

7.20

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS
DEPARTAMENTO DE FISICA

CONSTRUCCION DE INTERACCIONES EFECTIVAS A PARTIR DE
CONSIDERACIONES DE SIMETRIA

TESIS DOCTORAL
LIC. MARIA DEL C. LICCIARDO

DR. OSVALDO CIVITARESE
DIRECTOR

La Plata. Marzo 1990

A mis padres

Indice

Introducción	1
Capítulo 1. Simetrías en la aproximación de Hartree-Fock ..	8
1.1 Introducción	9
1.2 Aproximación de Hartree-Fock	11
1.3 Simetrías del Hamiltoniano de Hartree-Fock ...	16
1.4 Método de las variables redundantes	23
1.5 Métodos generales de proyección	26
1.6 Modelo de "cranking"	29
1.7 Conclusiones	31
Capítulo 2. Construcción de interacciones efectivas	34
2.1 Introducción	35
2.2 Interacciones modelísticas efectivas	37
a) Movimiento traslacional	37
b) Movimiento rotacional	41
2.3 Modos colectivos asociados con ruptura intrínseca de simetría	43
a) Movimiento traslacional	46
b) Movimiento rotacional	49
2.4 Conclusiones	54

Capítulo 3. Ruptura de simetría en espacio de gauge:

Interacciones de apareamiento	56
3.1 Introducción	57
3.2 Tratamiento BCS + RPA de la interacción de apareamiento	60
3.3 Construcción de interacciones efectivas	70
3.4 Modelos colectivos	78
3.5 Resultados y discusión	83
3.6 Conclusiones	87

Capítulo 4. Tratamiento de simetrías en sistemas deformados:

Rotaciones.	89
4.1 Introducción	90
4.2 Formalismo	93
a) Fuerzas multipolo-multipolo	94
b) Interacciones residuales autoconsistentes .	102
4.3 Comparación entre las soluciones RPA	106
4.4 Discusión	110
a) Probabilidades de transición M1	110
b) Análisis de un modelo simplificado	112
c) Cálculos numéricos en casos realistas	117
4.5 Conclusiones	119

Capítulo 5. Sistemas superconductores rotantes.

Consideraciones de simetría	121
5.1 Introducción	122

5.2 Formalismo	124
5.3 Tratamiento del Hamiltoniano rotacional	125
5.4 Hamiltoniano rotacionalmente invariante	129
5.5 Tratamiento de la interacción de apareamiento	133
5.6 Tratamiento BCS del Hamiltoniano efectivo	134
5.7 Restauración de la simetría del número de partículas	139
5.8 Excitaciones colectivas intrínsecas. $K^\pi = 0^+$..	142
5.9 Excitaciones colectivas intrínsecas. $K^\pi = 1^+$..	144
5.10 Resultados y discusión	146
5.11 Conclusiones	151
Conclusiones generales	153
Apéndice A. Método de Hartree-Fock	158
Tablas	163
Figuras	167
Referencias	178
Agradecimientos	183

Introducción

En el desarrollo de los capítulos que conforman este trabajo de tesis describiremos un procedimiento mediante el cual resulta posible la descripción correcta de estados intrínsecos de sistemas nucleares, en los cuales se incluyen correlaciones entre los constituyentes del sistema, partiendo de una aproximación de campo medio.

En el primer capítulo discutimos con todo detalle los problemas inherentes a la adopción de un campo medio nuclear utilizando la aproximación de Hartree-Fock. Estos problemas están básicamente relacionados con el correcto tratamiento de las simetrías del sistema nuclear. Es un procedimiento general, el cual resulta importante en el tratamiento de sistemas nucleares, que las correlaciones sean tratadas por una aproximación de campo medio violando determinadas simetrías. Específicamente podemos mencionar varios ejemplos donde la utilización de tal aproximación de campo medio lleva a violaciones de diferentes tipos de simetrías: el uso de funciones de onda del modelo de capas, las cuales no son autofunciones del momento lineal; las funciones de onda de Nilsson usadas para la descripción de sistemas deformados no son autoestados del operador momento angular; en el tratamiento de sistemas nucleares superconductores, se utilizan funciones de onda que no conservan el número de partículas.

El problema es entonces la interpretación de las funciones de onda de partícula independiente, utilizadas bajo la aproximación de campo medio, como funciones de onda capaces de describir características del problema. Presentamos también en el primer capítulo los métodos convencionales propuestos para utilizar correctamente estas funciones de onda; estos métodos son: el método de proyección, en el cual las funciones de onda que satisfacen la ley de conservación se obtienen proyectando las funciones de onda de partícula independiente; estas funciones de onda proyectadas son luego consideradas como funciones de onda de prueba. El método de las variables redundantes, en el cual las funciones de onda de partícula independiente describen solamente los grados de libertad intrínsecos y se introducen variables adicionales para describir el movimiento colectivo. El modelo de "cranking", en el que el movimiento colectivo se introduce mediante la adición de un potencial de un cuerpo relacionado con el operador de simetría. Sin embargo estos métodos pueden resultar mejorados, introduciendo correctamente el tratamiento de los grados de libertad colectivos del sistema.

En el segundo capítulo discutimos específicamente el problema de la violación de las simetrías traslacional y rotacional. Describimos en la primera parte un método mediante el cual se logra separar el problema en una parte colectiva y una intrínseca, a partir de la introducción de términos apropiados en el Hamiltoniano de partícula independiente de forma tal de poder utilizar paquetes de onda formados como superposición de funciones de onda que poseen la simetría adecuada como buenas autofunciones

del problema. Sin embargo este procedimiento que, como veremos, resulta sencillo de aplicar, no es efectivo ya que debemos conocer *a priori* en forma exacta el espectro correspondiente a los modos colectivos, y este no es el caso generalmente hablando.

En la segunda parte de este capítulo, presentamos la discusión del tratamiento cuántico de modos colectivos nucleares asociado con ruptura de simetrías, siguiendo la Ref. IBM 751. Esta discusión resulta adecuada ya que permite la construcción de interacciones efectivas basada fundamentalmente en consideraciones de simetría.

Centramos en este concepto, la discusión principal de este trabajo ya que, como veremos, el estudio de la descripción de estados intrínsecos puede intentarse de dos formas sustancialmente diferentes:

* la forma tal vez más intuitiva de incluir correlaciones entre las partículas, es adoptando una interacción modelística capaz de reproducir las características fundamentales del problema bajo consideración. La inclusión de este tipo de interacciones, cuando uno toma en cuenta consideraciones de simetría, debe estar acompañada de ciertas restricciones o vínculos impuestos por la teoría. Por lo general estos vínculos están íntimamente relacionados con leyes de conservación. La posibilidad de satisfacer los requerimientos de simetría está condicionada por el correcto ajuste de los parámetros incluidos para tal fin. En algunos casos, como veremos, las condiciones impuestas resultan tan restrictivas que no permiten asegurar la validez de los resultados teóricos obtenidos.

* Una forma más apropiada para el tratamiento de sistemas donde se incluyen correlaciones, consiste en construir en forma autoconsistente, a partir del campo medio adoptado, interacciones residuales efectivas. La fundamentación teórica que permite construir dichas interacciones, se basa en el correcto tratamiento de los modos nucleares colectivos conectados con violaciones de simetría. La existencia de modos colectivos, en un sistema descrito por medio de un campo de partícula independiente puede asociarse a variaciones en el potencial promedio producidas por fluctuaciones en la densidad nucleónica. De esta manera se construye un campo de acoplamiento a partir del gradiente del potencial con respecto a la variable asociada al efecto colectivo considerado.

Paralelamente y en forma completamente microscópica, es posible determinar este gradiente de potencial a partir del conmutador entre el campo medio considerado y el operador cuya simetría se desea recuperar, bajo argumentos de simetría esencialmente tomados de la mecánica cuántica.

Para ser específicos en cuanto a las principales diferencias encontradas a partir de la utilización de estas dos formas de encarar el problema, en el capítulo 3, discutimos el tratamiento de las interacciones nucleares de apareamiento. Tomamos este caso como un ejemplo ya que mediante la aproximación de Bardeen, Cooper y Schrieffer (BCS), puede determinarse la estructura de la interacción residual, y ésta es la que consideraremos como modelística. De esta manera resulta posible confrontar éstos

resultados con los obtenidos a partir de la construcción explícita de la interacción residual que restaura la simetría del número de partículas, rota por la adopción de un campo medio de cuasipartículas en la aproximación de BCS. Construimos esta interacción en forma separable a partir del producto de conmutadores entre el Hamiltoniano que representa el campo medio y el operador número de cuasipartículas, con una constante de acoplamiento sujeta a la condición de restaurar la simetría del número. Así obtenemos por construcción un Hamiltoniano que satisface la ley de conservación.

A los efectos de comparar estas dos aproximaciones, tratamos ambas interacciones residuales en la aproximación de fases al azar (RPA), y obtenemos las energías y amplitudes que corresponden a las excitaciones intrínsecas. La aparición de un modo espúreo con energía cero, relacionado con la condición de invariancia, lleva en este caso a un modo rotacional colectivo en el espacio de gauge, donde el operador número hace las veces de momento angular, cuya amplitud resulta infinita. Adoptando el método de construir la interacción efectiva, logramos una interpretación correcta de dicho modo y su completa separación del espectro intrínseco.

El estudio de sistemas nucleares deformados, particularmente en lo relacionado con vibraciones intrínsecas con momento angular y paridad $K^\pi = 1^+$, es desarrollado en el capítulo 4. En este caso, es posible usar como interacciones modelísticas las componentes $\mu = \pm 1$ de la fuerza cuadrupolo-cuadrupolo separable. Esta interacción contiene no sólo una componente isoescalar (protones y neutrones vibrando en fase), la cual es completamente espúrea y

corresponde al movimiento rotacional del núcleo como un todo, sino que genera además vibraciones isovectoriales las cuales representan excitaciones reales intrínsecas del sistema. En esta aproximación, la condición de invariancia rotacional impuesta sobre el Hamiltoniano total, conduce a afirmar que el modo espúreo queda fijado a energía cero, la cual es una solución de la ecuación secular de la RPA. Este requerimiento permite determinar las constantes de acoplamiento de la interacción cuadrupolar; sin embargo las excitaciones intrínsecas contienen aún contribuciones espúreas, debido a la imposibilidad de desacoplar efectivamente ambos espectros.

Considerando este problema desarrollamos el método de construcción de una interacción efectiva, a partir del conmutador entre el campo medio y el operador momento angular, con una constante de acoplamiento ajustada de forma tal de obtener un Hamiltoniano rotacionalmente invariante, por construcción. Mediante este formalismo es posible obtener, luego de un tratamiento RPA, un espectro intrínseco que permite reproducir correctamente observables físicos, tales como probabilidades de transición dipolares magnéticas, y que además está completamente desacoplado del estado espúreo.

Para finalizar con la discusión de la aplicabilidad del método desarrollado para construir interacciones residuales efectivas, tratamos en el capítulo 5, el problema de un sistema nuclear rotante en el cual se incluyen interacciones de apareamiento. Luego de una apropiada diagonalización de la parte rotacional del Hamiltoniano, introducida por una interacción de

"cranking", restauramos la simetría rotacional del Hamiltoniano resultante. En este contexto resulta apropiado realizar un tratamiento tipo BCS, debido a que la inclusión de la interacción residual efectiva asegura la invariancia rotacional global, y determinar así un campo medio de cuasipartículas. Restauramos luego la simetría del operador número y finalmente obtenemos un Hamiltoniano que posee ambas simetrías simultáneamente restauradas por la inclusión de interacciones residuales correctamente construidas.

Los resultados obtenidos a partir del tratamiento RPA de este Hamiltoniano, para las excitaciones colectivas intrínsecas de los canales $K^\pi = 0^+$ y 1^+ , conducen a los resultados esperados para el comportamiento de sistemas superconductores sometidos a rotaciones tales como el colapso rotacional de la interacción de apareamiento y el fenómeno conocido como superconductividad sin gap.

La discusión de los resultados numéricos correspondientes a los tratamientos anteriormente descritos se presentan separadamente en cada capítulo, como así también las conclusiones. En un apartado especial incluimos las tablas y figuras correspondiente a los resultados obtenidos en todos los capítulos. Finalmente se presentan las conclusiones generales de este trabajo, donde incluiremos las características fundamentales del tratamiento de restauración de simetrías desarrollado e indicaremos las aplicaciones del mismo a cálculos específicos que serán desarrollados en el futuro.

CAPITULO 1

SIMETRIAS EN LA APROXIMACION DE HARTREE-FOCK

1.1 Introduccion

La descripción de características nucleares experimentalmente observadas, a partir de los llamados modelos fenomenológicos, ha sido, desde sus comienzos, uno de los problemas centrales de la teoría nuclear de muchos cuerpos. A medida que el desarrollo de estos modelos fue progresando dio lugar a la investigación del problema nuclear de muchos cuerpos, desde un punto de vista microscópico, para el estudio tanto de la estructura como de las reacciones nucleares.

En una primera aproximación, de acuerdo con resultados experimentales determinados a partir de la medición de secciones eficaces en experimentos de dispersión de neutrones y protones sobre núcleos, pudo determinarse el valor del recorrido libre medio de los constituyentes del sistema. Dicho valor es grande comparado con las distancias internucleónicas y comparable con las dimensiones nucleares [Boh 52, BM 53, BM 69]. A partir de estos resultados, fue posible inferir que el movimiento complejo de los nucleones interactuantes dentro del sistema nuclear, puede simplificarse considerablemente y describirse mediante un potencial promedio en el cual las partículas se mueven independientemente.

El estudio sistemático de espectros nucleares permitió el descubrimiento de discontinuidades en dichos espectros, en determinados valores del número de protones o neutrones, los

llamados números mágicos nucleares. Dado que sus efectos resultan análogos a los de clausura de capas electrónicas en átomos, se consideró la posibilidad de formular un modelo nuclear capaz de reproducir estos efectos, tales como: separación en energía de los dobletes spin-órbita, secuencias de momentos angulares y paridades de estados fundamentales y estados excitados en la proximidad de las capas cerradas, etc.. Este modelo, conocido como el modelo nuclear de capas, además de explicar muchas características de la sistemática nuclear asociada con discontinuidades en las energías de ligadura en la clausura de capas, reproduce como hemos mencionado muchas regularidades asociadas con spines y paridades nucleares [MS 66, Irv 72].

Esta analogía entre el modelo nuclear de capas y el modelo atómico, presume la existencia de un campo central en el cual se mueven independientemente los nucleones, que a diferencia del campo central que gobierna el movimiento de los electrones en el átomo, está "construido" por la acción de todos los nucleones [MJ 55].

El éxito obtenido por la utilización del modelo de capas, introducido fenomenológicamente, justifica la suposición que los nucleones se mueven independientemente en un potencial medio generado por todos los nucleones.

El problema siguiente, consiste en resolver el problema de extraer tal potencial medio de partícula independiente, a partir de la suma de interacciones de dos cuerpos #:

Adoptaremos la notación: (capítulo.formula); al remitirnos a alguna de ellas dentro de un mismo capítulo omitiremos su mención.

$$V(1, \dots, A) = \sum_{i < j}^A v(i, j) \cong \sum_{i=1}^A v(i) , \quad (1.1)$$

y determinar cuán buena resulta la aproximación utilizada.

Hemos organizado el desarrollo de este primer capítulo de la siguiente manera: en la sección 1.2, discutiremos las consideraciones esenciales de la aproximación de Hartree-Fock (HF), cuyo tratamiento detallado se presenta en el apéndice A, trataremos el problema de las simetrías asociado con el método de Hartree-Fock en la sección 1.3; para finalizar con este capítulo introductorio, discutiremos los métodos convencionales relacionados con la ruptura de simetrías inherente a una aproximación de campo medio, tal como la de Hartree-Fock.

1.2 Aproximación de Hartree-Fock.

La idea central del método para derivar el potencial de partícula independiente, necesario para la descripción de un sistema de partículas idénticas interactuantes, puede resumirse de la siguiente manera:

asumiendo la existencia de un potencial medio de partícula independiente, el potencial de Hartree-Fock, cuyas autofunciones

de energía más baja representan aproximadamente la función de onda del estado fundamental, resulta apropiado formar un conjunto de determinantes de Slater $\{\phi\}$, como funciones de onda de prueba, de la forma [RS 80]:

$$|\phi(1, \dots, A)\rangle = \prod_{i=1}^A a_i^\dagger |-\rangle, \quad (1.2)$$

que consiste de A funciones de onda de partícula independiente arbitrarias, pero ortogonales, φ_i , y minimizar el valor de expectación del Hamiltoniano nuclear de muchos cuerpos, dentro de este conjunto.

Es a través de este procedimiento, que esencialmente es un procedimiento variacional, como puede verse en el apéndice A, que es posible la determinación del Hamiltoniano de partícula independiente H_{sp} :

$$\begin{aligned} H_{sp} &= \sum_{kk'} h_{kk'} a_k^\dagger a_{k'} = \sum_{kk'} (t + \Gamma)_{kk'} a_k^\dagger a_{k'} \\ &= \sum_k \epsilon_k a_k^\dagger a_k, \end{aligned} \quad (1.3)$$

donde t corresponde al término de energía cinética y Γ corresponde al potencial de un cuerpo extraído de la interacción de dos cuerpos.

Esta descripción del núcleo en términos de funciones de onda de partícula independiente, da lugar a la siguiente objeción [Rip 68]. La interacción entre nucleones contiene una componente

correspondiente a un carozo repulsivo muy fuerte a distancias muy cortas. Este producirá correlaciones de dos cuerpos, de corto alcance, que no pueden describirse por funciones de onda de partícula independiente. La determinación de esta parte de la fuerza nuclear a distancias cortas, se logró mediante el uso de teorías de campo mesónicas [Bet 71]. La influencia mutua de los nucleones resulta en el intercambio de uno o varios mesones. Así, se encontró que la forma más sencilla de representar esta parte de la interacción, está dada por el potencial que considera el intercambio de un pión, V_{OPEP} ; su dependencia radial es la del potencial de Yukawa [Yuk 35]:

$$V_Y(r) = \exp(-\mu r) / \mu r, \quad (1.4)$$

donde $\mu^{-1} = \hbar / m_\pi c$ es la longitud de onda Compton del pión. La forma asintótica de este potencial queda unívocamente determinada por las propiedades del pión y por la intensidad de acoplamiento al campo nucleónico: $g_\pi^2 / \hbar c \cong 0.081$ [Bre 62]. V_{OPEP} describe las fuerzas nucleares para distancias $r \geq 2\text{fm}$. La parte de muy corto alcance, ha sido ajustada fenomenológicamente. Varios autores usaron lo que se conoce como potencial de carozo duro, éste corresponde a una dependencia radial, $V(r) = \infty$ para $r < 0.4\text{fm}$. Otros consideran un carozo repulsivo cuyo valor resulta infinito solamente para $r \rightarrow 0$, tales potenciales son llamados potenciales de carozo atenuado o potenciales blandos. Ejemplos de potenciales nucleón-nucleón realistas, usando la aproximación de carozo duro son: el potencial de Hamada-Johnston [HJ 62] y el potencial de Yale [LHR 62]. Para el caso de carozo atenuado, el potencial de

Reid [Rei 68] es el más utilizado. Su forma radial es esencialmente la de un potencial de Yukawa:

$$V_R(r) = \sum_n a_n \exp(-n\mu r)/r, \quad (1.5)$$

donde las constantes a_n se ajustan a datos experimentales. a_1 es fijada *a priori* como $-g_\pi^2$. Los términos con $n > 1$ se interpretan como intercambio de mesones más pesados. La forma de la parte tensorial de la fuerza es:

$$V_T = -(g_\pi^2/\mu^2 r^3) [\exp(-\mu r)(1+\mu r+\mu^2 r^2/3) - \exp(-k\mu r)(1+k\mu r)] \\ + \sum_{n=2} b_n \exp(-n\mu r)/r, \quad (1.6)$$

el término con $k\mu r$ asegura que la divergencia se produce como $1/r$ para r muy pequeño; k y b_n se ajustan con el experimento.

Una vez que tal potencial de carozo blando es adoptado, el método de Hartree-Fock es aplicable y las correlaciones pueden introducirse a través de correcciones a la función de onda de Hartree-Fock.

Por lo general, resulta ventajoso expandir las funciones de onda de partícula independiente, φ_i , sobre una base de funciones de onda conocidas, a través de la siguiente transformación lineal [Rip 68]:

$$a_i^\dagger = \sum_j D_{ji} c_j^\dagger ,$$

o

(1.7)

$$|i\rangle = \sum_j d_{ji} |j\rangle ,$$

esta base j , es elegida arbitrariamente en principio, su conveniencia estará dada por las consideraciones de simetría del problema particular que uno trata de resolver. En el capítulo siguiente veremos algunos ejemplos que confirman esto. Los estados del modelo de capas, autofunciones de un campo central con una interacción de spin-órbita:

$$|j\rangle = |nljm\tau\rangle ,$$

resultan particularmente apropiados, dada la disponibilidad de elementos de matriz de la interacción de dos cuerpos en esta representación; n y l son los números cuánticos radiales y de momento angular orbital respectivamente; j y m corresponden al momento angular total y a su proyección sobre el eje z del marco de referencia intrínseco (fijo al núcleo) y τ es la tercera componente de isospin que distingue estados de protón y neutrón.

La expansión (7) de las órbitas está limitada por las propiedades de simetría de la solución. Así, órbitas de soluciones esféricas, de capa cerrada, tienen la siguiente expansión:

$$|i\rangle = \sum_{nl} C_{nl,i} |nlj_i m_i \tau_i\rangle , \quad (1.8)$$

y las órbitas que difieren solamente en m_l son degeneradas. En el caso de soluciones axialmente simétricas, las órbitas son autoestados de J_z y la expansión estará limitada a estados de un dado m_l

$$|i\rangle = \sum_{nlj} c_{nlj,i} |nljm_l \tau_i\rangle . \quad (1.9)$$

1.3 Simetrías del Hamiltoniano de Hartree-Fock

Las ecuaciones de Hartree-Fock (A.15) son ecuaciones no lineales, ya que el potencial autoconsistente, Γ , depende no solamente de la forma del Hamiltoniano original sino también de la solución. Por lo tanto este potencial no tiene necesariamente las mismas simetrías que el Hamiltoniano nuclear. Decimos en este caso, que la solución correspondiente tiene una simetría rota. Es común hablar de una transición de fase, al referirse a la transición de una solución simétrica a una donde hay una ruptura de simetría. Por ejemplo decimos que tenemos una transición de fase de un sistema esférico a uno deformado, cuando existe una ruptura de simetría rotacional; en el caso de la conservación del número de partículas hablamos de la transición de fase de un sistema normal a uno superconductor. Estos casos particulares de ruptura de simetrías que mencionaremos más adelante serán discutidos en detalle en los capítulos 3 y 4.

Las posibles simetrías del Hamiltoniano de Hartree-Fock están

regidas por la siguiente condición [Rip 68]:

Sea U un operador unitario que representa una simetría particular del sistema, lo cual implica que las autofunciones del sistema serán invariantes bajo la transformación U , en otras palabras dicho operador conmuta con el Hamiltoniano del sistema, en símbolos:

$$U^{-1}HU = H , \quad (1.10)$$

diremos que la simetría representada por el operador U es preservada en la aproximación de Hartree-Fock, si la acción del operador U sobre el conjunto de órbitas ocupadas que llamamos $|i\rangle$, puede expresarse como una combinación lineal de órbitas ocupadas solamente; esto es, si el subespacio elegido permanece invariante bajo la transformación U . Si esta condición es satisfecha tendremos:

$$U^{-1}H_{sp}U = H_{sp} , \quad (1.11)$$

luego podremos afirmar que el operador U representa una simetría no solamente para el Hamiltoniano original sino además para el Hamiltoniano de partícula independiente H_{sp} .

Algunas de las simetrías con las que frecuentemente nos encontramos servirán para ejemplificar esta condición:

** Simetria de inversion temporal [Rip 68]*

Con coeficientes d_{ji} (7) reales, la simetria de inversion temporal es equivalente a una rotacion de π alrededor del eje "y" multiplicada por el operador de paridad, en este caso expresamos el operador U en la forma:

$$U = \exp(-i\pi J_y) P . \quad (1.12)$$

En un núcleo par-par, si para una órbita cualquiera $|i\rangle$, la órbita $U|i\rangle \equiv |\tilde{i}\rangle = \exp(-i\pi J_y)|i\rangle$ está también ocupada, el campo de HF conmuta con el operador de inversion temporal U, las órbitas $|i\rangle$ e $|\tilde{i}\rangle$ son degeneradas y la acción de U sobre autoestados de H_{sp} , los deja invariantes.

**Paridad y simetria axial [Rip 68]*

Estas son siempre simetrias posibles, en efecto, si cada órbita $|i\rangle$ tiene paridad definida o el valor de la proyección del momento angular sobre el eje z como buen número cuántico, los operadores definidos como:

$$U = P$$

y

(1.13)

$$U = \exp(i\varphi J_z) ,$$

dejan invariantes el conjunto de órbitas ocupadas.

**Simetria esferica [Rip 68]*

Por lo general el Hamiltoniano de Hartree-Fock no conmuta con las tres componentes del momento angular total; si suponemos que las órbitas $|i\rangle$ son autoestados del momento angular total, lo que expresamos en la forma:

$$|i\rangle = |j_i, m_i\rangle, \quad (1.14)$$

la única manera de conservar la simetría esférica es asegurando que el sistema posee el número correcto de partículas para formar capa cerrada, de modo tal que para cada conjunto de valores j_i , todos los estados cuyos números cuánticos son m_i estén ocupados o desocupados.

La importancia de las consideraciones de simetría en el tratamiento de problemas cuánticos de muchos cuerpos, específicamente en el análisis de fenómenos nucleares, radica en la dificultad que presenta la descripción detallada de sistemas con un gran número de grados de libertad. Teniendo en cuenta las simetrías presentes en el problema, logramos reducir considerablemente el espacio de Hilbert de las autofunciones, ya que nos concentramos en autoespacios de los operadores de simetría apropiados. Además, las propiedades de invariancia frente a determinadas simetrías, conduce a la determinación de constantes de movimiento y leyes de conservación.

Tomando estas prescripciones como herramienta de cálculo, supongamos en principio que el Hamiltoniano exacto del sistema nuclear es invariante bajo ciertas operaciones de simetría; llamaremos U al operador asociado con dicha simetría y H al Hamiltoniano correspondiente, ambos operadores comparten un sistema común de autofunciones, vemos así que del espacio de Hilbert completo, bajo estas consideraciones de simetría, podemos elegir como autofunciones de nuestro problema, aquellas que correspondan al operador de simetría U .

Sin embargo, si bien el tratamiento apropiado de simetrías parece relativamente sencillo, hay un problema adicional que debemos resolver y es el compromiso entre: la simplicidad de las funciones de onda a utilizar y la correcta inclusión de las correlaciones presentes en el problema [Lip 60]; ya que si elegimos como funciones de onda el producto de estados de partícula independiente, cuya expresión invariante más simple es el producto de ondas planas, claramente no podremos incluir las correlaciones fuertes entre nucleones.

Asumiremos de aquí en más que una buena aproximación para la interacción nucleónica está dada por el Hamiltoniano de Hartree-Fock, que como describimos en la sección precedente establece un potencial de partícula independiente, el campo medio, con forma definida y localizado en el espacio y capaz de describir las correlaciones entre nucleones. Sus autofunciones, los estados productos de funciones de onda del modelo de capas, proveen una buena descripción de las propiedades nucleares. Pero, como es sabido, la solución de Hartree-Fock que da el estado de energía más bajo, puede violar leyes de conservación; claramente la

localización trae como consecuencia la no conservación del momento lineal y las funciones de onda obtenidas violan la simetría traslacional.

Conviene discutir aquí la aparente contradicción introducida en la elección de la aproximación de campo medio, ya que uno esperaría que si la ley de conservación es válida, las autofunciones correctas que describen el sistema no deberían violar dicha ley. Es un procedimiento general [Lip 60, RS 80], como veremos, que las correlaciones sean tratadas por una aproximación de campo medio, violando la correspondiente simetría, obteniendo funciones de onda malas, en el sentido de la violación de la simetría del Hamiltoniano, que sin embargo reproducen bien los resultados experimentales. La única ventaja de esta ruptura de simetría es el hecho que ésta nos permite tener en cuenta, en forma aproximada, correlaciones de muchos cuerpos sin perder la imagen simple de partícula independiente.

En primer lugar, debemos reconocer las limitaciones que tenemos en la elección de las funciones de onda; en general, uno usa conceptos que tienen sentido solamente en términos de funciones de onda de partícula independiente como son por ejemplo: estructura de capas, números de ocupación de un estado particular en términos de segunda cuantificación, en el sentido que decimos que dicho estado está ocupado o no por una partícula independientemente de lo que el resto de las partículas esté haciendo. Esta aseveración en general no es válida, dado que existen correlaciones entre las partículas. Debemos por lo tanto, encontrar algún método que nos permita tratar estas correlaciones usando las funciones de onda de partícula independiente que son

las funciones de onda con las cuales sabemos trabajar.

Si tenemos en cuenta correlaciones de largo alcance, que involucran muchas partículas, en lo conocido como fenómenos colectivos, y alguna propiedad del sistema se conserva, esto implica restricciones y correlaciones en el movimiento de las partículas, con lo que el uso de funciones de onda de partícula independiente no resultaría adecuado. Imaginemos por ejemplo que el momento lineal o el momento angular del sistema se conserva [Lip 60], luego, cualquier variación en el momento de alguna de las partículas que participa en el movimiento colectivo, debería estar correlacionada con la variación en el momento de las restantes. En el formalismo de partícula independiente, la única forma de conservar el momento total, es que el momento de cada partícula sea una constante de movimiento, para lo cual deberíamos usar como funciones de onda, ondas planas y análogamente en el caso de conservación del momento angular, las funciones de onda deberán ser autofunciones del momento angular de cada una de las partículas. Vemos así que resulta imposible, en la descripción de partícula independiente, conservar simultáneamente el momento lineal y el momento angular. Tomando otro ejemplo, la correlación asociada con la conservación del número de partículas [Lip 61], nuevamente debemos considerar que cualquier cambio en el número de ocupación en un dado estado deberá correlacionarse con cambios en el número de ocupación de los estados restantes, luego las funciones de onda deberán ser autoestados del número de ocupación de cada estado individual.

En resumen, el conjunto de funciones de onda de partícula independiente que satisfacen la ley de conservación es muy

limitado y por lo general incapaz de describir características esenciales del problema; una función de onda de partícula independiente que es autofunción del momento total no puede describir un sistema ligado de partículas. Para localizar una partícula con respecto a otra cualquiera debemos localizar ambas partículas en el espacio o bien correlacionar sus movimientos. Lo primero es incompatible con la conservación del momento y lo segundo con la descripción de partícula independiente. Vemos así que debemos optar entre abandonar el uso de funciones de onda de partícula independiente o bien violar una ley de conservación, cuando queremos describir efectos colectivos. Si optamos, como es usual, por trabajar en la base de funciones de onda de partícula independiente, el segundo punto en cuestión sería cómo interpretar las funciones de onda que estamos utilizando y cómo calcular con ellas propiedades reales de sistema. Si bien este punto será ampliamente desarrollado en los siguientes capítulos, mencionaremos aquí alguno de los métodos más conocidos para interpretar el uso de estas funciones de onda.

1.4 Metodo de las variables redundantes

En este método se considera que las funciones de onda de partícula independiente describen solamente los grados de libertad intrínsecos del sistema, y se introducen variables adicionales para describir el movimiento colectivo y satisfacer las leyes de conservación. Esta formulación introduce grados de libertad

espúreos.

La idea principal de este método es lograr descomponer el Hamiltoniano nuclear en tres términos de la forma:

$$H = H_{\text{col}}(q) + H_{\text{int}}(\xi) + H_{\text{acop}}(q, \xi), \quad (1.15)$$

q y ξ corresponden a variables colectivas e intrínsecas, respectivamente; H_{col} describe el movimiento colectivo, H_{int} el movimiento intrínseco. El término de acoplamiento, H_{acop} , se espera que sea despreciable frente a los anteriores, y en este caso las autofunciones del sistema total pueden expresarse como producto de una función de onda colectiva ($\varphi_c(q)$) y una función de onda intrínseca ($\varphi_n(\xi)$)

$$\Psi_{nc} = \varphi_c(q) \varphi_n(\xi), \quad (1.16)$$

y las energías serán de la forma:

$$E_{nc} = E_n + E_c, \quad (1.17)$$

para cada estado intrínseco existe una banda colectiva rotulada con el índice c .

La forma de separar grados de libertad colectivos e intrínsecos puede intentarse de dos formas diferentes:

i) por una apropiada transformación de coordenadas a partir de las $3A$ coordenadas \vec{r}_i de las A partículas, a un sistema con f coordenadas colectivas, q_j ($j=1, \dots, f$) y $3A-f$ coordenadas

intrínsecas ξ_k ($k=1, \dots, 3A-f$) [Vil 57a, 57b, 58, SG 68]. Las coordenadas colectivas generalmente quedan definidas por la simetría subyacente, como las variables canónicas conjugadas a los generadores del grupo de simetría. En el caso de traslaciones, son las coordenadas del centro de masas; en el caso de rotaciones, el conjunto de los ángulos de Euler.

