

CAPITULO I

INTRODUCCION AL ESTUDIO DE LAS TRANSICIONES DE FASE

1 TRANSICIONES DE FASE Y FENOMENOS CRITICOS: MAGNITUDES ASOCIADAS

Para la descripción de las propiedades macroscópicas de los sólidos, se usan cantidades tales como la masa, la energía total, el momento magnético, etc.. Para materiales homogéneos es conveniente dividir estas cantidades por su volumen V de modo de obtener la densidad de masa, densidad de energía, magnetización, etc., a las que llamaremos "variables mecánicas". Hay otros ejemplos de variables mecánicas importantes, menos familiares y no tan fáciles de visualizar o definir como las anteriores: la amplitud cuántica de flúidos de Bose, la componente de Fourier de la densidad atómica en un cristal, etc..

Existen además otras cantidades tales como la presión aplicada, la temperatura, el campo externo \vec{h} , etc. que caracterizan el reservorio con el cual el material está en contacto. Estas cantidades son llamadas "campos externos", y en muchos casos el valor de las variables mecánicas está unívocamente determinado si los

valores de los campos externos son especificados.

Dado un conjunto de campos externos, las variables mecánicas adoptan ciertos valores que caracterizan el estado del sistema. Muchos de estos sistemas experimentan cambios cualitativos en su estado, para ciertos valores fijos de los campos externos (cambios finitos de las variables mecánicas para variaciones infinitesimales de los campos aplicados, cambios de simetría, etc.). Esto caracteriza una transición de fase.

Las transiciones de fase pueden ser de primer orden, segundo orden o de orden superior, siendo las más comunes las primeras dos, a las cuales nos referiremos a continuación.

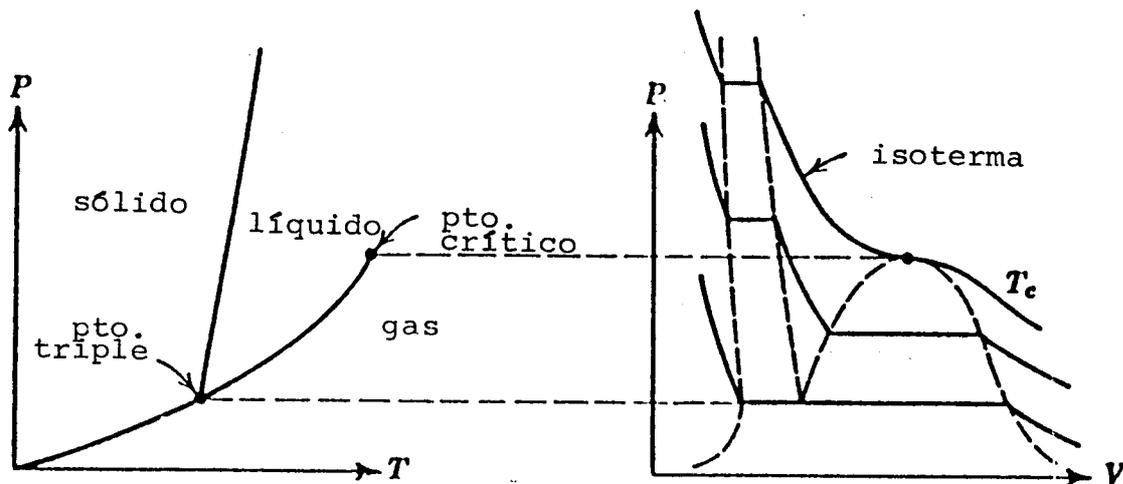


FIGURA I.1. Diagramas P-V y P-T de una sustancia típica.

a) Transiciones de primer orden: la discontinuidad en la primer derivada de la energía libre es la característica esencial de las transiciones de primer orden. Para ejemplificar este tipo de transiciones, nos referiremos a la del sistema líquido-vapor. A $T = 373 \text{ K}$ y $P = 1 \text{ atm}$ la densidad ρ del agua no está fija, pero tiene

la posibilidad de tomar un valor superior (líquido) o un valor inferior (vapor). Esto sucede siempre que (T, P) esté sobre la curva de coexistencia líquido-vapor de la figura I.1. Cuando el sistema pasa de líquido a vapor, experimenta una transición de fase. La curva en el diagrama T, P , llamada línea de transición, termina en el punto (T_c, P_c) . Por encima de este punto, llamado punto crítico líquido-vapor, no existe diferencia entre la densidad del líquido y la del vapor o sea, desaparece la distinción entre líquido y vapor.

