $g(x, \eta)$  puede obtenerse como producto de dos funciones 1-D, una rotada un ángulo  $\alpha$  y la otra un ángulo  $-\alpha$  (Fig. II-12) resultando:

$$g(x, \eta) = f(\eta \cos \alpha + x \operatorname{sen} \alpha) f^*(\eta \cos \alpha - x \operatorname{sen} \alpha). \quad (\text{II-27})$$

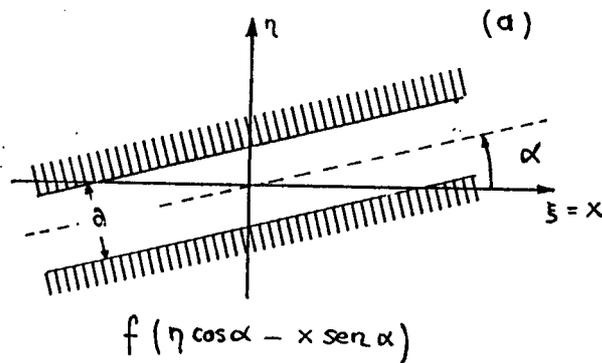
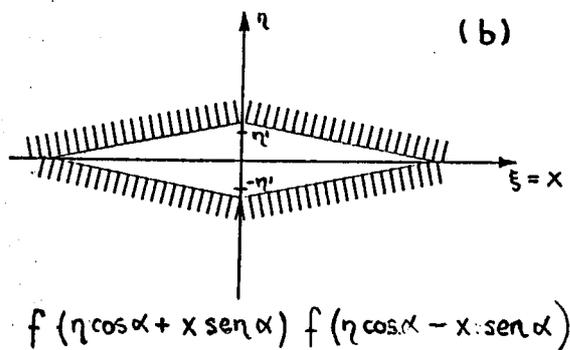


Figura II-12



Si esta función satisface la condición (II-23), el campo difractado a una distancia  $z$ , bajo la condición (II-24), resulta ser una versión de la AF con un cambio de escala:

$$U(x,y;z) = (1/\cos \alpha) A( y/\lambda z \cos \alpha, 2x \operatorname{sen} \alpha). \quad (\text{II-28})$$

Para mostrar la performance del procesador propuesto se obtuvieron representaciones de la AF para una y dos rendijas.

Para el caso de una rendija,  $f(x) = \operatorname{rect}(x/2a)$ . A pesar que la función  $g(x,\eta)$ , generada por  $f(x)$  no verifica completamente la condición (II-23), el campo difractado puede considerarse proporcional a la AF de  $f(x)$  si los parámetros  $a$  y  $\alpha$  se elijen adecuadamente (ver Fig. II-12.a). La condición (II-24) se satisfase completamente si:

$$|\eta| < \eta' \quad \text{donde} \quad \eta' = \eta_0 / \{ (1 + \sqrt{4\pi N}) \operatorname{tg} \alpha \},$$

$\eta_0$  es el máximo valor absoluto que toma la función producto en la coordenada  $\eta$ . El hecho de despreciar la parte superior e inferior de  $\eta$  y  $-\eta'$  respectivamente (Figura II-12.b) no altera demasiado el campo difractado pero introduce un pequeño defecto conocido como "ringing" (ondulaciones rápidas de la intensidad).

Las Figuras (II-13) y (II-14) muestran el módulo al cuadrado de la AF para una rendija y para dos rendijas, obtenidas con el método propuesto.

Nótese que si la función es simétrica  $f(x)=f(-x)$  resulta:

$$U(x,y;z) = (1/2 \cos \alpha) W( x \operatorname{sen} \alpha, -y/(2 \lambda z \cos \alpha)). \quad (\text{II-29})$$

donde  $W(x,y)$  es al WDF de la función  $f(x)$ .