La definición de las variables intrínsecas puede resultar dificultosa. Además, el Hamiltoniano intrínseco $H_{\text{intr}}(\xi)$, no depende de $3A$ coordenadas de las A partículas, sino solamente de $3A-f$ variables ξ . Esto es particularmente inconveniente si queremos describir el movimiento intrínseco dentro del marco de partícula independiente.

ii) por medio de la inclusión de variables redundantes [LST 55, Lip 55, 58, VC 70]. Este método intenta combinar las ventajas del método de transformaciones canónicas con la posibilidad de disponer de $3A$ coordenadas de partícula para describir el movimiento intrínseco. El procedimiento consiste en ampliar el espacio de Hilbert, pasando a otro espacio con $3A+f$ dimensiones, donde f es el número de variables colectivas. Estos grados de libertad no físicos se caracterizan por las coordenadas ϵ_j ($j=1, \dots, f$) y el subespacio físico está caracterizado por las condiciones

$$\epsilon_j = 0, \quad j=1, \dots, f.$$

Los operadores físicos, los que dependen solamente de las coordenadas \vec{r}_i , por ejemplo el Hamiltoniano, tienen autofunciones

de la forma:

$$\Psi_{mn}(\mathbf{g}, \vec{r}) = h_m(\mathbf{g}) \varphi_n(\vec{r}), \quad (1.18)$$

donde $h_m(\mathbf{g})$ es un conjunto ortonormal arbitrario de funciones en las coordenadas redundantes. Luego, la transformación de las coordenadas \mathbf{g}_j, \vec{r}_i en el sistema redundante del laboratorio al sistema con coordenadas colectivas q_j y de partícula \vec{x}_i :

$$\begin{aligned} \vec{r}_i &= \vec{r}_i(q_j, \vec{x}_i), \\ \mathbf{g}_j &= \mathbf{g}_j(q_j, \vec{x}_i), \end{aligned} \quad (1.19)$$

con $i=1, \dots, A$ y $j=1, \dots, f$ nos permite derivar un Hamiltoniano de la forma:

$$H = H_{\text{col}}(q) + H_{\text{int}}(\vec{x}) + H_{\text{acop}}(q, \vec{x}). \quad (1.20)$$

Nuevamente debemos encontrar la transformación (19) apropiada tal que H_{acop} sea despreciable y además que permita separar la mezcla de estados espúreos derivados de tal aproximación.

1.5 Metodos generales de proyeccion

Las técnicas de proyección, representan un caso especial del método de coordenadas generadoras (GCM) [GW 57, Mac 70, Won 75].

El concepto básico de éste consiste en la diagonalización del Hamiltoniano completo H en el subespacio expandido por un conjunto de funciones generadoras $|\phi(\Omega)\rangle$, las cuales dependen de parámetros continuos Ω . Este espacio es el subespacio colectivo.

El problema que debemos resolver consiste en que tenemos un determinado grupo de simetría, representado por los operadores U , y el conjunto de funciones de onda de partícula independiente $|\phi\rangle$ que violan esta simetría. Aplicando los elementos $R(\Omega)$ del grupo sobre las funciones de onda $|\phi\rangle$ obtenemos un conjunto continuo de funciones de onda tales como:

$$|\phi(\Omega)\rangle = R(\Omega) |\phi\rangle . \quad (1.21)$$

Si tomamos como ejemplo la simetría rotacional, tendremos una función de onda deformada $|\phi\rangle$ la cual define una orientación en el espacio. Una función de onda cualquiera $|\phi(\Omega)\rangle$ que difiere de la anterior solamente por su orientación tiene la misma estructura interna y la misma energía. En este caso el operador correspondiente sería $R(\Omega)=\exp(i\Omega J)$.

En la técnica GCM, a partir de estas funciones de onda $|\phi(\Omega)\rangle$ se construye una combinación lineal y se propone la siguiente forma para la función de onda del sistema [PY 57]:

$$|\Psi\rangle = \int d\Omega f(\Omega) |\phi(\Omega)\rangle , \quad (1.22)$$

las funciones de peso $f(\Omega)$, se determinan por minimización de la energía; esto corresponde a una diagonalización de H en el espacio expandido por las funciones $|\phi(\Omega)\rangle$. Este subespacio resulta

invariante con respecto a transformaciones $R(\Omega)$ [Zeh 67], ya que:

$$R(\Omega) |\Psi\rangle = \int d\Omega' f(-\Omega+\Omega') |\phi(\Omega')\rangle, \quad (1.23)$$

luego el proyector P_ϕ sobre este subespacio, conmuta con el operador de simetría $R(\Omega)$. Así es posible encontrar simultáneamente autofunciones que corresponderían a un Hamiltoniano transformado a través de los operadores de proyección. En otras palabras, determinando la función $f(\Omega)$ que minimiza la energía obtendremos funciones de onda $|\Psi\rangle$ las cuales tendrán la simetría correspondiente.

En principio, la función de onda que lleva en forma implícita la ruptura de una dada simetría, puede determinarse de dos formas diferentes:

i) aplicando el método variacional antes de proyectar (VBP) [PY 57].

Tomando las funciones de onda que resultan del procedimiento variacional, que son una superposición de estados del correspondiente operador de simetría, proyectamos dichas funciones de onda aplicando el proyector P^I :

$$|\Psi^I\rangle = P^I |\phi\rangle, \quad (1.24)$$

y obtenemos funciones de onda apropiadas que contienen solamente componentes con un determinado autovalor del operador de simetría.

El método resulta simple, ya que una vez obtenida la función de onda mediante el procedimiento variacional, proyectamos para

diferentes valores de I . Sin embargo el método viola el principio variacional, ya que al no variar la función de onda proyectada no hay posibilidad de introducir cambios en el campo interno autoconsistente dentro de una banda rotacional.

ii) variar después de proyectar (VAP) [Zeh 65, RY 66, Yoc 66].

Aquí se aplica el procedimiento variacional a la función de onda proyectada Ψ^I

$$\delta \frac{\langle \Psi^I | H | \Psi^I \rangle}{\langle \Psi^I | \Psi^I \rangle} = 0 , \quad (1.25)$$

esto significa que debemos minimizar el valor de expectación de la energía proyectada $P^I H P^I$ en el conjunto de funciones ϕ , dada la definición de Ψ^I ec.(24). Este método resulta más adecuado que el anterior, la complicación reside en que deberíamos repetir el procedimiento variacional para cada valor particular de I .

1.6 Modelo de "cranking"

En este modelo [Ing 54, 55, BM 55] se considera que las funciones de onda de partícula independiente describen solamente los grados de libertad intrínsecos; se introduce el movimiento colectivo por medio de un potencial externo de partícula independiente cuyo movimiento en el espacio dependerá del movimiento colectivo particular que se desea describir.

El tratamiento es análogo a un procedimiento variacional, ya que se aplica un tratamiento tipo Hartree-Fock a un Hamiltoniano modificado respecto del original; en el caso de movimiento rotacional es de la forma:

$$H_{\omega} = H_{sp} - \omega J , \quad (1.26)$$

donde ω hace las veces de un multiplicador de Lagrange que queda determinado por la condición:

$$\langle \phi_{\omega} | J | \phi_{\omega} \rangle = J_0 , \quad (1.27)$$

que asegura la conservación en promedio del momento angular, ϕ_{ω} corresponde a la función de onda de HF que da el estado de energía más bajo y depende de ω . La inversión de (27) permite calcular ω en función del valor fijado para J_0 .

1.7 Conclusiones

A partir de lo discutido acerca de la utilización de la aproximación de Hartree-Fock, que permite una fundamentación microscópica de la aproximación de campo medio nuclear, podemos concluir:

La aplicación del método a núcleos con configuraciones de capa cerrada resulta particularmente adecuada, ya que representa el único caso en que el campo autoconsistente puede conservar la simetría esférica. A medida que se incluyen más partículas sin llegar a una nueva clausura de capa, la distribución de densidad sufrirá ligeras deformaciones (oblada con respecto al eje de cuantificación para valores del número cuántico magnético $|m| \cong j$ y prolada para $|m| \ll j$). Esta deformación de la densidad produce un campo medio deformado, cambiando la función de onda de partícula independiente en el carozo, si tomamos en cuenta las correlaciones provocadas por la interacción de la partícula extra con el resto de los nucleones.

En principio la aproximación de campo medio se justifica solamente si existe una distancia grande en energías entre el último nivel lleno y el próximo vacío. Si no estamos dentro de este caso (clausura de subcapa), pueden excitarse pares virtuales partícula-agujero y las funciones de onda resultarán más complicadas que determinantes de Slater.

Con estos argumentos podemos esperar que el método de HF dé

una mejor aproximación para el estado fundamental de núcleos mágicos que para núcleos con pocas partículas fuera de capa cerrada (núcleos transicionales). Para núcleos muy lejos de capa cerrada, puede hacerse un tratamiento extendido de campo medio, usando un potencial de HF deformado.

Las transiciones de núcleos esféricos a deformados o de núcleos normales a superconductores, las llamadas transiciones de fase en analogía con fenómenos macroscópicos, presentan diferencias con respecto a estas últimas:

i) en un sistema macroscópico la transición es estrictamente discontinua, los parámetros de orden cambian abruptamente en un dado valor del parámetro continuo, en cambio en un sistema finito, la transición es suavizada y se observa un cambio gradual en los parámetros de orden, dados por la deformación.

ii) mientras que en el caso macroscópico la aproximación de campo medio provee una descripción cuantitativa exacta; en los sistemas nucleares finitos las cosas son diferentes. Hay muchos núcleos en la región de transición donde una aproximación de campo medio estática no es aplicable. Desde este punto de vista, las violaciones de simetría del momento lineal, momento angular y del número de partículas son muy diferentes. Para el caso traslacional la aproximación de campo medio es muy buena para todos los núcleos medios y pesados. En el caso rotacional es buena para las regiones suficientemente deformadas. Sin embargo se observan núcleos esféricos sin violaciones de simetría rotacional y hay grandes regiones donde esta aproximación no funciona. En el caso del

número de partículas, la aproximación de campo medio, la teoría de BCS, si bien resulta adecuada para describir las características asociadas a la superconductividad nuclear [Bel 59], no es suficientemente buena para reproducir otros datos experimentales.

Por todo esto, en los siguientes capítulos, discutiremos métodos tendientes a mejorar estas deficiencias observadas en la utilización de la aproximación de campo medio.

CAPITULO 2

CONSTRUCCION DE INTERACCIONES EFECTIVAS

2.1 Introduccion

Debido a la complejidad de las fuerzas nucleares y a la dificultad de dar una descripción detallada de sistemas con un gran número de grados de libertad, la caracterización de los estados nucleares en términos de propiedades de simetría y la aplicación de leyes de conservación desempeñan un papel importante en el análisis de fenómenos nucleares [BM 69]. Las leyes de simetría provienen parcialmente de la invariancia de las interacciones con respecto a transformaciones del sistema de coordenadas espacio-tiempo. Existen además otros tipos de simetrías adicionales aparentemente no relacionadas con las transformaciones anteriores, como son por ejemplo la conservación del número bariónico, del número leptónico, invariancia isobárica.

Para aplicar estas propiedades de simetría al estudio del problema nuclear de muchos cuerpos, consideraremos el Hamiltoniano nuclear exacto, H , libre de campos externos actuando sobre el sistema, y un operador que represente una dada simetría de las anteriormente mencionadas que llamaremos U ; la invariancia bajo esta operación de simetría corresponde a afirmar que los autoestados del Hamiltoniano H son invariantes bajo la transformación U , en otras palabras ambos operadores comparten un conjunto común de autofunciones.

Como mencionamos en el capítulo anterior, vamos a considerar como buena la aproximación de campo medio para el Hamiltoniano

nuclear, expresándolo en una dada base de partícula independiente que puede ser esférica o deformada. Surge aquí el problema inherente a esta aproximación donde podemos decir que el Hamiltoniano viola la ley de conservación que posee el problema exacto, o equivalentemente que las autofunciones del Hamiltoniano aproximado no son autoestados del operador de simetría. Discutimos ya la razón por la cual decidimos optar por trabajar en esta aproximación de campo medio violando una simetría. Discutiremos en este capítulo la posibilidad de interpretar las funciones de onda utilizadas, por medio de la inclusión de interacciones efectivas.

En la segunda sección trataremos el problema por medio de interacciones modelísticas [Lip 60], mientras que en la tercera construiremos las interacciones apropiadas para la simetría particular que deba ser restaurada por medio del estudio de modos colectivos [BM 75].

2.2 Interacciones modelísticas efectivas

Estudiaremos diversos casos específicos, en los cuales usamos funciones de onda que violan una determinada ley de conservación. En cada caso determinaremos las modificaciones necesarias a realizar sobre el Hamiltoniano de forma tal que dichas funciones de onda puedan ser correctamente utilizadas para describir propiedades reales del sistema.

2.2a Movimiento traslacional [Lip 60]

Consideramos, para el estudio del movimiento del centro de masas en un sistema de nucleones [BR 37, ES 55, LST 55], el Hamiltoniano que describe el sistema de A partículas interactuando con una fuerza de dos cuerpos, en la forma [Lip 60]:

$$H = \sum_{i=1}^A p_i^2/2m + (1/2) \sum_{i \neq j} v(i,j) . \quad (2.1)$$

Este Hamiltoniano es claramente invariante traslacional siempre que $v(i,j)$ no dependa del impulso, por lo cual las autofunciones resultan autoestados del momento total P; dichas autofunciones quedarán especificadas por los números cuánticos que llamaremos k

y n , donde k representa el autovalor del momento total y n describe el movimiento relativo de las partículas; expresamos las funciones de onda en la forma:

$$\Psi_{kn}(x_i) = \exp(ik \cdot x) \Psi_{on}(x_i), \quad (2.2)$$

con

$$P \Psi_{kn} = k \Psi_{kn},$$

y

$$P \Psi_{on} = 0. \quad (2.3)$$

Si a partir de éstas calculamos el valor de expectación de H , obtendremos el autovalor de energía correspondiente al estado que llamamos Ψ_{kn} , tenemos así:

$$E_{kn} = E_n + k^2/(2Am), \quad (2.4)$$

donde E_n es la energía intrínseca del movimiento relativo de las partículas y el segundo término es la energía correspondiente al movimiento del centro de masas.

La dificultad, en lo que se refiere a la ley de conservación, surge cuando queremos utilizar como autoestados funciones de onda de partícula independiente. Estas funciones de onda no pueden describir un sistema ligado de partículas moviéndose libremente en el espacio. No es posible localizar las partículas relativamente unas a otras manteniendo los movimientos de las partículas individuales independientes, sin localizarlas en el espacio.

Funciones de onda localizadas en el espacio no son autofunciones del momento total. Podemos expresar esto diciendo que el Hamiltoniano usado en la aproximación del modelo nuclear de capas no tiene las mismas autofunciones que el operador momento total, que en este caso representa la simetría traslacional, luego ambos operadores no conmutan.

Interpretando entonces las funciones de onda como un paquete de ondas localizado, formado a partir de estados con diferente momento k , deberemos encontrar un método que nos permita usar dichas funciones de onda en una forma apropiada. Para ello necesariamente debemos transformar el Hamiltoniano H de forma tal que estas funciones resulten buenas autofunciones sin destruir ninguna de las características esenciales del problema. Construimos los paquetes de onda localizados a partir de un conjunto de autofunciones reales del sistema Ψ_{kn} , (2), correspondientes a un mismo estado intrínseco n , formando combinaciones lineales de estas últimas, como fue descrito en forma muy general en (1.7), tendremos entonces:

$$\Psi_n^{loc} = \sum_k a_k \exp(ik.x) \Psi_{0n}, \quad (2.5)$$

esta función de onda tiene el movimiento intrínseco relativo que corresponde a la autofunción exacta y podría ser usada para calcular propiedades intrínsecas en forma correcta. La razón por la cual no resulta una autofunción exacta del Hamiltoniano H es debido a que su movimiento de centro de masas está localizado, en lugar de ser una onda plana.

En el caso particular que estamos tratando, la modificación del Hamiltoniano consiste simplemente en sustraer de H la energía cinética correspondiente al movimiento del centro de masas para poder interpretar a la función de onda (5) como una autofunción del problema, el Hamiltoniano resultante será de la forma:

$$\begin{aligned}
 H' &= H - P^2/(2Am) \\
 &= \sum_{i=1}^A p_i^2/2m + (1/2) \sum_{i \neq j}^A v(i,j) - \sum_{i,j}^A p_i p_j /2Am . \quad (2.6)
 \end{aligned}$$

A partir de éste analizaremos la validez de la función de onda (5). Las autofunciones de onda plana que llamamos Ψ_{kn} , autofunciones de H, son además autofunciones del operador momento total P, por lo cual, dada la estructura de H', resultan también autofunciones del Hamiltoniano modificado. Podemos entonces calcular los autovalores de H' con estas funciones de onda y obtenemos que éstos resultan independientes del autovalor k, por construcción:

$$E'_{kn} = E_n ,$$

y corresponden al estado de momento cero. Por lo tanto, una combinación lineal de ellos, tal como la definida por la función Ψ_n^{loc} será una autofunción de H' con el mismo autovalor E_n . Esta es la energía intrínseca del movimiento relativo para el autoestado exacto Ψ_{kn} del Hamiltoniano original.

Decimos entonces que el Hamiltoniano modificado H', define un

problema de autovalores equivalente al problema original, excepto por el movimiento del centro de masas, en el cual es posible utilizar funciones de onda localizadas para la descripción correcta del sistema. En esta formulación parece razonable usar las funciones de onda del modelo de capas como funciones de onda aproximadas.

2.2b Movimiento rotacional [Lip 60]

En el estudio de las propiedades de núcleos deformados, cuya existencia ha sido experimentalmente confirmada por la presencia de bandas rotacionales en el espectro nuclear de excitación [ABH 56], es necesario el tratamiento correcto de la simetría asociada con el operador de momento angular: la simetría rotacional. En esta sección centraremos la discusión de dicha simetría en lo que se refiere a la validez del uso de funciones de onda no esféricas, como pueden ser por ejemplo las funciones de onda correspondientes al modelo de Nilsson, las cuales no son autofunciones del momento angular total.

Por analogía con el caso anteriormente descrito, consideraremos las funciones de onda de Nilsson [Nil 55] en forma esquemática, como un paquete de ondas construido a partir de funciones de onda correspondientes a diferentes valores del momento angular J , lo que expresamos en la forma:

$$\Psi_N = \sum_J a_J \Psi_J . \quad (2.7)$$

Nuevamente, queremos construir un Hamiltoniano H' para el cual estas funciones de onda resulten autofunciones posibles. Podríamos lograrlo, sustrayendo del Hamiltoniano original un término cuya energía represente el movimiento rotacional, en forma totalmente análoga a la energía del centro de masas, tal que estados correspondientes a diferentes valores del momento angular total resulten degenerados y así poder usar combinaciones lineales de éstos como autofunciones. Tomaremos como energía rotacional el término:

$$J^2 / (2\mathcal{I}) ,$$

donde \mathcal{I} corresponde al momento de inercia efectivo de la banda rotacional; el Hamiltoniano modificado por la inclusión de este término es de la forma:

$$H' = H - \hat{J}^2 / (2\mathcal{I}) . \quad (2.8)$$

Repitiendo el razonamiento anterior, podemos decir que las autofunciones de H , también autofunciones de \hat{J}^2 , serán además autofunciones de H' . La diferencia fundamental del tratamiento de núcleos deformados, con respecto al caso del movimiento del centro de masas, es que en este último, el parámetro inercial que aparece en el término adicional de H' , corresponde a la masa total del sistema, la cual es una cantidad bien conocida, pero en el caso

rotacional el parámetro de inercia \mathcal{I} no es una cantidad conocida *a priori*, por lo cual resultará un parámetro libre a determinar en el proceso de resolver el problema de autovalores.

La forma general del término que debemos incluir en el Hamiltoniano, para aceptar como correcta la descripción en términos de las funciones de onda deformadas Ψ_N , es entonces una función del operador momento angular: $f(\hat{J}^2)$, la cual no es conocida de antemano y su estructura deberá ser correctamente determinada.

Podemos extraer como conclusión, que el método descrito en esta sección resultará efectivo solamente si la dependencia exacta de la energía con respecto a la variable conservada se conoce explícitamente. Sin embargo, este no es el caso concretamente para el tratamiento del movimiento rotacional, para el cual sólo podemos afirmar que el término extra del Hamiltoniano es de la forma $f(\hat{J}^2)$, luego el problema tratado mediante el Hamiltoniano modificado H' cumplirá solamente en forma aproximada con los requerimientos de simetría discutidos.

Esta dificultad está asociada con una descripción incompleta de los grados de libertad colectivos íntimamente relacionados con las violaciones de simetría.

2.3 Modos colectivos asociados con ruptura intrínseca de simetrías

Violaciones de simetría en las funciones de onda de muchos cuerpos, están conectadas con movimientos colectivos. La teoría

cuántica de los modos colectivos nucleares ha sido discutida en detalle por A. Bohr y B. Mottelson [BM 75]. Esta teoría puede aplicarse al análisis de los modos colectivos asociados con ruptura intrínseca de simetría. Para estos modos la estructura del campo de acoplamiento puede obtenerse a partir de un potencial estático usando argumentos generales de invariancia del Hamiltoniano total.

El punto de partida es considerar que la presencia de modos colectivos en un sistema gobernado por movimiento de partícula independiente puede entenderse en términos de las variaciones en el potencial promedio de una partícula producido por variaciones en la densidad nucleónica. Tales variaciones en el potencial dan a su vez lugar a excitaciones en el movimiento nucleónico y se obtiene un movimiento colectivo auto-sostenido si las variaciones inducidas de la densidad corresponden a las necesarias para generar la fluctuación en el potencial.

Para pequeñas amplitudes de oscilación, la variación del potencial resulta proporcional a la amplitud α y puede escribirse en la forma [BM 75]:

$$\delta V = \kappa \alpha F(x) , \quad (2.9)$$

donde $F(x)$ corresponde a un operador de un cuerpo que describe la dependencia del potencial con respecto a las variables nucleónicas x . Este operador está caracterizado por los números cuánticos de simetría de los modos colectivos. La estructura completa de F queda determinada, como veremos más adelante, por el requerimiento de autoconsistencia. Finalmente, el parámetro κ es la constante de

acoplamiento que caracteriza la relación entre el potencial y la densidad para el modo considerado. Se han observado efectos de interacción donde el signo de κ resulta en unos casos positivo y en otros negativo. Ejemplos de modos con interacciones atractivas están dados por las oscilaciones nucleares de forma; los modos cuadrupolares de baja frecuencia exhiben inestabilidades que corresponden a la existencia de núcleos con deformaciones estáticas. Modos con interacciones repulsivas: oscilaciones de polarización neutrón-protón y excitaciones isovectoriales de spin.

Al describir los modos colectivos en términos de la coordenada de deformación α , es conveniente elegir la normalización de α de forma tal que los elementos de matriz de α y de F entre el estado fundamental y el primer estado excitado por la acción del campo F resulten iguales, esto corresponde a la condición [BM 75]:

$$\langle n=1 | \alpha | n=0 \rangle = \langle n=1 | F | n=0 \rangle , \quad (2.10)$$

dicha relación permite obtener la expresión para la constante de acoplamiento, ya que:

$$\langle F \rangle = \alpha = \int \delta\rho F d\tau = \int (\partial\rho/\partial\alpha) \alpha \kappa^{-1} (\partial V/\partial\alpha) d\tau , \quad (2.11)$$

que es la condición de autoconsistencia referida anteriormente.

En esta aproximación el campo de acoplamiento δV , (9), puede tratarse en términos de una contribución al Hamiltoniano original de la forma:

$$H_c = (1/2)\kappa F^2 = (1/2) \kappa \alpha^2 . \quad (2.12)$$

Esta interacción que resulta del campo de acoplamiento puede interpretarse como una interacción efectiva de dos cuerpos:

$$V(1,2) = \kappa F(1) F(2) , \quad (2.13)$$

así el análisis de tal efecto corresponde al estudio de efectos de correlación en el sistema de muchos cuerpos producido por una interacción separable de la forma $V(1,2)$.

Desarrollaremos este formalismo, teniendo en cuenta los ejemplos correspondientes al movimiento traslacional y rotacional.

2.3a Movimiento traslacional

El potencial del modelo de capas viola la invariancia traslacional, la cual corresponde a una simetría exacta del Hamiltoniano, debido a esta violación las excitaciones de partícula independiente pueden producirse por un campo proporcional a la coordenada del centro de masas. La invariancia traslacional puede restaurarse incluyendo los efectos del campo colectivo generado por un pequeño desplazamiento α del núcleo. Consideramos dicho desplazamiento en una dirección x y éste da lugar a un acoplamiento de la forma [BM 75]:

$$H_c = - \alpha \partial V / \partial x , \quad (2.14)$$

a primer orden en la coordenada α ya que estamos considerando pequeños desplazamientos; V es el potencial promedio de una partícula. Este acoplamiento podemos expresarlo de la siguiente manera:

$$H_c = \kappa \alpha F, \quad (2.15)$$

siempre que definamos F como:

$$F = - \kappa^{-1} \partial V / \partial x. \quad (2.16)$$

Utilizando la condición de normalización de α (10), y considerando que la variación de la densidad para este caso está dada por:

$$\delta \rho = - \partial \rho / \partial x \delta x = - \partial \rho / \partial x \alpha, \quad (2.17)$$

obtenemos para κ la siguiente expresión:

$$\kappa = \int \partial V / \partial x \partial \rho / \partial x d\tau = - A \langle \partial^2 V / \partial x^2 \rangle. \quad (2.18)$$

Veremos cómo podemos determinar el campo F a partir de nuestra descripción original del sistema en términos del Hamiltoniano de partícula independiente, que llamamos H_{sp} . Partiendo del Hamiltoniano:

$$H = - \hat{p}_x^2 / (2m) + V(x), \quad (2.19)$$

donde \hat{x} y \hat{p}_x corresponden a operadores conjugados que satisfacen las relaciones canónicas de conmutación:

$$[\hat{p}_x, \hat{x}] = -i, \quad (2.20)$$

a partir de estas relaciones y la forma establecida para H_{sp} , podemos determinar la expresión para el siguiente conmutador:

$$\begin{aligned} [\hat{p}_x, H_{sp}] &= [\hat{p}_x, V(\hat{x})] = -i [\partial/\partial x, V(\hat{x})] \\ &= -i \partial V(x)/\partial x. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Vemos así que el acoplamiento, H_c , puede determinarse a partir del conmutador entre el Hamiltoniano H_{sp} y el operador correspondiente a la traslación, que efectivamente no resulta nulo, dada la ruptura de simetría traslacional en el caso que H_{sp} sea el Hamiltoniano del modelo de capas.

En los próximos capítulos discutiremos detalladamente la construcción completamente microscópica de la interacción efectiva capaz de restaurar las simetrías violadas por la aproximación de campo medio, en particular para el caso de la simetría rotacional, [CL 89] y para el caso de la simetría del número de partículas, [CL 88, 90a y b].

Aplicando el formalismo de aproximación de fases al azar (RPA) al Hamiltoniano así obtenido, es posible describir las excitaciones intrínsecas del sistema. No detallaremos en esta parte dicho formalismo, simplemente diremos que a partir de la RPA del Hamiltoniano que resulta luego de incluir la interacción

efectiva H_c , se determina que el espectro contiene un modo con frecuencia cero [IBM 75]. La aparición de este modo, refleja el hecho que la inclusión del acoplamiento H_c restaura la invariancia traslacional del Hamiltoniano total. Las restantes raíces de las ecuaciones de la RPA representan excitaciones nucleares $\lambda^{\pi}=1^-$. Estas excitaciones son modificadas por el acoplamiento, lo cual permitiría asegurar que resultan ortogonales al grado de libertad espúreo asociado con el movimiento del centro de masas.

2.3b Movimiento rotacional

Aplicaremos el tratamiento de modos colectivos al problema asociado con la descripción de núcleos deformados. Como dijimos, en la aproximación de campo medio utilizando un potencial deformado, fijando una dirección preferencial en el espacio, el sistema no resulta invariante con respecto a rotaciones del marco de referencia y esto lleva a la violación de la conservación del momento angular total. Si el potencial posee simetría axial con respecto al eje z, solamente la componente J_z del momento angular conmutará con el Hamiltoniano de partícula independiente y así perdemos la invariancia rotacional.

Análogamente al tratamiento anterior, la invariancia rotacional puede ser restaurada incluyendo los efectos de un campo colectivo generado por una pequeña rotación angular del sistema con respecto a un eje del sistema de coordenadas intrínseco (o sistema fijo al cuerpo), el eje 1. Escribiendo el acoplamiento en

la forma [BM 75]:

$$H' = - \alpha \partial V / \partial \varphi_1 = \kappa \alpha F , \quad (2.22)$$

donde φ_1 es el ángulo azimutal con respecto al eje de rotación y resulta además la variable canónicamente conjugada a la componente J_1 del momento angular total.

Este acoplamiento puede pensarse como una linealización de una interacción de dos cuerpos correspondiente a:

$$H'_c = (1/2) \kappa F^2 , \quad (2.23)$$

donde el valor de la constante de acoplamiento no resulta arbitrario; éste se obtiene por la condición de autoconsistencia:

$$\alpha = \int \delta \rho F d\tau , \quad (2.24)$$

donde $\delta \rho$ es el cambio de la densidad nuclear debido a la rotación que expresamos como:

$$\delta \rho = - \partial \rho_0 / \partial \varphi_1 \alpha , \quad (2.25)$$

con lo cual obtenemos:

$$\kappa = -A \langle \partial^2 V / \partial \varphi_1^2 \rangle . \quad (2.26)$$

Nuevamente podemos expresar el acoplamiento en función del conmutador no nulo entre el Hamiltoniano de partícula

independiente y la componente J_1 del momento angular total, dada la relación:

$$\partial V / \partial \varphi_1 = i [J_1, H_{sp}] . \quad (2.27)$$

Para el caso rotacional vamos a describir los resultados obtenidos a partir de la RPA del Hamiltoniano:

$$H = H_{sp} + (1/2) \kappa F^2 , \quad (2.28)$$

para esto definiremos, siguiendo la referencia [AKL 81], los operadores de creación y aniquilación de configuraciones de fonones: A_α^\dagger y A_α , respectivamente, en función de los correspondientes a la creación y aniquilación de configuraciones de dos cuasipartículas: A_i^\dagger y A_i ; la expresión es la siguiente:

$$\begin{aligned} A_\alpha^\dagger &= \sum_i (X_{\alpha i} A_i^\dagger - Y_{\alpha i} A_i) , \\ A_\alpha &= \sum_i (X_{\alpha i} A_i - Y_{\alpha i} A_i^\dagger) , \end{aligned} \quad (2.29)$$

definimos también la estructura del campo F como:

$$\begin{aligned} F &= \sum_i (F_i A_i^\dagger + F_i^* A_i) , \\ &= \sum_\alpha (F_\alpha A_\alpha^\dagger + F_\alpha^* A_\alpha) , \end{aligned} \quad (2.30)$$

las amplitudes $X_{\alpha i}$ e $Y_{\alpha i}$ satisfacen las relaciones de

ortonormalidad:

$$\begin{aligned} \sum_i \langle X_{ai} X_{a'i} - Y_{ai} Y_{a'i} \rangle &= \delta(a,a') , \\ \sum_a \langle X_{ai} X_{a'i} - Y_{ai} Y_{a'i} \rangle &= \delta(i,i') , \\ \sum_i \langle X_{ai} Y_{a'i} - Y_{ai} X_{a'i} \rangle &= \sum_a \langle X_{ai} Y_{a'i} - Y_{ai} X_{a'i} \rangle = 0 , \end{aligned} \tag{2.31}$$

que resultan de la normalización de los fonones:

$$[A_a , A_b^\dagger] = \delta_{ab} .$$

Imponiendo ahora la condición de armonicidad que corresponde a las ecuaciones de movimiento de RPA:

$$[H , A_a^\dagger] = w_a A_a^\dagger , \tag{2.32}$$

donde w_a son las energías de los estados de fonón. Podemos determinar la ecuación de dispersión que permite calcular dichas energías, la forma obtenida es la siguiente [AKL 81]:

$$G(w_a) = \kappa^{-1} , \tag{2.33}$$

donde la función $G(w)$ está definida por la expresión [AKL 81]:

$$G(z) = - 2 \sum_i |F_i|^2 w_i / (w_i^2 - z^2) , \tag{2.34}$$

w_i corresponden a las energías de excitación no perturbadas de dos cuasipartículas. La existencia de un modo con frecuencia cero puede verificarse a partir de la ecuación de dispersión para $w_\alpha = 0$, usando las expresiones (22) y (27) obtenemos finalmente:

$$G(0) = \kappa^{-2} \langle \partial^2 V / \partial \varphi_1^2 \rangle, \quad (2.35)$$

para que esta ecuación corresponda a la solución con frecuencia cero de la ecuación de dispersión (33), deberemos tomar para κ el valor: $\kappa = \langle \partial^2 V / \partial \varphi_1^2 \rangle$ que es efectivamente el valor obtenido para la constante de acoplamiento bajo el requerimiento de autoconsistencia (24). Las restantes raíces de la ecuación de la RPA (33) corresponden a excitaciones intrínsecas $K^\pi = 1^+$, modificadas por la inclusión del término H_c , de modo tal de remover el grado de libertad espúreo representado por el movimiento rotacional.