En este fenómeno existen dos importantes hechos para remarcar

- a) Durante la transición de fase la presión y la temperatura permanecen constantes.
- b) En la mezcla líquido-vapor, el líquido existe en el mismo estado que en 1 y el vapor en el mismo estado que en 2 de la figura I.2.

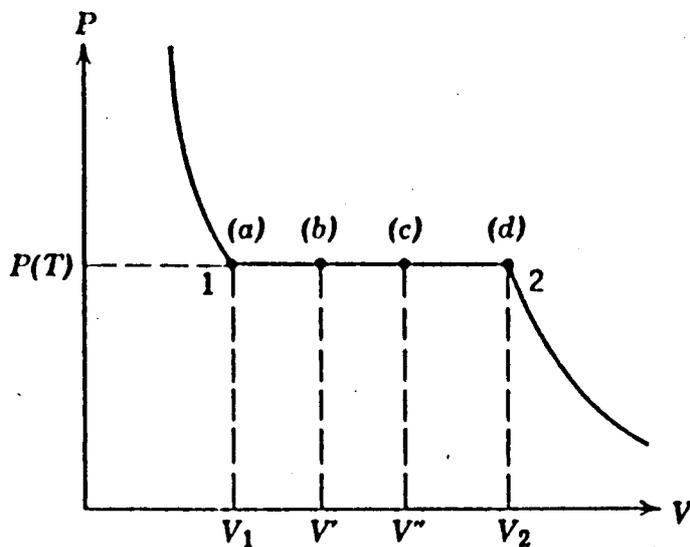


FIGURA I.2. Isoterma que muestra la transición de fase.

Cuando una cierta cantidad de masa líquida se transforma en vapor, el volu-

men aumenta de manera tal que la presión y la temperatura permanezcan constantes, dando lugar a la transición de primer orden.

Sin embargo, como ya dijimos, existe una característica matemática que es común a este tipo de transiciones. Para ilustrarla, consideremos una mezcla líquido-vapor en equilibrio a T y $P(T)$ sobre la curva de transición. La masa del líquido es m_1 y la del vapor m_2 . Como el sistema está en equilibrio, el potencial de Gibbs debe estar en un mínimo. Es decir, que si algún parámetro distinto de T o P varía muy poco, $\delta G = 0$. Variemos la composición de la mezcla en una cantidad δm de líquido a vapor, tal que

$$-\delta m_1 = \delta m_2 = \delta m . \quad (1.1)$$

El potencial de Gibbs será

$$G = m_1 g_1 + m_2 g_2 , \quad (1.2)$$

donde g_1 y g_2 son los potenciales químicos, independientes de la masa total de las fases (aunque pueden depender de la densidad de las mismas). Si calculamos la variación del potencial de Gibbs

$$\delta G = 0 = -(g_1 - g_2) \delta m , \quad (1.3)$$

la condición de equilibrio nos conduce a

$$g_1 = g_2 . \quad (1.4)$$

Los potenciales químicos $g_1(P,T)$ y $g_2(P,T)$ son funciones de estado del líquido y del vapor respectivamente. En cada fase

$$\left. \frac{\partial g}{\partial T} \right|_P = -s \quad (\text{entropía por unidad de masa}) \quad (1.5)$$

$$\left. \frac{\partial g}{\partial P} \right|_T = v \quad (\text{volumen por unidad de masa}). \quad (1.6)$$

Vemos que la primer derivada de g_1 es distinta de la primer derivada de g_2 a la temperatura y presión de transición

$$\left. \frac{\partial(g_2 - g_1)}{\partial T} \right|_P = -(s_2 - s_1) < 0 \quad (1.7)$$

$$\left. \frac{\partial(g_2 - g_1)}{\partial P} \right|_T = v_2 - v_1 > 0 \quad (1.8)$$

El comportamiento de g_1 y g_2 está representado en la figura I.3.