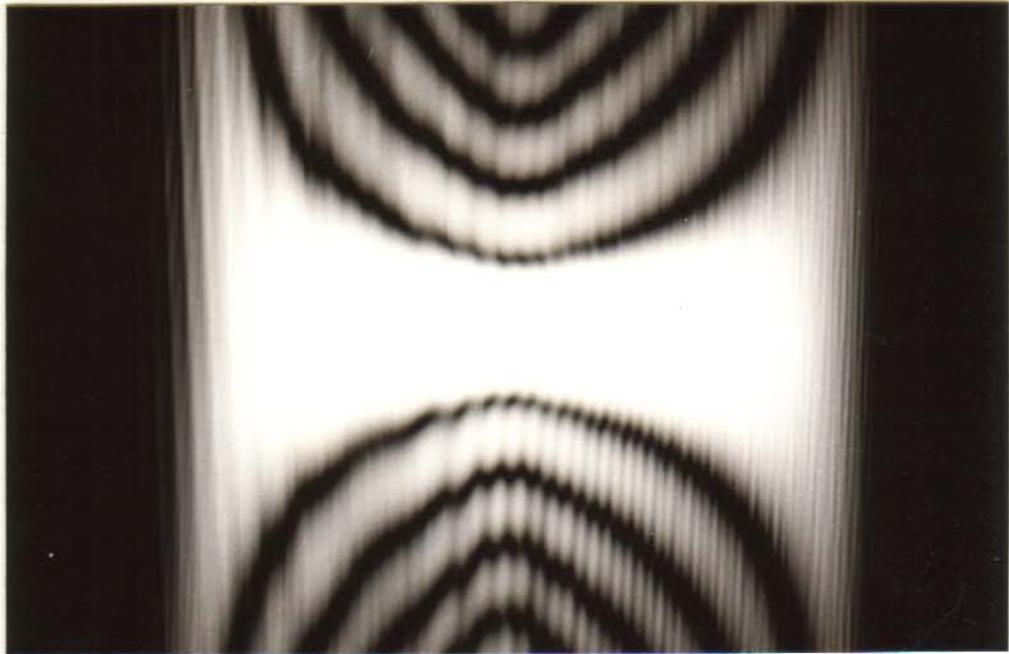


Figura II-13



Figura II-14

Para obtener la representación del LS con el método propuesto considerese a:

$$g(x,\eta) = f(\eta) G(x - \eta) , \quad (\text{II-30})$$

como la función a ser transformada.  $G(x)$  es la función ventana del LS. Procediendo como en el caso de la AF, o sea, rotando a la función  $G(x)$  un ángulo  $\alpha$  pequeño respecto al eje  $x$  en el plano  $(x,\eta)$  el producto dado por (II-30) es:

$$g(x,\eta) = f(\eta) G'(x \operatorname{tg} \alpha - \eta') , \quad (\text{II-31})$$

donde

$$G'(\eta) = G(\eta \cos \alpha) \quad (\text{II-32})$$

Para aproximar la propagación libre de la ecuación (II-32) como su transformada de Fourier 1-D, la función  $g(x,\eta)$  debe satisfacer la condición (II-23), y el módulo al cuadrado del campo difractado a una distancia  $z$ , bajo la condición (II-24), resulta:

$$|U(x,y;z)|^2 = L(x \operatorname{tg} \alpha, -y/\lambda z) \quad (\text{II-33})$$

En la Figura (II-15.a) se muestra el LS así obtenido para una red cuya frecuencia espacial varía sinusoidalmente (Fig.II-15.b), y en la Figura (II-16.a) para un objeto compuesto de dos redes de frecuencia espacial constante (Fig.II-16.b). En ambos casos se empleó como función ventana una rendija y por ser el ángulo  $\alpha$  pequeño se dividió a la función ventana en dos partes como se muestra en las Figuras (II-15.b) y (II-16.b), en línea de puntos. Las flechas en la Figura (II-16) señalan un pequeño defecto en la zona de frecuencias mas altas (Figura II-16-a) y la variación correspondiente en el LS (Figura II-16-b).