2.4 Conclusiones

En los ejemplos que hemos considerado, movimiento traslacional y movimiento rotacional, se utilizaron funciones de onda violando una determinada simetría, a fin de obtener una buena descripción del sistema dentro de las restricciones impuestas por el uso de funciones de onda de partícula independiente. Introducimos modificaciones en el Hamiltoniano original, de forma tal que autovalores de la correspondiente cantidad conservada resulten degenerados. En la primera parte de este capítulo [Lip 60], la modificación consistió en sustraer de H el espectro de energía asociado con la ley de conservación. Si éste es conocido exactamente, como en el caso del movimiento del centro de masas, el Hamiltoniano modificado conduce a un tratamiento exacto. En cambio, si dicho espectro no es conocido, como en el caso de núcleos deformados, es necesario hacer algunas consideraciones y dejar algunos parámetros libres. Este tipo de dificultades, como vimos, está asociado a una descripción incompleta de los grados de libertad colectivos.

Podemos concluir, de la segunda parte de este capítulo, que el tratamiento apropiado de los modos colectivos en sistemas nucleares sujeto a consideraciones de simetría [BM 75], permite construir interacciones efectivas adecuadas para la correcta descripción del sistema. Además, mediante la utilización del formalismo de la RPA, que conduce a una linealización del

Hamiltoniano total en variables bosónicas (los fonones RPA, A_{α}^{\dagger}), es posible determinar correctamente la separación de dicho Hamiltoniano en términos de variables colectivas e intrínsecas, bajo condiciones de autoconsistencia entre el campo que genera el acoplamiento y la coordenada que describe la fluctuación del potencial medio, identificando el modo de energía cero con la rama espúrea de las excitaciones, cuya energía tiene la estructura de una energía rotacional.

CAPITULO 3

RUPTURA DE SIMETRIA EN ESPACIO DE GAUGE: INTERACCIONES DE APAREAMIENTO

3.1 Introduccion

La noción de "apareamiento" entre partículas en un sistema se remonta a la introducción hecha por Racah [Rac 42], en 1942 y para estudios atómicos, del número cuántico de senioridad . La idea se desarrolló en forma independiente en estudios de superconductividad en metales en 1957. En 1959, siguiendo las sugerencias de Bohr, Mottelson y Pines [BMP 58], Belayev [Bel 59] desarrolló la primera aplicación detallada, a los modelos nucleares, de la interacción de apareamiento. Fue Mayer [May 50] quien mostró que las fuerzas atractivas de corto alcance entre nucleones llevaban a la formación de pares estables de partículas con momento angular cero; la energía potencial mutua de dos partículas en el mismo nivel del "shell model" es cuatro veces mayor cuando están acopladas a momento angular cero que cuando están acopladas a momento angular dos; por lo tanto los núcleos con número par de protones y de neutrones tienen estado fundamental con momento angular cero, mientras que el momento angular del núcleo impar, es en principio igual al momento angular del neutrón o del protón no apareado en el esquema del modelo de capas.

La interacción de apareamiento nuclear es responsable de la disminución de la energía del estado fundamental, de manera que éste está separado del primer estado excitado por un "gap" de energía mucho mayor que el esperado en el modelo de capas. A esto

se debe la variación sistemática que exhiben las energías de ligadura dependiendo de que Z y N (número de protones y neutrones en el núcleo, respectivamente), sean pares o impares; pues, como es conocido, en núcleos par-par la energía de ligadura aumenta en dos veces el gap, mientras que en núcleos par-impar, o viceversa, el aumento es del orden del gap de energía.

En analogía con el tratamiento de restauración de simetría en el caso de la invariancia rotacional en núcleos deformados, discutiremos el caso de un sistema nuclear en el cual se incluye un fuerza de apareamiento de tipo monopolar separable en lo que se conoce como la base de cuasipartículas, la cual explicitaremos más adelante. Los resultados de este tratamiento serán comparados con las estimaciones previstas por la aproximación usual, la aproximación de Bardeen, Cooper y Schrieffer (BCS) [BCS 57], particularmente en lo referente al tratamiento de los estados intrínsecos, utilizando la aproximación de la RPA (en la base de cuasipartículas).

En la sección siguiente, mostraremos la estructura detallada de la interacción de apareamiento. Formalmente, la adopción de una base de cuasipartículas, con la consecuente "orientación" en el sentido del número de partículas, lleva a una violación de la conservación del número de partículas. En este caso, la aparición de un modo de frecuencia cero producirá una rotación colectiva en el espacio del número de partículas, el espacio de gauge. Este modo se asocia con el generador de la simetría rota, en este caso el número de partículas. El acoplamiento de este modo de energía cero con modos intrínsecos ha sido investigado en detalle [SM 76, SMF 79a, b y 81], usando técnicas de transformación a espacios

bosónicos. Adoptaremos aquí una técnica diferente para el tratamiento de este modo [CL 88].

En el desarrollo de este capítulo cuyo material de base es la referencia [CL 88] mostraremos, en la sección 3, la aplicabilidad del método de construcción de interacciones efectivas propuesto por Pyatov et al. [BP 75], al caso del Hamiltoniano de apareamiento. En la sección 4 efectuaremos la comparación de éste con el método propuesto por A.Bohr y B.Mottelson [BM 75], mediante el tratamiento tipo RPA del Hamiltoniano resultante [CL 90b], especificando la contribución del modo de energía cero a partir de la transformación de las excitaciones colectivas e intrínsecas en términos de variables canónicamente conjugadas como las introducidas por Marshalek y Weneser [MW 69].

3.2 Tratamiento BCS + RPA de la interacción de apareamiento

Las correlaciones de apareamiento son debidas a la parte de corto alcance de la interacción nucleón-nucleón, y es efectiva entre partículas ocupando un par de estados reverso-temporales, promoviendo un par de partículas de uno de tales pares de estados al otro, así la interacción tendrá la forma [BB 66]:

$$H_{\text{pair}} = -G \sum_{j j', m m' > 0} a_{jm}^{\dagger} a_{jm}^{\dagger} a_{j'm'}^{-} a_{j'm'}^{-}, \quad (3.1)$$

donde G es el elemento de matriz de la interacción que consideramos constante; a_{jm}^{\dagger} (a_{jm}) corresponden a operadores de creación (aniquilación) de fermiones en órbitas de partícula independiente $j \equiv (Nl j)$; a_{jm}^{-} corresponde a operadores reverso-temporales de a_{jm} , relacionados por: $a_{jm}^{-} = (-)^{j-m} a_{j-m}$.

Tendremos entonces que el Hamiltoniano que describe el sistema es de la forma:

$$H = H_{\text{sp}} + H_{\text{pair}}, \quad (3.2)$$

donde el término:

$$H_{\text{sp}} = \sum_{j, m} \epsilon_j a_{jm}^{\dagger} a_{jm}, \quad (3.3)$$

corresponde al Hamiltoniano de partícula independiente; ϵ_j son las energías de partícula independiente.

El autovalor más bajo del Hamiltoniano total puede aproximarse por medio de un procedimiento variacional, y dado que el sistema conserva el número de partículas, se espera que las autofunciones correspondan también a autofunciones del operador número de partículas, que expresado en la misma base que H tiene la forma:

$$N = \sum_{jm} a_{jm}^\dagger a_{jm} . \quad (3.4)$$

Sin embargo, la función de onda que resulta una buena aproximación a la exacta, la función de onda de BCS, rompe esta simetría. Dada la conveniencia del uso de esta función, la condición de ser autofunción de N, es reemplazada por otra correspondiente a que el número de partículas se conserve en valor medio [BCS 57], esto es:

$$\langle \text{BCS} | N | \text{BCS} \rangle = n . \quad (3.5)$$

Conforme con el hecho que el número de partículas se conserva sólo en promedio, la solución corresponde físicamente a un conjunto de núcleos con número de partículas ligeramente diferente. El procedimiento para tratar este problema es introducir un Hamiltoniano transformado H', de la forma:

$$H' = H - \lambda N , \quad (3.6)$$

donde λ hace las veces de un multiplicador de Lagrange, determinado por la condición (5). Ya que formalmente el efecto de sustraer el término λN es, dada la estructura de H , reemplazar ε_j por $\varepsilon_j - \lambda$, vemos que λ puede interpretarse como una energía de Fermi efectiva.

La función de onda de prueba empleada por Bardeen et al. [BCS 57], para minimizar H' es la siguiente:

$$|\text{BCS}\rangle = \prod_{jm} \langle U_j + V_j a_{jm}^\dagger a_{j\bar{m}}^\dagger \rangle |0\rangle, \quad (3.7)$$

donde $|0\rangle$ corresponde al estado vacío, sin partículas. En esta aproximación U_j y V_j son parámetros sujetos a la condición que la función de onda $|\text{BCS}\rangle$ esté normalizada, esto corresponde a la condición:

$$U_j^2 + V_j^2 = 1, \quad (3.8)$$

y a la condición auxiliar (5) que resulta de la forma:

$$n = 2 \sum_j V_j^2 \Omega_j, \quad (3.9)$$

con $\Omega_j = j+1/2$, correspondiendo a la degeneración del nivel j considerado. De (7) puede verse que V_j^2 corresponde a la probabilidad que los estados jm y $j\bar{m}$ estén ocupados. La determinación de los coeficientes U_j y V_j , como así también la energía de este estado puede llevarse a cabo mediante un procedimiento variacional, pero elegiremos aquí un tratamiento equivalente desarrollado por Bogoliubov y Valatin [Bog 58,

Val 58], aplicado específicamente al problema nuclear por Belyaev [Bel 59], basado en la introducción de nuevos operadores (α_{jm}^\dagger , $\alpha_{j\bar{m}}^\dagger$), correspondientes a cuasipartículas, definidos mediante la transformación canónica:

$$\begin{pmatrix} a_{jm}^\dagger \\ a_{j\bar{m}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_j & V_j \\ -V_j & U_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_{jm}^\dagger \\ \alpha_{j\bar{m}} \end{pmatrix}. \quad (3.10)$$

Estos operadores satisfacen las mismas relaciones de anticonmutación que los operadores a_{jm}^\dagger ($a_{j\bar{m}}$).

A partir de esta transformación, expresamos H' , (6), en la base de cuasipartículas y obtenemos:

$$H' = H_0 + H_{11} + H_{20} + H_{(22+40)} + H_{31} + H_{res}, \quad (3.11)$$

donde los términos del segundo miembro de esta ecuación corresponden a:

$$\begin{aligned} H_0 &= -(\Delta^2/G) + \sum_j 2 \Omega_j V_j^2 (\tilde{\varepsilon}_j - G V_j^2/2); \\ H_{11} &= \sum_j (\tilde{\varepsilon}_j (U_j^2 - V_j^2) + 2\Delta U_j V_j) N_j; \\ H_{20} &= \sum_j (\Delta (U_j^2 - V_j^2) + 2 \tilde{\varepsilon}_j U_j V_j) (P_j^\dagger + P_j); \\ H_{(22+40)} &= \sum_{jj'} r_{jj'} P_j^\dagger P_{j'} + s_{jj'} (P_j^\dagger P_{j'}^\dagger + P_j P_{j'}); \\ H_{31} &= \sum_{jj'} m_{jj'} (P_j^\dagger N_{j'} + N_{j'} P_j); \\ H_{res} &= -(G/4) \sum_{jj'} q_j q_{j'} :N_j N_{j'}:; \end{aligned} \quad (3.12)$$

y los coeficientes están definidos por

$$\begin{aligned}
 \tilde{\varepsilon}_j &= \varepsilon_j - \lambda ; \\
 r_{jj'} &= -G \langle U_j^2 U_{j'}^2 + V_j^2 V_{j'}^2 \rangle ; \\
 s_{jj'} &= (G/2) \langle U_j^2 V_{j'}^2 + V_j^2 U_{j'}^2 \rangle ; \\
 m_{jj'} &= (G/2) \langle U_j^2 - V_j^2 \rangle q_{j'} ; \\
 q_j &= 2 U_j V_j ,
 \end{aligned}
 \tag{3.13}$$

los operadores número y de pares de cuasipartículas en esta representación son de la forma:

$$\begin{aligned}
 N_j &= \sum_m \alpha_{jm}^\dagger \alpha_{jm} ; \\
 P_j^\dagger &= \sum_{m>0} \alpha_{jm}^\dagger \alpha_{j\bar{m}}^\dagger ; \\
 P_j &= (P_j^\dagger)^\dagger ;
 \end{aligned}
 \tag{3.14}$$

estos operadores satisfacen las relaciones de conmutación:

$$\begin{aligned}
 [P_j , P_{j'}^\dagger] &= \delta_{jj'} \langle \Omega_j - N_j \rangle , \\
 [N_j , P_{j'}^\dagger] &= \delta_{jj'} 2 P_j^\dagger ,
 \end{aligned}
 \tag{3.15}$$

las cuales corresponden a la estructura SU(2) de los operadores [Hog 61]. Los factores Δ y E_j son el gap de energía y las energías

de cuasipartícula, respectivamente, los cuales son determinados usando la aproximación de BCS que consiste en: despreciar los tres últimos términos de H' , dado que la influencia que tienen en los estados más bajos es despreciable; los restantes términos, $H_0 + H_{11} + H_{20}$, quedarán determinados por el valor de sus coeficientes, que se eligen de forma tal que correspondan a un sistema de cuasipartículas independientes. Esto es posible solamente si $H_{20} = 0$ y H_{11} es función solamente de los números de ocupación de cuasipartículas (N_j); de esta manera el Hamiltoniano resultante queda expresado como [Bel 59, Bes 61, BB 66]:

$$H \text{ (BCS)} = H_{11} + H_0, \quad (3.16)$$

y bajo las condiciones mencionadas los valores de las constantes resultan:

$$\begin{aligned} \Delta &= 2 \sum_j \Omega_j U_j V_j ; \\ E_j &= \left((\epsilon_j - \lambda)^2 + \Delta^2 \right)^{1/2} ; \\ G^{-1} &= \sum_j \Omega_j / 2E_j ; \\ U_j^2 &= (1/2) \left(1 + (\epsilon_j - \lambda)/E_j \right) ; \\ V_j^2 &= (1/2) \left(1 - (\epsilon_j - \lambda)/E_j \right) . \end{aligned} \quad (3.17)$$

Bajo esta aproximación de cuasipartícula independiente, incluyendo los términos de interacción de pares H_{22+40} , podremos obtener las soluciones colectivas del Hamiltoniano [BB 66]:

$$H_{RPA} \langle BCS \rangle = H_{11} + H_{(22+40)} ; \quad (3.18)$$

utilizando el formalismo de la RPA, linealizamos el Hamiltoniano en la base de fonones Γ_{ν}^{\dagger} , definidos por:

$$\Gamma_{\nu}^{\dagger} = \sum_j (\lambda_{j\nu} P_j^{\dagger} - \mu_{j\nu} P_j) ; \quad (3.19)$$

la ecuación de movimiento a resolver es:

$$[H_{RPA} \langle BCS \rangle , \Gamma_{\nu}^{\dagger}] = w_{\nu} \Gamma_{\nu}^{\dagger} , \quad (3.20)$$

donde w_{ν} corresponde a la energía del ν -ésimo fonón. Utilizando las ecuaciones (18) y (19) y las relaciones de conmutación entre los operadores N_j y P_j (15), obtenemos, al imponer la condición de linealización (20), la siguiente ecuación secular [BB 66], que nos permite calcular las energías w_{ν} :

$$\text{Det} \begin{vmatrix} 1-G S_{11} & -G w_{\nu} S_{12} \\ -G w_{\nu} S_{12} & 1-G S_{22} \end{vmatrix} = 0 , \quad (3.21)$$

donde definimos convenientemente las cantidades:

$$\begin{aligned}
S_{11} &= \sum_j \frac{\Omega_j k_j^2 2E_j}{4E_j^2 - w_\nu^2}, \\
S_{12} &= \sum_j \frac{\Omega_j k_j}{4E_j^2 - w_\nu^2}, \\
S_{22} &= \sum_j \frac{\Omega_j 2E_j}{4E_j^2 - w_\nu^2},
\end{aligned}
\tag{3.22}$$

donde $k_j = U_j^2 - V_j^2$.

Podemos ver, a partir de la ecuación (21), que $w_\nu=0$ corresponde a una solución del sistema, ya que para este valor, el término $1 - G S_{22}$ se anula debido a que:

$$S_{22} (w_\nu=0) = \sum_j \Omega_j / 2E_j = 1/G, \tag{3.23}$$

de acuerdo con la ecuación del gap.

De las ecuaciones obtenidas podemos determinar las amplitudes $\lambda_{j\nu}$ y $\mu_{j\nu}$ del ν -ésimo fonón, las expresiones que resultan son de la forma [BB 66]:

$$\begin{aligned}
\lambda_{j\nu} &= \frac{\Lambda_\nu}{(2E_j - w_\nu)} (a_\nu k_j - b_\nu), \\
\mu_{j\nu} &= \frac{\Lambda_\nu}{(2E_j + w_\nu)} (a_\nu k_j + b_\nu),
\end{aligned}
\tag{3.24}$$

con

$$a_\nu = G w_\nu S_{12} ,$$

$$b_\nu = -1 + G S_{11} ;$$

el valor de Λ_ν queda determinado por la condición:

$$1 = \sum_j \langle \lambda_{j\nu}^2 - \mu_{j\nu}^2 \rangle \Omega_j , \quad (3.25)$$

que resulta de la relación de conmutación

$$[\Gamma_\nu , \Gamma_{\nu'}^\dagger] = \delta_{\nu\nu'} ;$$

su valor es:

$$\Lambda_\nu = \left[\sum_j \Omega_j \left[\left(\frac{a_\nu k_j - b_\nu}{2E_j - w_\nu} \right)^2 - \left(\frac{a_\nu k_j + b_\nu}{2E_j + w_\nu} \right)^2 \right] \right]^{-1/2} . \quad (3.26)$$

Tomando el límite $w_\nu=0$ en la ecuaciones de las amplitudes, vemos que divergen como [BB 66]:

$$\lim_{w_\nu \rightarrow 0} \begin{pmatrix} \lambda_{j\nu} \\ \mu_{j\nu} \end{pmatrix} \cong (w_\nu)^{-1/2} \Big|_{w_\nu=0} . \quad (3.27)$$

Por lo tanto podemos concluir que además de las soluciones físicas de energía diferente de cero de la ecuación secular (21), que corresponden a los modos vibracionales intrínsecos, obtenemos un modo de energía cero, cuya amplitud resulta infinita, esto corresponde a un modo rotacional colectivo.

En este caso, la aparición de este modo es una consecuencia de la adopción del campo medio de cuasipartículas, H_{11} , el cual viola la simetría correspondiente al número de partículas. La estructura de este modo de energía cero está asociada a la acción de la parte correspondiente a dos cuasipartículas del operador número sobre el estado fundamental BCS. En efecto, si expresamos el operador N en la base α , (10), tendremos:

$$N = \sum_j q_j (P_j^\dagger + P_j) + k_j N_j + 2 \Omega_j V_j^2 , \quad (3.28)$$

y para la parte de dos cuasipartículas:

$$N_{2qp} = \sum_j q_j (P_j^\dagger + P_j) , \quad (3.29)$$

vemos que al tomar el conmutador entre H_{11} y N_{2qp} el resultado es de la forma:

$$[H_{11} , N_{2qp}] \neq 0 , \quad (3.30)$$

lo que implica que las condiciones anteriormente mencionadas son satisfechas, habiendo establecido una analogía formal entre el campo medio deformado y el momento angular, para rotaciones en espacio físico, y el campo medio de cuasipartículas y el operador número, para rotaciones en espacio de gauge, respectivamente.

3.3 Construcción de interacciones efectivas [CL 88]

La ruptura espontánea de simetría, representada en este caso por la violación de la conservación del número de partículas en la base de cuasipartículas, se manifiesta, como vimos, por la aparición de un modo de energía cero. La restauración de esta simetría rota puede lograrse adicionando a H_{11} términos cuyas características permitan asegurar que el conmutador entre el nuevo Hamiltoniano y la parte de dos cuasipartículas del operador número se anule [CL 88] y además que el modo espúreo resulte completamente desacoplado del espectro intrínseco. La estructura de estos términos ha sido estudiada, entre otros métodos, dentro de la teoría de sistemas con vínculos [ABM 78], la cual es particularmente adecuada para tratamientos perturbativos del término de acoplamiento H_{31} (12) dentro de una teoría nuclear de campos [ABC 84]. En las Refs.[BKM 87, KBC 88], se desarrolló un estudio referido a este problema dentro de un formalismo más fundamental basado en la teoría BRST, cuyo análisis resultaría ventajoso para posteriores desarrollos.

Nuestro propósito consiste en mostrar las consecuencias del uso del método propuesto por Pyatov [PCh 72, BP 75], en la construcción de interacciones efectivas que restauran la simetría del número de partículas para el Hamiltoniano de apareamiento. El método de la Ref.[BP 75] consiste en agregar al Hamiltoniano H_{11} , un término, que llamaremos H_{sym} , de forma tal que el Hamiltoniano

resultante cumpla la condición:

$$[H_{\text{eff}}, N_{2\text{qp}}] = 0 , \quad (3.31)$$

con $H_{\text{eff}} = H_{11} + H_{\text{sym}}$, quedando satisfecho el requerimiento de invariancia.

Se postula, por construcción, una forma separable para la interacción residual, a partir del conmutador entre H_{11} y $N_{2\text{qp}}$, esta interacción es de la forma:

$$H_{\text{sym}} = \gamma h^\dagger h , \quad (3.32)$$

donde el operador h está definido a partir del siguiente conmutador [CL 88]:

$$[H_{11} , N_{2\text{qp}}] = h , \quad (3.33)$$

la constante de acoplamiento γ , queda fijada por la condición:

$$\langle \text{BCS} | [[H_{11}, N_{2\text{qp}}], N_{2\text{qp}}] | \text{BCS} \rangle = (1/2\gamma) , \quad (3.34)$$

esta constante es una medida macroscópica de la no invariancia del estado fundamental y está relacionada con la "deformación", en el sentido del número de partículas, del campo medio.

Para determinar la estructura de H_{eff} evaluamos el conmutador:

$$h = 2\Delta \sum_j (P_j^\dagger - P_j) , \quad (3.35)$$

y así obtenemos [CL 88]:

$$H_{\text{eff}} = H_{11} + g \sum_{jj'} (P_j^\dagger P_{j'} + P_j P_{j'}^\dagger) - g \sum_{jj'} (P_j^\dagger P_{j'}^\dagger + P_j P_{j'}) , \quad (3.36)$$

donde $g = 4\Delta^2\gamma$ para $\gamma = -G/16\Delta^2$, que resulta de la condición (34) [CL 88]. Su estructura es similar a la de H_{RPA} (BCS), ver ec.(18).

Análogamente al tratamiento RPA del Hamiltoniano BCS, definimos los fonones:

$$\tilde{\Gamma}_\nu^\dagger = \sum_j (X_{j\nu} P_j^\dagger - Y_{j\nu} P_j) , \quad (3.37)$$

imponiendo la condición de armonicidad para H_{eff}

$$[H_{\text{eff}} , \tilde{\Gamma}_\nu^\dagger] = \tilde{w}_\nu \tilde{\Gamma}_\nu^\dagger , \quad (3.38)$$

haciendo el álgebra de conmutadores indicada, obtenemos la siguiente ecuación secular [CL 88]:

$$\tilde{w}_\nu^2 f(\tilde{w}_\nu) = 0 , \quad (3.39)$$

donde la función $f(w)$ está definida por:

$$f(\tilde{w}_\nu) = (G/2) \sum_j \Omega_j / E_j (4E_j^2 - \tilde{w}_\nu^2), \quad (3.40)$$

y las amplitudes resultan de la forma

$$X_{j\nu} = \frac{\tilde{\Lambda}_\nu}{(2E_j - \tilde{w}_\nu)}, \quad (3.41)$$

$$Y_{j\nu} = - \frac{\tilde{\Lambda}_\nu}{(2E_j + \tilde{w}_\nu)},$$

con

$$\tilde{\Lambda}_\nu = \left[\tilde{w}_\nu \sum_j \frac{8E_j \Omega_j}{(4E_j^2 - \tilde{w}_\nu^2)^2} \right]^{-1/2}. \quad (3.42)$$

Con estos resultados, podemos escribir H_{eff} en la base de fonones $\tilde{\Gamma}_\nu^\dagger$ y extraer de éste, la contribución a la energía producida por la rotación colectiva, generada por las componentes de un fonón de N_{2qp} . Tenemos así:

$$H_{\text{eff}} = \text{const.} + \sum_\nu \tilde{w}_\nu \tilde{\Gamma}_\nu^\dagger \tilde{\Gamma}_\nu. \quad (3.43)$$

Vamos a demostrar que la contribución a H_{eff} del modo de energía cero ($\tilde{w}_\nu=0$), que evidentemente es una solución de (39), está dada

por el término rotacional generado por N_{zqp} [GL 88]. Para esto, introduciremos los operadores canónicamente conjugados, definidos por Marshalek y Weneser [MW 69], a partir de los operadores $\tilde{\Gamma}_\nu^\dagger$:

$$\mathcal{P}_\nu = (\tilde{w}_\nu/2)^{1/2} (\tilde{\Gamma}_\nu^\dagger + \tilde{\Gamma}_\nu) , \quad (3.44)$$

$$\mathcal{L}_\nu = -i(2\tilde{w}_\nu)^{-1/2} (\tilde{\Gamma}_\nu^\dagger - \tilde{\Gamma}_\nu) ,$$

que satisfacen las relaciones de conmutación

$$[\mathcal{P}_\nu , \mathcal{L}_\nu ,] = i\delta_{\nu\nu} , \quad (3.45)$$

A partir de esta transformación podemos expresar los fonones en términos de \mathcal{P}_ν y \mathcal{L}_ν , y obtenemos:

$$\begin{aligned} \tilde{\Gamma}_\nu^\dagger &= (2\tilde{w}_\nu)^{-1/2} \mathcal{P}_\nu + i(\tilde{w}_\nu/2)^{1/2} \mathcal{L}_\nu , \\ \tilde{\Gamma}_\nu &= (\tilde{\Gamma}_\nu^\dagger)^\dagger , \end{aligned} \quad (3.46)$$

de la misma manera, invirtiendo la relación (37) podemos obtener la expresión de los operadores de creación y destrucción de pares de cuasipartículas en términos de \mathcal{P}_ν y \mathcal{L}_ν , la expresión es:

$$\begin{aligned} P_j^\dagger &= \Omega_j \sum_\nu (2\tilde{w}_\nu)^{-1/2} (X_{j\nu} + Y_{j\nu}) \mathcal{P}_\nu \\ &+ i(\tilde{w}_\nu/2)^{1/2} (X_{j\nu} - Y_{j\nu}) \mathcal{L}_\nu , \\ P_j &= (P_j^\dagger)^\dagger . \end{aligned} \quad (3.47)$$

Finalmente la componente de dos cuasipartículas del operador número puede escribirse como:

$$N_{2qp} = \sum_{\nu} \left[\sum_j \Omega_j q_j (X_{j\nu} + Y_{j\nu}) \right] (2/\tilde{w}_{\nu})^{1/2} \mathcal{P}_{\nu}, \quad (3.48)$$

y el Hamiltoniano efectivo tiene la forma:

$$H_{\text{eff}} = (1/2) \sum_{\nu} (\mathcal{P}_{\nu}^2 + \tilde{w}_{\nu}^2 \mathcal{Q}_{\nu}^2). \quad (3.49)$$

Tomemos la contribución $\tilde{w}_{\nu}=0$ de H_{eff} y tendremos [CL 88]:

$$H_{\text{eff}}(\tilde{w}_{\nu}=0) = (1/2) \mathcal{P}_0^2; \quad (3.50)$$

teniendo en cuenta las expresiones de las amplitudes $X_{j\nu}$ e $Y_{j\nu}$, calculamos el término correspondiente a $w_{\nu}=0$ de N_{2qp} y vemos que éste resulta:

$$(1/2) \hat{\mathcal{P}}_0^2 = (1/2\chi) \hat{N}_{2qp}^2(\tilde{w}_{\nu}=0), \quad (3.51)$$

donde la expresión de la constante que hemos llamado $1/\chi$ resulta [CL 88]:

$$(1/\chi) = \left[\sum_j \frac{\Omega_j q_j^2}{E_j} \right]^{-1}, \quad (3.52)$$

luego

$$H_{\text{eff}}(\tilde{w}_\nu=0) = (1/2\chi) N_{2qp}^2(\tilde{w}_\nu=0) = (1/2) \mathcal{P}_0^2, \quad (3.53)$$

$1/\kappa$ es el momento de inercia correspondiente al modo rotacional. Esta ecuación para el momento de inercia será comparada con el valor obtenido a partir del tratamiento convencional BCS mas RPA del Hamiltoniano de apareamiento, cuya expresión es:

$$(1/\chi)_{\text{BCS+RPA}} = \frac{2}{\Delta^2} \frac{(\sum_j \Omega_j / E_j^3) - 2G (\sum_j \Omega_j k_j / 2E_j^2)^2}{(\sum_j \Omega_j / E_j^3)^2}. \quad (3.54)$$

Para finalizar, si expresamos el Hamiltoniano (43) en términos de los operadores \mathcal{P}_ν y \mathcal{L}_ν (44) obtenemos:

$$H_{\text{eff}} = (1/2\chi) N_{2qp}^2(\tilde{w}_\nu=0) + (1/2) \sum_{\nu \neq 0} (\mathcal{P}_\nu^2 + \tilde{w}_\nu^2 \mathcal{L}_\nu^2), \quad (3.55)$$

expresado en estas variables, podemos asegurar la separación explícita de un término rotacional, asociado al operador número, y un término vibracional, dado por las excitaciones intrínsecas con $\tilde{w}_\nu \neq 0$ [CL 88].

Esta última ecuación fue obtenida a partir de la expresión armónica de H_{eff} (43), transformando los operadores de fonón $\tilde{\Gamma}_\nu^\dagger$ a la base de operadores \mathcal{P}_ν y \mathcal{L}_ν ; para ver con mayor claridad el mecanismo de desacoplamiento de los modos rotacional e intrínseco transformaremos separadamente los términos H_{11} y H_{sym} del H_{eff} a la base de operadores \mathcal{P}_ν y \mathcal{L}_ν , los cuales hacen las veces de variables número y ángulo, respectivamente. La expresión del conmutador (33) resulta:

$$[H_{11} , N_{2qp}] = -i \sum_{\nu} h_{\nu} \mathcal{L}_{\nu} , \quad (3.56)$$

donde

$$h_{\nu} = (2\Delta^2)^{1/2} \frac{\sum_j 8E_j \Omega_j / (4E_j^2 - w_{\nu}^2)}{\left[\sum_j 8E_j \Omega_j / (4E_j^2 - w_{\nu}^2) \right]^{1/2}} , \quad (3.57)$$

y para H_{11} obtenemos:

$$H_{11} = \sum_{\nu\omega} \varepsilon_{\nu\omega} \mathcal{P}_{\nu} \mathcal{P}_{\omega} + \sigma_{\nu\omega} \mathcal{L}_{\nu} \mathcal{L}_{\omega} , \quad (3.58)$$

con

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\nu\omega} &= (\tilde{w}_{\nu} \tilde{w}_{\omega})^{-1/2} \sum_j \Omega_j E_j (X_{j\nu} + Y_{j\nu}) (X_{j\omega} + Y_{j\omega}) , \\ \sigma_{\nu\omega} &= (\tilde{w}_{\nu} \tilde{w}_{\omega})^{1/2} \sum_j \Omega_j E_j (X_{j\nu} - Y_{j\nu}) (X_{j\omega} - Y_{j\omega}) , \end{aligned} \quad (3.59)$$

y la expresión final para el Hamiltoniano completo H_{eff} resulta [CL 88]:

$$H_{\text{eff}} = \sum_{\nu\omega} \varepsilon_{\nu\omega} \mathcal{P}_{\nu} \mathcal{P}_{\omega} + (\sigma_{\nu\omega} + \gamma h_{\nu} h_{\omega}) \mathcal{L}_{\nu} \mathcal{L}_{\omega} . \quad (3.60)$$

Mediante las expresiones de las amplitudes dadas por las ecs.(41), podemos calcular directamente los coeficientes de \mathcal{P}_{ν} y \mathcal{L}_{ν} y éstos resultan:

$$\varepsilon_{00} = 1/2 ,$$

$$\sigma_{00} + \gamma h_0^2 = \left[\sum_j \Omega_j / E_j^3 \right]^{-1} \left[\frac{4}{G} + \gamma \frac{64\Delta^2}{G^2} \right] = 0 , \quad (3.61)$$

para $\gamma = -G/16\Delta^2$ [CL 88]. Vemos de esta manera, que el efecto de la inclusión del término H_{sym} es cancelar la divergencia contenida en H_{11} con un término igualmente divergente, ambos representados por términos proporcionales a \mathcal{L}_0^2 . Los coeficientes de los restantes términos correspondientes a energías w_ν no nulas, llevan a la forma diagonal (49) como esperábamos. Dicho de otro modo, la orientación en el espacio del número de partículas, o espacio de gauge, introducida por la elección de H_{11} es removida por el término adicional H_{sym} [CL 88]; por esto, el término que restaura la simetría podría interpretarse como una forma cuadrática en la variable angular \mathcal{L}_ν , como hemos mostrado en la expresión de H_{sym} a partir de (56).