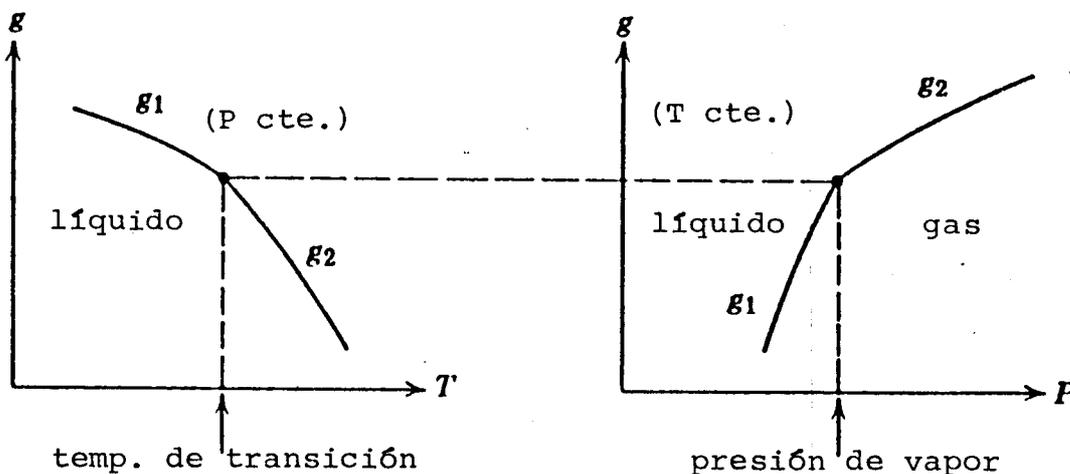


FIGURA I.3. Potenciales químicos g_1, g_2 para las dos fases en una transición de fase de primer orden.

Estas discontinuidades en s y v expresan una emisión o absorción de energía durante el tiempo que dura el cambio de fase (calor latente de transformación). La existencia de un calor latente de transformación es otra característica de las transiciones de primer orden. Si éste es cero, la transición es de orden superior.

b) Transiciones de segundo orden: pueden existir transiciones de fase en las que $s_2 - s_1 = 0$ y $v_2 - v_1 = 0$. En este caso las derivadas primeras del

$$C_H = -T \frac{\partial^2 G}{\partial T^2} \Big|_H \quad (1.9)$$

$$\chi_T = -\frac{\partial^2 G}{\partial H^2} \Big|_T \quad (1.10)$$

(C_H es el calor específico, a campo magnético constante y χ_T la susceptibilidad magnética isotérmica con campo externo 0).

Hasta aquí hemos hablado fundamentalmente de dos rasgos esenciales en los diagramas de fases: las líneas de transición y los puntos críticos. Otro concepto importante en la descripción de las transiciones de fase es el parámetro de orden. Este parámetro mide el apartamiento de la variable mecánica asociada a la transición en la configuración ordenada (de menor simetría) respecto de la totalmente desordenada (máxima simetría). Ejemplos de éstos son: la magnetización m en materiales ferromagnéticos, la diferencia de densidades $\rho_L - \rho_G$ en la curva de coexistencia líquido-vapor de la figura III.1, etc..

A los fenómenos que ocurren en las cercanías de las líneas críticas se los llama "fenómenos críticos". Fenómenos de este tipo se ven dominados por las fluctuaciones. Esto es consecuencia de que la respuesta del sistema diverge para pequeñas excitaciones, y se traduce en el hecho de que la longitud de correlación se hace infinita en el punto crítico.

Además de los puntos críticos y los parámetros de orden ya mencionados, existen muchos otros. Por ejemplo el punto crítico superfluido (el punto λ) del helio líquido, cuyo parámetro de orden es la amplitud cuántica de los átomos, el punto crítico de superconductividad en metales y aleaciones, cuyo parámetro de orden asociado es la amplitud cuántica de los electrones, etc..