Nuevamente al no ser satisfecha completamente la condición (II-24), el LS está afectado por un pequeño efecto de "ringing".

Los resultados experimentales, concuerdan con los obtenidos por los otros métodos, que se describieron al principio de este capítulo. Frente a estos últimos el método geométrico-Fraunhofer ofrece obvias ventajas por su sencillez; y su uso, se justifica al menos en una primera aproximación para la visualización de funciones E-F de señales 1-D.

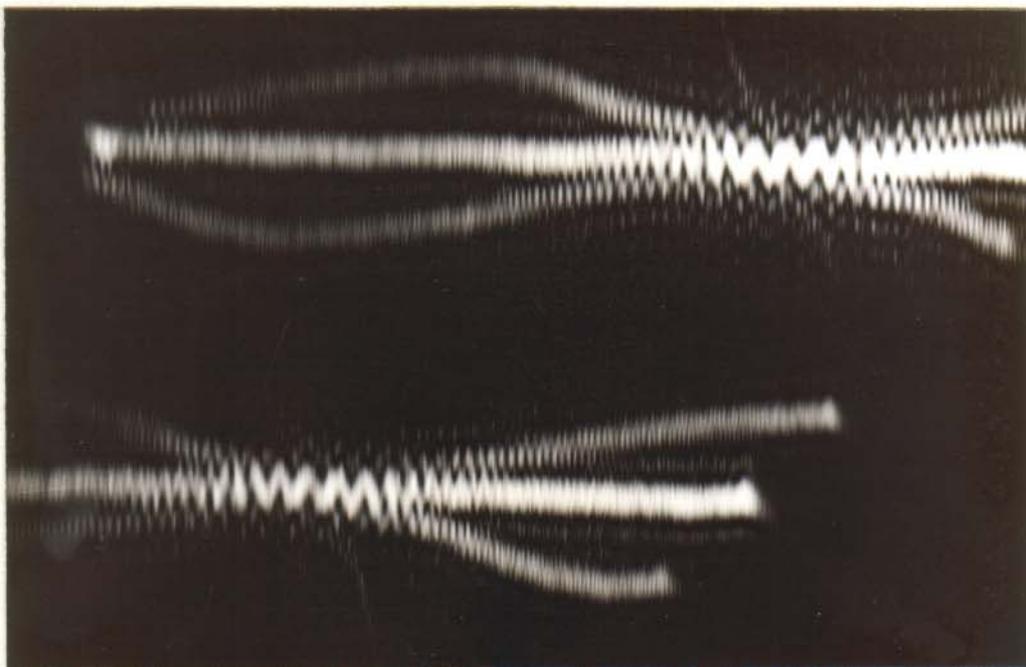


Figura II-15.a

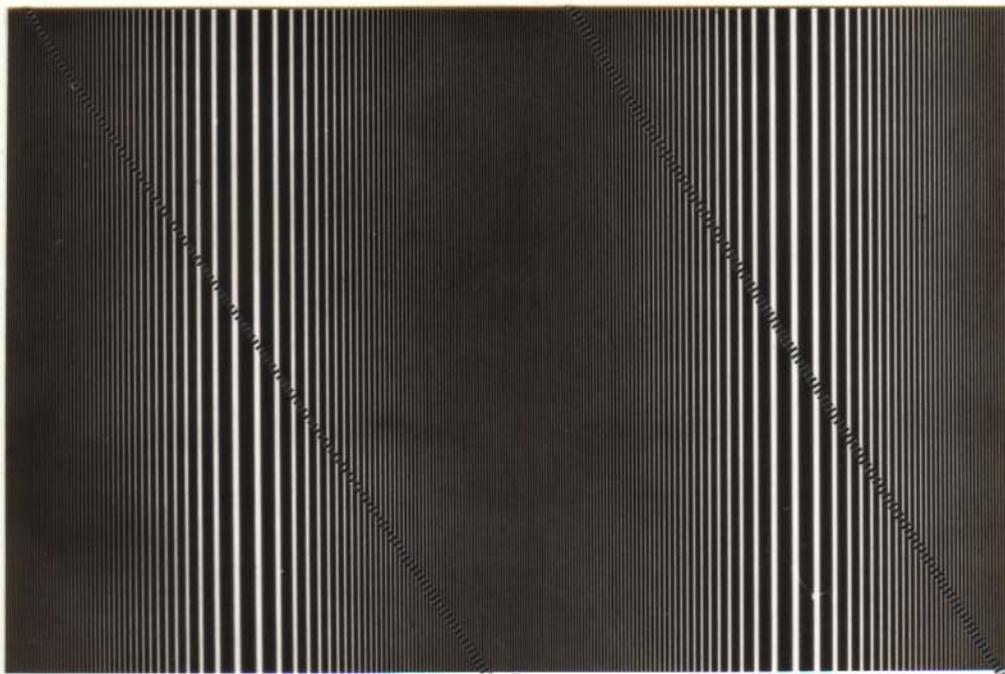


Figura II-15.b

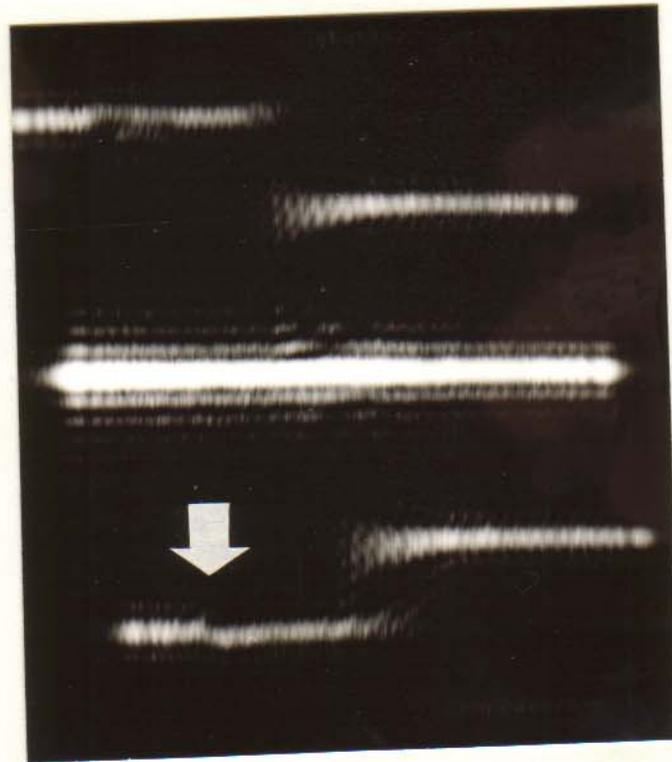


Figura II-16.a



Figura II-16.b

## II-5 GENERACION DE LAS FUNCIONES ESPACIO-FASE PARA FUNCIONES 2-D:

A lo largo de este capítulo se han discutido distintos procesadores para generar la WDF, AF y LS de señales 1-D. Algunos de ellos pueden generalizarse para obtener las funciones E-F de funciones 2-D separables o con simetría rotacional/15/. Como se mencionó en la Introducción, las funciones E-F correspondientes a una función 2-D son tetradimensionales (4-D), y este hecho implica la dificultad adicional de encontrar un sistema de coordenadas adecuado para representarlas. A pesar de esto, se han desarrollado algunos métodos para la producción óptica de la WDF de objetos 2-D. Todos ellos obtienen secciones bidimensionales de la función 4-D.

Bamler y Glunder/16/ mostraron que la WDF de un objeto 2-D puede ser obtenida como un conjunto de WDF's muestreadas para un número  $N$ , de posiciones  $x_m$  del objeto, tomadas secuencialmente o en paralelo. La principal desventaja de este método, es que el sistema requiere de dos copias del objeto superpuestas; y además de una parte movible para muestrear la posición  $x_m$  en el plano del objeto.