En consecuencia, hemos mostrado que el método usado en [PCh 73, BP 75, NFC 87], para reconstruir la invariancia rotacional de un campo medio deformado axialmente simétrico es apropiada para el tratamiento de restauración de simetría para el caso del Hamiltoniano de apareamiento nuclear. Dichas conclusiones están consignadas en la Ref.[CL 88].

3.4 Modelos Colectivos

Debido a que H_{11} viola la simetría del número de partículas

[Bel 59], la cual es una invariancia del Hamiltoniano total, podemos restaurar esta simetría incluyendo los efectos de un campo colectivo generado por una pequeña rotación del núcleo en espacio de gauge [BM 75]. Las consideraciones básicas que permiten esta aproximación son las siguientes: en núcleos con capa abierta hay un gran número de pares 0^+ en el estado fundamental. Tal conjunto de cuantos idénticos, referido como un condensado, puede describirse en términos de una deformación del campo que crea estos cuantos. El campo de pares, puede expresarse en términos de un módulo, aproximadamente constante y una fase, en la forma [BM 75]:

$$T(|\Delta N|=2) = T_2 e^{i\phi}, \quad (3.62)$$

donde con $|\Delta N|=2$ representamos un número cuántico de transferencia. Ya que el condensado, en este contexto el vacío de BCS, no tiene buen número de partículas, diferentes valores de la fase $\exp(i\phi)$ producirán un cambio en el número de cuantos asociados con la creación o aniquilación de pares en el condensado. En consecuencia, podemos decir que la fase ϕ es el ángulo de orientación de la deformación en un espacio donde el número de pares hace las veces de momento angular; este es el espacio de gauge [BM 75], donde la variable ϕ es conjugada al número de partículas, esto corresponde a

$$[N, \phi] = -i. \quad (3.63)$$

Si la deformación estática, generada por la acción del campo

de pares T sobre el vacío de BCS, es mayor que la fluctuación de punto cero, el movimiento del núcleo en espacio de gauge puede separarse en componentes rotacionales e intrínsecas, como veremos.

Definimos entonces la variable angular ϕ en función de los operadores de creación y aniquilación de pares de cuasipartículas (P_j^\dagger, P_j) , como [CL 90b]:

$$\phi = \sum_j (s_j P_j^\dagger + t_j P_j) , \quad (3.64)$$

donde los coeficientes s_j y t_j serán determinados por la relación (63) que define el espacio de gauge de las variables N y ϕ , a partir de las relaciones de conmutación entre N_j y P_j obtenemos:

$$\phi = -i (G/4\Delta) \sum_j (P_j^\dagger - P_j) , \quad (3.65)$$

la cual satisface, a orden $1/\Omega_j$ la condición (63).

Para establecer la analogía entre el presente formalismo y el descrito en la sección anterior, escribiremos el conmutador (33) en términos de esta nueva variable ϕ :

$$[H_{11}, N] = i f \phi , \quad (3.66)$$

con $f=8\Delta^2/G$ [CL 90b]. Podemos aquí argumentar, conforme con el modelo de A.Bohr y B.Mottelson, que el mismo conmutador representa la variación angular de un potencial, $V(\phi)$, que resulta de:

$$[H_{11}, N] = i \partial V(\phi) / \partial \phi , \quad (3.67)$$

comparando estas dos últimas ecuaciones, podemos finalmente escribir la identidad formal [CL 90b]:

$$\partial V(\phi) / \partial \phi = f \phi . \quad (3.68)$$

En otras palabras, el conmutador (67) el cual es el principal elemento que entra en la definición de la interacción efectiva, que llamamos H_{sym} , puede considerarse como el gradiente angular del potencial $V(\phi)$, que resulta de la forma:

$$V(\phi) = f \phi^2 / 2 , \quad (3.69)$$

teniendo en cuenta que esto puede calcularse si decimos que hay una ruptura continua de simetría [CL 90b]. De este modo, el Hamiltoniano:

$$\tilde{H} = H_{11} - f \phi^2 / 2 , \quad (3.70)$$

conmuta con el operador número.

La conexión entre las expresiones obtenidas a partir de la aplicación de la prescripción de Pyatov [BP 75] al problema de la interacción de apareamiento [CL 88], específicamente en lo que se refiere a la estructura del operador h y la interacción que resulta del tratamiento de A.Bohr y Mottelson [BM 75], puede establecerse por la siguiente correspondencia [CL 90b]:

$$h \Rightarrow i \partial V(\phi) / \partial \phi ,$$

o

$$h \Rightarrow i f \phi , \quad (3.71)$$

con el resultado

$$\begin{aligned} \tilde{H} &= H_{11} + \gamma h^\dagger h \\ &= H_{11} + \gamma (-i f \phi) (i f \phi) \\ &= H_{11} + \gamma f^2 \phi^2 = H_{11} - f \phi^2 / 2 , \end{aligned} \quad (3.72)$$

donde la asignación $\gamma = -1/2f$ [GL 90b], coincide con el valor de γ fijado por la ecuación (34).

Concluimos la discusión sobre el potencial $V(\phi)$, capaz de restaurar la invariancia global del Hamiltoniano, calculando el parámetro de inercia asociado, que resulta

$$D_\phi = 2 \sum_j \frac{|\langle 2qp(j) | \partial V(\phi) / \partial \phi | 0 \rangle|^2}{(2E_j)^3} , \quad (3.73)$$

de acuerdo con la fórmula de Inglis [Ing 54], donde $|2qp(j)\rangle$ es un estado correlacionado de dos cuasipartículas y $2E_j$ es la energía del par. Teniendo en cuenta la expresión obtenida para $V(\phi)$, ecs.(65) y (69) podemos determinar la siguiente expresión para el parámetro de inercia

$$D_\phi = \sum_j \frac{\Omega_j q_j^2}{E_j}, \quad (3.74)$$

la cual, es exactamente la misma expresión que la obtenida a partir del formalismo de Pyatov, como se muestra en [CL 88].

Como conclusión, podemos decir que el tratamiento de una ruptura intrínseca de simetría, en términos de una variable colectiva, ϕ , y la restauración de la invariancia global del Hamiltoniano conduce a las expresiones obtenidas en la sección anterior mediante la utilización del método propuesto por Pyatov [BP 75] y correctamente adaptado para el tratamiento de las interacciones de apareamiento en la base de cuasipartículas [CL 88, CL 90b] .

3.5 Resultados y Discusion

A partir de los resultados del formalismo desarrollado en este capítulo, podemos concluir que, en este caso particular de ruptura de simetría, es posible o bien adoptar una interacción residual modelo o construirla directamente a partir del tratamiento de restauración de simetría del campo medio deformado. Elegimos el caso de la interacción nuclear de apareamiento debido a que es un ejemplo particularmente interesante, ya que conocemos de antemano la estructura de la interacción residual: H_{22+40} en la aproximación de BCS, una vez que H_{11} se elige como campo deformado

de cuasipartícula independiente. Deberíamos ver que el procedimiento de restauración de simetría [CL 88, CL 90b], provee una interacción residual de dos cuasipartículas cuyos efectos sobre el espectro intrínseco obtenido vía el tratamiento RPA, resultan similares a los correspondientes a H_{22+40} , pero libre de contribuciones colectivas inducidas por la acción de operador número.

Para mostrar esto, hemos realizado los cálculos para un sistema de 14 partículas distribuidas en los estados de partícula independiente $j \equiv (Nlj) = 4d_{5/2}$, $4g_{7/2}$, $4s_{1/2}$, $5h_{11/2}$ y $4d_{3/2}$, con energías $\varepsilon_j = 0.0, 0.8, 2.40, 2.50$ y 2.80 MeV, respectivamente. Este espacio corresponde a órbitas del modelo de capas por encima de capa cerrada $N=50$, los valores de las energías de partícula independiente fueron tomados de [US 66].

Primeramente determinamos los valores de las energías de cuasipartículas, E_j , y de los números de ocupación U_j y V_j para un valor de la constante de acoplamiento $G = G_0/A = 0.22$ MeV. Para este valor de G obtuvimos $\Delta = 1.42$ MeV para el gap, y $\lambda = 1.307$ MeV.

Con estos resultados, resolvimos las ecuaciones de dispersión de RPA para ambos Hamiltonianos H_{RPA} (BCS) y H_{eff} . Los valores determinados para las energías intrínsecas RPA, $w_{j\nu}$, se muestran en la Tabla 3.1. Las cuatro raíces obtenidas para ambas aproximaciones no resultan muy diferentes, si bien puede verse que las correspondientes a H_{eff} están ligeramente corridas hacia arriba. En la Fig.3.1 mostramos los resultados obtenidos para las amplitudes avanzadas ($\lambda_{j\nu}$ y $X_{j\nu}$ para H_{RPA} (BCS) y H_{eff} , respectivamente) de los modos intrínsecos de energía diferente de cero. Podemos ver que las componentes dominantes para ambos casos

pertenecen a las mismas configuraciones, pero, a diferencia del último estado ($\nu=4$), los tres primeros presentan una fase opuesta con respecto a los de H_{RPA} (BCS); pueden observarse también algunas diferencias en cuanto al valor absoluto de dichas amplitudes. A fin de estimar el efecto de estas diferencias, en magnitud y en fase, con respecto a algún observable físico, calculamos explícitamente los elementos de matriz para el proceso de transferencia de dos partículas, conectando estados de un fonón con el vacío de RPA por medio del operador de transferencia de pares, definido por:

$$T = (2)^{-1/2} \sum_j (a_j^\dagger a_j^\dagger)_{00} \quad (3.75)$$

los resultados para ambas aproximaciones son los que se muestran en la Tabla 3.2, vemos que existen algunas diferencias en cuanto a la población de los estados individuales, pero la intensidad total prácticamente coincide en ambos métodos.

Calculamos además la superposición entre los estados intrínsecos correspondientes a H_{RPA} (BCS) y H_{eff} , calculada a partir del conmutador entre los estados RPA intrínsecos obtenidos bajo las aproximaciones H_{RPA} (BCS) y H_{eff} , como se muestra en la Tabla 3.3, de acuerdo con los resultados obtenidos podemos decir que el acuerdo entre ambas corresponde a un valor del orden del 82% en promedio.

Finalmente como una prueba adicional de la aplicabilidad del método de Pyatov adecuado al tratamiento de restauración de simetría en el caso del Hamiltoniano de apareamiento, calculamos los valores de los parámetros de inercia obtenidos mediante las

dos aproximaciones (52) y (54) y éstos resultaron del orden de 0.155 MeV y 0.158 MeV, respectivamente.

La totalidad de los resultados anteriormente discutidos son los correspondientes a las Refs. ICL 88, CL 90b).

3.6 Conclusiones

Hemos mostrado en este capítulo, que el procedimiento de restauración de simetría originalmente desarrollado por Pyatov para el caso de campos deformados de partícula independiente con simetría axial, puede aplicarse al caso del Hamiltoniano nuclear de apareamiento tratado en la base de cuasipartículas. La analogía establecida entre orientaciones en el espacio ordinario y en el espacio del número de partículas o espacio de gauge, en otras palabras, entre campos de partícula independiente deformados, sin invariancia rotacional y campos de cuasipartículas que no conservan la simetría del número de partículas, nos permite construir interacciones efectivas que restauran la simetría rota por la aproximación utilizada. Mostramos además que el método para construir dichas interacciones a partir del conmutador entre el campo de cuasipartícula independiente y el operador cuya simetría se desea restaurar, h , puede interpretarse en términos del modelo de ruptura intrínseca de simetrías, propuesto por A.Bohr y B.Mottelson dada la equivalencia formal establecida.

El completo acuerdo obtenido para los modos intrínsecos de dos cuasipartículas, a partir del tratamiento convencional H_{RPA} (BCS) y H_{eff} , muestra que el modo de energía cero puede ser removido sin ambigüedad.

Finalmente queremos aclarar que el procedimiento de restauración de simetría utilizado es válido solamente para un

sector del Hamiltoniano original, lo que llamamos H_{RPA} (BCS) que incluye los términos H_{11} y H_{22+40} . Los términos de acoplamiento entre modos rotacional y vibracional, los que en el Hamiltoniano original son de la forma H_{31} , deben ser tratados usando otro tipo de técnicas, basadas esencialmente en la posibilidad de cancelar dichos términos a través de transformaciones en el $H(BCS)$, esencialmente rotaciones cuyos generadores son operadores asociados con variables número y ángulo colectivas e intrínsecas [SM 76, SFM 79a y b, SFM 81]. Detalles adicionales con respecto a estas últimas referencias pueden encontrarse en la Ref.[CL 90b].

CAPITULO 4

**TRATAMIENTO DE SIMETRIAS EN SISTEMAS DEFORMADOS:
ROTACIONES**

4.1 Introduccion

En diversos trabajos recientes [Ham 71, HA 84, BB 84, HA 86, CFN 87, NFC 87] se ha discutido la descripción de excitaciones intrínsecas con momento angular y paridad $K^\pi=1^+$ en sistemas deformados. La motivación principal de estos estudios ha sido la creciente disponibilidad de nuevos datos experimentales referentes a fuertes transiciones de tipo dipolar magnético (transiciones M1) [BRS 84, BKR 84, BBD 84, DMM 85], y además al interesante problema, desde el punto de vista teórico, asociado con el desacoplamiento de grados de libertad rotacionales y vibracionales en bases deformadas [MW 69, SFM 79a y b, SFM 81].

Para la descripción de los estados intrínsecos $K^\pi=1^+$, la interacción residual responsable de las correlaciones entre pares de cuasipartículas es usualmente representada por una fuerza cuadrupolar separable independiente del spin. La elección de fuerzas cuadrupolares está justificada por el hecho que las componentes $\mu = \pm 1$ del operador cuadrupolar, $Q_{2\mu}$, inducen fuertes correlaciones de dos cuasipartículas [Ham 71, HA 84, BB 84, CFN 87, NFC 87], pero su uso basado en primeros principios tales como invariancia rotacional, no ha sido demostrado aún. Podemos decir en general que la descripción de estados $K^\pi=1^+$ en sistemas deformados puede abordarse de diferentes formas, como son:

i) a partir de interacciones modelo de dos cuerpos, sujetas a

vínculos, [Ham 71, HA 84, BB 84, CFN 87, NFC 87],

ii) con interacciones efectivas extraídas del Hamiltoniano de un cuerpo, bajo condiciones de invariancia global de simetría [BP 75, NFC 87, CFN 87, CL 89].

Demostremos que, en la aproximación de fases al azar (RPA), ambos métodos son equivalentes. Sin embargo, en una descripción detallada del mecanismo de desacoplamiento asociado a la interacción entre grados de libertad vibracionales y rotacionales [CL 89], aparecen algunas diferencias importantes.

Dedicaremos el presente capítulo a describir analíticamente las equivalencias, como así también las limitaciones que plantean ambos métodos desde el punto de vista teórico. Respecto a estos puntos, mostraremos que la aparición de un modo espúreo a energía cero, generado por la acción del operador momento angular sobre el estado fundamental correlacionado, cuando se incluye esto como una restricción a la ecuación de movimiento, no es suficiente para alcanzar un desacoplamiento completo entre los modos vibracional y rotacional. Este inconveniente teórico del método (i) podría evitarse adoptando el procedimiento del método (ii). Mostraremos además que las condiciones de restauración global de simetría no quedan garantizadas automáticamente por una normalización de las constantes de acoplamiento cuadrupolares o por la adopción de relaciones entre los elementos de matriz de los operadores cuadrupolar y momento angular en la base de cuasipartículas.

Discutiremos el formalismo en la siguiente sección y también la comparación de ambos métodos. Incluiremos en la sección de discusión la comparación a nivel de las probabilidades de

transición M1, ejemplificando con el análisis de un modelo simplificado. Las conclusiones se presentarán en la sección 5. Los detalles de los desarrollos presentados, se encuentran consignados en las Refs.[Lic 86, CL 89].

4.2 Formalismo

El tratamiento de la fuerza multipolo-multipolo de tipo cuadrupolar, H_{QQ} , en la aproximación de RPA, para el estudio de estados $K^\pi=1^+$ en una base deformada con simetría axial ha sido discutida en detalle en las Refs. [Ham 71, CFN 87, NFC 87]. La elección de este tipo de interacciones modelísticas ha sido previamente justificada en analogía con el uso de fuerzas cuadrupolares en una base de Nilsson deformada [BB 84]. Si bien los resultados de los cálculos realizados con esta interacción describen razonablemente bien propiedades de los estados 1^+ experimentalmente observados, [Ham 71, HA 84, BB 84, CFN 87, NFC 87], puede hacerse una observación con respecto a la validez del procedimiento teórico, con referencia al uso de una interacción que no es autoconsistente en bases deformadas. Por otra parte, la introducción de interacciones residuales autoconsistentes adecuadas para el tratamiento microscópico de dichos estados 1^+ , propuesta por Pyatov [BP 75], nos permite confrontar estas dos posibilidades y en este contexto, el estudio de la remoción del estado espúreo resulta importante.

La remoción de este estado, asociado a grados de libertad rotacionales colectivos, para el caso de la interacción cuadrupolo-cuadrupolo, puede lograrse parcialmente mediante una adecuada elección de las constantes de acoplamiento [Ham 71, HA 84]; sin embargo, se requieren restricciones adicionales para

eliminar las componentes espúreas de las funciones de onda RPA intrínsecas [NFC 87, NF 88, CL 89]. En el caso de utilizar interacciones residuales autoconsistentes, debido a que su estructura se obtiene a partir de condiciones de restauración global de simetría, el estado espúreo debería estar automáticamente desacoplado de las excitaciones intrínsecas, como veremos.

4.2a Fuerzas multipolo-multipolo

Para comenzar con el tratamiento de las interacciones multipolo-multipolo, escribiremos el Hamiltoniano, H_{MM} , en la representación de cuasipartículas (3.10), que será de la forma:

$$H_{MM} = H_{qp} + H_{QQ} , \quad (4.1)$$

donde H_{qp} es el término de cuasipartícula independiente definido por:

$$H_{qp} = \sum_{i,z} E_i (\alpha_i^\dagger \alpha_i + \alpha_i^\dagger \alpha_{i,z}^-) , \quad (4.2)$$

el índice i corresponde al conjunto de números cuánticos necesarios para especificar un estado de cuasipartícula en un campo central deformado, en nuestro caso un potencial de Woods-Saxon axialmente simétrico [Noj 84], E_i son las energías de cuasipartícula, el índice z determina el tipo de partículas

$(z=n,p)$ para neutrones y protones, respectivamente; H_{QQ} es la interacción cuadrupolo-cuadrupolo definida por

$$H_{QQ} = - \sum_{m,z,z'} m \kappa_{zz'} Q(m,z) Q(m,z'), \quad (4.3)$$

donde la definición del operador cuadrupolar $Q(m,z)$ en la base de cuasipartículas, requiere la siguiente definición de operadores de pares en dicha base:

$$\begin{aligned} A^\dagger(ik,mz) &= (1/2)^{1/2} (\alpha_i^\dagger \alpha_k^\dagger - m \alpha_i^\dagger \alpha_k^\dagger)_z, \\ \bar{A}^\dagger(ik,mz) &= (1/2)^{1/2} (\alpha_k^\dagger \alpha_i^\dagger + m \alpha_k^\dagger \alpha_i^\dagger)_z, \end{aligned} \quad (4.4)$$

que satisfacen las relaciones de conmutación:

$$\begin{aligned} [A^\dagger(ik,mz) , A^\dagger(jl,m'z')] &= \delta_{mm'} \delta_{zz'} (\delta_{kl} \delta_{ij} + m \delta_{kj} \delta_{il}) \\ [\bar{A}^\dagger(ik,mz) , \bar{A}^\dagger(jl,m'z')] &= \delta_{mm'} \delta_{zz'} (\delta_{kl} \delta_{ij} - \delta_{kj} \delta_{il}) \\ [A^\dagger(ik,mz) , \bar{A}^\dagger(jl,m'z')] &= [\bar{A}^\dagger(ik,mz) , A^\dagger(jl,m'z')] = 0 \end{aligned} \quad (4.5)$$

En esta base de operadores de pares, expresamos el operador cuadrupolar en la forma:

$$\begin{aligned} Q(m,z) &= \sum_{ik}^{(z)} (q(ik,mz) (A^\dagger(ik,mz) + m A(ik,mz)) \\ &\quad + \bar{q}(ki,mz) (\bar{A}^\dagger(ik,mz) + m \bar{A}(ik,mz))) , \end{aligned} \quad (4.6)$$

omitiremos de aquí en más, por razones de comodidad, los términos de la forma $\bar{A}^\dagger(ik,mz)$ y $\bar{A}(ik,mz)$, sobreentendiendo que éstos se incluyen dentro de las sumas indicadas; los coeficientes $q(ki,mz)$ corresponden a los elementos de matriz del operador cuadrupolar [CFN 87]:

$$Q_{21}(m,z) = (1/2) \left\{ Q_{21}^\dagger(z) + m Q_{21}(z) \right\}, \quad (4.7)$$

$$q(ki,mz) = - (2)^{-1/2} \langle k | Q(m,z) | i \rangle (U_k V_i + U_i V_k)_z, \quad (4.8)$$

$$\bar{q}(ki,mz) = (2)^{-1/2} \langle \bar{k} | Q(m,z) | i \rangle (U_k V_i + U_i V_k)_z.$$

Esta combinación lineal, para un dado valor de z define los dos operadores intrínsecos asociados con un estado $K^\pi=1^+$, para $m=\pm 1$. Podemos expresar el término de interacción en función de las componentes isoescalar e isovectorial del operador cuadrupolar, definidas como combinaciones lineales de (7) cuya expresión es [CFN 87]:

$$Q(m,\tau) = Q(m,n) + (-)^\tau Q(m,p), \quad (4.9)$$

donde $\tau=0$ corresponde al modo isoescalar y $\tau=1$ al isovectorial. En esta representación escribimos el término correspondiente a la interacción cuadrupolar en la forma:

$$H_{QQ} = - \frac{1}{2} \sum \kappa(\tau) Q^\dagger(m,\tau) Q(m,\tau), \quad (4.10)$$

donde $\kappa(\tau) = \kappa_{nn} + (-)^\tau \kappa_{np}$.

Podemos realizar el tratamiento RPA del Hamiltoniano H_{MM} ,

introduciendo los fonones $\Gamma_{\nu}^{\dagger}(m)$, definidos en la misma base como [CFN 87]:

$$\Gamma_{\nu}^{\dagger}(m) = \frac{1}{2} \sum_{ik,z} \left[\psi_{\nu}(ki,mz) A^{\dagger}(ik,mz) - \phi_{\nu}(ki,mz) A(ik,mz) \right], \quad (4.11)$$

y resolviendo la ecuación de movimiento

$$\left[H_{MM}, \Gamma_{\nu}^{\dagger}(m) \right] = w_{\nu} \Gamma_{\nu}^{\dagger}(m), \quad (4.12)$$

obtenemos la ecuación secular que nos permite determinar las energías w_{ν} correspondientes al ν -ésimo estado correlacionado:

$$(1-\kappa(+))S_{\nu}(n) (1-\kappa(+))S_{\nu}(p) - \kappa^2(-)S_{\nu}(n)S_{\nu}(p) = 0, \quad (4.13)$$

donde las constantes $\kappa(\pm)$ se definen como combinaciones lineales de las constantes de acoplamiento isoescalar e isovectorial de la forma: $\kappa(\pm) = \kappa(0) \pm \kappa(1)$; las cantidades $S_{\nu}(z)$ están definidas por:

$$S_{\nu}(z) = 4 \sum_{i,k}^{(z)} \frac{E_{ik} q^2(ki,mz)}{E_{ik}^2 - w_{\nu}^2}, \quad (4.14)$$

donde $E_{ik} = E_i + E_k$ son las energías de pares de cuasipartículas.

En función de estas cantidades obtuvimos las siguientes expresiones para las amplitudes [CFN 87, CL 89]:

$$\psi_{\nu}(ki,mz) = N_{\nu}(z) q(ki,mz) / (E_{ik} - w_{\nu}), \quad (4.15)$$

$$\phi_{\nu}(ki,mz) = m N_{\nu}(z) q(ki,mz) / (E_{ik} + w_{\nu}),$$

donde el factor de normalización $N_{\nu}(z)$, está dado por:

$$N_{\nu}(n) = \left[\frac{w_{\nu}}{2} \left(S'_{\nu}(n) + \frac{1}{a_{\nu}^2} S'_{\nu}(p) \right) \right]^{-1/2}, \quad (4.16)$$

y las cantidades $S'_{\nu}(z)$ y a_{ν} resultan definidas a partir de las expresiones:

$$S'_{\nu}(z) = 4 \sum_{ik}^{(z)} \frac{E_{ik} q^2(ki,mz)}{(E_{ik}^2 - w_{\nu}^2)^2},$$

$$a_{\nu} = \frac{\kappa(-) S_{\nu}(p)}{1 - \kappa(+) S_{\nu}(n)}. \quad (4.17)$$

Dada la simetría de los elementos de matriz del operador cuadrupolar con respecto al cambio de signo de m , esto es $q^2(ki,+z) = q^2(ki,-z)$, como la dependencia con m de las cantidades $S_{\nu}(z)$ y $S'_{\nu}(z)$ está dada a través de $q^2(ki,mz)$, podemos afirmar que los fonones $m = \pm 1$ están degenerados para una dada energía w_{ν} . Sin embargo ambos fonones son necesarios para la construcción de los estados intrínsecos ILic 86, CFN 87, CL 891. A partir de este procedimiento de linealización expresamos el Hamiltoniano en su forma armónica:

$$H_{RPA} = \text{const} + \sum_{m,\nu} w_{\nu} \Gamma_{\nu}^{\dagger}(m) \Gamma_{\nu}(m) . \quad (4.18)$$

Como discutimos anteriormente, entre las soluciones de (13) hay una solución de energía cero correspondiente al estado espúreo [HA 84], generado por la acción del operador momento angular, $J(m)$ sobre el estado fundamental no perturbado. Imponiendo la condición:

$$[H_{MM}, J(m)] = 0 , \quad (4.19)$$

con $J(m) = J_{+} - m J_{-}$, aseguramos que el modo espúreo quedará fijado a energía cero y para lo cual el Hamiltoniano esquemático, H_{MM} , deberá satisfacer esa condición de invariancia rotacional [Ham 71, CFN 87, CL 89]. Sin embargo, dicha condición será satisfecha sólo en forma aproximada ya que de los dos términos del Hamiltoniano, H_{qp} fue introducido como un campo medio no autoconsistente y no invariante rotacional; y la interacción residual H_{qq} , tampoco es autoconsistente ni invariante bajo rotaciones. En consecuencia, como resultado de (19), debe establecerse una relación entre los elementos de matriz de los operadores cuadrupolar y momento angular cuya expresión es [CFN 87, CL 89]:

$$q(ki,mz) = m E_{ik} j(ki,mz) / F(m,z) , \quad (4.20)$$

$$F(m,z=\frac{n}{p}) = \kappa(\pm) \bar{E}(m,n) + \kappa(\mp) \bar{E}(m,p) ,$$

con

$$\bar{E}(m,z) = 4m \sum_{ik}^{(z)} q(ki,mz) j(ki,mz).$$

que es satisfecha exactamente si uno trabaja en una base de Nilsson [BB 84], pero para otros potenciales de partícula independiente deformados axialmente simétricos dichas relaciones no han sido verificadas y no tenemos ningún argumento para afirmarlo.

Si uno resuelve las ecuaciones resultantes de la condición (19), se llega a una ecuación secular de la forma:

$$1 - \kappa(+)(S_0(n)+S_0(p)) + (\kappa^2(+)-\kappa^2(-))S_0(n)S_0(p) = 0 , \quad (4.21)$$

S_0 corresponde a la expresión dada por (14) para el valor $w_\nu=0$. Podemos verificar que esta última ecuación corresponde a la ecuación secular (13) obtenida anteriormente para la frecuencia $w_\nu=0$. Decimos entonces que la condición (19) fija el estado espúreo a energía cero, pero esta condición no garantiza el desacoplamiento completo entre el modo espúreo y los estados intrínsecos 1^+ [CFN 87, CL 89], dada la imposibilidad de afirmar que la relación (20) es válida exactamente.

Una forma de medir la cantidad de espuriosidad que contienen los estados intrínsecos $(\Gamma_\nu^\dagger(m)$ con $w_\nu \neq 0$), es calcular la superposición de éstos con $J(m)$, mediante el conmutador [CL 89]:

$$[J(m), \Gamma_{\nu}^{\dagger}(m)] = \sum_{ikz} \frac{2w_{\nu} N_{\nu}(z) q(ki, mz) j(ki, mz)}{E_{ik}^2 - w_{\nu}^2}, \quad (4.22)$$

que no resulta nulo para valores $w_{\nu} \neq 0$, como debería ser si efectivamente el estado espúreo estuviera desacoplado del espectro intrínseco.

Este inconveniente puede atribuirse a la pérdida de autoconsistencia de las interacciones modelo $H_{\alpha\alpha}$.

Recientemente [NF 88, FNT 88], en relación a este problema de la imposibilidad de desacoplar el modo espúreo, se introdujo un término adicional al Hamiltoniano H_{MM} . Este nuevo término consiste en lo que los autores llaman un acoplamiento directo entre las funciones de onda RPA, representadas por $\Gamma_{\nu}^{\dagger}(m)$ y la rotación isoescalar generada por el operador momento angular $J(m)$, el Hamiltoniano así construido es de la forma :

$$\tilde{H} = H_{MM} + H_{DC}, \quad (4.23)$$

donde el término de acoplamiento directo está definido de la siguiente manera [NF 88]:

$$H_{DC} = \frac{1}{2} \sum_{\nu m} k(\nu m) J^{\dagger}(m) (\Gamma_{\nu}^{\dagger}(m) - m \Gamma_{\nu}(m)), \quad (4.24)$$

para cada excitación 1^+ , se determinan las intensidades del acoplamiento directo, $k(\nu m)$ a fin de asegurar que:

$$[J(m) , \Gamma_{\nu}^{\dagger}(m)] = 0 , \quad (4.25)$$

así, $k(\nu m)$ tiene el significado de un multiplicador de Lagrange ajustado de forma tal de asegurar la ortogonalidad de las funciones de onda intrínsecas con el estado espúreo [NF 88].

Sin embargo, la inclusión de un término de acoplamiento directo, como el descrito, carece de sentido, ya que: en primer lugar las variables incluidas, $J(m)$ y $\Gamma_{\nu}^{\dagger}(m)$, no son variables colectivas e intrínsecas estrictamente hablando, ya que el estado espúreo se mezcla con el espectro intrínseco, confirmado por el resultado del conmutador (22). Por otra parte, en [NF 88] consideran un acoplamiento directo, H_{DC} , al H_{MM} , sujeto a la condición de invariancia rotacional. La validez de esta aproximación se fundamenta en la validez exacta de las relaciones entre los elementos de matriz de los operadores J y Q , que como dijimos no se verifica en bases deformadas arbitrarias. Si así fuera, el estado espúreo estaría completamente desacoplado del espectro intrínseco y por lo tanto el término H_{DC} no tendría razón de ser. Entendemos que la inclusión de dicho término conduce a conclusiones contradictorias.

4.2b Interacciones residuales autoconsistentes [CL 89]

El uso de interacciones efectivas autoconsistentes definidas de forma tal de restaurar la simetría rotacional para la descripción de excitaciones intrínsecas en sistemas deformados,

fue propuesto para el caso de rotaciones nucleares por Pyatov [BP 75]. Como vimos en el capítulo anterior dicho método puede adecuarse al tratamiento de rotaciones en espacio de gauge [CL 88].