Dentro del estudio de los fenómenos críticos, tiene un interés relevante un conjunto de índices llamados exponentes críticos. Estos coeficientes caracterizan el comportamiento de ciertas magnitudes físicas cerca del punto crítico, y es

usualmente importante conocer sus valores para entender el comportamiento del sistema. Damos a continuación una definición general y precisa de un exponente crítico que describe el comportamiento de una función general $f(\epsilon)$ (cerca del punto crítico), donde

$$\epsilon = \frac{T - T_c}{T_c} \quad (1.11)$$

Supongamos que la función $f(\epsilon)$ es positiva y continua para valores de ϵ positivos suficientemente pequeños, y que el límite

$$\lambda = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\ln f(\epsilon)}{\ln \epsilon} \quad (1.12)$$

existe. El límite λ es el llamado exponente crítico asociado a la función $f(\epsilon)$, esto significa $f(\epsilon) \sim \epsilon^\lambda$. En general $f(\epsilon)$ será una función de la forma

$$f(\epsilon) = A\epsilon^\lambda (1 + B\epsilon^y + \dots) \quad [y > 0] \quad (1.13)$$

Suficientemente cerca del punto crítico, se ve experimentalmente que el término ϵ^λ domina la serie, por lo que el interés se halla centrado en obtener el valor de λ .

Como ejemplo, damos aquí la lista de exponentes críticos para el caso del ferromagnetismo.

1- Magnetización (β)

$$\begin{aligned} M &= \left. \frac{\partial F}{\partial H} \right|_T, \\ M &\propto (T_c - T)^\beta. \end{aligned} \quad (1.14)$$

2- Magnetización vs. campo aplicado (δ)

$$M \propto H^{1/\delta} \quad (1.15)$$

3- Calor específico (α, α')

$$C = -T \frac{\partial^2 F}{\partial T^2}$$

$$C \propto \begin{cases} A_+(T - T_c)^{-\alpha} + B_+ & \text{si } T > T_c \\ A_-(T_c - T)^{-\alpha'} + B_- & \text{si } T < T_c \end{cases} \quad (1.16)$$

4- Susceptibilidad (γ, γ')

$$\chi = \frac{\partial M}{\partial H} \Big|_{H=0},$$

$$\chi \propto \begin{cases} c_+(T - T_c)^{-\gamma} & \text{si } T > T_c \\ c_-(T_c - T)^{-\gamma'} & \text{si } T < T_c \end{cases} \quad (1.17)$$

5- Función de correlación (η)

$$\Gamma(x) \propto \langle S(x)S(0) \rangle,$$

$$\Gamma(x) \propto -|x|^{-(d-2-\eta)} \quad \xi \gg |x| \gg a \quad (1.18)$$

6- Longitud de correlación (ν, ν') ($|x| \rightarrow \infty$)

$$\Gamma(x) \propto e^{-|x|/\xi},$$

$$\xi \propto \begin{cases} f_+(T - T_c)^{-\nu} & \text{si } T > T_c \\ f_-(T_c - T)^{-\nu'} & \text{si } T < T_c \end{cases} \quad (1.19)$$

No todos los exponentes críticos son independientes entre sí. Esto es una consecuencia de las relaciones de "scaling" (a las cuales nos referiremos con detalle más adelante). Por ejemplo es sencillo ver que la magnetización es invariante ante el cambio $(T_c - T) \rightarrow \lambda (T_c - T), M \rightarrow \lambda^\beta M$. La hipótesis de scaling lleva a que sólo algunos exponentes sean independientes. Los restantes pueden ser hallados a través de las relaciones de scaling.

2 CLASIFICACION DE LAS TRANSICIONES DE FASE SOLIDO-SOLIDO

En este trabajo se considerarán sólo transiciones de fase de estado sólido, y que por tal motivo no involucran cambios en la composición química.

A esas transiciones de fase las separaremos principalmente en dos grupos:

a) TRANSICIONES ESTRUCTURALES

Las transiciones de fase estructurales sólido-sólido se dividen en dos tipos: reconstructivas y de desplazamiento.