Subotic y Saleh/17/ propusieron un sistema óptico empleando una red bidimensional para producir  $N$  réplicas del objeto de entrada de modo que la producción de la WDF se hace en paralelo, con una sola transparencia de entrada y sin mover al objeto. Sin embargo, este sistema impone restricciones a las

dimensiones lineales del objeto y a la separación de las posiciones de muestreo.

Recientemente, Iway et al./18/ sugirieron un método óptico que sortea estas dificultades, donde las múltiples copias del objeto de entrada, corridas y con un cambio de escala, se obtienen con una red de fibras ópticas.

## REFERENCIAS:

- /2-1/ R. J. Marks II, J. F. Walkup, and T. F. Krile, "AF Display: An Improved Coherent Processor", Appl. Optics 16, (1977), 746.
- /2-2/ R. J. Marks II and M. W. Hall, "AF Display Using a Single 1-D Input", Appl. Optics, 18, (1979), 2539.
- /2-3/ M. J. Bastiaans, "WDF display: A Supplement to AF Display Using a Single 1-D Input", Appl. Optics 19, (1980), 192.
- /2-4/ K. H. Brenner and A.W. Lohmann, "WDF Display of complex 1-D Signals", Optics Comm. 42, (1982), 310.
- /2-5/ H. O. Bartelt, K. -H. Brenner and A. W. Lohmann, "The WDF and its Optical Production", Optics Comm. 32, (1980), 32.
- /2-6/ S.I. Grosz, W.D. Furlan, E.E. Sicre and M. Garavaglia, "Display of the Local Spectrum: A Pseudocoloring Approach", Appl. Opt. 26, (1987), 979.
- /2-7/ R Arizaga, N. Bolognini, H.J. Rabal, E.E. Sicre and M. Garavaglia, "Realtime With Light Pseudocolor Density Encoder", Optics Comm. 43, (1982), 12.
- /2-8/ J Bescós and T.C. Strand, "Optical Pseudocolor Encoding of Spatial Frequency Information", Appl. Opt., 17, (1978), 2524.
- /2-9/ G. Indebetouw and L. Bernardo, "Color Coding of a Texture: An Analog Optical Technique", J. Opt., 12, (1981), 173.
- /2-10/ J. Santamaria, M. Gea and J.Bescós, "Optical Pseudocoloring Through Contrast Reversal Filtering", J. Opt. 10, (1979), 151.
- /2-11/ H. Bartelt, "Spatial Frequency Coloring and Feature Coloring", J. Opt., 12, (1981), 169.
- /2-12/ W.D. Furlan, S.I. Gosz and L.M. Zerbino, "Lensless Display of Phase Space Functions for 1-D Signals", Optics Comm., 65, (1988), 110.
- /2-13/ A. K. Chatak and K. Thyagarajan. "Contemporary Optics". (Plenum Press, New York, 1978).
- /2-14/ J. P. Mathieu, "Optique. Tome 1. Optique Electromagnetique", (S.E.D.E.D.S., Paris, 1965).

- /2-15/ H. Bartelt and K. -H Brenner, "Optics in Four Dimensions" M. Machado and L. Narducci, AIP Conf. Proc. No. 65 (N.Y.: Am. Ins. of Phys.) p.332.
- /2-16/ R. Bamler and H. Glunder, "The WDF of Two Dimensional Signals Coherent Optical Generation and Display", Optica Acta, 30, (1983), 1789.
- /2-17/ N. Subotic and B. Saleh, "Generation of The WDF of 2-D Signals by Parallel Optical Processor", Optics Lett., 9, (1984), 471.
- /2-18/ T. Iwai, A. Gupta and T. Asakura, "Simultaneous Optical Production of The Sectional WDF for a 2-D Object", Optics Comm., 58, (1986), 15.