Comenzamos el tratamiento partiendo de la definición de un Hamiltoniano efectivo que llamaremos H_{SC} , según la notación de la Ref.[CL 89], que lo escribimos como:

$$H_{SC} = H_{qp} + H_{SR} , \quad (4.26)$$

donde H_{qp} es el Hamiltoniano de cuasipartícula independiente (2) y H_{SR} es el término incluido para restaurar la simetría rotacional. La estructura de este término se obtiene a partir del conmutador [BP 75, CL 89]:

$$[H_{qp} , J(m)] , \quad (4.27)$$

cuya estructura, a partir de la definición del operador momento angular

$$J(m) = 2 \sum_{kiz} j(ki,mz) (A^\dagger(ik,mz) - m A(ik,mz)) , \quad (4.28)$$

resulta:

$$[H_{qp} , J(m)] = 2 \sum_{kiz} j(ki,mz) E_{ki} (A^\dagger(ik,mz) + m A(ik,mz)) . \quad (4.29)$$

En términos de este conmutador definimos la interacción residual,

H_{SR} como:

$$H_{SR} = - \frac{2}{\gamma} \sum_m m [H_{qp}, J(m)] [H_{qp}, J(m)] , \quad (4.30)$$

donde la constante de acoplamiento γ queda determinada por la condición [BP 75]:

$$[H_{sc}, J(m)] = 0 , \quad (4.31)$$

que es satisfecha por construcción siempre que [CL 89]:

$$\gamma = 4 \langle [J^\dagger(m), [H_{qp}, J(m)]] \rangle = 16 \sum_{ikz} E_{ik} j^2(ki, mz) . \quad (4.32)$$

El espectro de excitaciones intrínsecas asociado a H_{sc} podemos obtenerlo haciendo un tratamiento RPA en la base de fonones que llamaremos $\tilde{\Gamma}_\nu^\dagger(m)$:

$$\tilde{\Gamma}_\nu^\dagger(m) = \frac{1}{2} \sum_{ikz} \left[\tilde{\psi}_\nu(ki, mz) A^\dagger(ik, mz) - \tilde{\phi}_\nu(ki, mz) A(ik, mz) \right] . \quad (4.33)$$

siguiendo el procedimiento standard, imponemos la condición de linealización:

$$[H_{sc}, \tilde{\Gamma}_\nu^\dagger(m)] = \tilde{w}_\nu \tilde{\Gamma}_\nu^\dagger(m) , \quad (4.34)$$

a fin de determinar las amplitudes y energías del ν -ésimo fonon, que resultan [CL 89]:

$$\tilde{\psi}_{\nu}(ki,mz) = \frac{8m E_{ik} N_{\nu}^{SC} j(ki,mz)}{\gamma (E_{ik} - \tilde{w}_{\nu})}, \quad (4.35)$$

$$\tilde{\phi}_{\nu}(ki,mz) = \frac{8 E_{ik} N_{\nu}^{SC} j(ki,mz)}{\gamma (E_{ik} + \tilde{w}_{\nu})},$$

donde

$$N_{\nu}^{SC} = \left[\frac{32 \tilde{w}_{\nu} P'_{\nu}}{\gamma^2} \right]^{-1/2}, \quad (4.36)$$

y

$$P'_{\nu} = 4 \sum_{ikz} \frac{E_{ik}^3 j^2(ki,mz)}{(E_{ik}^2 - \tilde{w}_{\nu}^2)^2};$$

dada la condición de normalización:

$$1 = \frac{1}{2} \sum_{ikz} (\tilde{\psi}_{\nu}^2(ki,mz) - \tilde{\phi}_{\nu}^2(ki,mz))$$

la relación de dispersión obtenida es [CL 89]:

$$\gamma = 4 P_{\nu}, \quad (4.37)$$

con

$$P_{\nu} = 4 \sum_{ikz} \frac{E_{ik}^3 j^2(ki,mz)}{E_{ik}^2 - \tilde{w}_{\nu}^2}. \quad (4.38)$$

4.3 Comparacion entre las soluciones RPA [CL 89]

Vamos a realizar una comparación entre las funciones de onda de ambos Hamiltonianos H_{MM} y H_{SC} , a fin de establecer una correspondencia entre ambos; esto nos lleva a las ecuaciones:

$$q(ki,mz) = \left(\frac{2}{\gamma \kappa_{ZZ}} \right)^{1/2} E_{ik} j(ki,mz) , \quad (4.39)$$

teniendo en cuenta las relaciones entre los elementos de matriz de los operadores J y Q (20) obtenidas a partir de la imposición de invariancia rotacional sobre H_{MM} , ec.(19), y comparándola con esta última ecuación tenemos que:

$$F^2(m,z) = \frac{\gamma \kappa_{ZZ}}{2} . \quad (4.40)$$

Luego, esto implica que la estructura RPA de ambos Hamiltonianos H_{MM} y H_{SC} coincidará siempre que $F^2(mz)=cte..$ Sin embargo, la soluciones para $F^2(mz)$ obtenidas a partir del tratamiento RPA de H_{MM} , con las constantes de acoplamiento ajustadas de forma tal de fijar el estado espúreo 1^+ a energía cero, no resultan un valor constante [CL 89]. Esto significa que para que la equivalencia entre los Hamiltonianos sea válida, debemos imponer la restricción (19), o equivalentemente imponer que las relaciones (20) entre los elementos de matriz de los operadores J y Q sean estrictamente válidas y claramente esto no

es efectivo en cualquier base realista. El ajuste de las constantes de acoplamiento consiste en definir una relación entre ellas de la forma: $q = \kappa(1)/\kappa(0)$, y a partir de la ecuación secular (para $w_\nu=0$) fijando el valor de q (0, -0.6 y -3.5) [CFN 87, NF 88] se determina una de las dos constantes en función de este valor [Ham 71, Lic 86].

La razón principal de esta discrepancia podemos basarla en el hecho que el modo de energía cero generado por H_{MM} , no es ortogonal a los estados intrínsecos $\Gamma_\nu^\dagger(m)$ [CL 89], como pudimos ver a partir del conmutador (22) . Para el caso de H_{SC} esta relación de ortogonalidad puede verificarse directamente a partir de:

$$[J(m) , \tilde{\Gamma}_\nu^\dagger(m)] = m C_0 , \quad (4.41)$$

con

$$C_0 = (16 \tilde{w}_\nu N_\nu^{SC} / \gamma) \sum_{ikz} E_{ik} j^2(ki,mz) / (E_{ik}^2 - \tilde{w}_\nu^2) , \quad (4.42)$$

luego tenemos

$$[J_+ , \tilde{\Gamma}_\nu^\dagger(+) + \tilde{\Gamma}_\nu^\dagger(-)] = [J_- , \tilde{\Gamma}_\nu^\dagger(+) - \tilde{\Gamma}_\nu^\dagger(-)] = 0 , \quad (4.43)$$

y el estado espúreo resulta ortogonal a los modos intrínsecos tomados como combinación lineal de ambos fonones $m = \pm 1$ [CL 89].

Para finalizar con esta comparación y a fin de ilustrar las diferencias entre ambos métodos, vamos a calcular la contribución

rotacional, separando el término $w_{\nu}=0$ de los correspondientes Hamiltonianos RPA.

Para el primer caso, H_{MM} , obtuvimos [CL 89]:

$$\sum_m (w_{\nu} \Gamma_{\nu}^{\dagger}(m) \Gamma_{\nu}(m))_{w_{\nu}=0} = \frac{2}{(S'_0(n)+S'_0(p))} J^2, \quad (4.44)$$

bajo condiciones fuertemente restrictivas, ya que primeramente, para simplificar las expresiones consideramos solamente el canal isoescalar de la fuerza cuadrupolar ($\kappa(1)=0$); los factores $F(mz)$ fueron aproximados por constantes y elegidos como fijos al valor arbitrario $F(mz)=1$ con las dimensiones adecuadas y además, supusimos que las ecuaciones que relacionan los elementos de matriz de los operadores Q y J (20) se satisfacen en forma exacta. Sin estas tres condiciones hubiera resultado imposible llegar a una expresión como (44) y separar del espectro RPA un término rotacional, pero dichas condiciones no se satisfacen para cualquier campo medio deformado, excepto para el de Nilsson [BB 84].

El momento de inercia correspondiente calculado en forma completamente análoga a la expuesta en el capítulo anterior para obtener la ec.(3.52), lo podemos expresar como:

$$\mathcal{I} = \sum_{ikz} \frac{j^2(ki, mz)}{E_{ik}}. \quad (4.45)$$

Para el segundo caso el tratamiento RPA de H_{SC} , nos conduce directamente a obtener [CL 89]:

$$\sum_m \left(\tilde{w}_\nu \Gamma_\nu^\dagger(m) \Gamma_\nu(m) \right)_{\tilde{w}_\nu=0} = \frac{8}{P'_{\nu=0}} J^2, \quad (4.46)$$

sin requerir ninguna condición adicional, más que la que fija el valor de la constante de acoplamiento γ ; el momento de inercia asociado coincide con el valor obtenido anteriormente.

En síntesis, estamos confrontados con dos aproximaciones diferentes. En la primera hemos partido de una representación del término de cuasipartícula, H_{qp} , la cual no posee simetría rotacional en un campo de Woods-Saxon deformado con simetría axial, y de una interacción residual modelo del tipo multipolo-multipolo, $H_{\alpha Q}$. El tratamiento RPA de este Hamiltoniano determina un estado espúreo a energía cero y un conjunto de excitaciones intrínsecas las cuales no están totalmente desacopladas del estado espúreo. En la segunda aproximación partimos del mismo H_{qp} y a partir de éste construimos una interacción efectiva capaz de restaurar la simetría rotacional, después del tratamiento RPA obtuvimos un espectro intrínseco claramente desacoplado del estado espúreo [CL 89].

Mientras el primer método requiere la validez de las relaciones entre los elementos de matriz de los operadores J y Q, las que no se satisfacen para cualquier campo medio deformado, el segundo no requiere la validez de dichas relaciones y aproximadamente, a nivel de la RPA, restaura la simetría rota por la adopción de un campo medio de cuasipartículas deformado. El segundo método podría representar una técnica más general para restaurar simetrías [Nam 87].

En lo que sigue, describiremos algunas diferencias

adicionales particularmente reflejadas en probabilidades de transición dipolares magnéticas.

4.4 Discusion

4.4a Probabilidades de transicion M1

Una vez determinada la estructura de los de estados de fonón, resolviendo la ecuación de dispersión para las energías w_ν y calculando las amplitudes, podemos escribir la función de onda rotacionalmente invariante como [CFN 87]:

$$|IM K^\pi=1^+, \nu\rangle = \left(\frac{2I+1}{32\pi^2} \right)^{1/2} \sum_{m=\pm} \left[\mathcal{D}_{M1}^I(w) - m(-)^I \mathcal{D}_{M-1}^I(w) \right] \times \\ (1/2)^{1/2} \left[\Gamma_\nu^\dagger(m=+) + m \Gamma_\nu^\dagger(m=-) \right] |0\rangle, \quad (4.47)$$

con $w_\nu \neq 0$, basados en la función de onda del modelo unificado de Bohr y Mottelson [BM 75], entendiendo los fonones $m = \pm 1$ como miembros de un par de estados intrínsecos relacionados por la transformación de inversión temporal tal como $\phi_k(\nu)$ y $\phi_k^-(\nu)$ en la notación de la Ref. IBM 75].

Escribimos las componentes tensoriales del operador M1 intrínseco en la forma:

$$M'(M1, \mu) = (3/4\pi)^{1/2} \mu_N m_\mu, \quad (4.48)$$

donde $\mu_N = (eh/2Mc)$ es el magnetón de Bohr y m_μ son las componentes tensoriales del operador dipolar magnético:

$$\mu = \sum_z \left[g_l(z) \hat{j}(z) + 1/2 (g_s(z) - g_l(z)) \hat{\sigma}(z) \right], \quad (4.49)$$

en esta expresión, $g_l(z)$ y $g_s(z)$ son los factores giromagnéticos orbital y de spin, respectivamente; $\hat{j}(z)$ y $\hat{\sigma}(z)$ los operadores de momento angular y spin, respectivamente.

Luego de la evaluación de los elementos de matriz de $M'(M1, \mu)$, en la base de operadores A^\dagger, A (4), obtenemos la siguiente expresión asociada a la probabilidad de transición:

$$B(M1, \nu)^\dagger = (3/4\pi) \mu_N^2 m_\nu^2, \quad (4.50)$$

en el sistema del laboratorio, con

$$m_\nu = \sum_{kiz} m_+(ki, z) \begin{bmatrix} \psi_\nu(ki, -z) + \phi_\nu(ki, -z) \\ \tilde{\psi}_\nu(ki, -z) + \tilde{\phi}_\nu(ki, -z) \end{bmatrix}, \quad (4.51)$$

la parte superior (inferior) corresponde al tratamiento de $H_{MM} (H_{SC})$, m_+ son los elementos de matriz de las componentes tensoriales de μ en la base de cuasipartículas. Más explícitamente, tenemos para H_{MM} :

$$m_\nu = \sum_{kiz} m_+(ki, z) q(ki, -z) N_\nu(z) \frac{2w_\nu}{E_{ik}^2 - w_\nu^2}, \quad (4.52)$$

y para H_{SC} [CL 89]:

$$m_{\nu} = - \sum_{kiz} m_{+}(ki,z) j(ki,-z) \frac{16N_{\nu}^{SC}}{\gamma} \frac{\tilde{w}_{\nu} E_{ik}}{E_{ik}^2 - \tilde{w}_{\nu}^2} . \quad (4.53)$$

A partir de estas dos últimas expresiones, podemos ver que, a menos que se cumplan estrictamente las relaciones (20) ambas resultan diferentes. Esta diferencia reflejada en las amplitudes de transición, muestra la principal discrepancia entre ambos formalismos. Podemos atribuir esto a la imposibilidad de remover completamente el estado espúreo del espectro intrínseco de H_{MM} .

Un cálculo numérico, realizado en forma sistemática para ambos Hamiltonianos, indicaría un límite para estas diferencias, sin embargo resulta evidente que éstas resultarán particularmente notables para estados $K^{\pi} = 1^{+}$ dominados por pocas configuraciones de dos cuasipartículas. A partir de los resultados numéricos de [CFN 87], esto representa el problema en cuestión dada la débil colectividad asociada con los estados $K^{\pi} = 1^{+}$ más bajos en los núcleos de tierras raras.

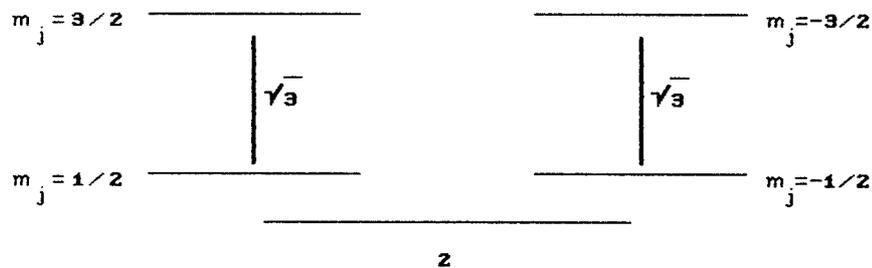
4.4b Analisis en un modelo simplificado

Vamos a hacer un análisis de los resultados obtenidos a partir de los formalismos discutidos en las secciones previas, utilizando como modelo un sistema simplificado [Val 61, KS 73, CL 89]. Asumiremos que el Hamiltoniano de partícula independiente representa un sistema de 2Ω partículas distribuidas en un

multiplete $j=3/2$, así tendremos:

$$H_{sp} = \varepsilon \sum_{\nu} (a_{\nu}^{\dagger} a_{\nu} + a_{\nu}^{\dagger} a_{\nu}^{-} - b_{\nu}^{\dagger} b_{\nu} - b_{\nu}^{\dagger} b_{\nu}^{-}), \quad (4.54)$$

donde el espaciamiento en energías $\varepsilon (m_j = \pm 3/2) - \varepsilon (m_j = \pm 1/2)$ se fija en el valor 2ε y el número de estados de partícula independiente disponibles es dos veces el número de partículas. Los niveles inferiores ($m_j = \pm 1/2$) están degenerados y completamente ocupados, mientras que los niveles superiores ($m_j = \pm 3/2$) también son degenerados y están vacíos. Los operadores $a_{\nu}^{\dagger} (a_{\nu})$ crean (aniquilan) una partícula en un estado $m_j = 3/2$ y los operadores $b_{\nu}^{\dagger} (b_{\nu})$ crean (aniquilan) una partícula en un estado $m_j = 1/2$; un estado reverso de los anteriores ($m_j = -3/2, m_j = -1/2$) lo notamos como $\bar{\nu}$; esquemáticamente tenemos un sistema:



Diversas propiedades asociadas con rotaciones nucleares dentro de este modelo han sido discutidas en términos de clasificaciones en una teoría de grupos [KS 73]. Los efectos rotacionales en este espacio puede introducirse definiendo un término rotacional de la forma $al^2/2$, donde a es inversamente proporcional al momento de inercia según la notación de [KS 73]. Aplicaremos el formalismo de Pyatov a este H_{qp} , para esto

escribimos las expresiones del operador momento angular en la forma:

$$J_+ = (3)^{1/2} \sum_{\nu} (a_{\nu}^{\dagger} b_{\nu} - b_{\nu}^{\dagger} a_{\nu}^{-}) + 2 \sum_{\nu} b_{\nu}^{\dagger} b_{\nu}^{-}, \quad (4.55)$$

$$J_- = (J_+)^{\dagger}.$$

con esto determinamos $J(m) = J_+ - m J_-$ y los correspondientes elementos de matriz $j(\nu m) = (6)^{1/2}$ y calculamos el conmutador [CL 89]:

$$[H_{sp}, J(m)] = 2\varepsilon (6)^{1/2} \left[\sum_{\nu} (A^{\dagger}(\nu, m) + m A(\nu, m)) \right], \quad (4.56)$$

necesario para determinar la interacción residual (H_{sc}); los operadores de pares en este espacio correspondientes a los definidos en la ec.(4) resultan [CL 89]:

$$A^{\dagger}(\nu, m) = (2)^{-1/2} (a_{\nu}^{\dagger} b_{\nu} + m a_{\nu}^{\dagger} b_{\nu}^{-}), \quad (4.57)$$

$$A(\nu, m) = (A^{\dagger}(\nu, m))^{\dagger}.$$

Luego, el Hamiltoniano efectivo tendrá la forma [CL 89]:

$$H_{sc} = H_{sp} - C_{\gamma} \sum_{\nu \omega m} A^{\dagger}(\nu, m) A(\omega, m)$$

$$- (C_{\gamma}/2) \sum_{\nu \omega m} m (A^{\dagger}(\nu, m) A^{\dagger}(\omega, m) + A(\nu, m) A(\omega, m)) + \text{const.}, \quad (4.58)$$

con $C_{\gamma} = \varepsilon/\Omega$, obtenido a partir de la condición (32).

Realizando el tratamiento RPA obtenemos para las amplitudes [CL 89]:

$$\psi_{\nu}(m) = C_{\gamma} \Lambda_{\nu}(m) / (2\varepsilon - w_{\nu}), \quad (4.59)$$

$$\phi_{\nu}(m) = m C_{\gamma} \Lambda_{\nu}(m) / (2\varepsilon + w_{\nu}),$$

donde

$$\Lambda_{\nu}(m) = 1 / C_{\gamma} (w_{\nu} P'_{\nu})^{1/2}, \quad (4.60)$$

y

$$P'_{\nu} = 2\varepsilon\Omega / (4\varepsilon^2 - w_{\nu}^2)^2.$$

La ecuación de dispersión que determina la frecuencia w_{ν} es [CL 89]:

$$1 = C_{\gamma} P_{\nu}, \quad (4.61)$$

con $P_{\nu} = 4\varepsilon\Omega / (4\varepsilon^2 - w_{\nu}^2)$.

Debido a la estructura de dos niveles de la base de partícula independiente utilizada, la ecuación de dispersión tendrá solamente una solución para $w_{\nu}=0$; las excitaciones intrínsecas están representadas por las energías no perturbadas de dos cuasipartículas.

Tomando la expresión armónica del Hamiltoniano, extraemos la contribución $w_{\nu}=0$ y el resultado es el siguiente [CL 89]:

$$\begin{aligned}
H_{\text{RPA}} &= \sum_{m,\nu} w_\nu \Gamma_\nu^\dagger(m) \Gamma_\nu(m) , \\
H_{\text{RPA}} &= (\varepsilon/2\Omega) \sum_{\nu\omega m} \left[2A^\dagger(\nu,m)A(\omega,m) - \right. \\
&\quad \left. - m(A^\dagger(\nu,m)A^\dagger(\omega,m) + A(\nu,m)A(\omega,m)) \right] + \sum_{m\nu \neq 0} w_\nu \Gamma_\nu^\dagger(m) \Gamma_\nu(m).
\end{aligned}
\tag{4.62}$$

Podemos escribir el primer término, que corresponde a $w_\nu=0$, en términos del operador momento angular $J(m)$ y obtenemos:

$$H_{\text{RPA}}(w_\nu=0) = -(\varepsilon/12\Omega) \sum_m m J^2(m) , \tag{4.63}$$

y resulta en un término rotacional con un valor de $a = 2\varepsilon/3\Omega$, como el obtenido en [KS 73].

Podemos concluir, a partir de estos resultados, que el método propuesto originalmente por Pyatov para restaurar la simetría rotacional nos permite extraer del Hamiltoniano deformado de partícula independiente un término rotacional con el valor correcto para el momento de inercia, comparando los resultados correspondientes a las Refs. [KS 73, GL 89].

Si en este modelo hacemos el mismo estudio incluyendo ahora una interacción del tipo cuadrupolo-cuadrupolo, dado que la base de partícula independiente introducida puede interpretarse como un caso extremo de Nilsson, deberemos mostrar que el tratamiento RPA de H_{MM} conduce a resultados que coinciden con el tratamiento anterior. Escribimos entonces el operador cuadrupolar que corresponde al modelo y obtenemos que éste tiene la forma:

$$Q(m) = \sum_{\nu} q(\nu, m) \left(A^{\dagger}(\nu, m) + m A(\nu, m) \right), \quad (4.64)$$

y con éste, el Hamiltoniano total resulta:

$$H_{MM} = H_{sp} - K(0) \sum_{\nu\omega m} m \left(A^{\dagger}(\nu, m) A^{\dagger}(\omega, m) + A(\nu, m) A(\omega, m) + 2 A^{\dagger}(\nu, m) A(\omega, m) \right), \quad (4.65)$$

con $k(0) = \varepsilon/2\Omega$. Si comparamos H_{MM} con H_{SC} vemos que ambos Hamiltonianos coinciden, ya que $2k(0) = C_{\gamma}$, [CL 89].

4.4c Cálculos numéricos en casos realistas

Comparación de resultados numéricos correspondientes a probabilidades de transición M1 y energías de excitación, tomando las diferentes aproximaciones: H_{MM} , \tilde{H} y H_{SC} , pueden mostrarse a partir de las obtenidas para los núcleos ^{154}Sm , ^{156}Gd , ^{158}Gd , ^{164}Dy , ^{168}Er y ^{174}Yb .

Los cálculos fueron realizados con los parámetros de deformación cuadrupolar y hexadecapolar y Δ (el gap) mostrados en la Tabla 4.1 [NF 88]. Se utilizó un potencial de Woods-Saxon deformado axialmente simétrico con los parámetros indicados en [Noj 84]. El problema de autovalores del potencial de Wood-Saxon se resolvió incluyendo estados hasta la capa $N_{osc} = 11$, incluyendo todos los estados de partícula independiente hasta una energía de

aproximadamente 10MeV por encima del nivel de Fermi para los cálculos RPA. Esto conduce a alrededor de 1400 configuraciones con $K^\pi = 1^+$ para cualquiera de los núcleos estudiados.

En la Fig.4.1 [NF 88] se muestra la comparación de las probabilidades de transición $B(M1;0 \rightarrow 1^+)$ para el ^{156}Gd usando el Hamiltoniano H_{MM} sujeto a la restricción de invariancia rotacional, H_{SC} y \tilde{H} ; se tomaron valores de la relación de las constantes isoescalar e isovectorial $q=0, -0.6$ y -3.5 indicados en el gráfico. Los valores obtenidos para H_{MM} sujeto a las relaciones entre los elementos de matriz j y q , y para el caso de pura interacción cuadrupolar, difieren considerablemente de los obtenidos a partir de H_{SC} y \tilde{H} , los cuales presentan valores muy cercanos el uno del otro y muy aproximados al valor experimental $B(M1)^\dagger = 1.3 \pm 0.2 \mu_N^2$.

En la Fig.4.2, [NF 88], se muestran los valores de la energía de excitación de los estados $K^\pi = 1^+$ para el ^{156}Gd para los mismos Hamiltonianos considerados en la Fig.4.1; puede verse que su valor no es sensible a la interacción elegida en contraste con la sensibilidad mostrada para las $B(M1)$.

Las probabilidades de transición $B(M1)$ para los seis núcleos estudiados [NF 88], se presentan en la Fig.4.3, mostrando que sus valores son bien reproducidos por las interacciones correspondientes a \tilde{H} y H_{SC} , ya que éstos están dentro de los valores experimentales indicados por línea continua. Existe una pequeña discrepancia en el valor obtenido para el ^{154}Sm usando H_{SC} .

Finalmente el mismo estudio se muestra en la Fig.4.4 para los estados 1^+ de baja energía.

4.5 Conclusiones

Hemos estudiado la influencia de diversas interacciones residuales sobre las excitaciones $K^{\pi} = 1^{+}$ generadas a partir de un tratamiento tipo RPA sobre un potencial de Woods-Saxon deformado, con simetría axial. Centramos el interés en los efectos producidos por la restauración de la invariancia rotacional del Hamiltoniano y podemos concluir:

* que el uso de interacciones multipolo-multipolo de tipo cuadrupolar, para la descripción de estados 1^{+} en una base deformada, nos conduce a un sistema no invariante rotacional; la imposición de esta simetría requiere estrictas condiciones de proporcionalidad entre los elementos de matriz de los operadores J y Q. Estas condiciones no son automáticamente satisfechas por cualquier campo de partícula independiente deformado y además, si bien esto nos permite fijar el modo espúreo generado por la acción del momento angular sobre el estado fundamental a energía cero, la elección de la constante de acoplamiento isoescalar e isovectorial bajo estas condiciones, no garantiza el desacoplamiento entre las excitaciones intrínsecas y el estado espúreo.

* La inclusión de un término de acoplamiento directo no resulta apropiada, como discutimos en el texto, ya que introduce contradicciones con respecto tanto a su origen como a su efecto de desacoplar el estado espúreo.

* La técnica de restauración de simetría que nos permite construir

autoconsistentemente la interacción residual a partir del campo medio deformado, asegura la separación del modo espúreo, que queda completamente desacoplado del espectro intrínseco, con la obtención de un valor correcto para el momento de inercia y sin restricciones adicionales sobre los elementos de matriz. La estructura de esta interacción residual efectiva es similar, pero no equivalente, a la del modelo de fuerzas multipolo-multipolo como hemos mostrado para el modelo simplificado considerado en Refs. ICL 89, CL 90a).

CAPITULO 5

SISTEMAS SUPERCONDUCTORES ROTANTES

CONSIDERACIONES DE SIMETRIA

5.1 Introduccion

El estudio del movimiento de los nucleones en un potencial central deformado, que además es sometido a rotaciones, es tratado usualmente dentro del modelo de "cranking" [Ing 54, NTP 77]. La inclusión de una interacción entre nucleones a través de fuerzas de apareamiento, no puede tratarse con el formalismo usual de la aproximación de BCS, ya que en el sistema intrínseco la simetría de inversión temporal no está conservada por la inclusión del término rotacional de "cranking" [Goo 74, KS 74, FSG 76, KO 81, DNS 83]. Los métodos conocidos para tratar correctamente los grados de libertad rotacionales en presencia de correlaciones de apareamiento son: i) La teoría de Hartree-Fock-Bogoliubov + "cranking" [MAE 82], la cual requiere el cálculo de elementos de matriz y la diagonalización de matrices de dimensiones muy altas en una forma autoconsistente [ACF 80, Goo 74]. ii) tener en cuenta los efectos de apareamiento resolviendo las ecuaciones de BCS en una aproximación modificada la cual responde a la ruptura de la simetría de inversión temporal [Mar 77, MFA 82].

En este capítulo, discutiremos el tratamiento de un sistema deformado rotante, particularmente enfocado hacia la estructura de las fuerzas residuales que restauran la simetría rotacional. Incluimos a este nivel las interacciones de apareamiento y proponemos un tratamiento BCS modificado, en forma consistente con la inclusión del término rotacional. Finalmente construimos una

nueva interacción residual efectiva capaz de restaurar la simetría del número de partículas [CL 90a]. Elegimos para desarrollar el formalismo una base muy esquemática de partícula independiente, en la cual el álgebra puede resolverse explícitamente y pueden indicarse las aproximaciones sin complicaciones adicionales. Dicha base corresponde al multiplete $j=3/2$ utilizado en el capítulo anterior [KS 73].

En la sección siguiente desarrollaremos el formalismo comenzando por el tratamiento del término rotacional y la interacción residual correspondiente; luego el tratamiento del término de apareamiento y la fuerza efectiva que restaura la simetría del número de partículas, y finalmente el tratamiento RPA del Hamiltoniano resultante. La discusión de los resultados obtenidos se presenta en la sección 10 y finalmente las conclusiones en la sección 11. Detalles adicionales del desarrollo de este formalismo pueden encontrarse en Ref.[CL 90a].

5.2 Formalismo

El punto de partida es la definición del Hamiltoniano que describe el movimiento de los nucleones en un potencial central deformado, en presencia de un término rotacional tipo "cranking", incluyendo interacciones de apareamiento. El Hamiltoniano correspondiente a este modelo es de la forma [CPF 83a, CFM 85]:

$$H = H_{sp} + H_c + H_{pair} , \quad (5.1)$$

H_{sp} es el término de partícula independiente, H_c el término de "cranking" y H_{pair} corresponde a la interacción de apareamiento. Escribimos dichos términos en la base del multiplete $j=3/2$ definida en el capítulo 4 a partir de las ref. [Val 61, KS 73].

El Hamiltoniano de partícula independiente puede escribirse como:

$$H_{sp} = \epsilon \sum_{\nu=1}^{\Omega} (a_{\nu}^{\dagger} a_{\nu} + a_{\nu}^{-\dagger} a_{\nu}^{-} - b_{\nu}^{\dagger} b_{\nu} - b_{\nu}^{-\dagger} b_{\nu}^{-}) , \quad (5.2)$$

el término rotacional, que representa rotaciones alrededor del eje x perpendicular al eje de simetría, queda definido a partir de la expresión para el operador momento angular, en la forma:

$$H_c = -w J_x , \quad (5.3)$$

con

$$J_x = (3/4)^{1/2} \sum_{\nu} (a_{\nu}^{\dagger} b_{\nu} + b_{\nu}^{\dagger} a_{\nu} - a_{\nu}^{\dagger} b_{\nu}^{-} - b_{\nu}^{\dagger} a_{\nu}^{-}) + \sum_{\nu} (b_{\nu}^{\dagger} b_{\nu}^{-} + b_{\nu}^{\dagger} b_{\nu}^{+}) , \quad (5.4)$$

donde w es la frecuencia rotacional. El operador J_x induce transiciones entre las capas superior e inferior y además entre los estados $m_j = \pm 1/2$ pertenecientes a la capa inferior (ver esquema cap.4).

La interacción de apareamiento en esta base resulta [KS 73]:

$$H_{\text{pair}} = -G \left(\sum_{\nu} (a_{\nu}^{\dagger} a_{\nu}^{\dagger} + b_{\nu}^{\dagger} b_{\nu}^{\dagger}) \right) \left(\sum_{\mu} (a_{\mu}^{-} a_{\mu}^{-} + b_{\mu}^{-} b_{\mu}^{-}) \right) , \quad (5.5)$$

donde G corresponde a la constante de acoplamiento de la interacción de apareamiento.