En las primeras, la estructura luego de la transición es tan diferente a la primitiva, que el camino de transformación sólo puede ser efectuado desintegrando una estructura en pequeñas unidades y construyendo una nueva a partir de las mismas. Obviamente durante la transformación ocurren rompimientos de ligaduras y grandes desplazamientos de los constituyentes. Ejemplo: la fase α del Fe_2SiO_4 o Ni_2SiO_4 puede convertirse por este camino en la fase γ .

En el caso de las transformaciones de desplazamiento, el corrimiento de los átomos es pequeño y la posición a la cual va cada uno está claramente definida. El cambio de estructura se propaga a través del cristal tal como lo hace una onda térmica. En este caso no hay roturas de ligaduras y tampoco se forman nuevas. La nueva estructura puede ser encontrada a partir de la vieja por un proceso continuo y ordenado de los desplazamientos atómicos. El camino de una estructura a la otra es reversible para los átomos individuales. El cuarzo (SiO_4) experimenta este tipo de transiciones de fase.

b) TRANSICIONES DE ORDEN-DESORDEN ORIENTACIONAL

Este es el tipo de transiciones a las que nos referiremos en este trabajo. Estas se producen en estructuras que contienen pequeñas moléculas o iones moleculares

que pueden cambiar su orientación, ya sea en un plano o en el espacio (suele suceder que junto con el cambio de orientación haya pequeños desplazamientos de átomos). Los cambios de orientación de las moléculas ocurren en general debido al aumento de la temperatura. Pero no sólo las moléculas pueden cambiar su orientación. En ciertos metales o aleaciones los momentos del espín del electrón también varían su orientación, tomando los valores $\pm 1/2$, debido a la agitación térmica.

Entre los ejemplos de reorientación molecular se encuentran el NaNO_2 , cuyo momento dipolar eléctrico se reorienta dando lugar a distintas fases (entre ellas a fases moduladas), el N_2 adsorbido sobre grafito, cuyo momento cuadrupolar eléctrico se reorienta, etc.. En el caso de reorientación de espines algunos ejemplos son: compuestos binarios como Ag_3Mg , CuAu , TiAl_3 , etc., tierras raras como Eu , CeSb , etc..

Existen otros tipos de transiciones, que en general son combinaciones de las dos ya mencionadas. Estas son:

1- Orden-desorden sustitucional: hay intercambio de átomos al azar por difusión.

2- Martensítica: hay gran desplazamiento. Los entornos de un punto cualquiera de la red antes y después de la transformación son totalmente distintos. Es irreversible. No hay difusión.

3- "Hydrogen-hopping": Cambios de orden-desorden de átomos de hidrógeno en el doble pozo de un puente de hidrógeno. Pequeños desplazamientos de otros átomos.

3 GRUPOS DE RENORMALIZACION: HIPOTESIS DE SCALING Y UNIVERSALIDAD

Las transiciones de fase y los fenómenos críticos han sido investigados desde distintos puntos de vista y utilizando distintas aproximaciones, por lo que antes de abordar la aproximación de campo medio (que es la usada en este trabajo) es conveniente mencionar una técnica de suma utilidad como es la de grupos de renormalización.

Sin duda el hecho más importante dentro del estudio de los fenómenos críticos es que el comportamiento del sistema se ve dominado por las fluctuaciones. La mecánica estadística asegura que las pequeñas fluctuaciones de los parámetros termodinámicos tienen una distribución Gaussiana. Más aún, la probabilidad de un estado está relacionada con su entropía a través de la relación de Boltzmann $w = e^s$. En el estado de equilibrio la entropía es un máximo, y para pequeños apartamientos del equilibrio, puede ser representada por una forma cuadrática de las variables que describen el apartamiento. Cerca de un punto crítico las fluctuaciones se vuelven no Gaussianas. Si uno piensa en la curva de equilibrio líquido-vapor (ver figura I.1) existen dos valores de la densidad igualmente probables. Esto significa que la función de distribución de probabilidad tiene la forma de dos picos Gaussianos centrados en sus correspondientes densidades de equilibrio. A medida que el sistema se aproxima al punto crítico los valores de equilibrio de las densidades se aproximan entre sí. Cuando la distancia entre los picos se hace del mismo orden que sus anchos, la distribución se desvía inevitablemente de la forma Gaussiana. Esto se halla conectado con el hecho de que la longitud de correlación de las fluctuaciones se hace infinita en el punto de transición. El sistema no puede ser dividido en subsistemas estadísticos independientes, como

es supuesto en la derivación de la distribución Gaussiana.

Sin embargo, no todas las cantidades fluctúan de esta manera cerca de la transición de fase. Dos ejemplos de aquéllas que no lo hacen son la densidad de carga en un metal cerca del punto de Curie (donde las fuerzas Coulombianas tapan las fluctuaciones) y la densidad total de un líquido de dos componentes cerca del punto crítico de mezcla.

A las cantidades cuya longitud de correlación se vuelve infinita en el punto de transición se las llama cantidades que fluctúan anómalamente. Las propiedades de las fluctuaciones están completamente descritas por un conjunto de funciones de correlación del tipo

$$\langle A_i(x) A_k(x') \rangle , \quad (1.20)$$

donde las A_i pertenecen al conjunto de las cantidades que fluctúan anómalamente. Suponiendo que los campos de fluctuaciones no tengan otra característica espacial que no sea la longitud de correlación, y como ésta diverge en el punto de transición, un cambio en todas las longitudes por un mismo factor equivale a tener una nueva unidad de longitud. Si caracterizamos a cada cantidad $A(x)$ por su dimensión Δ_A , en la transformación de escala tenemos

$$A(b\vec{x}) \longrightarrow b^{-\Delta_A} A(\vec{x}) . \quad (1.21)$$

Esta ley de transformación representa en forma matemática la "hipótesis de scaling". Físicamente es posible establecer la hipótesis de scaling para el potencial de Gibbs de un sistema magnético como sigue. Escribamos $G(T, H) \rightarrow G(\epsilon, H)$ donde $\epsilon = (T - T_c)/T_c$ es la temperatura reducida, y supongamos que la función G no tiene términos no-singulares. La hipótesis de scaling estática establece que el potencial de Gibbs $G(\epsilon, H)$ es una función homogénea generalizada, lo que es equivalente a decir que existen dos parámetros, que llamaremos a_ϵ y a_H , tal que se cumple

$$G(\lambda^{a_\epsilon} \epsilon, \lambda^{a_H} H) = \lambda G(\epsilon, H) \quad (1.22)$$

para todo valor de λ . Todos los exponentes críticos pueden ser expresados en términos de los a_ϵ y a_H , de manera que si podemos especificar ambos, inmediatamente podemos obtener todos los exponentes críticos.

Por otro lado, el hecho de que la respuesta del sistema diverja para pequeñas excitaciones, traducida en el hecho de que la longitud de correlación se hace infinita en el punto crítico, hace razonable pensar que los exponentes críticos deben ser poco sensibles a los detalles del potencial de interacción y que su valor está determinado por características más globales como la dimensionalidad del espacio, simetrías del Hamiltoniano, rango del potencial, etc.. Esta afirmación es lo que se conoce con el nombre de "hipotesis de universalidad" y fue propuesta por Kadanoff [1,2].

Para intentar explicar de forma más cualitativa el argumento utilizado por Kadanoff, consideraremos el modelo de Ising. Este modelo supone que en cada sitio de la red cristalina se ubican espines que pueden interactuar sólo con sus primeros vecinos, a través de un acoplamiento dado por la constante J . Los espines solo pueden tomar los valores ± 1 . El Hamiltoniano de Ising, en presencia de un campo externo h , se escribe como

$$H = -\frac{1}{2} \sum_{i,j} J_{ij} S_i S_j - h \sum_i S_i, \quad (1.23)$$

donde la suma sobre j se hará desde el sitio $i - 1$ al sitio $i + 1$. En unidades de la constante de red, Kadanoff consideró el agrupamiento de los sitios iniciales en bloques (llamados bloques de Kadanoff) de tamaño L , por lo que el problema se redujo a otro similar pero ahora con constante de red L . Si llamamos ξ a la longitud de correlación, cerca del punto crítico se puede encontrar un L que satisfaga