5.3 Tratamiento del Hamiltoniano rotacional [CL 90a]

Consideramos en esta subsección solamente los dos primeros términos del Hamiltoniano H (1) que llamaremos:

$$H_{\text{rot}} = H_{\text{sp}} - w J_x . \quad (5.6)$$

A fin de diagonalizar esta parte del Hamiltoniano, definimos una

transformación a una nueva base de operadores introduciendo las siguientes combinaciones lineales:

$$\begin{aligned}
 c_{\nu}^{\dagger} &= (1/2)^{-1/2} (a_{\nu}^{\dagger} + a_{\nu}^{\dagger}) , \\
 c_{\nu}^{\ddagger} &= - (1/2)^{-1/2} (a_{\nu}^{\dagger} - a_{\nu}^{\dagger}) , \\
 d_{\nu}^{\dagger} &= (1/2)^{-1/2} (b_{\nu}^{\dagger} + b_{\nu}^{\dagger}) , \\
 d_{\nu}^{\ddagger} &= - (1/2)^{-1/2} (b_{\nu}^{\dagger} - b_{\nu}^{\dagger}) .
 \end{aligned}
 \tag{5.7}$$

En esta nueva base el problema original de autovalores puede separarse en Ω ecuaciones, una para cada valor del índice ν . Teniendo en cuenta las expresiones de H_{sp} y J_x calculamos los elementos de matriz correspondientes y la matriz que debemos diagonalizar (para cada ν) tiene la forma:

$$M_{\nu} = \begin{pmatrix} -\varepsilon+w & -\beta & 0 & 0 \\ -\beta & \varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -w-\varepsilon & \beta \\ 0 & 0 & \beta & \varepsilon \end{pmatrix} ,
 \tag{5.8}$$

donde $\beta = (3/4)^{1/2}w$. Los elementos de matriz de M_{ν} han sido ordenados en el espacio producto tetradimensional $(d_{\nu}^{\dagger} \ c_{\nu}^{\dagger}) \times (d_{\nu}^{\dagger} \ c_{\nu}^{\dagger})$, y en este espacio producto los correspondientes autovectores pueden escribirse como:

$$|k,\nu\rangle = \sum_{j=1}^2 A_{kj} |j,\nu\rangle , \quad (5.9)$$

$$|\hat{k},\nu\rangle = \sum_{j=1}^2 \hat{A}_{kj} |\hat{j},\nu\rangle ,$$

donde los estados rotulados con $|j,\nu\rangle$ y $|\hat{j},\nu\rangle$ pertenecen al espacio de los operadores c_ν y d_ν :

$$\begin{aligned} |j=1,\nu\rangle &= d_\nu^\dagger |0\rangle , \\ |j=2,\nu\rangle &= c_\nu^\dagger |0\rangle , \\ |\hat{j}=1,\nu\rangle &= d_\nu^\dagger |0\rangle , \\ |\hat{j}=2,\nu\rangle &= c_\nu^\dagger |0\rangle . \end{aligned} \quad (5.10)$$

Los coeficientes A_{kj} y \hat{A}_{kj} para $k=1,2$, son las amplitudes correspondientes a los autovalores E_k y \hat{E}_k , respectivamente, que tiene la forma [CL 90a]:

$$\begin{aligned} E_k &= (w/2) \pm (w^2 - w\varepsilon + \varepsilon^2)^{1/2} , & k &= \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \\ \hat{E}_k &= -(w/2) \pm (w^2 + w\varepsilon + \varepsilon^2)^{1/2} , & k &= \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \end{aligned} \quad (5.11)$$

y sus expresiones están dadas por:

$$\begin{aligned}
A_{11} &= -A_{22} = \beta_1 A_{12} , \\
A_{21} &= A_{12} = (1 + \beta_1^2)^{-1/2} , \\
\hat{A}_{11} &= -\hat{A}_{22} = -\hat{\beta}_1 \hat{A}_{12} , \\
\hat{A}_{21} &= \hat{A}_{12} = (1 + \hat{\beta}_1^2)^{-1/2} ,
\end{aligned}
\tag{5.12}$$

donde

$$\begin{aligned}
\beta_1 &= \beta / (-\varepsilon + w - E_1) , \\
\hat{\beta}_1 &= \beta / (-\varepsilon - w - \hat{E}_1) .
\end{aligned}
\tag{5.13}$$

A partir de los autovectores $|k, \nu\rangle$ y $|\hat{k}, \nu\rangle$, podemos introducir un conjunto de operadores de creación, asociados con dichos estados, de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
C_{k\nu}^\dagger |0\rangle &= |k, \nu\rangle , \\
\hat{C}_{k\nu}^\dagger |0\rangle &= |\hat{k}, \nu\rangle ,
\end{aligned}
\tag{5.14}$$

y en función de estos operadores, podemos escribir el Hamiltoniano rotacional resultante en la forma:

$$H_{\text{rot}} = \sum_{k\nu} \langle E_k C_{k\nu}^\dagger C_{k\nu} + \hat{E}_k \hat{C}_{k\nu}^\dagger \hat{C}_{k\nu} \rangle ,
\tag{5.15}$$

que es la forma diagonal del Hamiltoniano de "cranking" en la base definida por los operadores $C_{k\nu}^\dagger$, $\hat{C}_{k\nu}^\dagger$ [GL 90a].

5.4 Hamiltoniano rotacionalmente invariante [CL 90a]

Los autoestados $|k,\nu\rangle$ y $|\hat{k},\nu\rangle$ del Hamiltoniano de "cranking" diagonalizado en la base $C_{k\nu}^\dagger$, $\hat{C}_{k\nu}^\dagger$, no son autoestados del operador momento angular, esto lo podemos expresar en la forma:

$$[H_{\text{rot}}, J_x] \neq 0. \quad (5.16)$$

A fin de recuperar la invariancia rotacional del problema, podemos construir interacciones residuales efectivas e incluirlas en la parte rotacional del Hamiltoniano H_{rot} .

Seguiremos para esto el procedimiento discutido en los capítulos 3 y 4, basados en la propuesta inicial presentada en Refs. [PCh 73, BP 75, CFN 87, NF 88, CL 89]. A partir del conmutador:

$$R = [H_{\text{rot}}, J_x], \quad (5.17)$$

podemos definir una interacción efectiva restauradora de la simetría rotacional y construir el Hamiltoniano:

$$H_J = H_{\text{rot}} + \gamma R^\dagger R, \quad (5.18)$$

donde la constante de acoplamiento, γ , se fija por la condición de invariancia rotacional:

$$\langle 0 | [H_J, J_x] | 0 \rangle = 0 . \quad (5.19)$$

Para obtener la expresión del conmutador R, debemos transformar el operador J_x a la base en la cual fue diagonalizado $H_{rot}(C_{k\nu}^\dagger, \hat{C}_{k\nu}^\dagger)$. Para esto invertimos las relaciones (9) y expresamos los operadores $d_\nu^\dagger, c_\nu^\dagger$ en la base $C_{k\nu}^\dagger, \hat{C}_{k\nu}^\dagger$. El resultado es:

$$\begin{aligned} |j, \nu\rangle &= \sum_k B_{jk} |k, \nu\rangle , \\ |\hat{j}, \nu\rangle &= \sum_k \hat{B}_{jk} |\hat{k}, \nu\rangle , \end{aligned} \quad (5.20)$$

donde B_{jk}, \hat{B}_{jk} son las amplitudes correspondientes a la inversión. Estas amplitudes satisfacen condiciones de ortogonalidad de la forma:

$$\begin{aligned} \sum_k B_{j_1 k} A_{kj} &= \delta_{j_1, j} , \\ \sum_k \hat{B}_{j_1 k} \hat{A}_{kj} &= \delta_{j_1, j} , \end{aligned} \quad (5.21)$$

con estas relaciones, haciendo el álgebra correspondiente obtenemos para J_x la expresión:

$$J_x = \sum_{l m \nu} (j_{lm} c_{l\nu}^\dagger c_{m\nu} - \hat{j}_{lm} \hat{C}_{l\nu}^\dagger \hat{C}_{m\nu}) , \quad (5.22)$$

donde los coeficientes resultan de la forma:

$$j_{lm} = (3)^{1/2}/2 (B_{2l} B_{1m} + B_{1l} B_{2m} - 2/(3)^{1/2} B_{1l} B_{1m}), \quad (5.23)$$

$$\hat{j}_{lm} = (3)^{1/2}/2 (\hat{B}_{2l} \hat{B}_{1m} + \hat{B}_{1l} \hat{B}_{2m} - 2/(3)^{1/2} \hat{B}_{1l} \hat{B}_{1m}).$$

Podemos calcular entonces la expresión del conmutador R, y el resultado es el siguiente:

$$R = \sum_{lm\nu} (R_{lm} C_{l\nu}^\dagger C_{m\nu} - \hat{R}_{lm} \hat{C}_{l\nu}^\dagger \hat{C}_{m\nu}), \quad (5.24)$$

$$(l,m = 1,2, \nu = 1 \rightarrow \Omega)$$

donde definimos:

$$R_{lm} = j_{lm} \cdot (E_l - E_m), \quad (5.25)$$

$$\hat{R}_{lm} = \hat{j}_{lm} \cdot (\hat{E}_l - \hat{E}_m).$$

De acuerdo con estas expresiones, podemos ver que los elementos de matriz R_{lm} y \hat{R}_{lm} cambian de signo si invertimos el orden de la configuración (lm) a (ml) , luego el operador hermítico conjugado de R resulta: $R^\dagger = -R$. Notamos además que las amplitudes A_{kj} , \hat{A}_{kj} y sus inversas B_{jk} , \hat{B}_{jk} son reales, luego también los son j_{lm} , \hat{j}_{lm} y R_{lm} , \hat{R}_{lm} .

Teniendo la expresión del conmutador R en la base $C_{k\nu}^\dagger$, $\hat{C}_{k\nu}^\dagger$, podemos determinar la forma explícita del término residual que llamamos $\gamma R^\dagger R$ y con éste, el Hamiltoniano H_j puede escribirse como:

$$\begin{aligned}
H_J = & H_{\text{rot}} - \sum_{l s \nu} \langle \epsilon_{ls} C_{l\nu}^\dagger C_{s\nu} - \hat{\epsilon}_{ls} \hat{C}_{l\nu}^\dagger \hat{C}_{s\nu} \rangle \\
& - \gamma \sum_{\substack{lm\nu \\ rs\mu}} \langle R_{lm} R_{rs} C_{l\nu}^\dagger C_{r\mu}^\dagger C_{s\mu} C_{m\nu} - R_{lm} \hat{R}_{rs} C_{l\nu}^\dagger \hat{C}_{r\mu}^\dagger \hat{C}_{s\mu} C_{m\nu} \\
& + \hat{R}_{lm} \hat{R}_{rs} \hat{C}_{l\nu}^\dagger \hat{C}_{r\mu}^\dagger \hat{C}_{s\mu} \hat{C}_{m\nu} - \hat{R}_{lm} R_{rs} C_{r\mu}^\dagger \hat{C}_{l\nu}^\dagger \hat{C}_{m\nu} C_{s\mu} \rangle,
\end{aligned} \tag{5.26}$$

$$(l, m, r, s = 1, 2, \nu, \mu = 1 \rightarrow \Omega),$$

con:

$$\epsilon_{ls} = \gamma \sum_m R_{lm} R_{ms}, \tag{5.27}$$

$$\hat{\epsilon}_{ls} = \gamma \sum_m \hat{R}_{lm} \hat{R}_{ms}.$$

La parte de un cuerpo de la interacción efectiva $\gamma R^\dagger R$ resulta diagonal, ya que los coeficientes ϵ_{ls} y $\hat{\epsilon}_{ls}$ resultan nulos para $l \neq s$ en la base considerada. Así la interacción residual contribuye con una parte de un cuerpo, modificando H_{rot} y con una parte de dos cuerpos.

Calculamos ahora, usando la expresión obtenida para H_J , la constante γ a partir de la condición de invariancia rotacional (19) y obtenemos que dicho valor queda fijado por la expresión [CL 90a]:

$$\gamma = -1/(4\Omega (R_{12} J_{12} + \hat{R}_{12} \hat{J}_{12})). \tag{5.28}$$

En síntesis, para este valor determinado para γ , obtuvimos un Hamiltoniano H_J , el cual es rotacionalmente invariante por

construcción.

5.5 Tratamiento de la interacción de apareamiento

Para comenzar con el tratamiento de la interacción H_{pair} , transformaremos la expresión de dicho término a la base $C_{k\nu}^\dagger$ en la cual diagonalizamos la parte rotacional del Hamiltoniano, siguiendo el mismo procedimiento utilizado para transformar J_x ; obtuvimos la siguiente expresión para la interacción de apareamiento:

$$H_{\text{pair}} = -G \sum_{\substack{l\nu \\ m\mu}} \hat{F}_{ll} \hat{F}_{mm} C_{l\nu}^\dagger \hat{C}_{l\nu}^\dagger \hat{C}_{m\mu} C_{m\mu}, \quad (5.29)$$

$(l,m = 1,2, \nu,\mu = 1 \rightarrow \Omega)$

en la cual no hemos tomado en cuenta los términos no diagonales resultantes de la transformación, ya que éstos no representan una interacción de pares en el modelo considerado; los coeficientes de la transformación resultaron:

$$\hat{F}_{ll} = \sum_j B_{jl} \hat{B}_{jl}. \quad (5.30)$$

Esta expresión para la fuerza de apareamiento es similar a la obtenida por Marshalek [Mar 77] y tiene la misma estructura de la fuerza de apareamiento propuesta en las Refs.[CPF 83a, CPF 83b,

CFM 85].

Definimos una constante de acoplamiento efectiva G_{eff} para la interacción en la forma sugerida por la expresión (29)

$$G_{\text{eff}} = G \hat{F}_{ll} \hat{F}_{mm}, \quad (5.31)$$

esta expresión resulta independiente de las configuraciones, como puede verificarse realizando la inversión indicada por la ec.(20) para cada valor del índice ν ; así obtenemos [CL 90a]:

$$\hat{F}_{ll} \hat{F}_{mm} = (1 - \beta_1 \hat{\beta}_1)^2 / (1 + \beta_1^2)(1 + \hat{\beta}_1^2). \quad (5.32)$$

Esta dependencia de G_{eff} con la frecuencia rotacional w , a través de β_1 y $\hat{\beta}_1$, como veremos más adelante es consistente con el bloqueo rotacional de la interacción de apareamiento, ya que existe un valor de la frecuencia rotacional w para el cual el producto de los factores \hat{F}_{ll} (32), que definen el valor de G_{eff} (31), se anula, dando así un valor nulo para la constante de acoplamiento [Mar 77].

5.6 Tratamiento BCS del Hamiltoniano efectivo [CL 90a].

Si bien la invariancia de inversión temporal ha sido violada por la inclusión del término de "cranking", H_c , en el Hamiltoniano de partícula independiente; mediante la inclusión de la interacción residual efectiva, $\gamma R^\dagger R$, construimos un Hamiltoniano

donde la invariancia rotacional global ha sido restaurada. En lo que concierne al tratamiento de la interacción de apareamiento, podemos considerar el Hamiltoniano [CL 90a]:

$$\begin{aligned}
 H' &= H_J - \lambda N + H_{\text{pair}} \\
 &= \sum_{k\nu} \langle E_k - \lambda + \gamma \sum_{\bar{m}} R_{km}^2 \rangle C_{k\nu}^\dagger C_{k\nu} \\
 &+ \sum_{k\nu} \langle \hat{E}_k - \lambda + \gamma \sum_{\bar{m}} \hat{R}_{km}^2 \rangle \hat{C}_{k\nu}^\dagger \hat{C}_{k\nu} \\
 &- G_{\text{eff}} \sum_{\substack{l\nu \\ m\mu}} C_{l\nu}^\dagger \hat{C}_{l\nu}^\dagger \hat{C}_{m\mu} C_{m\mu} \\
 &- \gamma \sum_{\substack{lm\nu \\ rs\mu}} \langle R_{lm} R_{rs} C_{l\nu}^\dagger C_{r\mu}^\dagger C_{s\mu} C_{m\nu} - R_{lm} \hat{R}_{rs} C_{l\nu}^\dagger \hat{C}_{r\mu}^\dagger \hat{C}_{s\mu} C_{m\nu} \\
 &+ \hat{R}_{lm} \hat{R}_{rs} \hat{C}_{l\nu}^\dagger \hat{C}_{r\mu}^\dagger \hat{C}_{s\mu} \hat{C}_{m\nu} - \hat{R}_{lm} R_{rs} C_{r\mu}^\dagger \hat{C}_{l\nu}^\dagger \hat{C}_{m\nu} C_{s\mu} \rangle.
 \end{aligned}
 \tag{5.33}$$

como apropiado, para cada valor de la frecuencia rotacional w , ya que en lo que respecta a excitaciones intrínsecas, el desacoplamiento de la rotación colectiva está garantizado [CL 89], como vimos luego de un tratamiento tipo RPA de H_{sc} (4.46). En otras palabras, podemos considerar a H' como un Hamiltoniano esférico efectivo, una vez que se establezca la correspondencia entre parejas reverso-temporales como los pares $(a_\nu^\dagger, a_\nu^\dagger)$ y $(C_{k\nu}^\dagger, \hat{C}_{k\nu}^\dagger)$. Por lo tanto puede efectuarse un tratamiento BCS usual para el tratamiento de la interacción de apareamiento en este caso, para cada valor de la frecuencia rotacional w .

Para comenzar con el procedimiento de BCS, introducimos la

transformación a la base de cuasipartículas en la forma:

$$\begin{pmatrix} \alpha_{k\nu}^\dagger \\ \hat{\alpha}_{k\nu} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_k & -V_k \\ V_k & U_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{k\nu}^\dagger \\ \hat{C}_{k\nu} \end{pmatrix}, \quad (5.34)$$

para cada valor del índice ν y para los índices de autovalores $k=1,2$.

Introducimos aquí las definiciones de los operadores número de cuasipartículas, $N_{k\nu}$ y $\hat{N}_{k\nu}$, y los de creación y aniquilación de pares de cuasipartículas $P_{k\nu}^\dagger$ y $P_{k\nu}$, de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} N_{k\nu} &= \alpha_{k\nu}^\dagger \alpha_{k\nu}, \\ \hat{N}_{k\nu} &= \hat{\alpha}_{k\nu}^\dagger \hat{\alpha}_{k\nu}, \\ P_{k\nu}^\dagger &= \alpha_{k\nu}^\dagger \hat{\alpha}_{k\nu}^\dagger, \\ P_{k\nu} &= \hat{\alpha}_{k\nu} \alpha_{k\nu}, \end{aligned} \quad (5.35)$$

y los coeficientes

$$\begin{aligned} y_k &= 2 U_k V_k, \\ x_k &= U_k^2 - V_k^2. \end{aligned} \quad (5.36)$$

Realizando el álgebra que permite transformar H' a la base de cuasipartículas y agrupando los diversos términos resultantes, obtuvimos el siguiente sistema de ecuaciones [GL 90a]:

$$n_k + n_k(\gamma) + n_k(p) = \varepsilon_k , \quad (5.37)$$

$$\hat{n}_k + \hat{n}_k(\gamma) + \hat{n}_k(p) = \hat{\varepsilon}_k ,$$

$$p_k + p_k(\gamma) + p_k(p) = 0 ,$$

donde n_k , \hat{n}_k y p_k son los coeficientes que aparecen en la expresión transformada de H' delante de los términos lineales en los operadores $N_{k\nu}$, $\hat{N}_{k\nu}$ y $P_{k\nu}^\dagger(P_{k\nu})$, respectivamente, originados por los términos $H_{\text{rot}} - \lambda N$ de H' ; los factores $n_k(\gamma)$, $\hat{n}_k(\gamma)$ y $p_k(\gamma)$ y $n_k(p)$; $\hat{n}_k(p)$ y $p_k(p)$, son los coeficientes de los mismos operadores originados por las contribuciones de $\gamma R^\dagger R$ y H_{pair} del Hamiltoniano H' . La parte derecha de las ecuaciones anteriores corresponde a la condición usual de la aproximación de BCS. La forma explícita del conjunto de ecuaciones a resolver, teniendo en cuenta la expresión de los coeficientes n_k y p_k y las condiciones dadas por las ecs.(37), resulta [CL 90a]:

$$(\bar{E}_k - \lambda) x_k + \Delta y_k = \bar{\zeta}_k(\gamma) , \quad (5.38)$$

$$-\Delta x_k + (\bar{E}_k - \lambda) y_k = -\rho_k(\gamma) ,$$

donde hemos definido

$$\bar{E}_k = \frac{E_k + \hat{E}_k}{2} ,$$

$$\bar{\zeta}_k(\gamma) = \bar{\zeta}_k - \nu_\gamma ,$$

$$\bar{\zeta}_k = \frac{\varepsilon_k + \hat{\varepsilon}_k}{2} ,$$

$$\nu_\gamma = -\gamma R_{12} \hat{R}_{12} y_1 y_2 + \gamma (R_{12}^2 + \hat{R}_{12}^2) x_1 x_2 / 2 ,$$

y

$$\rho(\gamma) = \begin{cases} \gamma R_{12} \hat{R}_{12} y_2 x_1 + \gamma (R_{12}^2 + \hat{R}_{12}^2) x_2 y_1 / 2, & (k=1) \\ \gamma R_{12} \hat{R}_{12} y_1 x_2 + \gamma (R_{12}^2 + \hat{R}_{12}^2) x_1 y_2 / 2, & (k=2) \end{cases} \quad (5.39)$$

resolviendo a partir de las expresiones obtenidas, determinamos la expresión para el valor del gap de energía Δ :

$$\Delta = G_{\text{off}} \sum_{k\nu} U_k V_k, \quad (5.40)$$

y para las energías de cuasipartícula:

$$\begin{aligned} \varepsilon_k &= \langle (\bar{E}_k - \lambda)^2 + \Delta^2 - \rho_k^2(\gamma) \rangle^{1/2} + \nu_\gamma + \bar{E}_k', \\ \hat{\varepsilon}_k &= \langle (\bar{E}_k - \lambda)^2 + \Delta^2 - \rho_k^2(\gamma) \rangle^{1/2} + \nu_\gamma - \bar{E}_k', \end{aligned} \quad (5.41)$$

donde $\bar{E}_k' = (E_k - \hat{E}_k)/2$.

Estas soluciones para las energías como así también para el gap, muestran, como veremos el comportamiento indicado en [Mar 77], particularmente referido como superconductividad sin gap ya que como puede verse a partir de las expresiones obtenidas para las energías de cuasipartículas, ε_k se mantiene diferente a $\hat{\varepsilon}_k$, aún cuando el valor del gap Δ sea cero (41).

Los factores de ocupación, U_k^2 y V_k^2 , que resultan de las ecuaciones desarrolladas son de la forma:

$$\begin{aligned}
 U_k^2 &= \left(1 + \frac{\bar{E}_k - \lambda}{D_k^{1/2}} f_k(\gamma)\right)/2, \\
 V_k^2 &= \left(1 - \frac{\bar{E}_k - \lambda}{D_k^{1/2}} f_k(\gamma)\right)/2,
 \end{aligned}
 \tag{5.42}$$

donde

$$D_k = (\bar{E}_k - \lambda)^2 + \Delta^2,$$

y

$$f_k(\gamma) = \left(1 + \frac{\rho_k(\gamma)\Delta}{\bar{\zeta}_k(\gamma)(\bar{E}_k - \lambda)}\right) / \left(1 + \frac{\rho_k^2(\gamma)}{\bar{\zeta}_k^2(\gamma)}\right)^{1/2}. \tag{5.43}$$

A partir del término de un cuerpo de H' , obtenemos el Hamiltoniano de cuasipartícula que resulta de la forma:

$$H_{qp} = \sum_{k\nu} (\epsilon_k \alpha_{k\nu}^\dagger \alpha_{k\nu} + \hat{\epsilon}_k \hat{\alpha}_{k\nu}^\dagger \hat{\alpha}_{k\nu}), \tag{5.44}$$

éste describe el espectro de excitaciones de cuasipartículas para un dado valor de la frecuencia rotacional w .

5.7 Restauración de la simetría del número de partículas [CL 90a]

Teniendo el Hamiltoniano de cuasipartícula, estamos en condiciones de construir una interacción de apareamiento efectiva de modo tal de obtener un Hamiltoniano efectivo con invariancia con respecto a la simetría del número de partículas. El

procedimiento es equivalente al que aplicamos previamente a sistemas esféricos [CL 88, CL 90b].

La violación de la simetría en el número de partículas la podemos expresar en términos del siguiente conmutador:

$$[H_{qp}, N] = S, \quad (5.45)$$

donde N es el operador número escrito en la base de cuasipartículas, su expresión es:

$$N = \sum_{k\nu} (x_k (N_{k\nu} + \hat{N}_{k\nu}) + y_k (P_{k\nu}^\dagger + P_{k\nu}) + 2 \Omega_j V_j^2). \quad (5.46)$$

La expresión determinada para el operador S , después de efectuar el conmutador indicado, es:

$$S = \sum_{k\nu} y_k (\epsilon_k + \hat{\epsilon}_k) (P_{k\nu}^\dagger - P_{k\nu}), \quad (5.47)$$

a partir de este operador construimos una interacción residual de la forma $\sigma S^\dagger S$, donde la constante de acoplamiento σ es fijada por la condición:

$$\langle | [H_{qp} + \sigma S^\dagger S, N] | \rangle_{BCS} = 0, \quad (5.48)$$

donde $| \rangle_{BCS}$ representa el vacío de BCS.

El valor obtenido para σ está dado por [CL 90a]:

$$\sigma = -1/(4\Omega \sum_i \sigma_i y_i), \quad (5.49)$$

donde

$$\alpha_i = y_i (\varepsilon_i + \hat{\varepsilon}_i), \quad (5.50)$$

con ésto el Hamiltoniano

$$H_N = H_{qp} + \sigma S^\dagger S, \quad (5.51)$$

satisface, por construcción la condición de invariancia requerida.

El Hamiltoniano final [CL 90a], para el sistema de cuasipartículas se obtiene agregando a H_N los términos obtenidos para la interacción residual dependiente de γ , los cuales no han sido incluidos en el tratamiento BCS, así tendremos:

$$H_{JN} = H_{qp} + \sigma S^\dagger S + \gamma (R^\dagger R)_{\text{residual}}, \quad (5.52)$$

donde la forma explícita del último término, en la base de cuasipartículas la daremos en la subsección siguiente, en conexión con el tratamiento RPA de las excitaciones $K^\pi=1^+$.

El término $\sigma S^\dagger S$, en H_{JN} , reemplaza al término residual, H_{22+40} , originado por el Hamiltoniano de apareamiento H_{pair} en la base de cuasipartículas. Como mostramos en [CL 88, CL 90b], ésto es necesario para garantizar el completo desacoplamiento del modo espúreo asociado con la acción de la componente de dos cuasipartículas del operador número, sobre el estado fundamental de BCS.

En esta aproximación dada por el Hamiltoniano H_{JN} , describiremos excitaciones colectivas e intrínsecas del sistema

rotante. Las interacciones efectivas $\gamma R^\dagger R$ y $\sigma S^\dagger S$, deberían dar lugar al desacoplamiento de las rotaciones colectivas, tanto en espacio físico como en espacio de gauge, como se describe en [PCh 73, BP 75, CL 88, CL 89, CL 90a y b]; mediante el tratamiento tipo RPA de las interacciones incluidas determinaremos también la estructura de las excitaciones intrínsecas.

5.8 Excitaciones colectivas intrínsecas. $K^\pi=0^+$ [CL 90a].

Para el estudio del espectro intrínseco de las excitaciones 0^+ , vamos a aplicar el tratamiento de linealización RPA al Hamiltoniano H_{JN} , en una base de fonones, definida por [CL 90a]:

$$\Gamma_n^\dagger = \sum_{k,\nu} \langle X_{kn} P_{k\nu}^\dagger - Y_{kn} P_{k\nu} \rangle . \quad (5.53)$$

Así las excitaciones intrínsecas $K^\pi=0^+$ estarán descritas por:

$$|K^\pi=0^+, n\rangle = \Gamma_n^\dagger |RPA\rangle , \quad (5.54)$$

aquí $|RPA\rangle$ corresponde al estado fundamental correlacionado. Siguiendo el procedimiento RPA usual, debemos resolver la ecuación de movimiento determinada por la condición:

$$[H_{JN}, \Gamma_n^\dagger] = \omega_n \Gamma_n^\dagger , \quad (5.55)$$

que es la condición de linealización; ω_n son las energías del

n-ésimo fonón. La solución de este sistema de ecuaciones nos permite determinar las amplitudes [CL 90a]:

$$\begin{aligned} X_{kn} &= \frac{\Lambda_n \sigma_k}{\epsilon_{kk\sigma} - \omega_n}, \\ Y_{kn} &= - \frac{\Lambda_n \sigma_k}{\epsilon_{kk\sigma} + \omega_n}, \end{aligned} \quad (5.56)$$

donde definimos:

$$\begin{aligned} \epsilon_{kk\sigma} &= \epsilon_{k\sigma} + \hat{\epsilon}_{k\sigma}, \\ \epsilon_{k\sigma} &= \epsilon_k - \sigma \sigma_k^2, \\ \hat{\epsilon}_{k\sigma} &= \hat{\epsilon}_k - \sigma \sigma_k^2, \end{aligned}$$

y

$$\Lambda_n = \left[4\Omega \omega_n \sum_k \frac{\epsilon_{k\sigma} \sigma_k^2}{((2\epsilon_{k\sigma})^2 - \omega_n^2)^2} \right]^{-1/2}. \quad (5.57)$$

Las energías RPA, ω_n , se calculan mediante la ecuación de dispersión cuya expresión resultó [CL 90a]:

$$1 + 4\Omega \sigma \sum_k \frac{\epsilon_{kk\sigma} \sigma_k^2}{(\epsilon_{kk\sigma})^2 - \omega_n^2} = 0. \quad (5.58)$$

En el desarrollo algebraico que nos permitió obtener las ecuaciones (56) y (58), a partir de las definiciones de H_{JN} y Γ_n^\dagger , sujetas a la condición impuesta por la ecuación de movimiento de la RPA, hemos descartado las contribuciones de orden $1/\Omega$. Es por esta razón que las expresiones resultantes son independientes de

la constante de acoplamiento γ . La relación de dispersión (58) en este espacio de partícula independiente tiene dos soluciones. Una de ellas representa la rotación colectiva en espacio de gauge y la otra da un estado $K^\pi=0^+$ intrínseco [CL 90a], como veremos en la sección 3.

5.8 Excitaciones colectivas intrínsecas. $K^\pi=1^+$ [CL 90a].

Para hacer el correspondiente tratamiento RPA de las excitaciones 1^+ , debemos explicitar la estructura de los términos de la forma $\gamma R^\dagger R$ incluidos en el Hamiltoniano total que contribuyen al canal $K^\pi=1^+$. Su expresión es la siguiente [CL 90a]:

$$\gamma (R^\dagger R)_{\text{residual}} = \gamma \sum_{\substack{lm \\ rs}} A_{lmrs} \left((P_{lm}^\dagger P_{rs} + P_{rs}^\dagger P_{lm}) - (P_{lm}^\dagger P_{rs}^\dagger + P_{lm} P_{rs}) \right),$$

(l,m,r,s=1,2)

(5.59)

donde

$$A_{lmrs} = R_{lm} R_{rs} U U V V + \hat{R}_{lm} \hat{R}_{rs} U U V V + 2 R_{lm} \hat{R}_{rs} U U V V, \quad (5.60)$$

y los operadores de pares están definidos por [CL 90a]:

$$P_{lm}^\dagger = \sum_{\nu=1}^{\Omega} \alpha_{l\nu}^\dagger \hat{\alpha}_{m\nu}^\dagger, \quad (5.61)$$

$$P_{lm} = (P_{lm}^\dagger)^\dagger,$$

con $(l \neq m)$.

Siguiendo el procedimiento RPA clásico, definimos el fonón:

$$\tilde{\Gamma}_n^\dagger = \sum_{lm} (X_{lmn} P_{lm}^\dagger - Y_{lmn} P_{lm}), \quad (5.62)$$

y con éste resolvemos la ecuación de movimiento:

$$[H_{JN}, \tilde{\Gamma}_n^\dagger] = \tilde{\omega}_n \tilde{\Gamma}_n^\dagger. \quad (5.63)$$

Las expresiones obtenidas para las amplitudes avanzada y retardada, X_{lmn} e Y_{lmn} , son las siguientes [CL 90a]:

$$X_{lmn} = \frac{\tilde{\Lambda}_n \gamma_{lm}}{\epsilon_{lm\sigma} - \tilde{\omega}_n},$$

$$Y_{lmn} = - \frac{\tilde{\Lambda}_n \gamma_{lm}}{\epsilon_{lm\sigma} + \tilde{\omega}_n}, \quad (5.64)$$

donde

$$\epsilon_{lm\sigma} = \epsilon_{l\sigma} + \hat{\epsilon}_{m\sigma},$$

$$\gamma_{lm} = R_{lm} U V + \hat{R}_{lm} U V_l,$$

y

$$\tilde{\Lambda}_n = \left[4\Omega \tilde{\omega}_n \sum_{l_m} \frac{\varepsilon_{lm\sigma} \gamma_{lm}^2}{(\varepsilon_{lm\sigma})^2 - \tilde{\omega}_n^2} \right]^{-1/2} \quad (5.65)$$

Las energías RPA, $\tilde{\omega}_n$, son determinadas para este caso a partir de la relación de dispersión [CL 90a]:

$$1 + 4\Omega \gamma \sum_{l_m} \frac{\varepsilon_{lm\sigma} \gamma_{lm}^2}{(\varepsilon_{lm\sigma})^2 - \tilde{\omega}_n^2} = 0 \quad (5.66)$$

Nuevamente dentro del espacio modelo que estamos considerando y como en el caso de las excitaciones 0^+ , obtenemos dos soluciones de esta relación de dispersión, donde, como discutiremos en la próxima sección, una de ellas representa la rotación colectiva dada por un término J^2 y la segunda corresponde a una excitación 1^+ intrínseca [CL 90a].

5.10 Resultados y discusión

En esta sección discutiremos algunos resultados, basados en el cálculo numérico realizado en el contexto del formalismo descrito en la sección anterior; dichos resultados, son los consignados en la Ref.[CL 90a]. Debido a la naturaleza simple y esquemática de la base de partícula independiente sobre la cual hemos trabajado [KS 73, CL 90a], la validez de los resultados obtenidos, resulta limitada al modelo. Con esta discusión pretendemos ilustrar el formalismo más que establecer una comparación con los datos reales. Mostraremos que el formalismo

desarrollado permite reproducir las características principales que son conocidas acerca de la interacción entre grados de libertad rotacionales y de apareamiento en una base deformada [Mar 77].