$$1 \ll L \ll \xi. \quad (1.24)$$

Ahora cada bloque contiene muchos espines fuertemente correlacionados, que en su mayoría apuntan en la misma dirección. Esto permite asociar al bloque una variable μ_α que juegue el rol del espín del bloque. Estos bloques estarán correlacionados entre sí, pero si la hipótesis de universalidad es correcta, es de esperar que las correlaciones entre los μ_α tengan la misma estructura que las de los S_i . El proceso se realiza sucesivamente, hasta obtener los llamados puntos fijos (cantidades que no cambian al aplicar la transformación). El planteo matemático de la aplicación de las hipótesis de scaling y universalidad se encuentra desarrollado en la teoría de "grupos de renormalización" y fue hecho por Wilson y Wilson y Fisher [3-6].

4 LA APROXIMACION DE CAMPO MEDIO O MOLECULAR

Otras de las técnicas importantes, la que utilizaremos a lo largo de este trabajo, es la aproximación de campo medio o molecular (MFA). La MFA es el camino más simple para obtener información sobre el diagrama de fases. Esta aproximación suele ser insuficiente cerca de la transición de fase, donde el efecto de las correlaciones es tanto más importante cuanto menor es el rango de las interacciones. Sin embargo, este formalismo describe en forma apropiada las fases ordenadas por debajo de las transiciones y la topología del diagrama de fases.

Pierre Weiss inventó el concepto de campo promedio en 1907, por analogía con la teoría de gases no ideales de Van der Waals. El propósito principal de Weiss fue expresar el campo total sobre cada partícula como la suma del campo medio de las demás (campo molecular) más el campo externo aplicado a la muestra.

Como ejemplo, consideramos el modelo de Ising con interacción magnética entre espines.

Escribiendo el Hamiltoniano de Ising

$$H = -\frac{1}{2} \sum_{i,j} J_{ij} S_i S_j - h \sum_i S_i , \quad (1.25)$$

se puede pensar que el espín del sitio i -ésimo siente un campo \mathcal{H}_i , donde

$$\mathcal{H}_i = \sum_j J_{ij} S_j + h . \quad (1.26)$$

La energía está así formada por $-\sum_i S_i \mathcal{H}_i$ (donde habrá que tener cuidado de incluir el factor $1/2$ en la interacción espín-espín, de manera de no contar dos veces la misma interacción). El campo medio es

$$\langle \mathcal{H}_i \rangle = \sum_j J_{ij} \langle S_j \rangle + h . \quad (1.27)$$

De esta manera la aproximación de Weiss consiste en suponer que el campo en el sitio i es $\langle \mathcal{H}_i \rangle$ independientemente de la orientación S_i . Entonces sucede, cuando $h = 0$, que si los espines no interactúan entre sí, este campo no existe. Si están orientados al azar, los efectos mutuos se cancelan. Sólo puede haber un campo molecular promedio si hay alguna polarización promedio, que dé lugar a un campo que a su vez aumente la polarización, y así sucesivamente. Por supuesto, este mecanismo de cascada se ve limitado por la energía térmica que actúa en el sentido de desordenar al sistema.

La teoría de Weiss es claramente una aproximación, ya que si el espín del sitio i está para arriba, sus vecinos tendrán mayor tendencia a estar hacia arriba que el promedio, debido a la interacción con aquél. Esto da lugar a correlaciones entre espines, que son despreciadas en esta aproximación.

Sin embargo, el mecanismo de cascada antes mencionado hace que el efecto sea cooperativo, de modo que cada espín detecta en forma directa o indirecta

(a través de cierto número de intermediarios) la orientación de un gran número de espines. Cuando el alcance de la interacción crece (como es el caso de los multipolos), el número de interacciones crece, lo que hace que el efecto de las fluctuaciones se vea disminuido.

A esta altura es necesario establecer un criterio para estimar la bondad de la MFA en función del alcance de la interacción. Esto ha sido considerado esencialmente por dos caminos distintos: uno fenomenológico y otro riguroso.

El enfoque fenomenológico se debe a Ginzburg [7], y establece que la MFA falla cuando las fluctuaciones son del mismo orden de magnitud que los parámetros de orden. Para aplicar el criterio de Ginzburg, se compara la energía global del sistema con la energía debida a las correlaciones. Algunos ejemplos son: en el estudio del He líquido surge que la MFA no es aplicable en el rango donde el calor específico presenta una anomalía. En el estudio de la superconductividad el criterio explica por qué no se han observado correcciones debido a las fluctuaciones en la teoría BCS. Por último el resultado para interacciones ferroeléctricas dipolo-dipolo es más incierto, pero es de esperar que la aproximación sea suficientemente buena.

El enfoque riguroso comienza con una serie de trabajos de Kac et al. [8], Uhlenbeck et al. [9], Hemmer et al. [10] y Hemmer [11], donde es considerado un fluido unidimensional con un potencial de interacción de a pares. Ellos llegan a la conclusión que la teoría de Van der Waals (que es una teoría de campo medio) es exacta en el límite de un potencial infinitamente débil, con un rango infinitamente largo.

En el caso de las interacciones entre espines, si bien no hay que esperar muy buenos resultados cerca de la transición de fase, sí es de esperar que los diagramas de fase sean similares a los que se obtienen con teorías más rigurosas, sobre todo en zonas de temperaturas mucho menores que la temperatura crítica, donde las

fluctuaciones son prácticamente despreciables.

BIBLIOGRAFIA

- 1- L.P.Kadanoff, *Physics* 2, 263, (1966).
- 2- L.P.Kadanoff, W.Götze, D.Hamblen, R.Hetch, E.A.S.Lewis, V.V. Palciauskas, M.Rayl, J.Swift, D.Aspnes and J.Kane, *Rev. Mod. Phys.* 39, 395, (1967).
- 3- K.J.Wilson, *Phys. Rev. B* 4, 3174, (1971).
- 4- K.J.Wilson, *Phys. Rev. B* 4, 3184, (1971).
- 5- K.J.Wilson, *Phys. Rev. Letter* 28, 548, (1972).
- 6- K.J.Wilson and M.E.Fisher, *Phys. Rev. Letter* 28, 240, (1972).
- 7- V.L.Ginzburg, *Soviet Phys. Solid State* 2, 1824, (1960).
- 8- M.Kac, G.E.Uhlenbeck, and P.C.Hemmer, *J. Math. Phys.* 4, 216, (1963).
- 9- P.C.Hemmer, M.Kac, and G.E.Uhlenbeck, *J. Math. Phys.* 5, 60, (1964).
- 10- P.C.Hemmer, *J. Math. Phys.* (1964).
- 11- P.C.Hemmer, and J.L.Lebowitz, *Phase Transitions and Critical Phenomena Phenomena*, vol. 5B, C.Domb and M.S.Green (eds.), Academic Press, (1976).

Como bibliografía general se utilizarón los siguientes textos:

- S.Ma, *Modern Theory of Critical Phenomena*, Benjamin, (1976).
- K.Huang, *Statistical Mechanics*, J. Willey and Sons, N.Y. (1963).
- B.Hu, *Introduction to Real Space Renormalization Group Methods*, *Phys. Rep.* 91, 233, (1982).
- H.Megaw, *Crystal Structure*, W. B. Sanders (1973).
- A.Z.Patashinskii and V.L.Pokrovskii, *Theory of Phase Transitions*, *International Series of Natural Phylosophy*, T. Haar, (1979).

- D.Mattis, The Theory of Magnetism II, Serie in Solid State Science, Springer, (1985).
- R.Brout, Phase Transitions, Benjamin, (1965).
- H.E. Stanley, Introduction to Phase Transition and Critical Phenomena, R. Clarendon Press, (1971).
- J.Hernando, Tesis de Doctorado, UBA (1984).