Para comenzar, discutimos la dependencia funcional de autovalores rotacionales de energía E_i y \hat{E}_i (11) con respecto a la frecuencia rotacional w . Los valores de dichas energías se muestran en la Fig.5.1, en unidades del espaciamiento en energía de los niveles de partícula independiente ε , el cual fue fijado al valor $\varepsilon = 1\text{MeV}$. Como puede verse, la separación entre los niveles inferiores E_2 y \hat{E}_2 es mayor que la correspondiente a los superiores E_1 y \hat{E}_1 . Esta diferencia se debe a la inclusión del término de dispersión $b_{\nu}^{\dagger}b_{\nu}^{-} + b_{\nu}^{\dagger}b_{\nu}$ en J_x , permitiendo transiciones entre los niveles inferiores. Sin embargo la estructura principal de los resultados obtenidos es correcta, ya que para valores de w crecientes, muestra una mayor alineación rotacional, lo cual se corresponde a lo encontrado para el mismo tratamiento usando una representación de signatura [Goo 74, ACF 80].

En cuanto a la variación de la constante de acoplamiento, γ , con respecto a w , mostrado en la Fig.5.2, encontramos que para valores bajos de la frecuencia rotacional hay una dependencia uniforme. Para $w/\varepsilon > 0.5$, el valor de γ cambia más rápidamente. Esto es una indicación que el término que restaura la simetría rotacional se vuelve inestable para valores de la frecuencia rotacional del orden del espaciado de los niveles de partícula independiente, señalando una posible transición de fase. Esta transición de fase está asociada en este modelo, con la intersección de los niveles de energía rotacional E_i y \hat{E}_i o con la

disminución de las diferencias de energía $E_i - E_j$ o $\hat{E}_i - \hat{E}_j$ como puede deducirse a partir de las ecuaciones (11) .

La dependencia rotacional de las energías de cuasipartícula, ϵ_i , $\hat{\epsilon}_i$, se muestra en la Fig.5.3; a partir de los resultados observados en esta figura, podemos ver que la diferencia entre ambas energías subsiste aún para valores de w para los cuales $\Delta=0$. En la Fig.5.4 se presenta la dependencia del gap, Δ , con respecto a la frecuencia rotacional y puede verse el efecto del colapso rotacional, esto corresponde a la existencia de un valor crítico de w , para el cual se anula el valor del gap, como fue discutido en el texto. Ambos resultados son consistentes con las conclusiones planteadas por [Mar 77] acerca del bloqueo rotacional de las correlaciones de apareamiento. Hemos tomado estos resultados como una indicación de la validez de las aproximaciones utilizadas en el presente capítulo.

Con los valores de las energías de cuasipartícula y de los números de ocupación ecs.(41,42), obtenidos en el marco del tratamiento BCS modificado, hemos calculado el valor de la constante de acoplamiento σ ec.(49), asociada con la restauración de la simetría del número de partículas. Los resultados, como puede verse en la Fig.5.5, muestran una independencia del valor de σ para el rango de valores de w que corresponden a un valor no nulo del gap y un cambio abrupto cerca del valor crítico $w/\epsilon \cong 0.80$. Esta tendencia responde a una dependencia inversa de σ con respecto a Δ .

Mediante la resolución de las ecuaciones de dispersión (58) y (66), calculamos las energías correspondientes a los estados intrínsecos $K^\pi=0^+$ y 1^+ , respectivamente. El comportamiento de los

autovalores ω_n y $\tilde{\omega}_n$, en función de la frecuencia rotacional es mostrado en las Figs.5.6 y 5.7. Debido a la elección particular del modelo del espacio de partícula independiente, que permite la inclusión de dos configuraciones para cada modo, las ecuaciones de movimiento RPA deben producir como soluciones un modo intrínseco y uno espúreo, el cual está asociado con la acción del operador de simetría correspondiente sobre el vacío, en nuestro caso: una rotación en espacio de gauge, para $K^\pi=0^+$ y una rotación en espacio físico para $K^\pi=1^+$.

Ya que estamos en presencia de una situación de simetría violada debemos distinguir, para cada conjunto de soluciones RPA, el estado rotacional (en espacio físico y de gauge) del estado vibracional. Para separar dichos modos calculamos la superposición entre el operador de momento angular y el operador número con cada uno de los fonones RPA ($\tilde{\Gamma}_n^\dagger$ para $K^\pi=1^+$ y Γ_n^\dagger para $K^\pi=0^+$), respectivamente. El resultado obtenido a partir de los conmutadores: $[J, \tilde{\Gamma}_n^\dagger]$ y $[N, \Gamma_n^\dagger]$, es que éstos resultan nulos para las soluciones $\tilde{\omega}_n$ y ω_n más altas y del orden de 1 para los valores más bajos. Esto significa que las interacciones residuales construidas muestran el comportamiento esperado de desacoplar las excitaciones vibracionales intrínsecas de las rotacionales.

Formalmente, si la separación entre las contribuciones vibracional y rotacional resulta posible debemos poder mostrar que para cada modo es posible escribir un Hamiltoniano de la forma:

$$H (K^\pi=0^+) = N^2/2\kappa + \omega \Gamma^\dagger \Gamma, \quad (5.67)$$

y

$$H (K^\pi=1^+) = J^2/2\mathcal{I} + \tilde{\omega} \tilde{\Gamma}^\dagger \tilde{\Gamma} , \quad (5.68)$$

donde las cantidades $1/2\kappa$ y $1/2\mathcal{I}$ están asociadas con los momentos de inercia inversos para rotaciones en espacios de gauge y físico, respectivamente. Para mostrar el mecanismo de desacoplamiento deberemos proceder como en el capítulo 3 [CL 88], transformando los modos RPA a la base de operadores \mathcal{P}_ν y \mathcal{L}_ν propuesta en [MW 69, MW 70]. Realizando las transformaciones correspondientes encontramos que los coeficientes frente a la variable angular \mathcal{L}_ν están dados por:

$$1/2 \left(\sum_k \sigma_k^2 / \epsilon_{kk\sigma}^3 \right)^{-1} \left(\sum_k \sigma_k^2 / \epsilon_{kk\sigma} \right) \left[1 + 4\Omega\sigma \sum_k \sigma_k^2 / \epsilon_{kk\sigma} \right] ,$$

para $K^\pi=0^+$, y

$$1/2 \left(\sum_{kk'} \gamma_{kk'}^2 / \epsilon_{kk'\sigma}^3 \right)^{-1} \left(\sum_{kk'} \gamma_{kk'}^2 / \epsilon_{kk'\sigma} \right) \\ \left[1 + 4\Omega\gamma \sum_{kk'} \gamma_{kk'} / \epsilon_{kk'\sigma} \right] ,$$

para $K^\pi=1^+$.

La cancelación de estos coeficientes para las raíces $\omega_n(\tilde{\omega}_n)=0$, puede verse directamente ya que los factores entre corchetes corresponden a las relaciones de dispersión obtenidas para cada caso (58) y (66) [CL 90a]. Esto significa que las divergencias presentes en el término correspondiente al campo medio son canceladas exactamente por las divergencias introducidas por los términos residuales que restauran las respectivas simetrías [CL 90a].

5.11 Conclusiones

En este capítulo, hemos desarrollado un mecanismo alternativo tendiente al correcto tratamiento de los grados de libertad de apareamiento en presencia de grados de libertad rotacionales, introducidos mediante la inclusión de un término rotacional de tipo "cranking", en una base deformada. Utilizando el formalismo desarrollado en los capítulos previos que permite restaurar la simetría rotacional mediante la inclusión de una interacción residual efectiva [CL 89, 90a], logramos obtener un Hamiltoniano con las condiciones de invariancia bajo inversión temporal, requeridas para un tratamiento BCS apropiado de la interacción de apareamiento. Al tratar estas interacciones bajo la aproximación BCS, perdemos la invariancia de la simetría del número de partículas debido a la adopción de un campo medio de cuasipartículas independientes. Aplicamos el mecanismo apropiado para restaurar esta simetría [CL 88] y obtenemos así un Hamiltoniano que finalmente posee las simetrías rotacional y del número de partículas [CL 90a].

En síntesis, hemos presentado un formalismo que permite la construcción de interacciones residuales efectivas, capaces de restaurar simultáneamente la simetrías rotas por la adopción de una base deformada y por la aplicación del formalismo de BCS. Mostramos explícitamente la estructura de estas interacciones en el caso particular de una base de partícula independiente muy

esquemática. Esto nos permitió llevar a cabo los cálculos correspondientes y mostrar que las aproximaciones utilizadas conducen a resultados que reproducen las características esperadas luego de un tratamiento simultáneo de rotaciones en presencia de interacciones de apareamiento, como son la persistencia del carácter superconductor del sistema, para gap nulo, y el colapso rotacional de la interacción de apareamiento para un valor crítico de la energía rotacional.

Hemos mostrado además, la posibilidad de desacoplar efectivamente el estado espúreo de las excitaciones intrínsecas, por medio de una transformación a la base de operadores \mathcal{P}_ν y \mathcal{Z}_ν , mostrando que la raíz de energía más baja de las ecuaciones de la RPA corresponde al estado espúreo, para las excitaciones 0^+ y 1^+ , ya que la superposición de ésta con el correspondiente operador de simetría resulta del orden de 1. La otra raíz, la perteneciente a la rama intrínseca, resulta completamente desacoplada de la anterior, ya que como hemos mostrado la superposición con los operadores N o J (para cada caso) resulta nula.

El método desarrollado, podría aplicarse satisfactoriamente a situaciones realistas, ya que este depende, como hemos discutido, de la definición de la base deformada.

Conclusiones generales

Debido a que al finalizar cada capítulo presentamos las conclusiones particulares para el problema desarrollado en cada uno de ellos, presentaremos en esta última sección las conclusiones generales en lo que respecta al tratamiento desarrollado que permite la construcción de una interacción residual efectiva, cuyos efectos sobre el campo medio de partícula independiente oportunamente adoptado, conduce a una restauración de una simetría particular, rota por la adopción de dicho campo medio de partícula independiente.

El método de restauración de simetría desarrollado en este trabajo de tesis consiste básicamente en tomar la expresión del Hamiltoniano que representa el campo medio y efectuar el conmutador entre éste y el operador cuya simetría se desea recuperar. Dicho conmutador, que representa un operador de un cuerpo, es la parte principal de la interacción residual efectiva la cual se construye a partir del producto de este operador de un cuerpo por su hermitico conjugado, agregando una constante de acoplamiento, ajustada correctamente bajo requerimientos de simetría. Mediante este procedimiento logramos obtener, por construcción, un Hamiltoniano efectivo que resulta invariante bajo la operación de simetría correspondiente.

La potencia del método reside en que no debemos hacer ninguna conjetura *a priori* acerca de la estructura de la interacción residual que debemos incluir, sino que la construimos autoconsistentemente en forma completamente microscópica. En los casos particulares que tratamos con todo detalle en los capítulos previos, pudimos confirmar que la inclusión de una interacción residual efectiva construida de la manera descripta, resulta apropiada.

Particularmente en el tratamiento de la interacción nuclear de apareamiento vimos que resulta posible adoptar la interacción residual, representada por los términos H_{22+40} , provista por la aproximación de BCS, o bien construirla a partir del campo medio de cuasipartículas tomando el conmutador entre éste y el operador número expresado en la misma base. Las expresiones obtenidas para la interacción residual efectiva resultan análogas a los términos residuales de la interacción de apareamiento en la aproximación de BCS. La comparación de los espectros intrínsecos obtenidos para ambas aproximaciones, luego de un tratamiento tipo RPA, conduce a resultados que permiten asegurar la validez de las aproximaciones utilizadas, particularmente los valores de las energías de los estados intrínsecos y las amplitudes de transferencia de dos partículas. Demostramos además que con este tratamiento resulta posible la interpretación del modo de frecuencia cero, asociado con la adopción del campo medio de cuasipartículas, como un modo rotacional colectivo, el cual, bajo la segunda aproximación, resulta completamente desacoplado del espectro intrínseco.

Para mostrar explícitamente el desacoplamiento de este estado

espúreo de energía cero transformamos el Hamiltoniano final, en el cual incluimos la interacción efectiva, a una base de operadores bosónicos canónicamente conjugados y tomando la contribución del modo con frecuencia cero obtuvimos que éste resulta en un término proporcional al cuadrado del operador número de cuasipartículas, los valores obtenidos para la constante de proporcionalidad, inversamente relacionada con el momento de inercia, están de acuerdo con los obtenidos a partir del tratamiento de BCS. Esto nos indica que el modo espúreo, que representa el modo rotacional colectivo, es removido del espectro intrínseco sin ambigüedad.

Mediante el mismo procedimiento estudiamos el tratamiento de la simetría rotacional en sistemas donde el campo medio es deformado, en nuestro caso elegimos una base deformada de Woods-Saxon. En este contexto construimos una interacción residual efectiva a partir del conmutador entre el Hamiltoniano de partícula independiente y el operador momento angular. La estructura del Hamiltoniano resultante se comparó con la correspondiente a la interacción cuadrupolar separable, generalmente usada para la descripción de excitaciones intrínsecas $K^\pi = 1^+$. Centramos la discusión fundamentalmente en la posibilidad de separar completamente del espectro intrínseco de excitaciones 1^+ , las contribuciones espúreas generadas por la acción del operador momento angular sobre el vacío correlacionado. Pudimos ver que con el uso de una interacción cuadrupolar, dicha posibilidad se ve fuertemente restringida por la validez de relaciones entre los elementos de matriz de los operadores cuadrupolar y momento angular, que surgen de la imposición de

invariancia rotacional y fijan además el modo espúreo a frecuencia cero. Dichas relaciones no son válidas en una base deformada arbitraria, como demostramos, particularmente para un potencial deformado de Woods-Saxon, sólo se satisfacen exactamente para el caso de un potencial de Nilsson. Sin embargo la inclusión de la interacción residual autoconsistentemente construida, permite separar completamente el estado espúreo del espectro intrínseco, sin las restricciones impuestas anteriormente sobre los elementos de matriz del operador momento angular, ya que la invariancia rotacional está asegurada por construcción, determinando correctamente la constante de acoplamiento.

Como una prueba adicional de la eficiencia del método propuesto en este trabajo estudiamos el problema relacionado con el tratamiento de las interacciones de apareamiento en un sistema rotante. La construcción de una interacción residual que restaura la simetría rotacional, rota por la adopción de una interacción tipo "cranking", permite el correcto tratamiento de la interacción de pares bajo un formalismo tipo BCS. Bajo esta aproximación perdemos la simetría del número de partículas, la cual restauramos mediante la inclusión de un término adicional construido como en el tratamiento anterior. Los resultados obtenidos, particularmente en lo que se refiere a los efectos rotacionales sobre la interacción de apareamiento, aseguran la validez del método. Encontramos que existe un valor crítico de la frecuencia rotacional para el cual la constante de acoplamiento de la interacción de apareamiento efectiva se anula, esto es lo que se conoce como colapso rotacional de la interacción de apareamiento.

Obtuvimos expresiones para las energías de los estados de cuasipartícula las cuales aún para valores nulos del parámetro del "gap" se mantienen diferentes, este efecto es el llamado superconductividad sin "gap".

La fundamentación teórica del método de construcción de interacciones residuales efectivas construidas a partir del campo medio y del operador de simetría correspondiente, está dada por un correcto tratamiento de los modos colectivos asociados con ruptura de simetrías. Hemos mostrado que los efectos de un campo de acoplamiento generado por pequeños desplazamientos del sistema, (pequeñas rotaciones en espacio físico o de gauge), conducen a las mismas expresiones obtenidas a partir de la construcción de la interacción residual por el método de los conmutadores. Luego éste último queda claramente sustentado por principios mecánico-cuánticos, siempre que pueda hablarse de una ruptura de simetría en forma continua.

Considerando el método desarrollado en este trabajo como una buena aproximación para la construcción de interacciones residuales efectivas capaces de restaurar simetrías en sistemas "deformados" , aplicaremos este formalismo al problema de la determinación del perfil nuclear en espacios de gauge. Instrumentaremos este estudio mediante el cálculo de factores de forma para la transferencia de pares e intentaremos relacionar los resultados obtenidos para las fluctuaciones de la densidad nuclear con aproximaciones macroscópicas como así también semi-microscópicas obtenidas por diferentes métodos [CL 90c].

Apendice A: Metodo de Hartree-Fock

Partiendo de la existencia de un potencial promedio de partícula independiente, de la forma:

$$H_{sp} = \sum_{i=1}^A h(i) , \quad (A.1)$$

consideramos sus autofunciones $\phi(1, \dots, A)$ como determinantes de Slater:

$$\phi(1, \dots, A) = \prod a_i^\dagger |-\rangle , \quad (A.2)$$

donde los operadores fermiónicos a_k^\dagger , a_k corresponden a las funciones de onda de partícula independiente φ_k , autofunciones del Hamiltoniano de partícula independiente:

$$h(i) \varphi_k(i) = \varepsilon_k \varphi_k(i) , \quad (A.3)$$

con $i = (\vec{r}_i, s_i, t_i)$.

Las funciones de onda $\varphi(i)$ son una representación de los autoestados $|k\rangle$ del Hamiltoniano de partícula independiente en la representación de coordenadas. Generalmente trabajamos en un espacio de configuraciones basado en algún conjunto ortogonal y completo de funciones de onda de partícula independiente $\{\varphi_i\}$, por

ejemplo el conjunto de funciones de onda del oscilador armónico. Las funciones φ_k pueden expandirse sobre esta base en la forma:

$$\varphi_k = \sum_l D_{lk} \alpha_l,$$

o lo podemos expresar en función de los correspondientes operadores:

$$a_k^\dagger = \sum_l D_{lk} c_l^\dagger, \quad (\text{A.4})$$

donde la transformación D es unitaria.

El método consiste en: Usar el conjunto de determinantes de Slater (2) que consiste de A funciones de onda de partícula independiente φ_i ortogonales, como funciones de onda de prueba y minimizar la energía dentro de este conjunto. Esta variación posibilita la determinación del operador de partícula independiente, H_{sp} . Antes de llevar a cabo la variación para determinar la función de onda de Hartree-Fock, calculamos la energía de Hartree-Fock, mediante el valor de expectación del Hamiltoniano de muchos cuerpos que representamos en segunda cuantificación en la base de operadores c_l^\dagger, c_l en la forma:

$$H = \sum_{pq} t_{pq} c_p^\dagger c_q + (1/4) \sum_{pqrs} \bar{v}_{pqrs} c_p^\dagger c_q^\dagger c_s c_r, \quad (\text{A.5})$$

donde \bar{v}_{pqrs} representa los elementos de matriz antisimetrizados de la interacción de dos cuerpos. Utilizando el teorema de Wick, es

posible calcular la energía:

$$E_{sp} = \langle \phi | H | \phi \rangle, \quad (\text{A.6})$$

como una funcional de la densidad de partícula independiente, cuyos elementos de matriz están dados por:

$$\rho_{ll'} = \langle \phi | c_l^\dagger c_{l'} | \phi \rangle, \quad (\text{A.7})$$

tenemos así:

$$\begin{aligned} E[\rho] &= \sum_{pq} t_{pq} \langle \phi | c_p^\dagger c_q | \phi \rangle \\ &+ (1/4) \sum_{pqrs} \bar{v}_{pqrs} \langle \phi | c_p^\dagger c_q^\dagger c_s c_r | \phi \rangle \\ &= \sum_{pq} t_{pq} \rho_{qp} + (1/4) \sum_{pqrs} \rho_{rp} \bar{v}_{pqrs} \rho_{sq} \\ &= \text{Tr}(t \rho) + (1/2) \text{Tr}_1 \text{Tr}_1(\rho \bar{v} \rho). \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Usamos esta última expresión para escribir la energía de partícula independiente en la base de $\{\varphi_k\}$, en la cual ρ es diagonal, entonces:

$$E_{sp} = \sum_{i=1}^A t_{ii} + (1/2) \sum_{i,j=1}^A \bar{v}_{ijij}. \quad (\text{A.9})$$

Para determinar la base de HF, minimizamos la energía (8) para

todas las funciones de onda producto ϕ . La variación de la energía está dada por:

$$\begin{aligned} \delta E &= E[\rho + \delta\rho] - E[\rho] = \sum_{kk'} h_{kk'} \delta\rho_{kk'} \\ &= \sum_{mi} h_{mi} \delta\rho_{im} + \text{c.c.}, \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

donde la matriz hermitica h está definida como:

$$h_{kk'} = \partial E_{sp}[\rho] / \partial \rho_{kk'}, \quad (\text{A.11})$$

De la ecuación (8) obtenemos $h = t + \Gamma$, con el campo autoconsistente Γ definido por:

$$\Gamma_{kk'} = \sum_{ll'} \bar{v}_{kl'k'l} \rho_{ll'}. \quad (\text{A.12})$$

La condición $\delta E = 0$, conduce a la relación:

$$h_{mi} = t_{mi} + \sum_{j=1}^A \bar{v}_{mjij} = 0, \quad (\text{A.13})$$

en la base donde ρ es diagonal. Esto define la base de HF y podemos expresar la ecuación anterior como una ecuación de autovalores de la forma:

$$h_{kk'} = t_{kk'} + \sum_{i=1}^A \bar{v}_{kiki} = \epsilon_k \delta_{kk'}, \quad (\text{A.14})$$

dado que esta base está definida por la transformación D (4), obtenemos el siguiente conjunto de ecuaciones que corresponden a las ecuaciones de HF:

$$\sum_{l'} h_{ll'} D_{l'k} = \sum_{l'} \left(t_{ll'} + \sum_{i=1}^A \sum_{pp'} v_{lp'l'p} D_{pi} D_{p'i}^* \right) D_{l'k} = \epsilon_k D_{lk} \quad (\text{A.15})$$

que representa un problema de autovalores hermitico. Estas ecuaciones son no lineales, debido a que la matriz h depende de la densidad ρ , esto es, de la solución del problema. A partir de (15), derivamos el Hamiltoniano de partícula independiente de la forma:

$$\begin{aligned} H_{sp} &= \sum_{kk'} h_{kk'} a_k^\dagger a_{k'} = \sum_{kk'} (t + \Gamma)_{kk'} a_k^\dagger a_{k'} \\ &= \sum_{kk'} \left(t_{kk'} + \sum_{j=1}^A \bar{v}_{kjk'j} a_k^\dagger a_{k'} \right) = \sum_k \epsilon_k a_k^\dagger a_k \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

El Hamiltoniano de partícula independiente, h, contiene además del término de energía cinética, t, un campo autoconsistente, Γ (12), el cual depende de la densidad nucleónica.

TABLAS

Tabla 3.1: Energías RPA intrínsecas.

Las raíces de las ecuaciones seculares de H_{RPA} (BCS) (3.21) y de H_{eff} (3.39) se muestran para el caso de $N=14$ partículas en la base de partícula independiente descripta en el texto.

Tabla 3.2: Elementos de matriz, $|\langle \nu | \hat{T} | 0 \rangle|$, para la transferencia de dos partículas.

Los elementos de matriz para el operador de transferencia T , (3.75), conectando estados de cero y un fonón son evaluados con las funciones de onda de la RPA correspondientes a H_{RPA} (BCS) y H_{eff} .

Tabla 3.3: Superposición entre las funciones de onda RPA.

La segunda columna muestra la superposición entre los estados intrínsecos pertenecientes a H_{RPA} (BCS) y H_{eff} .

Tabla 4.1: Parámetros de deformación y gap utilizados en los cálculos [NF 88].

Tabla 3.1

ν	$w_\nu (H_{RPA} (BCS))$ [MeV]	$w_\nu (H_{eff})$ [MeV]
1	2.841	2.873
2	2.989	3.303
3	3.571	3.811
4	4.032	4.071

Tabla 3.2

ν	$ \langle \nu \hat{T} 0 \rangle ^2 H_{RPA} (BCS)$	$ \langle \nu \hat{T} 0 \rangle ^2 H_{eff}$
1	0.216	0.059
2	0.185	0.168
3	0.010	0.054
4	0.206	0.335
Total	0.617	0.616

Tabla 3.3

ν	$\langle H_{RPA} (BCS) , H_{eff} \rangle$ [%]
1	91
2	79
3	83
4	95

Tabla 4.1

Núcleo	β_2	β_4	Δ_n	Δ_p
			[MeV]	
^{154}Sm	0.290	0.08	1.0	1.2
^{156}Gd	0.305	0.06	0.9	0.9
^{158}Gd	0.300	0.03	0.9	0.9
^{164}Dy	0.280	0.00	0.8	0.8
^{168}Er	0.280	0.00	1.0	1.0
^{174}Yb	0.270	0.01	0.9	0.9

FIGURAS

Figura 3.1: Funciones de onda RPA.

Las amplitudes RPA avanzadas, $\lambda_{j\nu}$, (3.24), y $X_{j\nu}$, (3.41), de las excitaciones intrínsecas para H_{RPA} (BCS) y H_{eff} son representadas con rectángulos vacíos y rayados, respectivamente. El índice ν indica el estado w_ν asociado. Las configuraciones de cuasipartículas se indican en la parte inferior.

Figura 4.1: Probabilidades de transición M1 para el ^{156}Gd .

Comparación de los resultados obtenidos a partir de diferentes interacciones residuales: H_{MM} (4.1), H_{sc} (4.26) e interacción cuadrupolar con valores de q ($\kappa(1)/\kappa(0)$) indicados en el gráfico. La línea horizontal llena corresponde al valor experimental. Las líneas que unen círculos llenos corresponden a la inclusión del término H_{DC} (4.24) y en las que unen círculos vacíos no se incluye dicho término.

Figura 4.2: Energías de excitación 1^+ en ^{156}Gd .

Comparación de las energías de excitación 1^+ para las mismas excitaciones consideradas en la figura anterior.

Figura 4.3: Probabilidades de transición M1 para todos los núcleos estudiados.

Se comparan los resultados teóricos con los experimentales indicados por rombos unidas por líneas discontinuas. La inclusión del término H_{DC} (4.24) se indica como en las figuras anteriores.

Figura 4.4: Energías de los estados excitados 1^+ .

En este caso los resultados experimentales se indican como en la figura anterior.

Figura 5.1: Energías rotacionales, E_i (\hat{E}_i), (5.11), como función de la frecuencia rotacional. Todas las unidades están dadas en unidades del espaciado de energía de partícula independiente ϵ .

Figura 5.2: Constante de acoplamiento γ , (5.28), de la interacción residual que restaura la simetría rotacional como función de la frecuencia rotacional w . Ambas cantidades en unidades de ϵ .

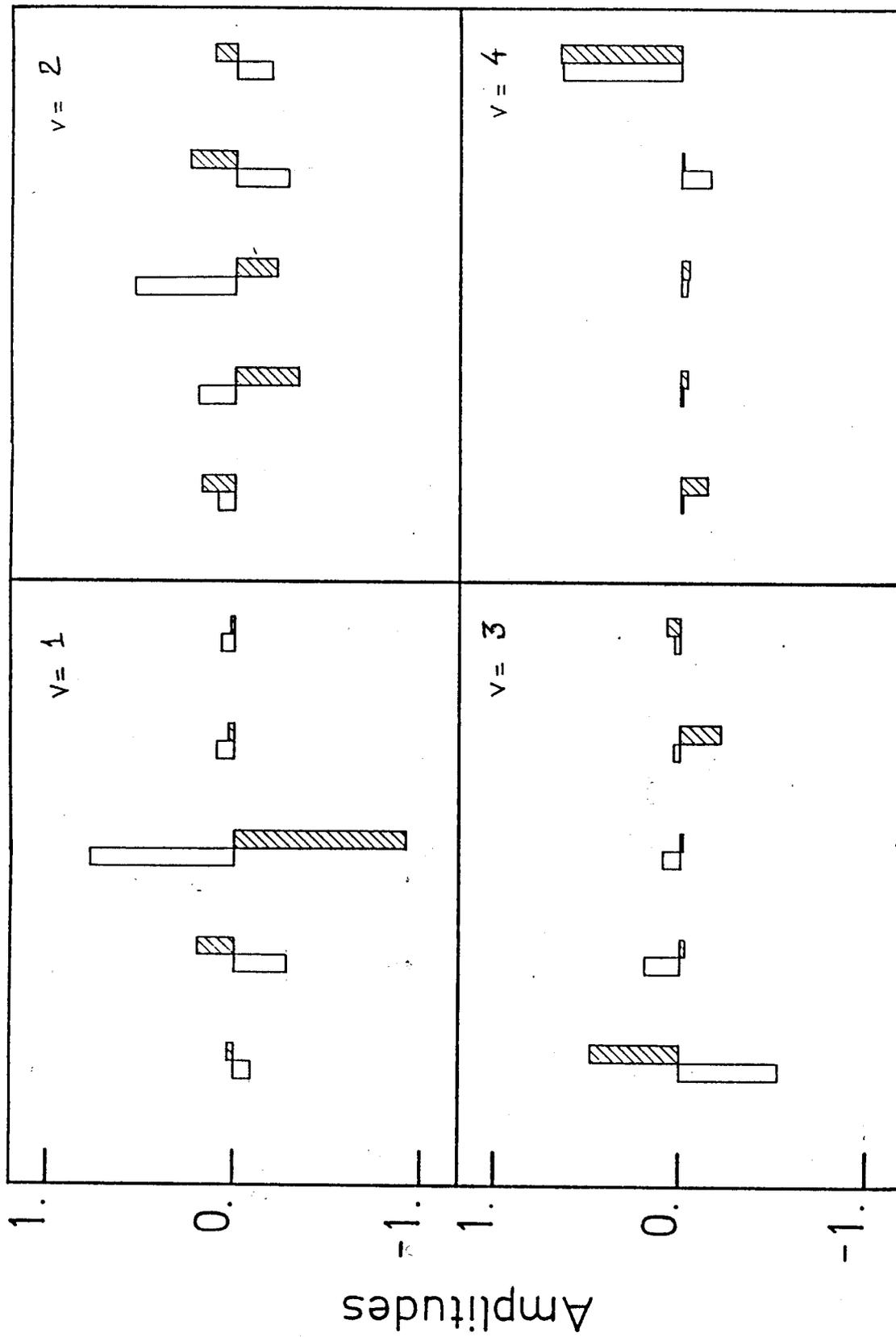
Figura 5.3: Energías de cuasipartículas ϵ_i ($\hat{\epsilon}_i$), (5.41), en unidades de ϵ , como función de w/ϵ .

Figura 5.4: Dependencia rotacional del parámetro del gap (5.40).

Figura 5.5: Dependencia rotacional de la constante de acoplamiento de la interacción efectiva de pares, σ (5.49).

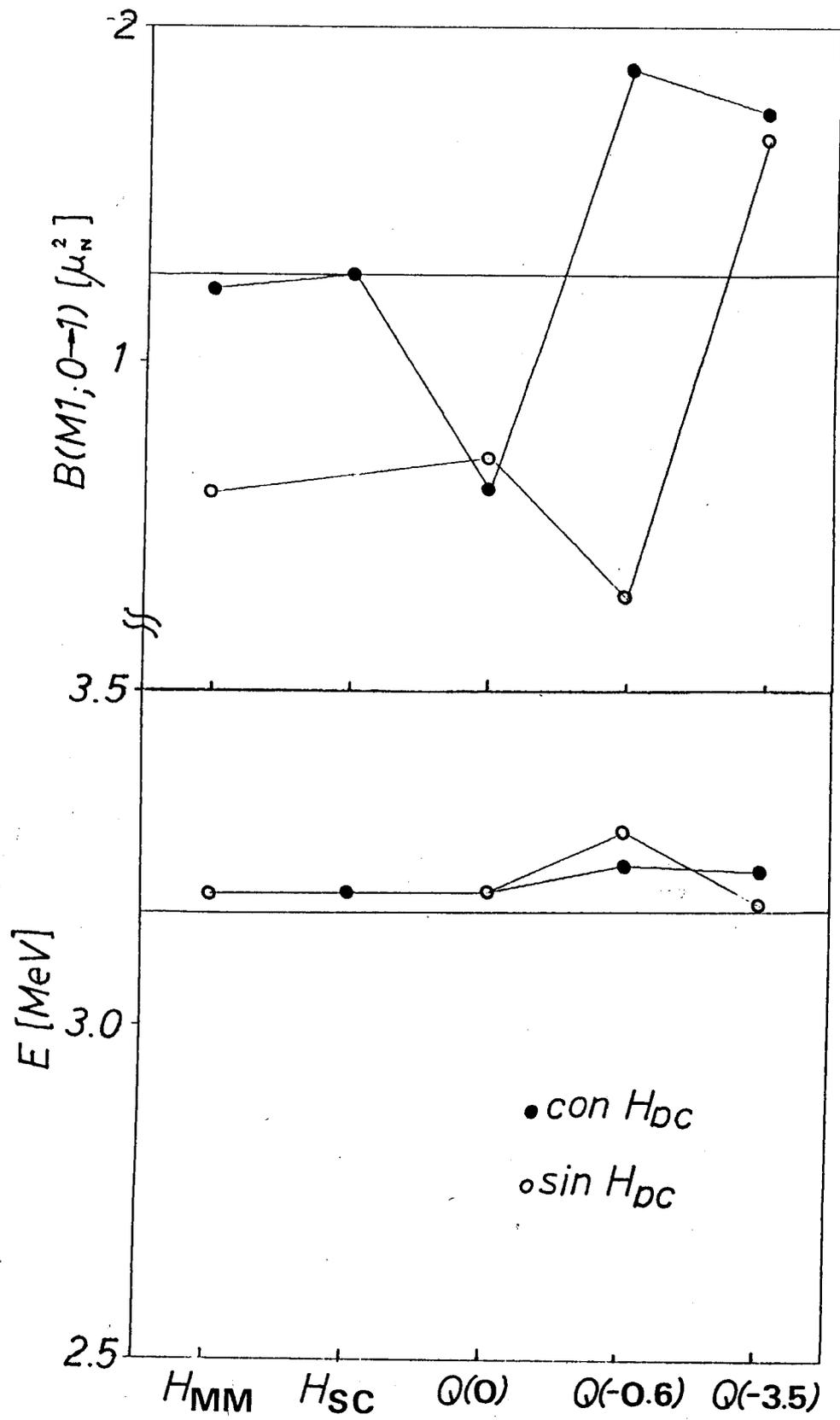
Figura 5.6: Raíces RPA para $K^\pi=0^+$, (5.58), como función de la frecuencia rotacional w . El valor indicado con w_s corresponde al estado espúreo, el cual es proporcional a la acción del operador número. Dado en unidades de ε .

Figura 5.7: Raíces RPA para $K^\pi=1^+$, (5.66), como función de la frecuencia rotacional w . El valor indicado con \tilde{w}_s corresponde al estado espúreo, el cual es proporcional a la acción del operador J . Dado en unidades de ε .

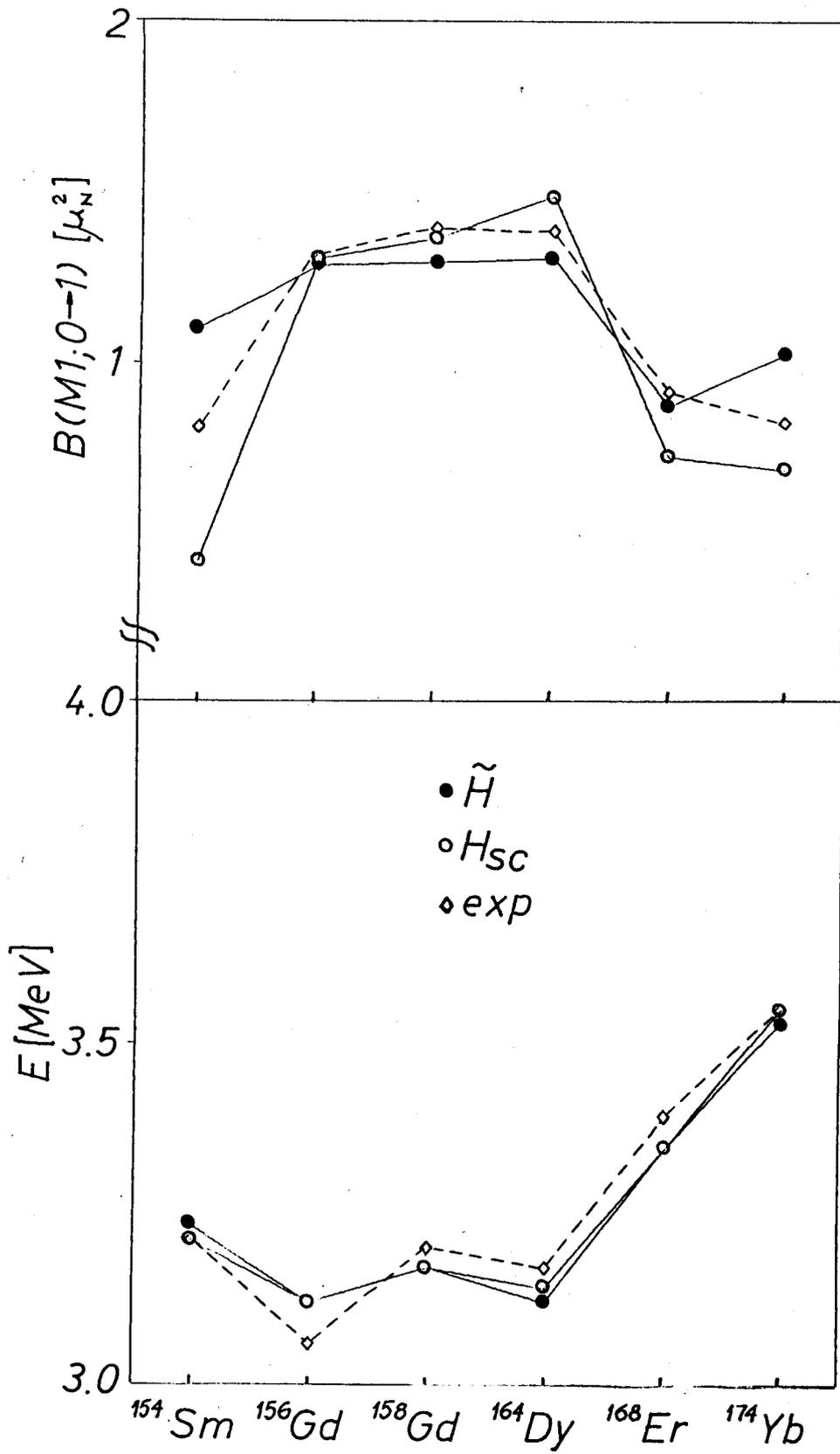


j d_{5/2} g_{7/2} s_{1/2} b_{11/2} d_{3/2} d_{5/2} g_{7/2} s_{1/2} p_{11/2} d_{3/2}

Figura 3.1



Figuras 4.1 y 4.2



Figuras 4.3 y 4.4.

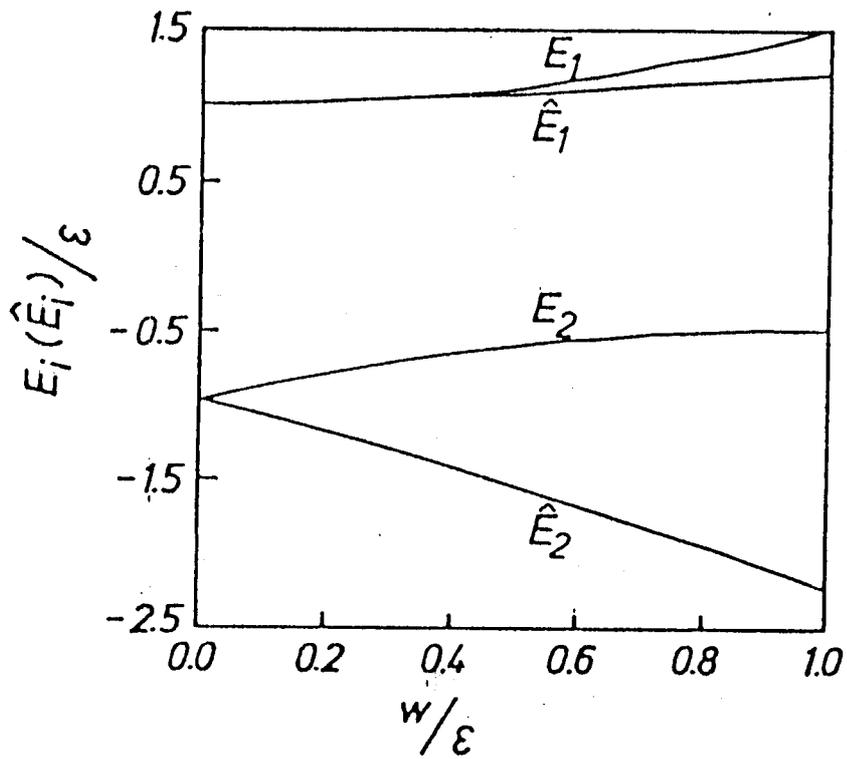


Figura 5.1

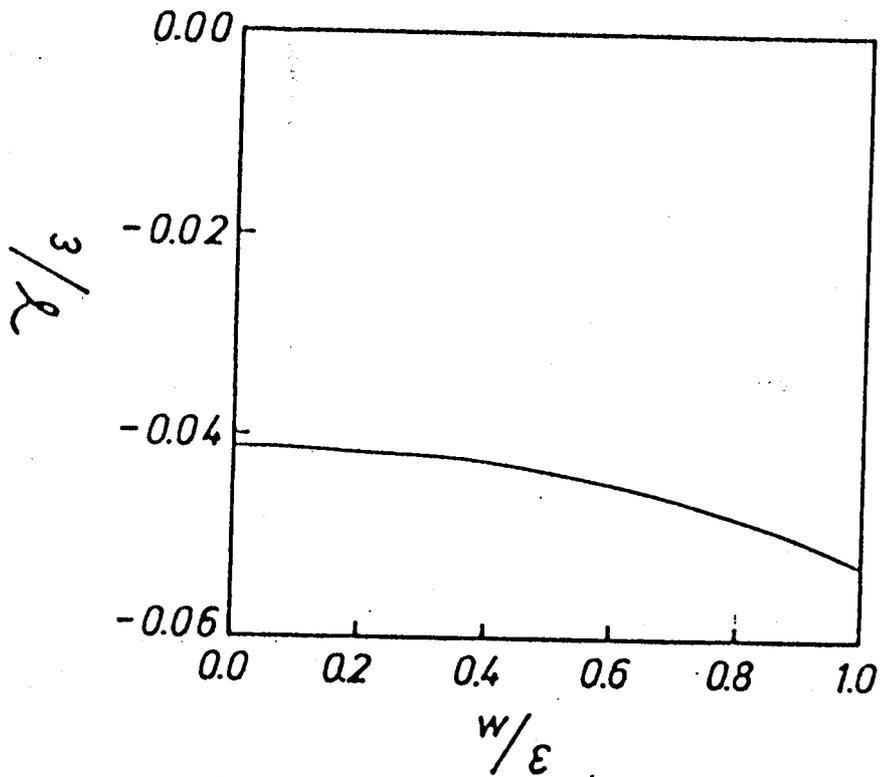


Figura 5.2

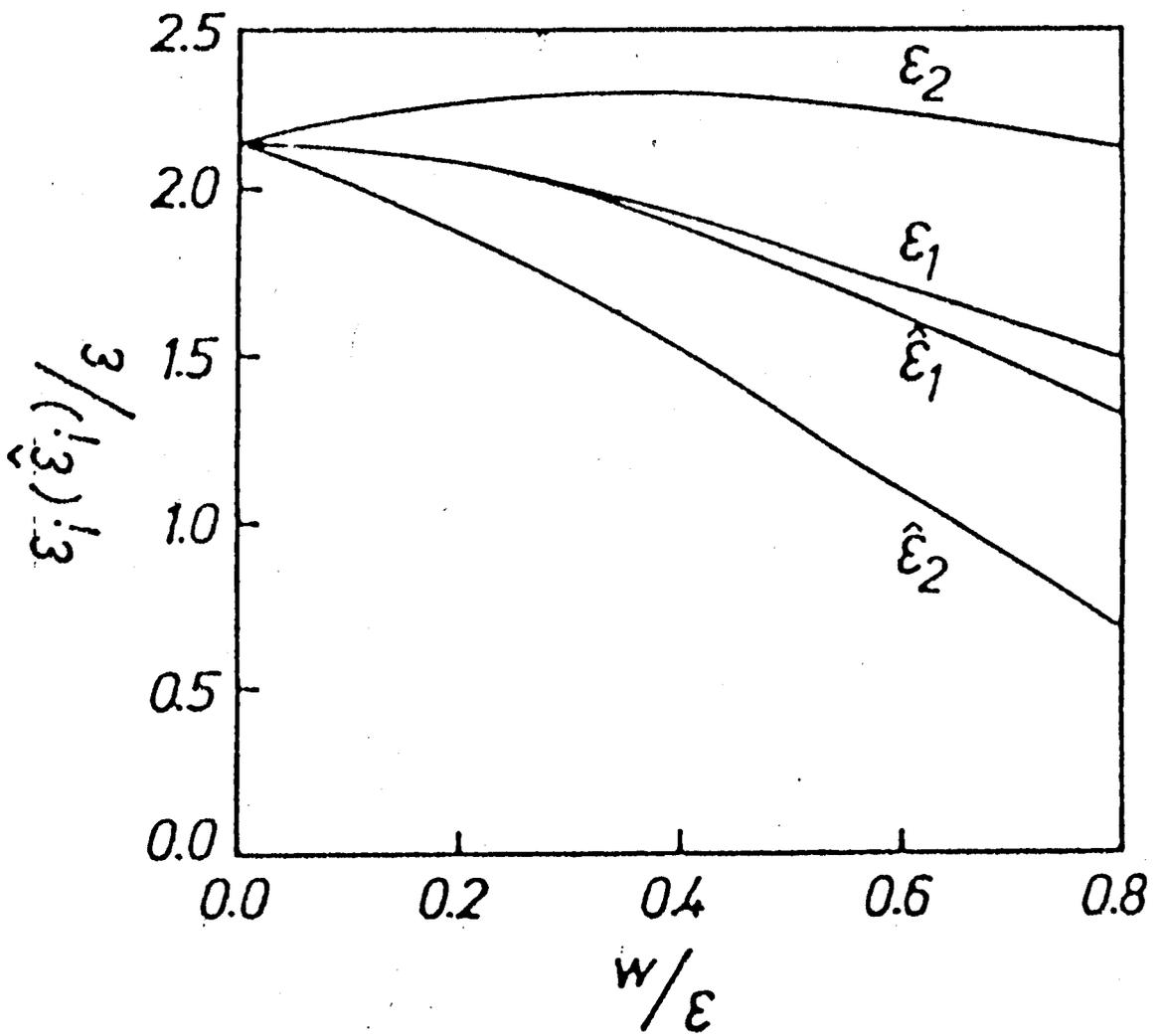


Figura 5.3

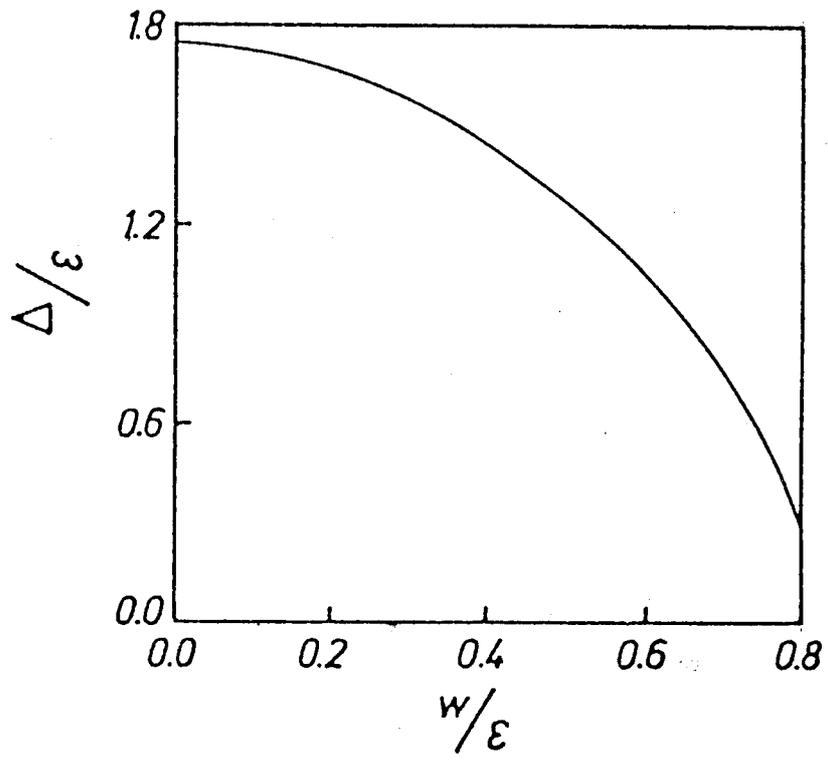


Figura 5.4

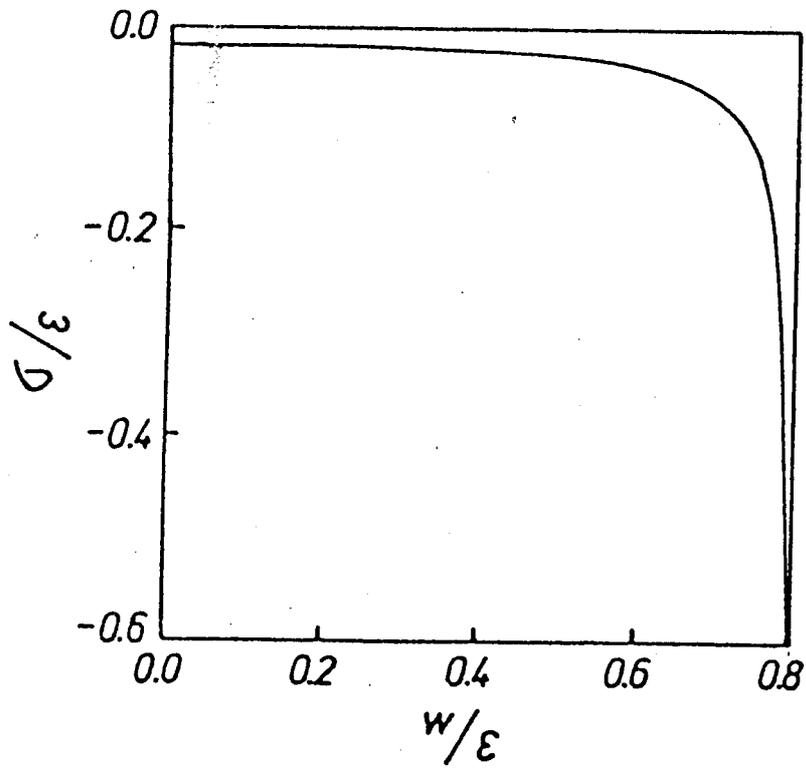


Figura 5.5

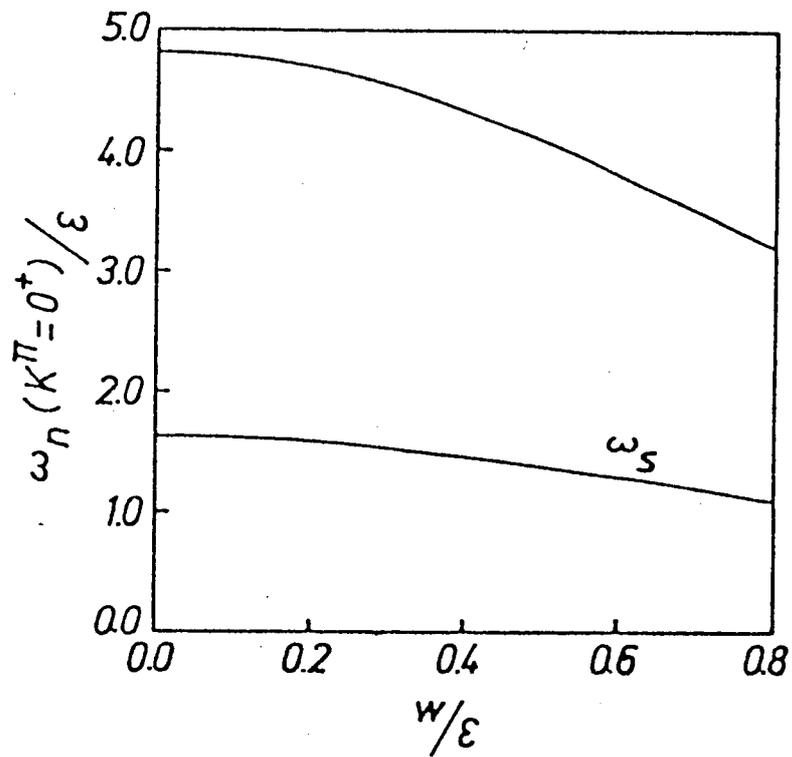


Figura 5.6

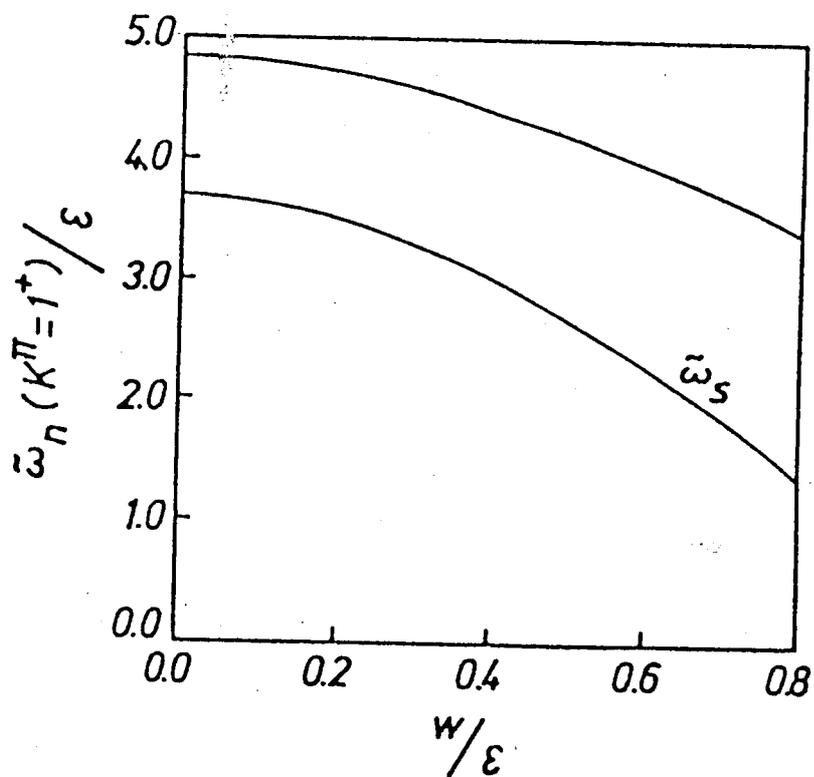


Figura 5.7

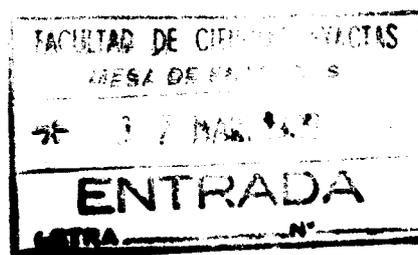
Agradecimientos

Finalmente quiero expresar mi gratitud a todos aquellos que contribuyeron a la concreción de este trabajo.

En especial a mis padres, por el apoyo que constantemente me han brindado y por el esfuerzo realizado durante mis años de estudio.

A mis colegas y amigos del Laboratorio de Física Nuclear Teórica, por su amistad y compañerismo durante todos estos años. Especialmente a mi director, el Dr. Osvaldo Civitarese, quien sugirió las ideas originales de este trabajo y a quien debo gran parte de mi formación en los últimos años.

Un agradecimiento especial a Alicia por la dura tarea de mecanografiado del trabajo.



Referencias

- [ABC 84] V.Alessandrini,D.R.Bes,O.Civitarese and M.T.Mehr;
Phys.Lett.B148(1984)395.
- [ABH 56] K.Adler,A.Bohr,T.Huus,B.R.Mottelson,A.Winther;
Rev.Mod.Phys.28(1956)432.
- [ABM 78] V.Alessandrini,D.R.Bes and C.Machet;
Nucl.Phys.B142(1978)489.
- [ACF 80] A.Ansari,O.Civitarese,A.Faessler;Nucl.Phys.A334(1980)93.
- [AKL 81] C.G.Andersson,J.Krumlinde,G.Leander and Z.Szymanski;
Nucl.Phys.A361(1981)147.
- [Bel 59] S.T.Belyaev;Mat.Fys.Medd.Dan.Vid.Selsk.31 n.11(1959).
- [Bes 61] D.R.Bes;Mat.Fys.Medd.Dan.Vid.Selsk.33 n.2(1961).
- [Bet 71] H.A.Bethe;Ann.Rev.Nucl.Sci.21(1971)93.
- [Bog 58] N.N.Bogoliubov;Nuov.Cim.7(1958)794.
- [Boh 52] A.Bohr;Mat.Fys.Medd.Dan.Vid.Selsk.26 n.14(1952).
- [Bre 62] G.Breit;Rev.Mod.Phys.34(1962)766.
- [BB 66] D.R.Bes and R.A.BrogliA;Nucl.Phys.80(1966)289.
- [BB 84] D.Bes and R.BrogliA;Phys.LettB137(1984)141.
- [BBD 84] U.E.P.Berg et al.;Phys.Lett.B149(1984)59.
- [BCS 57] J.Bardeen,L.N.Cooper,J.R.Schrieffer;
Phys.Rev.108(1957)1175.
- [BKM 87] D.R.Bes,J.Kurchan,M.T.Mehr and G.R.Zemba;
Nucl.Phys.A471(1987)565.

- [BKR 84] D.Bohle,G.Küchler,A.Richter,W.Steffen;
Phys.Lett.**B148**(1984)260.
- [BM 53] A.Bohr and B.M.Mottelson;
Mat.Fys.Medd.Dan.Vid.Selsk.**27** n.16(1953).
- [BM 55] A.Bohr and B.M.Mottelson;
Mat.Fys.Medd.Dan.Vid.Selsk.**30** n.1(1955).
- [BM 69] A.Bohr and B.Mottelson;*Nuclear Structure* Vol.I
(Benjamin, NY, 1969).
- [BM 75] A.Bohr and B.Mottelson;*Nuclear Structure* Vol.II
(Benjamin, NY, 1975).
- [BMP 58] A.Bohr, B.Mottelson, D.Pines; Phys.Rev.**110**(1958)936.
- [BP 75] M.I.Baznat and N.I.Pyatov; Sov.J.Nucl.Phys.**21**(1975)365.
- [BR 37] H.A.Bethe, M.E.Rose; Phys.Rev.**51**(1937)283.
- [BRS 84] D.Bohle et al.; Phys.Lett.**137B**(1984)27.
- [CFM 85] O.Civitarese, M.Faber, H.Markum, A.Plantino;
Nucl.Phys.**A438**(1985)318.
- [CFN 87] O.Civitarese, A.Faessler and R.Nojarov;
Phys.Rev.**C35**(1987)2310.
- [CL 88] O.Civitarese and M.C.Licciardo; Phys.Rev.**C38**(1988)967.
- [CL 89] O.Civitarese and M.C.Licciardo; Phys.Rev.**C39**, 1550(1989).
- [CL 90a] O.Civitarese and M.C.Licciardo; Z.Phys.**A**(1990).
- [CL 90b] O.Civitarese and M.C.Licciardo; Phys.Rev.**C**(1990).
- [CL 90c] O.Civitarese and M.C.Licciardo; en preparación.
- [CPF 83a] O.Civitarese, A.Plantino, A.Faessler; Z.Phys.**A313**(1983)197.
- [CPF 83b] O.Civitarese, A.Plantino, A.Faessler; J.Phys.**G9**(1983)1063.
- [DMM 85] C.Djalali et al.; Phys.Lett.**B164**(1985)269.
- [DNS 83] J.Dudek, W.Nazarewicz, Z.Szymanski; Phys.Scr.**T5**(1983)171.

- [ES 55] J.P.Elliot,T.H.R.Skyrme;Proc.Roy.Soc.A232(1955)561.
- [FNT 88] A.Faessler, R.Nojarov and T.Taigel;preprint.Universitat
Tubingen (1988).
- [FSG 76] A.Faessler,K.R.Sandhya Devi,F.Grummer,K.W.Scmid;
Nucl.Phys.A256(1976)106.
- [Goo 74] A.L.Goodman;Nucl.Phys.A230(1974)466.
- [GW 57] J.J.Griffin,J.A.Wheeler;Phys.Rev.108(1957)311.
- [Ham 71] I.Hamamoto;Nucl.Phys.A177(1971)484.
- [Hog 61] J.Hogaasen;Nucl.Phys.28(1961)358.
- [HA 84] I.Hamamoto and S.Aberg;Phys.LettB145(1984)163.
- [HA 86] I.Hamamoto,S.Aberg;Phys.Scr.34(1986)697.
- [HJ 62] T.Hamada and I.D.Johnston;Nucl.Phys.34(1962)382.
- [Ing 54] D.R.Inglis;Phys.Rev.96(1954)1059.
- [Ing 55] D.R.Inglis;Phys.Rev.97(1955)701.
- [Irv 72] J.M.Irvine;*Nuclear Structure*.Pergamon.Oxford,1972.
- [KBC 88] J.Kurchan,D.R.Bes and S.Cruz Barrios;
Phys.Rev.D38(1988)3309.
- [KS 73] J.Krumlind and Z.Szymanski;Ann.Phys.79(1973)201.
- [KS 74] J.Krumlind,Z.Szymanski;Nucl.Phys.A221(1974)93.
- [KO 81] A.K.Kerman,N.Onishi;Nucl.Phys.A361(1981)179.
- [Lic 86] M.C.Licciardo;*Trabajo de Diploma*.(U.N.L.P.).
- [Lip 55] H.J.Lipkin;Suppl.Nuov.Cim.4(1955)1147.
- [Lip 58] H.J.Lipkin;Phys.Rev.110(1958)1395.
- [Lip 60] Harry J.Lipkin;Ann.Phys.9(1960)272.
- [Lip 61] Harry J.Lipkin;Ann.Phys.12(1961)452.

- [LHR 62] K.E.Lassila,M.H.Hull,H.M.Ruppel,F.A.McDonald,G.Breit;
Phys.Rev.126(1962)881.
- [LST 55] H.J.Lipkin,A.DeShalit,I.Talmi;Nuov.Cim.2(1955)773.
- [Mac 70] N.MacDonald;Adv.Phys.19(1970)371.
- [Mar 77] E.R.Marshalek;Phys.Rev.C15(1977)1574.
- [May 50] M.G.Mayer;Phys.Rev.78(1950)22.
- [MAE 82] H.Markum,A.Ansari,G.Eder,M.E.Faber,A.Faessler;
Nucl.Phys.A381(1982)61.
- [MFA 82] H.Markum,M.E.Faber,A.Ansari,G.Eder and A.Faessler;
Nuov.Cim. A70(1982)62.
- [MJ 55] M.G.Mayer,J.H.D.Jensen;*Elementary Theory of Nuclear Shell
Structure*.Wiley.New York,1955.
- [MS 66] W.D.Myers,W.J.Swiateki;Nucl.Phys.81(1966)1.
- [MW 69] E.R.Marshalek and J.Weneser;Ann.of Phys.53(1969)569.
- [MW 70] E.Marshalek and J.Weneser;Phys.Rev.C2(1970)1682.
- [Nam 87] Y.Nambu;E.Fermi Institute,Chicago (1987)preprint.
- [Nil 55] S.G.Nilsson;Mat.Fys.Medd.Dan.Vid.Selsk.29 n.16(1955).
- [Noj 84] R.Nojarov;J.Phys.G10(1984)539.
- [NF 88] R.Nojarov,A.Faessler;Nucl.Phys.A484(1988)1.
- [NFC 87] R.Nojarov,A.Faessler and O.Civitarese;
Phys.Lett.B183(1987)122.
- [INTP 77] K.Neergård,H.Toki,M.Ploszajczak,A.Faessler;
Nucl.Phys.A287(1977)48.
- [PCh 73] N.I.Pyatov and M.I.Chernei;Sov.J.Nucl.Phys.16(1973)514.
- [PY 57] R.E.Peierls,J.Yoccoz;Proc.Phys.Soc.A70(1957)381.
- [Rac 42] G.Racah;Phys.Rev.62(1942)438.

- [Rei 68] P.V.Reid;Ann.Phys.50(1968)411.
- [Rip 68] G.Ripka;Adv.Nucl.Phys.1(1968)183.
- [RS 80] P.Ring and P.Schuck, *The nuclear many body problem.*
Springer-Verlag.New York.Inc.1980.
- [RY 66] H.Rouhaninejad,J.Yoccoz;Nucl.Phys.78(1966)353.
- [SFM 79a] T.Suzuki,M.Fuyuki and K.Matsuyanagi;
Prog.Theor.Phys.61(1979)1682.
- [SFM 79b] T.Suzuki,M.Fuyuki and K.Matsuyanagi;
Prog.Theor.Phys.62(1979)690.
- [SFM 81] T.Suzuki,M.Fuyuki and K.Matsuyanagi;
Prog.Theor.Phys.65(1981)1667.
- [SG 68] W.Scheid,W.Greiner;Ann.Phys.48(1968)493.
- [SM 76] T.Suzuki and K.Matsuyanagi;Prog.Theor.Phys.56(1976)1156.
- [US 66] R.A.Uher and R.A.Sorensen;Nucl.Phys.86(1966)1.
- [Val 58] J.G.Valatin;Nuov.Cim.7(1958)843.
- [Val 61] J.G.Valatin;"*Lectures in theoretical Physics*",Vol.IV,
Univ.of Colorado,Boulder,CO,1961.
- [Vil 57a] F.Villars;Nucl.Phys.3(1957)240.
- [Vil 57b] F.Villars;Ann.Rev.Nucl.Sci.7(1957)185.
- [Vil 58] F.Villars;Ann.Phys.(N.Y.)5(1958)224.
- [VC 70] F.Villars,G.Cooper;Ann.Phys.56(1970)224.
- [Won 75] C.W.Wong;Phys.Rep.15C(1975)283.
- [Yoc 66] J.Yoccoz;Varenna Lectures 36(1966)474.
- [Yuk 35] H.Yukawa;Proc.Phys.Math.Soc.Japan 17(1935)48.
- [Zeh 65] H.D.Zeh;Z.Phys.188(1965)361.
- [Zeh 67] H.D.Zeh;Z.Phys.202(1967)38.